ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده طولی با خارج از مرکزی غیر یکنواخت

علی اصغر جعفری[1]*، مرتضی باقری[2]

۱- استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

۲- مربی دانشکده هوافضا، دانشگاه هوایی شهید ستاری و دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

* تهران، صندوق پستی ۳۳۸۱ - ۱۶۷۶۵

jafari@me.kntu.ac.ir

(دریافت مقاله: خرداد ۱۳۸۲، پذیرش مقاله: تیر ۱۳۸۳)

چکیده – در این تحقیق ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده طولی با تکیه‌گاه ساده با استفاده از روش ریتز و در نظر گرفتن تقویت‌کننده‌ها به‌صورت المانهای مجزا بررسی شده است. خواص کششی و خمشی پوسته بر اساس تئوری سندرز و همچنین اثر کشش و خمش و پیچش تقویت‌کننده‌ها در محاسبه انرژی کرنشی وارد شده است. از طرف دیگر اینرسی انتقالی در سه جهت برای پوسته و تقویت‌کننده‌ها و نیز اینرسی دورانی برای تقویت‌کننده‌ها در محاسبه انرژی جنبشی در نظر گرفته شده است. توابع تغییر مکان به‌صورت چند جمله‌ای در نظر گرفته شده و نتایج فرکانسهای طبیعی برای استرینگر با ارتفاع یکنواخت با مقادیر تجربی و تحلیلی موجود در مراجع دیگر مقایسه شده که سازگاری خوبی مشاهده گردیده است. بازای جرم ثابت برای تقویت‌کننده‌ها، اثر خارج از مرکزی غیر یکنواخت برای سه نوع توزیع ارتفاع تقویت‌کننده‌ها از نوع مرتبه اول و مرتبه دوم و مرتبه سوم بررسی و درصد تغییرات فرکانسهای طبیعی بویژه فرکانس پایه، اندازه گیری شده است.

کلید واژگان : پوسته استوانه‌ای؛ تقویت‌کننده طولی؛ استرینگر؛ ارتعاش آزاد؛ فرکانس طبیعی.

۱- مقدمه

شناخت خواص دینامیکی سازه‌های پوسته‌ای، یکی از مسائل مورد توجه طراحان است، زیرا چنین سازه‌هایی کاربردهای زیادی از جمله در هواپیماها، موشکها، زیردریایی‌ها، تانکرها، توربین‌های‌گازی، تجهیزات حفاری چاههای نفت و کوره‌های دوار دارند. در بیشتر این موارد پوسته تحت بارهای دینامیکی قرار دارد و ممکن است دچار ارتعاش، کمانش و خستگی شود. بنابراین شناخت خصوصیات این سازه‌ها برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی سازه و همچنین عمر خستگی سازه ضروری است. فرکانسهای طبیعی و مدهای ارتعاشی، از موارد مهم و قابل توجه در طراحی این نوع سازه‌ها است. از طرف دیگر با توجه به نیاز روزافزون به طراحی سازه‌های سبک با استحکام بالا، لازم است نسبت استحکام به وزن پوسته تا حد امکان بالا باشد تا سازه طراحی شده، از دیدگاه صرفه جویی در مصرف مواد، انرژی و هزینه، بهینه باشد. یکی از راههای رسیدن به این هدف، تقویت پوسته با تقویت‌کننده طولی به‌شکل تیر است.

در صورتی‌که تعداد تقویت‌کننده‌ها زیاد باشد می‌توان از روش معادل‌سازی پوسته ارتوتروپ و روش متوسط‌گیری سازه را تحلیل کرد. اگر تعداد تقویت‌کننده‌ها کم باشد (فاصله بین تقویت‌کننده‌ها زیاد باشد) یا

به‌عبارت دیگر فاصله بین آنها بزرگتر از طول موج ارتعاش باشد، سازه را باید به‌صورت ترکیبی از المانهای پوسته و تقویت‌کننده ـ که هر یک دارای معادلات مخصوص به خود است و توسط معادلات پیوستگی به‌هم مربوطند ـ مدلسازی کرد. به‌بیان دیگر تقویت‌کننده‌ها را باید به‌صورت المانهای مجزا[1] در نظر گرفت. از مزایای این روش می‌توان به نبود محدودیت فاصله یا تعداد تقویت‌کننده‌ها، امکان وجود فواصل نامنظم بین تقویت‌کننده‌ها، خارج ازمرکزی غیر یکنواخت و امکان یکسان نبودن سطح مقطع و جنس تقویت‌کننده‌ها اشاره کرد.

ایگل و سیوال [۱] اثر تقویت‌کننده‌ها را بر تغییرات فرکانس‌های طبیعی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با استرینگر (تقویت‌کننده طولی) و رینگ (تقویت‌کننده محیطی)، با شرایط مرزی مختلف بررسی کرده‌اند. تقویت‌کننده‌ها به‌صورت المانهای مجزا در نظر گرفته شده و از روش انرژی و اصل همیلتون برای به‌دست آوردن معادلات حرکت استفاده شده است. راینهارت و ونگ [۲] ، ارتعاشات آزاد پوسته تقویت شده با استرینگر با تکیه گاه ساده را از روش لاگرانژ بررسی کرده‌اند. استرینگرها به‌صورت المانهایی مجزا مدل شده و در این تحلیل تمامی جمله‌های اینرسی و خمش نامتقارن و تابیدگی[2] تقویت‌کننده بر اساس تئوری تیر جدار نازک ولاسوو[3] به معادلات وارد شده و تغییر مکانهای مدال با استفاده از سری فوریه بیان شده‌اند. مصطفی و علی [۳]، تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با رینگ و استرینگر و با تکیه گاه ساده را با کاربرد روش ریلی - ریتز انجام داده‌اند. از روش المان مجزا برای مدلسازی تقویت‌کننده‌ها استفاده و خمش و کشش پوسته و خواص خمش - کشش و پیچش تقویت‌کننده‌ها ملحوظ شده است. همچنین اینرسی انتقالی پوسته و تقویت‌کننده‌ها در سه جهت و اینرسی چرخشی تقویت‌کننده‌ها در تابع انرژی وارد شده‌اند، اما از اینرسی چرخشی پوسته صرف‌نظر شده است. همچنین زاهو و لی [۴] تحلیل ارتعاشی پوسته استوانه‌ای چند لایه‌ای دوار با تکیه گاه ساده و تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی را با استفاده از روش انرژی انجام داده‌اند. اثر تقویت‌کننده‌ها به دو روش مدلسازی شده است. یک بار روش متوسط گیری و بار دیگر روش المان مجزا استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده نشان داده که مدلسازی تقویت‌کننده‌ها به‌صورت المان مجزا، پایداری بیشتری دارد و نتایج روش متوسط‌گیری، بشدت به تعداد تقویت‌کننده‌ها حساس بوده و با کاهش تعداد آنها، نتایج دقت کافی نخواهند داشت. ونگ و تیان [۵] با استفاده از روش ریتز، ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با رینگ با شرایط مرزی مختلف را بررسی کرده‌اند. بر خلاف کارهای انجام شده قبلی، در این تحقیق، توزیع موقعیت مکانی و توزیع فاصله خارج از مرکزی رینگها به‌صورت دلخواه و غیر یکنواخت در نظر گرفته شده است. به بیان دیگر فاصله بین تقویت‌کننده‌ها و ارتفاع آنها می‌تواند غیریکسان باشد.

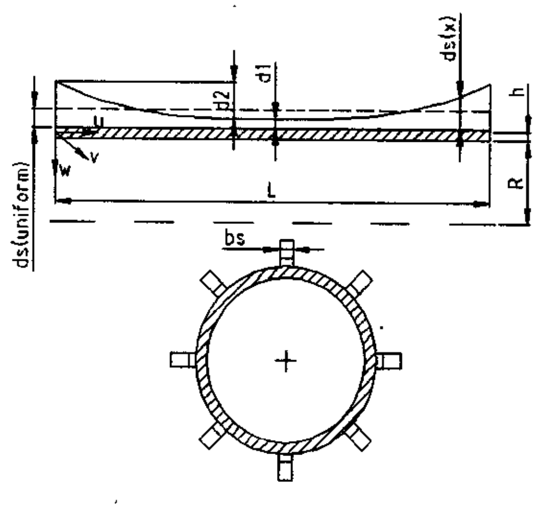
در این مقاله، روش [۵] برای پوسته استوانه‌ای تقویت‌شده با استرینگر با خارج از مرکزی غیر یکنواخت به‌کاربرده شده است. به بیان دیگر ارتفاع تقویت‌کننده‌ها در طول پوسته ثابت و یکنواخت نبوده و می‌تواند به‌صورت منحنی با درجه‌ای دلخواه در طول پوسته تغییر کند. قابل ذکر است که کلیه کارهای انجام شده قبلی برای تقویت‌کننده طولی با ارتفاع ثابت بوده و در این مقاله مزایای استفاده از ارتفاع غیر یکنواخت برای تقویت‌کننده طولی را می‌توان مشاهده کرد. ابتدا نتایج فرکانسهای طبیعی به‌دست آمده برای استرینگر با خارج از مرکزی یکنواخت با نتایج تجربی و تحلیلی مراجع دیگر مقایسه و سپس نتایج برای استرینگر با ارتفاع متغیر و غیر یکنواخت ارائه شده است. با ثابت نگاه داشتن جرم تقویت‌کننده‌ها در مقایسه با تقویت حالت یکنواخت، تغییرات

1. Discrete Elements
2. Wrapping
3. Vlasov

فرکانسهای طبیعی، بخصوص درصد تغییرات فرکانس پایه بررسی و افزایش قابل توجهی در فرکانس پایه مشاهده شد. به عبارت دیگر با طراحی مناسب چگونگی تغییرات ارتفاع تقویت‌کننده‌ها در طول پوسته، به ازای جرم ثابت تقویت‌کنندها ـ در مقایسه با حالت ارتفاع یکنواخت ـ به فرکانسهای طبیعی بالاتری می‌توان دست یافت.

۲- مبنای تئوری

هدف، به‌دست آوردن معادلات حرکت برای یک پوسته استوانه‌ای نازک مطابق شکل ۱ با ضخامت یکنواخت h، شعاع R، طول L، چگالی ρ، مدول الاستیسیته E، نسبت پواسون υ و مدول برشی $G = E/2(1+\upsilon)$ است. این پوسته با تعداد S استرینگر ـ که در فواصل یکسان قرار گرفته اند ـ تقویت شده است. استرینگر jام دارای عرض ثابت bs_j و ارتفاع $ds_j(x)$ است که می‌تواند در طول پوسته متغیر باشد. هر یک از تقویت‌کننده‌ها می‌توانند دارای جنس‌های مختلف و حتی متفاوت با پوسته باشند. نسبت پواسون، مدول برشی، مدول الاستیسیته و چگالی جرمی استرینگر jام، بترتیب با پارامترهای $\upsilon s_j, Gs_j, Es_j, \rho s_j$ مشخص شده‌اند.



شکل ۱ پوسته استوانه‌ای با تقویت‌کننده طولی با ارتفاع غیر یکنواخت

۲-۱- انرژی پوسته

بر اساس تئوری پوسته نازک سندرز[۶]، انرژی کرنشی خمشی و کششی پوسته بدون در نظر گرفتن تقویت‌کننده‌ها را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$U = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{Eh}{2(1-\upsilon^2)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{R^2}\left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w\right)^2 + \frac{2\upsilon}{R}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial \theta} - w\right) + \frac{1-\upsilon}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2 \right] + \frac{Eh^3}{24(1-\upsilon^2)} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \frac{1}{R^4}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta}\right)^2 + \frac{2\upsilon}{R^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta}\right) + \frac{2(1-\upsilon)}{R^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{3}{4}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{4R}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2 \right] \right\} R\,d\theta\,dx \quad (۱)$$

در رابطه فوق u,v,w تغییر مکانها در جهات شعاعی، مماسی و طولی بوده و x,θ ، بترتیب مختصات محیطی و طولی است.

با صرف‌نظر کردن از اینرسی چرخشی، به‌دلیل نازک بودن پوسته، انرژی جنبشی پوسته از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$T = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{1}{2}\rho h \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 \right] \right\} R\,d\theta\,dx \quad (۲)$$

۲-۲- انرژی استرینگر

در این تحلیل عرض استرینگر ثابت بوده و ارتفاع آن و در نتیجه خارج از مرکزی آن، در طول پوسته تغییر می‌کند. نحوه تغییرات می‌تواند به‌صورت تابعی با درجه دلخواه مانند Γ باشد که به‌صورت طرحواره‌ای در شکل ۱ نشان داده شده است. در این صورت پارامترهای سطح مقطع و ممان‌های سطح نیز تابعی از x خواهند بود.

برای انرژی کرنشی استرینگر jام با در نظر گرفتن اثر کشش، خمش دو محوری و پیچش می‌توان نوشت:

$$Us_j = \frac{Es_j}{2}\int_0^L \left[As_j(x)\left(\frac{\partial us_j}{\partial x}\right)^2 + Iys_j(x)\left(\frac{\partial^2 ws_j}{\partial x^2}\right)^2 + Izs_j(x)\left(\frac{\partial^2 vs_j}{\partial x^2}\right)^2 \right] dx + \frac{Gs_j}{2R^2}\int_0^L Js_j(x)\left(\frac{\partial^2 ws_j}{\partial x \partial \theta}\right)^2 dx \tag{۳}$$

همچنین انرژی جنبشی استرینگر jام با در نظر گرفتن اینرسی‌های انتقالی در سه جهت و اینرسی دورانی حول دو محور، عبارت است از:

$$Ts_j = \frac{1}{2}\rho s_j \int_0^L \left\{ As_j(x)\left[\left(\frac{\partial us_j}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial vs_j}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial ws_j}{\partial t}\right)^2\right] + (Iys_j(x) + Izs_j(x))\left(\frac{\partial^2 ws_j}{\partial t \partial x}\right)^2 \right\} dx \tag{۴}$$

پارامترهای سطح مقطع و ممان‌های سطح عبارتند از:

$$Izs_j(x) = \frac{bs_j^3 ds_j(x)}{12}\ ;\ \ Iys_j(x) = \frac{bs_j ds_j^3(x)}{12}$$
$$As_j(x) = bs_j ds_j(x)$$
$$Js_j(x) = \frac{1}{3}\left[1 - \frac{192 bs_j}{\pi^5 ds_j(x)} \sum_{n=1,3,..}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{n\pi ds_j(x)}{2bs_j}\right] bs_j^3 ds_j(x) \tag{۵}$$

روابط هندسی موجود بین تغییر مکانهای مرکز سطح استرینگر jام (us_j, vs_j, ws_j) با تغییر مکانهای متناظر سطح میانی پوسته (u, v, w) به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} us_j &= u + es_j(x)\frac{\partial w}{\partial x} \\ vs_j &= v\left(1 + \frac{es_j(x)}{R}\right) + \frac{es_j(x)}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta} \\ ws_j &= w \end{aligned} \tag{۶}$$

خارج از مرکزی هر استرینگر به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$es_j(x) = \begin{cases} \dfrac{h + ds_j(x)}{2} & \text{استرینگر خارجی} \\ 0 & \text{استرینگر بدون خارج از مرکزی} \\ -\dfrac{h + ds_j(x)}{2} & \text{استرینگر داخلی} \end{cases} \tag{۷}$$

با توجه به شکل ۱، تغییرات ارتفاع استرینگر بر حسب طول را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} ds_j(x) = d_{1j}\left(1 + \dfrac{d_{2j}}{d_{1j}}\left(\dfrac{2}{L}\left(\dfrac{L}{2} - x\right)\right)^{\Gamma}\right) \Leftarrow 0 \le x \le \dfrac{L}{2} \\ ds_j(x) = d_{1j}\left(1 + \dfrac{d_{2j}}{d_{1j}}\left(\dfrac{2}{L}\left(x - \dfrac{L}{2}\right)\right)^{\Gamma}\right) \Leftarrow \dfrac{L}{2} \le x \le L \end{cases} \tag{۸}$$

Γ درجه تابع تغییرات ارتفاع استرینگر در طول پوسته، d_{1j} کمترین ارتفاع استرینگر jام در وسط پوسته و d_{2j} اختلاف بین بیشترین ارتفاع استرینگر jام در دو انتهای پوسته با d_{1j} است.

با جایگذاری روابط ۵ و۶ و ۷ و۸ در معادلات انرژی تقویت‌کننده‌ها (معادلات ۳ و ۴)، می‌توان انرژی تقویت‌کننده‌ها را بر حسب مولفه‌های تغییر مکان سطح میانی پوسته بیان کرده و تابع انرژی کل سیستم را به‌صورت زیر تشکیل داد:

$$F = U + T + \sum_{j=1}^{S}\left(Us_j + Ts_j\right) \tag{۹}$$

توابع زیر را می‌توان برای جدا سازی متغیرهای فضایی x, θ و متغیر زمانی t به‌کار برد. در این روابط n شماره مد محیطی و ω فرکانس ارتعاشات است:

$$\begin{aligned} u(x,\theta,t) &= u(x)\sin n\theta e^{i\omega t} \\ v(x,\theta,t) &= v(x)\cos n\theta e^{i\omega t} \\ w(x,\theta,t) &= w(x)\sin n\theta e^{i\omega t} \end{aligned} \tag{۱۰}$$

اکنون متغیرهای بی‌بعد زیر را تعریف می‌کنیم :

$$\bar{u}=\frac{u}{h};\ \bar{v}=\frac{v}{h};\ \bar{w}=\frac{w}{R};\ \bar{x}=\frac{x}{L};\ \alpha=\frac{R}{L};\ \xi=\frac{h}{R}$$

$$\bar{E}s_j=\frac{Es_j}{E}\ ;\ \bar{\rho}s_j=\frac{\rho s_j}{\rho};$$

$$\bar{es}_j(\bar{x})=\frac{es_j(x)}{h}=\begin{cases}(-1)^{\Psi}0.5\left(1+\dfrac{d_{1j}}{h}f_{1j}(\bar{x})\right)\\[2mm](-1)^{\Psi}0.5\left(1+\dfrac{d_{1j}}{h}f_{2j}(\bar{x})\right)\end{cases}$$

$$f_{1j}(\bar{x})=1+\frac{d_{2j}}{d_{1j}}\left(2\left(0.5-\bar{x}\right)\right)^{\Gamma}\Leftarrow 0\le\bar{x}\le 0.5$$

$$f_{2j}(\bar{x})=1+\frac{d_{2j}}{d_{1j}}\left(2\left(\bar{x}-0.5\right)\right)^{\Gamma}\Leftarrow 0.5\le\bar{x}\le 1$$

$$\begin{cases}\Psi=1 & \text{Int. Stringer}\\ \Psi=2 & \text{Ext. Stringer}\end{cases}$$

$$\bar{I}zs_j(\bar{x})=\frac{Izs_j(x)}{Rh^3}=\bar{I}zsm_j.\begin{cases}f_{1j}(\bar{x})\\ f_{2j}(\bar{x})\end{cases};\ \bar{I}zsm_j=\frac{bs_j^3d_{1j}}{12}$$

$$\bar{I}ys_j(\bar{x})=\frac{Iys_j(x)}{Rh^3}=\bar{I}ysm_j.\begin{cases}f_{1j}^3(\bar{x})\\ f_{2j}^3(\bar{x})\end{cases};\ \bar{I}ysm_j=\frac{bs_jd_{1j}^3}{12}$$

$$\bar{A}s_j(\bar{x})=\frac{As_j(x)}{h^2}=\bar{A}sm_j.\begin{cases}f_{1j}(\bar{x})\\ f_{2j}(\bar{x})\end{cases};\ \bar{A}sm_j=bs_jd_{1j}$$

$$\bar{J}s_j(\bar{x})=\frac{Js_j(x)}{Rh^3}=\bar{J}sm_j.\begin{cases}f_{1j}(\bar{x})\\ f_{2j}(\bar{x})\end{cases}$$

$$\bar{J}sm_j=\frac{1}{3}\left[1-\frac{192bs_j}{\pi^5d_{1j}}\sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{n^5}\tanh\frac{n\pi d_{1j}}{2bs_j}\right]bs_j^3d_{1j}$$

$$\bar{F}=\frac{2(1-\upsilon^2)}{\pi hRLE}e^{-2i\omega t}F\ ;\ \Omega^2=\frac{(1-\upsilon^2)\rho R^2}{E}\omega^2$$

(۱۱)

با جایگذاری روابط تغییر مکان تقویت‌کننده بر حسب مؤلفه‌های تغییر مکان سطح میانی پوسته و استفاده از پارامترهای بی‌بعد تعریف شده ، تابع انرژی بدون بعد کل مجموعه را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\bar{F}=\int_0^1\Bigg\{&\alpha^2\xi^2\left(\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}}\right)^2+(\xi n\bar{v}+\bar{w})^2\\&-2\upsilon\alpha\xi\left(\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}}\right)(\xi n\bar{v}+\bar{w})+\frac{1-\upsilon}{2}\xi^2\left(\alpha\frac{d\bar{v}}{d\bar{x}}+n\bar{u}\right)^2\\&+\frac{\xi^2}{12}\Bigg[\alpha^4\left(\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}\right)^2+(n^2\bar{w}+n\xi\bar{v})^2-2\upsilon\alpha^2\left(\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}\right)\\&\times(n^2\bar{w}+n\xi\bar{v})+2(1-\upsilon)\alpha^2\left(n\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}+\frac{3}{4}\xi\frac{d\bar{v}}{d\bar{x}}-\frac{n\xi}{4\alpha}\bar{u}\right)^2\Bigg]\\&-\Omega^2\left[\xi^2\bar{u}^2+\xi^2\bar{v}^2+\bar{w}^2\right]\Bigg\}d\bar{x}\\&+\sum_{j=1}^{s}\Bigg[\frac{1-\upsilon^2}{\pi}\bar{E}s_j\alpha^2\xi^2\left[\bar{\mathcal{U}}s_{1j}+\bar{\mathcal{U}}s_{2j}+\bar{\mathcal{U}}s_{3j}+\bar{\mathcal{U}}s_{4j}\right]\\&-\Omega^2\frac{\bar{\rho}s_j}{\pi}\xi\left[\bar{\mathcal{T}}s_{1j}+\bar{\mathcal{T}}s_{2j}+\bar{\mathcal{T}}s_{3j}+\bar{\mathcal{T}}s_{4j}\right]\Bigg]\end{aligned}$$

(۱۲)

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{U}}s_{1j}=\bar{A}sm_j.\xi\Bigg\{&\int_0^{0.5}f_{1j}(\bar{x})\\&\times\left(\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}}+\alpha\frac{d\bar{es}_j}{d\bar{x}}\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}+\alpha\bar{es}_j\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}\right)^2d\bar{x}\\&+\int_{0.5}^{1}f_{2j}(\bar{x})\left(\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}}+\alpha\frac{d\bar{es}_j}{d\bar{x}}\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}+\alpha\bar{es}_j\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}\right)^2d\bar{x}\Bigg\}\end{aligned}$$

(۱-۱۲)

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{U}}s_{2j}=\bar{I}ysm_j\times\Bigg\{&\int_0^{0.5}f_{1j}^3(\bar{x})\alpha^2\left(\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}\right)^2d\bar{x}\\&+\int_{0.5}^{1}f_{2j}^3(\bar{x})\alpha^2\left(\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}\right)^2d\bar{x}\Bigg\}\end{aligned}$$

(۲-۱۲)

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{U}}s_{3j}=\bar{I}zsm_j.\Bigg\{&\int_0^{0.5}f_{1j}(\bar{x})\Bigg[(1+\xi\bar{es}_j)\alpha\xi\frac{d^2\bar{v}}{d\bar{x}^2}+2\alpha^2\xi^2\\&\times\frac{d\bar{es}_j}{d\bar{x}}\frac{d\bar{v}}{d\bar{x}}+\alpha\xi^2\frac{d^2\bar{es}_j}{d\bar{x}^2}\bar{v}+2\alpha n\xi\frac{d\bar{es}_j}{d\bar{x}}\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\\&+\alpha\xi n\bar{es}_j\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}+\alpha\xi n\frac{d^2\bar{es}_j}{d\bar{x}^2}\bar{w}\Bigg]^2d\bar{x}\\&+\int_{0.5}^{1}f_{2j}(\bar{x})\Bigg[(1+\xi\bar{es}_j)\alpha\xi\frac{d^2\bar{v}}{d\bar{x}^2}+2\alpha^2\xi^2\\&\times\frac{d\bar{es}_j}{d\bar{x}}\frac{d\bar{v}}{d\bar{x}}+\alpha\xi^2\frac{d^2\bar{es}_j}{d\bar{x}^2}\bar{v}+2\alpha\xi n\frac{d\bar{es}_j}{d\bar{x}}\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\\&+\alpha\xi n\bar{es}_j\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}+\alpha\xi n\frac{d^2\bar{es}_j}{d\bar{x}^2}\bar{w}\Bigg]^2d\bar{x}\Bigg\}\end{aligned}$$

(۳-۱۲)

$$\bar{U}s_{4j} = \frac{n^2 \bar{J}sm_j}{2(1+\upsilon s_j)}\left\{\int_0^{0.5} f_{1j}(\bar{x})\left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x} + \int_{0.5}^{1} f_{2j}(\bar{x})\left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right\} \quad (٤-١٢)$$

$$\bar{T}s_{1j} = \bar{A}sm_j.\xi^2\left\{\int_0^{0.5} f_{1j}(\bar{x})\left(\bar{u}+\alpha\bar{e}s_j\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x} + \int_{0.5}^{1} f_{2j}(\bar{x})\left(\bar{u}+\alpha\bar{e}s_j\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right\} \quad (٥-١٢)$$

$$\bar{T}s_{2j} = \bar{A}sm_j.\left\{\int_0^{0.5} f_{1j}(\bar{x})[(1+\xi\bar{e}s_j)\xi\bar{v}+\bar{e}s_j\xi n\bar{w}]^2 d\bar{x} + \int_{0.5}^{1} f_{2j}(\bar{x})[(1+\xi\bar{e}s_j)\xi\bar{v}+\bar{e}s_j\xi n\bar{w}]^2 d\bar{x}\right\} \quad (٦-١٢)$$

$$\bar{T}s_{3j} = \bar{A}sm_j.\left\{\int_0^{0.5} f_{1j}(\bar{x})\bar{w}^2 d\bar{x} + \int_{0.5}^{1} f_{2j}(\bar{x})\bar{w}^2 d\bar{x}\right\} \quad (٧-١٢)$$

$$\bar{T}s_{4j} = \bar{I}ysm_j.\alpha^2\xi\left\{\int_0^{0.5} f_{1j}^3(\bar{x})\left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x} + \int_{0.5}^{1} f_{2j}^3(\bar{x})\times\left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right\} + \bar{I}zsm_j.\alpha^2\xi\left\{\int_0^{0.5} f_{1j}(\bar{x})\left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x} + \int_{0.5}^{1} f_{2j}(\bar{x})\left(\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}}\right)^2 d\bar{x}\right\} \quad (٨-١٢)$$

۲-۳- شرایط مرزی

برای پوسته استوانه‌ای با تکیه گاه ساده چهار نوع شرط مرزی را می‌توان بیان کرد:

$$S_1 : \bar{w}=\bar{v}=0 \qquad S_2 : \bar{w}=0$$
$$S_3 : \bar{w}=\bar{u}=0 \qquad S_4 : \bar{w}=\bar{v}=\bar{u}=0 \quad (۱۴)$$

۲-۴- توابع ریتز

توابع تغییر مکان ریتز باید طوری باشند که شرایط مرزی بالا را ارضا نمایند. در حالت کلی این توابع را می‌توان به‌صورت چندجمله‌ای‌های خاصی به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\bar{u} = \left(\sum_{i=1}^{M} p_i \bar{x}^{i-1}\right)(\bar{x})^{P_u^0}(1-\bar{x})^{P_u^1} = \sum_{i=1}^{M} p_i \bar{u}_i$$
$$\bar{v} = \left(\sum_{i=1}^{M} q_i \bar{x}^{i-1}\right)(\bar{x})^{P_v^0}(1-\bar{x})^{P_v^1} = \sum_{i=1}^{M} q_i \bar{v}_i \quad (۱۵)$$
$$\bar{w} = \left(\sum_{i=1}^{M} r_i \bar{x}^{i-1}\right)(\bar{x})^{P_w^0}(1-\bar{x})^{P_w^1} = \sum_{i=1}^{M} r_i \bar{w}_i$$

توانهای مختلف P در جدول ۱ آورده شده است. شاخصهای P، شامل 0,1 نشاندهنده دو انتهای پوسته در $\bar{x}=0, \bar{x}=1$ است. این شکل از توابع ریتز براحتی قابل مشتق گیری و انتگرالگیری بوده و با افزایش تعداد جملات سری (M)، همگرایی تغییر مکانهای تقریبی بیشتر خواهد شد.

جدول ۱ توانهای مختلف P مربوط به توابع تغییر مکان

شرایط مرزی	S_1	S_2	S_3	S_4
P_u	۰	۰	۱	۱
P_v	۱	۰	۰	۱
P_w	۱	۱	۱	۱

۲-۵- معادلات حرکت

با استفاده از روش ریتز(کمینه‌سازی تابع انرژی نسبت به ضرایب توابع ریتز)، معادلات حرکت به‌دست می‌آیند. با حل این معادلات، فرکانسهای طبیعی و مدهای ارتعاشی به‌دست خواهند آمد:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\partial \bar{F}}{\partial p_i}=0 \\ \frac{\partial \bar{F}}{\partial q_i}=0 \\ \frac{\partial \bar{F}}{\partial r_i}=0\end{array}\right\} \qquad i=1,2,\ldots\ldots,M \quad (۱۶)$$

با جایگذاری روابط (۱۰) و (۱۱) و (۱۲) و (۱۵) در رابطه (۹) و جایگذاری آن در رابطه (۱۶)، ماتریس مشخصه سیستم به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\left[[K]+\sum_{j=1}^{S}[Ks_j]-\Omega^2\left([M]+\sum_{j=1}^{S}[Ms_j]\right)\right]\{C\}=\{0\}$$

(۱۷)

در رابطه بالا $[M]$ و $[K]$ ماتریس جرم و ماتریس سختی پوسته، $[Ms_j]$ و $[Ks_j]$ ماتریس جرم و ماتریس سختی استرینگر jام است.

همچنین $\{C\}=\{p_1,\dots,p_M,q_1,\dots,q_M,r_1,\dots,r_M\}^T$ بردار ستونی ضرایب ریتز و $\Omega^2=(1-\nu^2)\rho R^2\omega^2/E$ پارامتر فرکانسی بی‌بعد است.

۳- نتایج تحلیل

۳-۱- نتایج مربوط به پوسته با تقویت‌کننده طولی یکنواخت

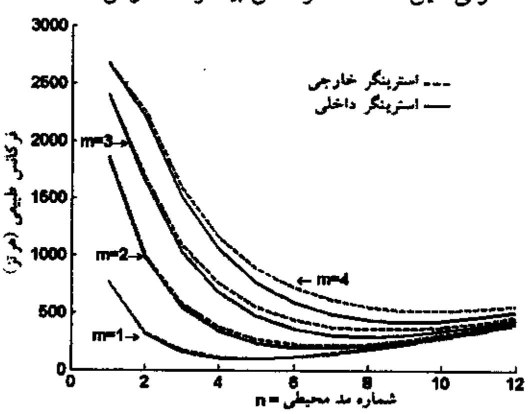
در اینجا معادله (۱۷) که با استفاده از روش ریتز و توابع تغییر مکان پیشنهادی (۱۵) به‌دست آمده، برای سه مدل پوسته تقویت شده طولی مختلف M1 وM2(a,b) با تکیه گاه ساده از نوع S1-S1 حل شده است . ابعاد و خواص این سه مدل در جدول ۲ شده است. در این سه مدل ، ارتفاع استرینگرها در طول پوسته ثابت و یکنواخت و فاصله بین آنها نیز یکسان است. جداول ۳ و ۴، مقایسه نتایج تحلیل مدلهای M1 وM2(a) را با نتایج تجربی و تحلیلی موجود در مراجع دیگر نشان می‌دهد که مطابقت خوبی مشاهده می‌شود. همچنین با افزایش تعداد جملات تابع ریتز، همگرایی بهتری در نتایج قابل مشاهده است. با توجه به این نتایج ، در نظر گرفتن ۶ جمله برای توابع تغییر مکان ریتز کافی است. بنابراین، روش به‌کار رفته برای محاسبه فرکانسهای طبیعی پوسته تقویت شده طولی از دقت خوبی برخوردار است.

جدول ۲ ابعاد هندسی و خواص سه مدل پوسته تقویت شده طولی

خصوصیات	ابعاد و مقادیر		
	مدل M1	مدل M2(a)	مدل(M2(b
S تعداد استرینگرها	۶۰	۴	۴
R (m) شعاع	۰/۲۴۲	۰/۱۹۴۵	۰/۱۹۴۵
h (m) ضخامت	۰/۰۰۰۶۵	۰/۰۰۰۴۶۴	۰/۰۰۰۴۶۴
L (m) طول	۰/۶۰۹۶	۰/۹۸۶۸	۰/۹۸۶۸
ds (m) ارتفاع استرینگرها	۰/۰۰۷۰۲	۰/۰۱۰۱	۰/۰۱۰۱
bs (m) عرض استرینگرها	۰/۰۰۲۵۵۴	۰/۰۰۱۰۴	۰/۰۰۱۰۴
E (Gpa) مدول الاستیسیته	۶۸/۹۵	۲۰۰	۲۰۰
ρ (Kg/m^3) دانسیته	۲۷۱۴	۷۷۷۰	۷۷۷۰
ν نسبت پواسون	۰/۳	۰/۳	۰/۳
نوع تقویت	خارجی	داخلی	خارجی

۳-۲- اثر خارج از مرکزی یکنواخت و تعداد تقویت‌کننده‌ها

شکل ۲، تغییرات فرکانسهای طبیعی را بر حسب شماره مد محیطی n به‌ازای شماره مدهای طولی۱،۲،۳،۴ =m در دو حالت مختلف استرینگر بیرونی و داخلی، با ارتفاع یکنواخت برای مدلهای M2(a,b) نشان می‌دهد. همانطور که می‌توان مشاهده کرد استرینگر خارجی فرکانسهای بالاتری را نسبت به استرینگر داخلی نتیجه می‌دهد. اما این اختلاف در مدهای پایین کم است و با افزایش شماره مد طولی، این اختلاف فرکانس بیشتر محسوس است.



شکل ۲ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب شماره مد محیطی

برای مدلهای M2(a,b)

جدول ۳ همگرایی و مقایسه فرکانسهای طبیعی با مراجع دیگر برای پوسته تقویت شده با ۶۰ استرینگرخارجی با خارج از مرکزی یکنواخت

(مدل M1)

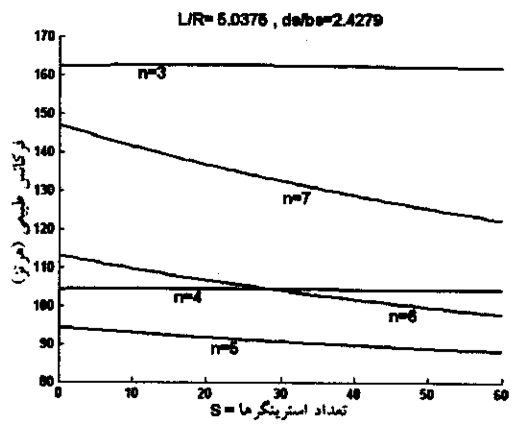
مقادیر تحلیلی [۴]	مقادیر تحلیلی [۳]	درصد خطا ٪	مقادیر تجربی [۱]	نتایج تحلیل – فرکانسهای طبیعی (هرتز)				شماره مُد	
				تعداد جملات توابع ریتز M				n	m
				۸	۶	۴	۳		
۱۱۴۷	۱۱۴۱	–	---	۹۳۹/۳۹	۹۳۹/۳۹	۹۳۹/۴۱	۹۴۰/۹۹	۱	۱
۶۷۶	۶۷۴	–	---	۵۸۱/۸۸	۵۸۱/۸۸	۵۸۱/۹۲	۵۸۷/۷۲	۲	
۴۲۹	۴۲۷	–	---	۳۹۰/۳۲	۳۹۰/۳۲	۳۹۰/۳۷	۳۹۷/۷۵	۳	
۲۹۹	۲۹۶	–	---	۲۸۵/۶۴	۲۸۵/۶۴	۲۸۵/۶۸	۲۹۲/۵۱	۴	
۲۳۱	۲۲۵	۱/۳	۲۳۱	۲۲۷/۹۶	۲۲۷/۹۶	۲۲۸/۰۰	۳۲۸/۲۳	۵	
۱۹۸	۱۸۸	۰/۶۷	۱۹۷	۱۹۸/۳۲	۱۹۸/۳۲	۱۹۸/۳۶	۲۰۲/۵۱	۶	
۱۸۹	۱۷۴	۰/۹۲	۱۸۹	۱۸۷/۲۵	۱۸۷/۲۵	۱۸۷/۲۸	۱۹۰/۲۶	۷	
۱۹۶	۱۷۷	۴/۸	۱۹۹	۱۸۹/۴۱	۱۸۹/۴۱	۱۸۹/۴۳	۱۹۱/۴۹	۸	
۲۱۴	۱۹۳	۸	۲۱۹	۲۰۱/۳۴	۲۰۱/۳۴	۲۰۱/۳۶	۲۰۲/۷۶	۹	
۲۴۱	۲۱۸	۱۲/۴	۲۵۲	۲۲۰/۶۶	۲۲۰/۶۶	۲۲۰/۶۸	۲۲۱/۶۳	۱۰	
---	۲۵۰	۱۵	۲۹۰	۲۴۵/۷۸	۲۴۵/۷۸	۲۴۵/۷۹	۲۴۶/۴۵	۱۱	
---	۲۸۸	۱۸	۳۳۶	۲۷۵/۶۵	۲۷۵/۶۵	۲۷۵/۶۶	۲۷۶/۱۳	۱۲	

جدول ۴ همگرایی و مقایسه فرکانسهای طبیعی با مراجع دیگر برای پوسته تقویت شده با ۴ استرینگرداخلی با خارج از مرکزی یکنواخت

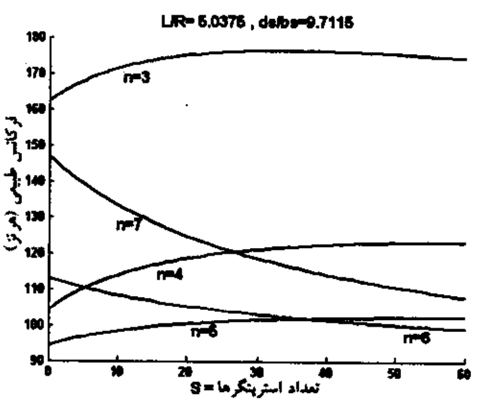
(مدل M2(a))

مقادیر تحلیلی [۴]	مقادیر تحلیلی [۳]	درصد خطا ٪	مقادیر تجربی [۲]	نتایج تحلیل – فرکانسهای طبیعی (هرتز)				شماره مد	
				تعداد جملات توابع ریتز M				n	m
				۸	۶	۴	۳		
۷۷۷/۵	۷۷۸	–	---	۷۶۳/۸۸	۷۶۳/۸۸	۷۶۴/۰۰	۸۰۵/۶۸	۱	۱
۳۱۶/۵	۳۱۷	–	---	۳۱۲/۴۱	۳۱۲/۴۱	۳۱۲/۴۸	۳۴۸/۸۲	۲	
۱۵۹	۱۵۹	۰/۲	۱۵۶	۱۵۶/۳۱	۱۵۶/۳۱	۱۵۶/۳۵	۱۸۲/۶۹	۳	
۱۰۱	۹۹/۶	۰/۹۵	۱۰۰	۹۹/۰۴	۹۹/۰۴	۹۹/۰۷	۱۱۸/۵۱	۴	
۹۱	۹۱/۵	۰/۳۲	۸۹	۸۸/۷۱	۸۸/۷۱	۸۸/۷۲	۱۰۱/۵۴	۵	
۱۰۹	۱۰۶	۱/۸	۱۰۴	۱۰۵/۸۶	۱۰۵/۸۶	۱۰۵/۸۶	۱۱۳/۴۱	۶	
۱۴۱	۱۴۲	۰/۲	۱۳۷	۱۳۷/۲۷	۱۳۷/۲۷	۱۳۷/۲۷	۱۴۱/۹۶	۷	
۱۸۳	۱۷۸	۱/۸	۱۷۴	۱۷۷/۱۰	۱۷۷/۱۰	۱۷۷/۱۰	۱۸۰/۴۹	۸	
۲۳۱	۲۳۱	۰/۲۶	۲۲۴	۲۲۳/۴۲	۲۲۳/۴۲	۲۲۳/۴۲	۲۲۶/۲۹	۹	
۲۸۵	۲۷۷	۳/۸	۲۶۵	۲۷۵/۵۷	۲۷۵/۵۷	۲۷۵/۵۷	۲۷۸/۳۴	۱۰	
---	۳۴۵	۰/۸	۳۳۶	۳۳۳/۳۲	۳۳۳/۳۲	۳۳۳/۳۲	۳۳۶/۲۰	۱۱	
---	۴۰۰	۰/۱۳	۳۹۶	۳۹۶/۵۳	۳۹۶/۵۳	۳۹۶/۵۳	۳۹۹/۶۷	۱۲	

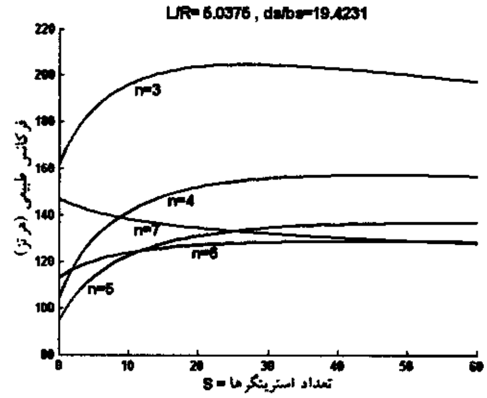
شکلهای ۳ تا ۶، اثر تعداد تقویت‌کننده‌ها را بر تغییرات فرکانسهای طبیعی برای مدل M2(b) برای حالتهای تقویت شده بسیار سبک (ds/bs بسیار کوچک)، سبک، سنگین و خیلی سنگین نشان می دهند. قابل ذکر است که برای این مدل پوسته، مقادیر تعداد تقویت‌کنندها و ارتفاع آنها مطابق جدول ۲ نبوده و بقیه خصوصیات مطابق جدول است. برای نسبت ds/bs های مختلف، عرض تقویت‌کننده‌ها ثابت و ارتفاع آنها تغییر داده شده است. در این شکلها مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد تقویت‌کننده‌ها، فرکانس بعضی از مدهای محیطی افزایش و برخی دیگر کاهش می‌یابند. اما با افزایش تعداد تقویت کننده ها نرخ افزایش فرکانس‌ها کاهش می‌یابد و در برخی موارد نیز ثابت باقی می‌ماند. همچنین فرکانس پایه در محدوده‌های پایین S، روندی افزایشی و بعد از محدوده‌ای، روند کاهشی دارد. این نوع رفتار ناشی از تغییر مد محیطی[1] مربوط به فرکانس پایه است. همچنین می‌توان مشاهده کرد که با افزایش نسبت ارتفاع به عرض تقویت‌کننده‌ها، این تغییر مد در Sهای پایین‌تری رخ داده و تعداد دفعات آن نیز افزایش می‌یابد به‌طوری‌که برای شکل۶ در طی سه مرحله، فرکانس پایه از مد n=۵ به n=۶ و سپس به مد n=۷ انتقال می‌یابد.



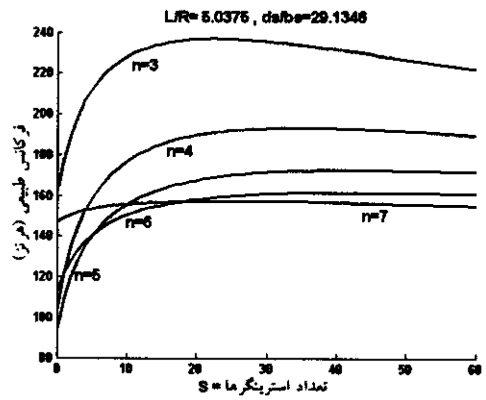
شکل ۳ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب تعداد تقویت‌کننده‌ها با خارج از مرکزی یکنواخت - حالت تقویت شده بسیار سبک



شکل ۴ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب تعداد تقویت‌کننده‌ها با خارج از مرکزی یکنواخت - حالت تقویت شده سبک



شکل ۵ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب تعداد تقویت‌کننده‌ها با خارج از مرکزی یکنواخت - حالت تقویت شده سنگین



شکل ۶ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب تعداد تقویت‌کننده‌ها با خارج از مرکزی یکنواخت - حالت تقویت شده بسیار سنگین

1. Mode Switching

۳-۳- اثر خارج از مرکزی با توزیع غیریکنواخت

در این بخش، اثر خارج از مرکزی با توزیع غیر یکنواخت بررسی می‌شود. هدف از این بررسی، پاسخ به این سؤال است که آیا با استفاده از حجم و جرم ثابت برای استرینگرها، می‌توان به فرکانسهای بالاتری دست یافت ؟ برای این منظور دو مدل اولیه M1 وM2(b) در نظر گرفته می‌شود (جدول ۲). برای توزیع غیر یکنواخت ارتفاع استرینگرها، سه نوع توزیع خطی، توزیع مرتبه دوم و مرتبه سوم در نظر گرفته می‌شود (Γ=۱،۲،۳) اما عرض آنها ثابت و یکنواخت و تعداد آنها نیز مانند جدول ۲ است. برای این سه نوع توزیع، حداکثر و حداقل ارتفاع استرینگرها طوری در نظر گرفته می‌شود که حجم و جرم مورد استفاده برای استرینگرها با حجم و جرم اولیه موجود در جدول ۲ یکسان باشد. برای حجم استرینگر jام می‌توان نوشت:

$$V_{uniform} = A_{uniform} L = bs_j ds_j L \qquad (۱۸-۱)$$

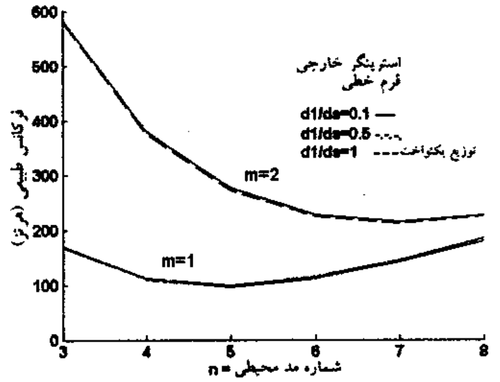
$$V_{non-uniform} = \int_0^L A(x)dx = bs_j \int_0^L ds_j(x)dx \qquad (۱۸-۲)$$

$$V_{non-uniform} = V_{uniform} \quad \Rightarrow bs_j \int_0^L ds_j(x)dx = bs_j ds_j L$$
(۱۸-۳)

باتوجه به رابطه (۸) و انتخاب حداقل ارتفاع در وسط پوسته (d_1)، نسبت به ارتفاع اولیه حالت یکنواخت (ds)، حداکثر ارتفاع در دو انتهای پوسته نسبت به حداقل ارتفاع در وسط پوسته به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

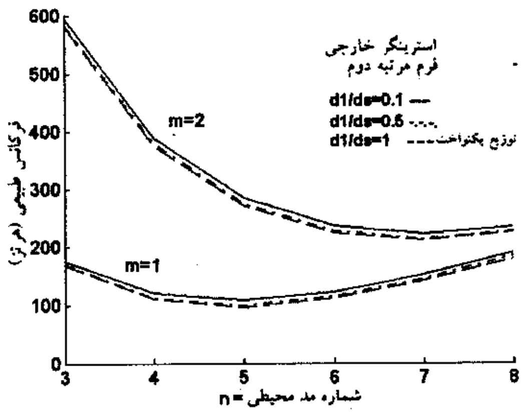
$$d_{2j} = (\Gamma+1)(ds_j - d_{1j}) \qquad (۱۹)$$

شکل۷، نتایج این تحلیل را برای توزیع خطی بر حسب مدهای محیطی مختلف n برای مدهای طولی m=۱،۲ بەازای سه مقدار نسبت حداقل ارتفاع در وسط پوسته به ارتفاع حالت یکنواخت (d_1/ds) نشان می‌دهد (برای مدل M2(b)). همانطور که مشاهده می‌شود با کاهش این نسبت، فرکانسهای طبیعی افزایش می‌یابند. در مد m=۲ افزایش فرکانسها بیشتر محسوس است.

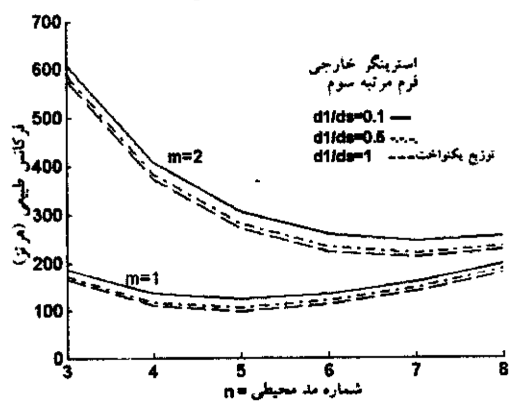


شکل۷ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب شماره مد محیطی برای توزیع خطی خارج از مرکزی

شکلهای ۸ و۹، همین نتایج را برای دو نوع توزیع مرتبه دوم و سوم نشان می‌دهند. با افزایش مرتبه تابع (Γ)، توزیع جرم تقویت‌کننده‌ها در قسمت میانی کاهش و در دو انتها افزایش می‌یابد و افزایش فرکانسها محسوستر

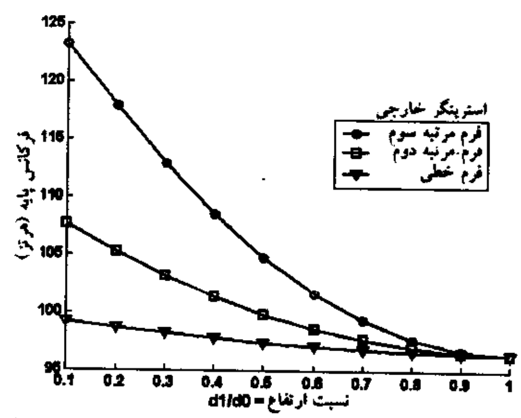


شکل ۸ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب شماره مد محیطی برای توزیع مرتبه دوم خارج از مرکزی

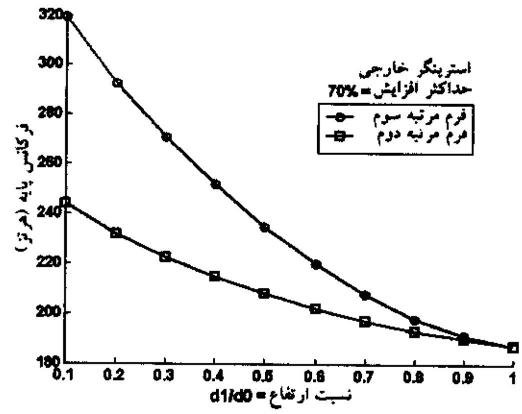


شکل ۹ تغییرات فرکانسهای طبیعی بر حسب شماره مد محیطی برای توزیع مرتبه سوم خارج از مرکزی

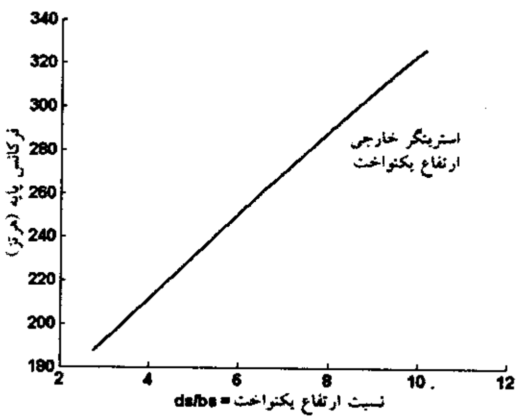
است. شکل ۱۰، تغییرات فرکانس پایه بر حسب نسبت ارتفاع (d_1/ds) را برای سه نوع توزیع ذکر شده نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود با کاهش نسبت ارتفاع و افزایش مرتبه تابع توزیع ارتفاع، توزیع جرم تقویت‌کننده‌ها در طول میانی کاهش و در دو انتهای پوسته افزایش می‌یابد و فرکانس پایه نیز افزایش می‌یابد به‌طوری‌که حداکثر فرکانس پایه برای توزیع مرتبه سوم و به‌ازای کمترین نسبت ارتفاع ایجاد می‌شود که مقدار آن ۲۷/۸ درصد بیش از فرکانس پایه حالت یکنواخت است. شکل ۱۱، نتایج تغییرات فرکانس پایه را برای مدل M1 نشان می‌دهد. برای این مدل، فرکانس پایه به اندازهٔ ۷۰ درصد حالت توزیع یکنواخت افزایش می‌یابد. شکل ۱۲، تغییرات فرکانس پایه مدل M1 را بر حسب نسبت ارتفاع به عرض تقویت‌کننده (d_1/ds) - برای توزیع ارتفاع یکنواخت - نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌شود که برای رسیدن به افزایش ۷۰ درصدی در فرکانس پایه - مانند شکل ۱۱ - لازم است نسبت (d_1/ds) به‌اندازه ۳/۵ برابر مقدار اولیه موجود در جدول ۲ افزایش یابد که این موجب افزایش جرم کل سازه به اندازهٔ ۱۲۵ درصد می‌شود، حال آنکه با توزیع مناسب ارتفاع، بدون افزایش جرم می‌توان به چنین مقادیری از فرکانسهای طبیعی خصوصاً فرکانس پایه دست یافت.



شکل ۱۰ تغییرات فرکانس پایه مدل M2(b) برای سه نوع توزیع خارج از مرکزی غیر یکنواخت



شکل ۱۱ تغییرات فرکانس پایه مدل M1 برای دو نوع توزیع خارج از مرکزی غیر یکنواخت



شکل ۱۲ تغییرات فرکانس پایه مدل M1 با خارج از مرکزی یکنواخت

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق نشان داده شد که برای پوسته تقویت شده طولی با شرایط مرزی تکیه گاه ساده از نوع S1-S1 ، اثر استرینگر خارجی در افزایش فرکانسهای طبیعی، بیش از استرینگر داخلی است. همچنین افزایش تعداد یا ارتفاع تقویت‌کننده‌ها، مستلزماً موجب افزایش فرکانسهای طبیعی نشده و حتی موجب تغییر مد فرکانس پایه و کاهش ناگهانی آن می‌شود. از دیگر نتایج مهم این تحقیق می‌توان به اثر ارتفاع غیر یکنواخت استرینگرها در افزایش فرکانسهای طبیعی اشاره کرد یعنی این که با ثابت نگه داشتن حجم و جرم استرینگرها نسبت به حالت توزیع

یکنواخت موجود در جدول ۲، فرکانس پایه به‌اندازه ۲۷/۸ درصد و ۷۰ درصد برای مدلهای M1 و M2(b) افزایش یافت. حال آنکه برای رسیدن به چنین افزایشی در فرکانس پایه برای مدل M1، وزن سازه تا ۱۲۵ ٪ باید افزایش یابد.

در این مقاله مزایای استفاده از ارتفاع غیر یکنواخت برای تقویت‌کننده طولی بیان شد. به بیان دیگر با طراحی مناسب چگونگی تغییر ارتفاع تقویت‌کننده‌ها در طول پوسته، به ازای جرم ثابت تقویت‌کنندها ـ در مقایسه با حالت ارتفاع یکنواخت ـ امکان دستیابی به فرکانسهای طبیعی بالاتری مشاهده شد و حتی می‌توان در طی فرایند بهینه سازی، بهترین ترکیب تقویت‌کننده‌ها را با در نظر گرفتن تعداد و ابعاد و چگونگی توزیع ارتفاع تقویت‌کنندها، تعیین کرد.

۵- منابع

[1] Egle, D. M.; Sewall, J. L.; "Analysis of Free Vibration of Orthogonally Stiffened Cylindrical Shells with Stiffeners Treated as Discrete Elements"; AIAA Journal; Vol. 6; No.3; March 1968; pp. 518-526.

[2] Rinehart, S. A.; Wang, J. T. S.; "Vibration of Simply Supported Cylindrical Shells with Longitudinal Stiffeners"; Journal of Sound and Vibration; Vol. 24; No. 2; 1972; pp. 151-163.

[3] Mustafa, B. A. J.; Ali, R.; "An Energy Method for Free Vibration Analysis of Stiffened Circular Cylindrical Shells"; Computer & Structures; Vol. 32; No. 2; 1989; pp. 335-363.

[4] Zhao, X.; Liew, K. M.; Ng, T. Y.; "Vibration of Rotating Cross-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells with Stringer and Ring Stiffeners"; Int. J. of Solids and Str.; Vol. 39; 2002; pp. 529-545.

[5] Wang, C. M.; Swaddiwudhipong, S.; Tian, J.; "Ritz Method for Vibration Analysis of Cylindrical Shells with Ring Stiffeners"; J. of Eng. Mech.; Feb. 1997; pp. 134-142.

[6] Sanders, J. L.; "An Improved First-Approximation Theory for Thin Shells"; NASA TR R-24; Nat. Aeronautics and Space Admin.; Washington D.C. 1959.