بهینه‌سازی سطح مقطع و ارتفاع شبکه‌های دو لایه

حمید محرمی[1*]، بختیارفیضی[2]

۱- استادیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- فارغ التحصیل کارشناسی ارشدسازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

*** تهران، صندوق پستی ۱۴۳- ۱۴۱۱۵**

hamid@modares.ac.ir

(دریافت مقاله: تیر ۱۳۸۲، پذیرش مقاله: فروردین ۱۳۸۴)

چکیده- شبکه‌های دو لایه یکی از متداولترین سازه‌های فضاکار بوده و لذا بهینه‌سازی آن می‌تواند به مقدار قابل توجهی در کاهش هزینه‌ها و مصرف مصالح مؤثر باشد. در این مقاله، به بهینه‌سازی شبکه دو لایه از دو دیدگاه بهینه‌سازی سطح مقطع اعضا و بهینه‌سازی ارتفاع پرداخته شده‌است. برای حل مسأله بهینه‌سازی ارتفاع و سطح مقطع اعضا، یک روش تکرار دو مرحله‌ای پیشنهاد شده است. در مرحله اول با ثابت درنظر گرفتن ارتفاع، بهینه‌سازی سطح‌مقطع اعضا به روش معیار بهینگی انجام می‌شود. به این ترتیب به ازای هر ارتفاع داده شده وزن بهینه به‌دست می‌آید. در مرحله دوم برای یافتن ارتفاع بهینه سازه، از روش میانیابی درجه دو استفاده می‌شود. دو مرحله فوق تا رسیدن به همگرایی تکرار می‌شود. قیدهای اعمال شده در بهینه‌سازی، قیود تنشی و یک قید افت (شکم) سازه هستند. برای نشان دادن قابلیتهای الگوریتم پیشنهادی، سطح مقطع و ارتفاع بهینه چهار شبکه دو لایه برای پوشش فضایی مشخص با بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی یکسان و توپولوژی متفاوت محاسبه شده است. الگوریتم پیشنهادی زمینه را برای مقایسه توپولوژیهای مختلف و انتخاب توپولوژی بهینه فراهم می‌نماید. در مثالهای حل شده، توپولوژی بهینه در میان چهار توپولوژی مذکور تعیین شده است.

کلیدواژگان: بهینه‌سازی، بهینه‌سازی هندسه و سطح مقطع، شبکه دولایه، روش معیار بهینگی، روش میانیابی درجه دو.

۱- مقدمه

شبکه دولایه، دارای دولایه(شبکه) از اعضا است که توسط اعضایی به نام «اعضای جان» به یکدیگر متصل شده‌اند. کارهای انجام شده در گذشته نشان داده است که بهینه‌سازی سطح‌مقطع اعضای شبکه‌های دو لایه، تأثیر بسیار زیادی بر کاهش وزن آنها دارد [۱-۴]. در این تحقیق سعی شده تا یک متغیر هندسی که همان ارتفاع سازه است، به مسأله بهینه‌سازی وارد شود. این تحقیق نشان می‌دهد که اگرچه این کار تا حد زیادی به پیچیدگی مسأله می‌افزاید، اما تأثیر قابل توجهی بر کاهش وزن سازه دارد.

با آنکه در زمینه بهینه‌سازی سطح مقطع و هندسه خرپاهای مستوی تحقیقات زیادی انجام شده [۵-۷] لیکن در زمینه بهینه‌سازی سازه‌های فضاکار، کار چندان زیادی صورت نگرفته است. در سال ۱۹۸۶ سلاجقه و واندرپلاتس[1] توصیه کردند که برای افزایش کارایی روشهای تقریبی بهینه‌سازی سازه‌های فضاکار، به جای تقریب زدن تنش‌ها برحسب متغیرهای طراحی، از تقریب

1.Vanderplaats

Archive of SID

www.SID.ir

نیروها استفاده شود [۱]. در سال (۱۹۹۲) سلاجقه و واندرپلاتس برای بهینه‌سازی گسسته سازه‌های فضاکار، ابتدا با استفاده از روشهای تقریبی، متغیرهای طراحی را به‌صورت پیوسته محاسبه کرده و سپس از جوابهای به‌دست آمده به روش B&B[1]، جوابهای گسسته را پیدا کردند [۲]. در سال ۱۹۹۵ سلاجقه همین مسأله را به روش MMA[2] حل کرد. در این روش در هر گام بهینه‌سازی ابتدا با استفاده از حد بالا و پایین مرحله‌ای برای هر متغیر، مسأله بهینه‌سازی به‌صورت یک مسأله محدب و جداپذیر تشکیل شده و سپس فرمولبندی مذکور به روشهای دوگانی حل می‌شود. پس از یافتن مقادیر متغیرهای طراحی به‌صورت پیوسته، مسأله دیگری به همان روش MMA برای یافتن مقادیر متغیرهای طراحی به‌صورت گسسته حل می‌شود [۳]. در سال ۲۰۰۱ عیسی و جواد سلاجقه برای بهینه‌سازی گسسته سازه‌های فضاکار، ابتدا مسأله بهینه‌سازی پیوسته را با استفاده از روش DQA[3] حل کرده و سپس با استفاده از یک تابع جریمه، جوابهای گسسته را از جوابهای پیوسته استخراج کردند [۴].

۲- فرمولبندی مسأله بهینه‌سازی

به منظور بهینه‌سازی، نخست مسأله به شکل استاندارد مسائل بهینه‌سازی (مرکب از تابع هدف و تعدادی قید) نوشته و سپس برای حل آن از الگوریتم مناسب استفاده می‌شود. بدیهی است که مسأله بهینه‌سازی به‌دست آمده متأثر از فرضیات به کار رفته است. فرضیاتی که در این تحقیق استفاده شده به شرح زیر هستند:

۱) تحلیل و طراحی به‌صورت الاستیک صورت می‌گیرد؛ ۲) توپولوژی سازه مشخص است؛ ۳) بارها به‌صورت متمرکزبوده و به گره‌ها وارد می‌شوند؛ ۴) بارها از نوع استاتیکی هستند؛ ۵) رفتار سازه به‌صورت خرپایی فرض شده و از نیروهای برشی و خمشی در اعضا به علت کوچک بودن صرف‌نظر شده است؛ ۶)پروفیل‌های استفاده شده از نوع پروفیلهای دایره‌ای شکل هستند؛ ۷) آیین‌نامه طراحی، مقررات ملی ساختمان (مبحث دهم) است.

۲-۱- تابع هدف

تابع هدف در این تحقیق وزن سازه است. با توجه به اینکه برای هرالمان i داریم:

$$w_i = \rho\, L_i A_i \qquad (۱)$$

که در آن ρ چگالی L_i طول المان و A_i سطح مقطع المان است. در نتیجه برای کل سازه داریم :

$$W = \sum_{i=1}^{m} w_i = \sum_{i=1}^{m} \rho L_i A_i \qquad (۲)$$

که در آن m تعداد اعضای سازه است.

با توجه به متغیر بودن ارتفاع شبکه دولایه، طول اعضای جان تابعی از ارتفاع شبکه می‌باشد. لذا اعضای موجود در شبکه‌های دو لایه را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: اعضای جان و اعضای غیر جان. طول اعضای جان تابعی از ارتفاع سازه (Z) بوده و اعضای غیر جان که در واقع اعضای شبکه‌های بالا و پایین می‌باشند، افقی بوده و پارامتر هندسی یعنی ارتفاع سازه (Z) در طول آنها دخالت ندارد. بنابراین رابطه (۲) را می‌توان چنین نوشت:

$$W = \sum_{i=1}^{m^h} \rho L_i^h A_i + \sum_{j=1}^{m^w} \rho L_j^w A_j \qquad (۳)$$

که در آن m^w و m^h به‌ترتیب تعداد اعضای جان و تعداد اعضای غیر جان (افقی) هستند. در رابطه (۳) عبارت اول فقط حاوی متغیر سطح مقطع (A_i) و خطی است در حالی‌که عبارت دوم حاوی هر دو متغیر سطح مقطع (A_i) و طول عضو (L_i) بوده و از این‌رو غیرخطی است. بنابراین تابع هدف، تابعی غیرخطی خواهد بود.

۲-۲- قیدهای طراحی

۲-۲-۱- قیدهای تنش

با توجه به اینکه اعضای شبکه‌های دولایه به صورت خرپایی در نظر گرفته شده و طراحی شوند، تنش موجود

1. Branch & Bound
2. Method of Moving Asymptotes
3. Diagonal Quadratic Approximation

Archive of SID
www.SID.ir

در اعضا، منحصر به تنش‌های محوری بوده و قیدهای مربوط، از محدودسازی تنش به تنش حد تسلیم (درکشش) یا تنش حد کمانش (درفشار) به‌وجود می‌آیند.

۲-۲-۲- قید تغییرمکان

هر چند روش بهینه‌سازی به‌کاررفته، محدودیتی برای تعداد قیدهای تغییر مکان ایجاد نمی‌کند، در تحقیق حاضر در فرمولبندی مسأله بهینه‌سازی، به یک قید تغییرمکان اکتفا شده است. این قید تغییرمکان درحقیقت حداکثر افت (شکم) مجاز سازه را تعیین می‌کند. به طور معمول این مقدار را می‌توان بین ۰/۰۰۴۲ تا ۰/۰۰۲۷ طول دهانه در نظر گرفت.

۲-۲-۳- محدودیتهای متغیرهای طراحی

برای متغیرهای سطح مقطع، مقادیر حداقل و حداکثر با توجه به شرایط موجود در نظر گرفته می‌شود و همچنین از آنجا که معمولا ارتفاع شبکه‌های دو لایه، بین ۰/۰۲۵ تا ۰/۰۵ طول دهانه در نظر گرفته می‌شود، این دو مقدار به عنوان حدود بالا و پایین متغیر هندسی در نظر گرفته شده‌اند.

۲-۳- فرمولبندی مسأله

با توجه به مطالب گفته شده، فرمولبندی مسأله بهینه‌سازی را در مجموع می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$
\begin{aligned}
&Min \qquad W(\vec{X},Z)=\sum_{i=1}^{m}\rho L_i\,X_i \\
&s.t \\
&\frac{\sigma_j}{Fa_j}-1\le 0 \qquad j=1,.....,m \\
&\frac{\Delta^d}{\Delta^a}-1\le 0 \\
&X_i^L\le X_i\le X_i^U \qquad i=1,...,nx \\
&\frac{L}{40}\le Z\le\frac{L}{20}
\end{aligned}
\tag{۴}
$$

۳- بازنویسی قیدها به طور صریح برحسب متغیرهای طراحی

مشکلی که در بهینه‌سازی سازه‌ها از ابتدا جلوه می‌کند، عدم وجود روابط ریاضی صریح برای تعریف قیود طراحی است. راه حلی که برای این مشکل ارائه شده، باز نویسی قیدهای طراحی با استفاده از بسط به سری تیلور است [۸]. به‌طور مثال برای بردار جابه‌جایی Δ که مبنای محاسبه نیروهای داخلی و تنش‌ها در اعضای سازه‌ای است، می‌توان نوشت

$$
\begin{aligned}
\Delta=\Delta^0+\vec{\nabla}\Delta^{0^T}(\vec{X}-\vec{X}^0)+ \\
\frac{1}{2}(\vec{X}-\vec{X}^0)^T.H_\Delta.(\vec{X}-\vec{X}^0)+R
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

در رابطه فوق، $\vec{X}$ بردار متغیرهای طراحی و $\vec{X}_0$ بردار مقادیر اولیه برای آنها است، Δ جابه‌جایی یکی از گره‌های سازه و Δ_0 بردار جابه‌جایی آن گره به ازای مقادیر $\vec{X}^0$ برای متغیرهای طراحی است. $\vec{\nabla}\Delta$ و H_Δ به ترتیب گرادیان و ماتریس هسین جابه‌جایی مورد نظر است؛ R مقدار خطای تقریب می باشد. چنانچه در رابطه (۵) ماتریس هسین و گرادیان تغییرمکان گره مورد نظر، قابل محاسبه باشند، رابطه مذکور بیان صریحی از Δ بر حسب متغیرهای طراحی خواهد بود. با حفظ جملات اول و دوم، رابطه فوق به یک ارتباط غیرخطی محدود می‌شود که البته تقریبی است. برای بهتر شدن تابع تقریبی می‌توان از جمله سوم نیز استفاده کرد که در این‌صورت رابطه مذکور بر حسب متغیرهای طراحی، غیرخطی خواهد بود.

به همین ترتیب بازنویسی قید تنش در هر عضو دلخواه به صورت زیر است :

$$
\begin{aligned}
\sigma=\sigma^0+\vec{\nabla}\sigma^0(\vec{X}-\vec{X}^0)+ \\
\frac{1}{2}(\vec{X}-\vec{X}^0).H_\sigma.(\vec{X}-\vec{X}^0)+R
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

طبیعی است که برای رسیدن به شکل صریح برای قیود جابه‌جایی و تنش از روابط (۵) و (۶) به مشتقات مرتبه اول (∇) و مشتقات مرتبه دوم (H) نیاز است.

Archive of SID
www.SID.ir

۳-۱- تحلیل حساسیت

محاسبه مشتق‌های مرتبه اول نسبت به متغیرهای طراحی- که تحلیل حساسیت خوانده می شود- با توجه به عدم وابستگی بردار نیروهای وارد بر سازه نسبت به متغیرهای طراحی برای قیدهای جابه‌جایی به صورت زیر انجام می‌شود [۹] :

$$\frac{\partial \vec{\Delta}}{\partial X_i} = K^{-1}(-\frac{\partial K}{\partial X_i}.\vec{\Delta}) \qquad (۷)$$

مطابق روابط موجود در تحلیل ماتریسی سازه‌ها تنش در هر عضو خرپایی از رابطه زیر به‌دست می‌آید :

$$\sigma_k = \frac{E}{L_k}.\vec{R}_k(\vec{\Delta}_j - \vec{\Delta}_i) \qquad (۸)$$

در این رابطه، E مدول الاستیسیته، R_k بردار تبدیل مختصات کلی به مختصات محلی عضو شماره k، L_k طول عضو، $\vec{\Delta}_j$ و $\vec{\Delta}_i$ به ترتیب بردار جابه‌جایی گره انتهایی و ابتدایی عضو مذکور است. به این ترتیب با مشتق گیری از رابطه (۸) می‌توان حساسیت تنش در عضو k را نسبت به متغیر طراحی pام به‌دست آورد :

$$\frac{\partial \sigma_k}{\partial X_p} = \frac{E}{L_k}\vec{R}_k(\frac{\partial \vec{\Delta}_j}{\partial X_p} - \frac{\partial \vec{\Delta}_i}{\partial X_p}) \qquad \begin{matrix} k=1,...,m \\ p=1,...,nx \end{matrix} \qquad (۹)$$

۴- الگوریتم بهینه‌سازی

اضافه کردن متغیرهندسی به مسأله بهینه‌سازی سطح مقطع، موجب می‌شود که تابع هدف شکل یکنوای خود را از دست بدهد و کارایی الگوریتمهای مختلف برای حل مسأله کاهش یابد. لذا در این تحقیق برای حل مسأله بهینه‌سازی، یک روش تکراری دومرحله‌ای ارائه شده است، که در آن، در هر تکرار از دو الگوریتم مختلف و در دو مرحله به شرح زیر برای بهینه‌سازی سطح‌مقطع و ارتفاع سازه استفاده می‌شود.

۴-۱- مرحله اول: بهینه‌سازی سطح مقطع به روش معیار بهینگی

در مرحله اول بهینه‌سازی، هندسه سازه ثابت فرض می‌شود و فرمولبندی بهینه‌سازی به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned} &\min \quad W(\vec{X}) \\ &\text{s.t.} \qquad\qquad (۱۰) \\ &\frac{\sigma_j(\vec{X})}{Fa_j} - 1 \le 0 \\ &\frac{\Delta^d(\vec{X})}{\Delta^a} - 1 \le 0 \\ &1 \le X_i \le 75 \qquad i = 1,...,nx \end{aligned}$$

برای حل مسأله فوق از روش معیار بهینگی استفاده شده است.

۴-۱-۱- روش معیار بهینگی(OC)[1]

معادله (۱۱) یکی از شرایط اساسی کان-تاکر برای بهینه بودن هر نقطه‌ای از فضای طراحی است [۷،۱۰] و بیان می‌کند که در نقطه بهینه، گرادیان تابع هدف با علامت منفی، ترکیب خطی مثبتی از قیود فعال مسأله است.

$$-\nabla W = \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j \nabla g_j \;\Leftrightarrow\; -\frac{\partial W}{\partial X_i} = \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j \frac{\partial g_j}{\partial X_i} \qquad (۱۱)$$

با تقسیم رابطه (۹) بر $\frac{\partial W}{\partial X_i}$ و ضرب کردن دو طرف عبارت در X^{γ} وسپس محاسبهٔ ریشه γام آن و استفاده از بسط مرتبه اول دو جمله‌ای خواهیم داشت [۱۱]:

$$X_i^{(r+1)} = X_i^{(r)}\left[1 - \frac{1}{\gamma}\left[1 + \sum_{j=1}^{n_1}\lambda_j \frac{(\frac{\partial g_j}{\partial X_i})}{(\frac{\partial W}{\partial X_i})}\right]\right] \qquad (۱۲)$$

که در آن n_1 تعداد قیود فعال است. λ_j ها ضرایب لاگرانژ و γ طول گام است که در این تحقیق برابر ۵ منظور شده است. عدم وابستگی رابطه (۱۲) به تعداد متغیرهای طراحی، این روش را به روشی کارامد و مؤثر

1. Optimality Criteria Method

Archive of SID
www.SID.ir

برای بهینه‌سازی سطح مقطع شبکه‌های دو لایه تبدیل کرده است.

۴-۱-۲- ضرایب لاگرانژ

برای استفاده از رابطه بازگشتی (۱۲) ابتدا ضرایب لاگرانژ باید محاسبه شوند. از میان مهمترین روشهای محاسبه ضرایب لاگرانژ، می‌توان به روش حل همزمان دستگاه معادلات [۱۰،۱۱]، روش گوس- سیدل اصلاح شده [۱۲] و نیز روش بازگشتی [۱۲] اشاره کرد. نشان داده شده است که دو روش اول گاهی به جوابهای نادرست منجر می‌شوند [۱۳] و روش سوم نیز نیاز به فرض کردن مقدار اولیه برای ضرایب لاگرانژ داشته و چندان کارامد نیست. در این تحقیق برای محاسبه ضرایب لاگرانژ از روش زیر مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم- که برای حل نامعادلات با شرایط مکمل، توسط **محرمی** مطرح و توسط **ریاضی** [۱۴] و **علوی‌نسب** [۱۳] و **عدالت** [۱۵] به کار گرفته شده-، استفاده شده است. این روش در واقع مبتنی بر حل یک مسأله برنامه‌ریزی درجه دو (QP)[1] برای حل دستگاه نامعادلات $Q.\vec{\lambda} \geq \vec{R}$ با اعمال شروط مکمل $\{\vec{\lambda}.(Q.\vec{\lambda} - \vec{R}) = \vec{0}$ و $\vec{\lambda} \geq \vec{O}\}$ تعریف شده و برتری های قابل توجهی نسبت به روشهای قبلی دارد [۱۳]. مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم مذکور به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\min \quad W'(\vec{\lambda}) = \sum_{k=1}^{n_1} \lambda_k \left(\sum_{j}^{n_1} Q_{kj}\lambda_j - R_k\right)$$
$$s.t. \qquad (۱۳)$$
$$[Q]\cdot\{\lambda\} \geq \{R\}$$

که در آن درایه‌های ماتریس [Q] وبردار {R} چنین به‌دست می‌آیند [۱۲] :

$$Q_{kj} = \sum_{i=1}^{ndv} X_i \frac{(\frac{\partial g_k}{\partial X_i})(\frac{\partial g_j}{\partial X_i})}{(\frac{\partial W}{\partial X_i})} \qquad k, j = 1,\ldots,n_1$$

$$R_k = \gamma.g_k - \sum_{i=1}^{ndv} X_i(\frac{\partial g_k}{\partial X_i}) \qquad (۱۴)$$

ndv تعداد متغیرهای طراحی است.

۴-۱-۳- الگوریتم طراحی بهینه سطح مقطع‌ها

الگوریتم گام به گام طراحی بهینه سطح مقطع را می‌توان چنین بیان کرد :

گام ۱) وارد کردن مشخصات هندسی سازه، مشخصات فیزیکی اعضا، بارگذاری و...

گام ۲) تحلیل سازه و به‌دست آوردن تغییر مکانهای گرهی، نیروهای عضوی، تنش مجاز اعضا، مقدار قیود و نیز ضرایب عملکرد[2]

گام ۳) در صورت نیاز مقیاس کردن سازه

گام ۴) انتخاب قیدهای بالقوه فعال بر اساس نسبت تنش موجود به تنش مجاز. این نسبت که ضریب عملکرد نامیده می‌شود، برای قیدهای تنشی ۰/۸ و برای قیدهای جابه‌جایی برابر ۰/۹ انتخاب شده است.

گام ۵) محاسبه حساسیت قیدهای فعال به منظور بیان صریح قیود فعال

گام ۶) بهینه‌سازی به روش معیار بهینگی به شرح زیر:

گام ۶-۱) محاسبه ضرایب لاگرانژ برای قیود فعال با استفاده از حل برنامه‌ریزی درجه دوم (۱۳)

گام ۶-۲) بهنگام‌سازی مقدار متغیرهای طراحی بااستفاده از رابطه بازگشتی(۱۲)

گام ۶-۳) اعمال قیدهای حد بالا و پایین متغیرها در صورت نیاز

گام ۶-۴) کنترل همگرایی محلی روش معیار بهینگی برای متغیرهای طراحی در صورت همگرایی گام بعد (۷)، در غیر این‌صورت بازگشت به گام ۶-۱

گام ۷) برای اندازه جدید متغیرهای طراحی، سازه مجددا تحلیل و قیدهای طراحی کنترل می‌شود. اگر طراحی در

1. Quadratic Programming

2. Stress Ratio

Archive of SID
www.SID.ir

محدوده قابل قبول قرار داشت، انتقال به گام (۸) در غیر اینصورت انتقال به گام (۳)

گام ۸) اگر همه متغیرهای طراحی دو باره با مقادیر سیکل قبل (با تقریب مناسب) مساوی شدند و تابع هدف نیز به سمت یک مقدار مشخص (کمینه) همگرا شده، فرایند طراحی متوقف شده و جوابهای به‌دست آمده، جوابهای بهینه هستند. در غیر این‌صورت ادامه روند از گام (۴).

۴-۲- مرحلهٔ دوم: بهینه‌سازی ارتفاع

بنابرآنچه ذکر شد در مرحله اول بهینه‌سازی، وزن بهینه سازه و نیز سطح مقطع‌های بهینه برای یک ارتفاع مشخص محاسبه می‌شوند. بنابراین برای هر ارتفاع داده شده می‌توان وزن بهینه سازه (W_{opt}) متناظر را به‌دست آورد. از آنجا که وزن شبکه دو لایه تابعی از ارتفاع است $W = W_{opt}(Z)$ ، بهینه‌سازی در مرحله دوم بر حسب متغیر هندسی (Z) انجام می‌شود. به این منظور با فرض آنکه W_{opt} تابع یکنوایی از ارتفاع شبکه است، می‌توان کمینه تقریبی تابع W_{opt} را با استفاده از سه نقطه روی آن و عبور یک منحنی درجه دو (سهمی) از آنها و معادل قرار دادن کمینه تابع اصلی و سهمی به‌دست آمده، به‌دست آورد. این روش در بهینه‌سازی روش میانیابی درجه دو(QI)[1] نامیده می‌شود و در این تحقیق در حلقه تکرار بهینه‌سازی از آن استفاده شده است. نتیجه به‌کارگیری این روش نشان می‌دهد که این روش از سرعت همگرایی خوبی برای حل اینگونه مسائل برخوردار است.

الگوریتم تکراری روش میانیابی درجه دوم به این شکل است که با استفاده از موقعیت کمینه تابع درجه دوم در تکرار قبل و دو نقطه نزدیک به آن سهمی جدیدی از این سه نقطه عبور داده می شود. این کار آنقدر تکرار می‌شود تا نقطه کمینه آخرین سهمی با تقریب خوبی برابر با نقطه کمینه تابع سهمی قبلی شود. در این تحقیق برای سه نقطه شروع فرایند بهینه‌سازی، از حد بالا و پایین متغیر هندسی و میانگین این دو مقدار استفاده شده است.

بنابر آنچه در دو بخش پیشین ذکر شد، الگوریتم بهینه‌سازی، نوعی الگوریتم تکراری دو مرحله‌ای است که در هر تکرار آن، یک‌بار از روش معیار بهینگی (OC) برای بهینه‌سازی سطح مقطع و یک‌بار از روش میانیابی درجه دو (QI) برای بهینه‌سازی ارتفاع لایه استفاده می‌شود و فرایند بهینه‌سازی آنقدر تکرار می‌شود تا مقادیر ارتفاع و سطح مقطع همگرا شوند. شکل۱ نمودار کلی جریان بهینه‌سازی هندسه و سطح مقطع را برای سازه داده شده، نشان می‌دهد.

۵- مثالهای حل شده

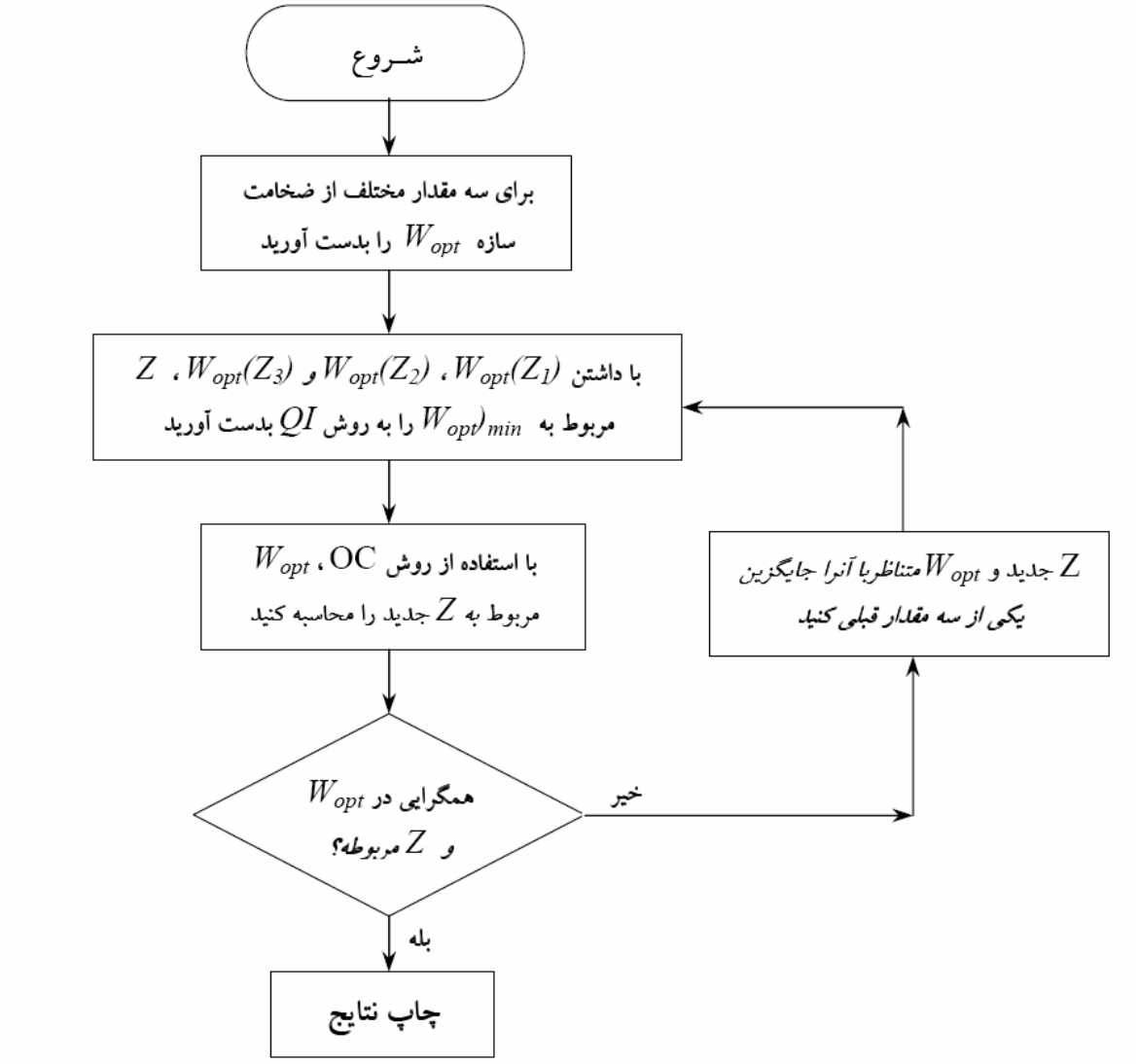
با توجه به الگوریتم‌های ارائه شده، یک برنامه کامپیوتری تنظیم شده که با استفاده از آن، ارتفاع و سطح مقطع بهینه اعضای شبکه دو لایه، به‌طور خودکار محاسبه می‌شوند. از این برنامه برای بهینه‌سازی پوشش فضای مشخصی استفاده شد. به این منظور چهار توپولوژی مختلف که در صنعت ایران بیشتر رایج است، مورد توجه قرار گرفت.

این چهار توپولوژی عبارتند از : مربع روی مربع (SOS)، لوزی روی لوزی (DOD)، مربع روی لوزی (SOD) و لوزی روی مربع (DOS). جنس سازه‌ها از فولاد با تنش تسلیم ۲۴۰۰ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع و مدول الاستیسیته $۲/۱ \times ۱۰^{۶}$ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع است. بر روی این سازه‌ها یک بار گسترده به مقدار ۶۰۰ کیلوگرم بر متر مربع اثر می‌کند. محل تکیه‌گاهها برای هر چهار سازه ثابت در نظر گرفته شده و دور تا دور لایه زیرین قرار دارند.

توپولوژیهای انتخاب شده برای پوشش فضای مذکور در اشکال ۲ تا ۵ نشان داده شده‌اند. دایره‌های سیاه‌رنگ، محل تکیه‌گاهها را مشخص می‌کنند.

2- Quadratic Interpolation Method

Archive of SID
www.SID.ir



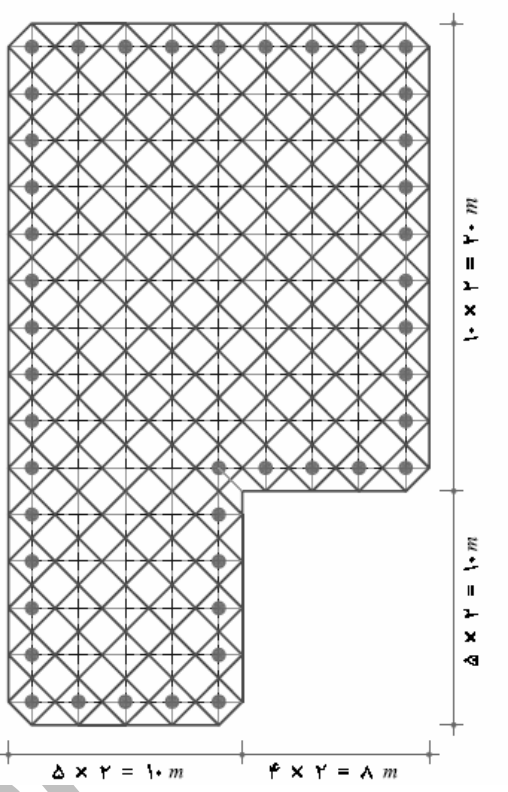
شکل ۱ نمودار جریان کلی بهینه‌سازی هندسه و سطح مقطع

خطوط ضخیم اعضای لایه بالایی، خطوط نازک اعضای جان و خط‌چین‌ها اعضای لایه پایین را نشان می‌دهند. لازم است ذکر شود که در نمای دید از بالا، اعضای جان و اعضای زیرین توپولوژیهای SOD، DOS بر یکدیگر منطبق دیده می‌شوند. مقایسه توپولوژیهای مختلف از نظر تعداد گره و عضو در جدول ۱ ارائه شده است. بر اساس ارقام این جدول، توپولوژی SOS دارای کمترین تعداد گره و عضو و توپولوژی DOD دارای بیشترین تعداد گره و عضو است. بدیهی است تعداد درجات آزادی هر یک از این سازه‌ها می‌تواند معیاری برای هزینه تحلیل (زمان، حجم حافظه اشغال شده و . . .) باشد.

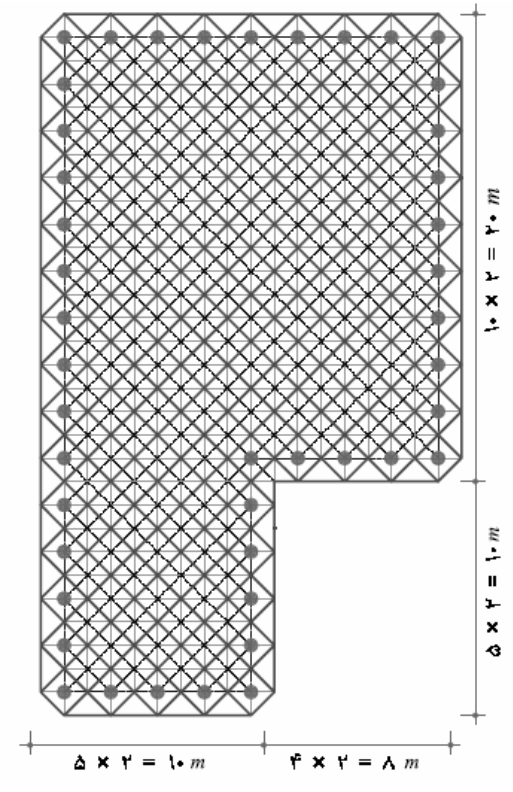
جدول ۱ مقایسه توپولوژیهای مختلف از نظر تعداد گره، عضو و درجات آزادی

توپولوژی	تعداد عضو	تعداد گره	درجه آزادی
لوزی روی لوزی (***DOD***)	۱۵۷۰	۴۸۱	۱۴۴۳
لوزی روی مربع (***DOS***)	۱۱۷۰	۲۸۹	۸۶۷
مربع روی لوزی (***SOD***)	۱۱۲۶	۳۴۷	۱۰۴۱
مربع روی مربع (***SOS***)	۹۲۰	۲۵۵	۷۶۵

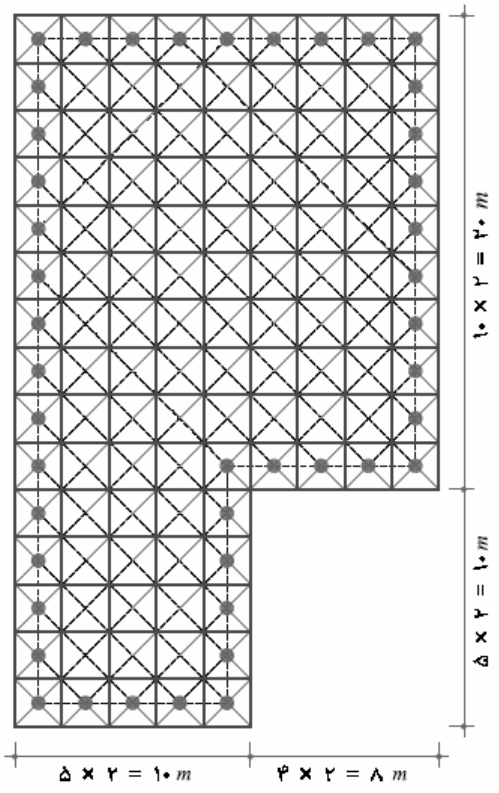
Archive of SID
www.SID.ir



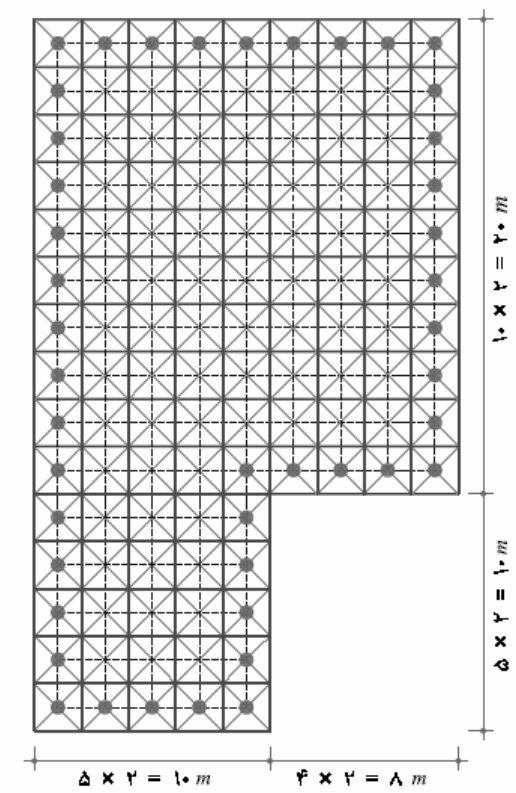
شکل ۲ توپولوژی مربع روی مربع



شکل ۳ توپولوژی مربع روی لوزی



شکل ۴ توپولوژی لوزی روی مربع

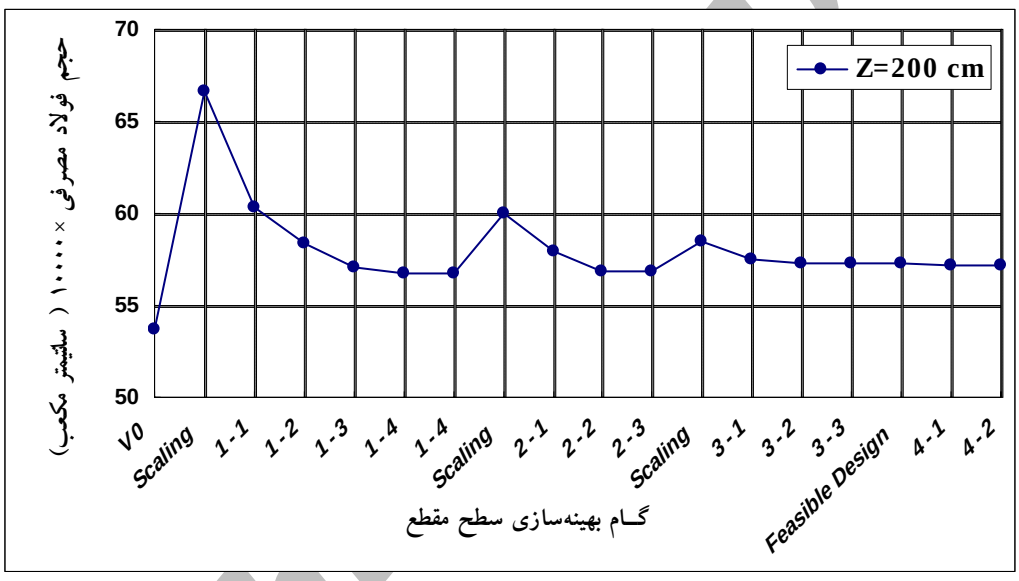


شکل ۵ توپولوژی لوزی روی لوزی

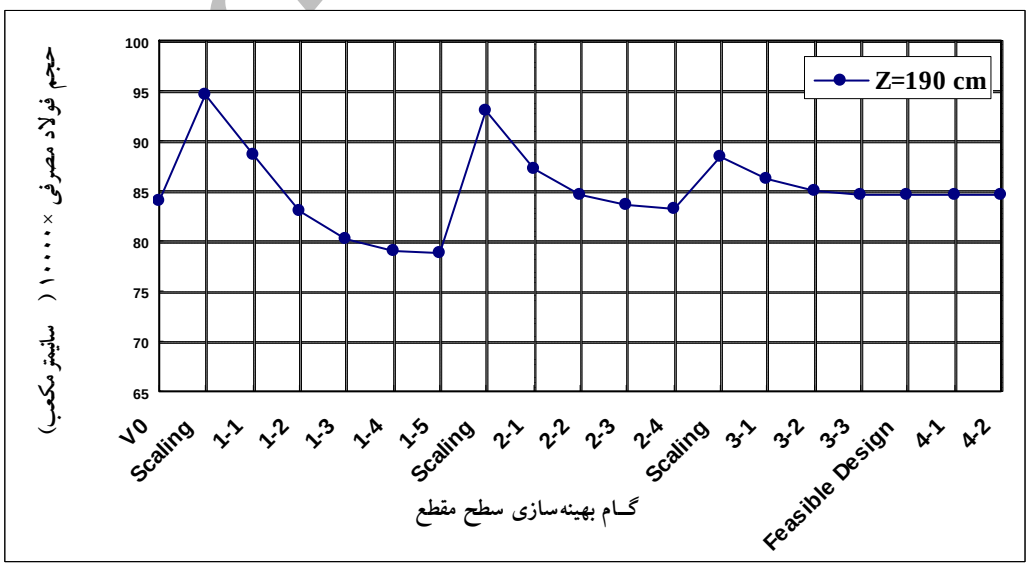
www.SID.ir

شکل ۶ و ۷ نمودارهای تفصیلی فرایند بهینه‌سازی سطح مقطع را (به روش معیار بهینگی) برای دو نمونه از توپولوژیها، یکی برای توپولوژی SOD با ارتفاع ۲۰۰ سانتیمتر و دیگری برای توپولوژی DOD برای ارتفاع ۱۹۰ سانتیمتر نشان می‌دهد. نکته‌ای که باید در بارهٔ نمودارهای مذکور ذکر شود این است که در پایان گامهای اول و دوم بهینه‌سازی، جوابهای به دست آمده، قیود خطی شده (تقریب درجه اول بسط سری تیلور) را کاملاً ارضا می کنند؛ اما چون قیود غیرخطی و واقعی را ارضا نمی‌کنند، ضروری است که پاسخهای به‌دست آمده- یعنی سطح مقطعها- مقیاس شوند و فرایند بهینه‌سازی، یک سیکل دیگر نیز ادامه یابد.

این عمل تا زمانی‌که پاسخهای انتهایی قیود اصلی را هم ارضا نکنند ادامه می‌یابد. همانطور که مشاهده می‌شود، در مورد این مثال، پاسخهای نهایی سیکل سوم و چهارم، قیود خطی شده و همچنین قیود اصلی را ارضا می‌کنند.



شکل ۶ نمودار بهینه‌سازی سطح‌مقطع توپولوژی مربع روی لوزی(SOD)



شکل۷ نمودار بهینه‌سازی سطح‌مقطع توپولوژی لوزی روی لوزی(DOD

www.SID.ir

ضمنا همانطور که مشاهده می شود جواب بهینه نهایی، نسبت به اولین جواب قابل قبول که همان جواب مقیاس شده است، به ترتیب برای نمودارهای ۶ و ۷ حدود ۱۴/۱۲ و ۱۰/۴۰ درصد صرفه‌جویی را در مصرف مصالح نشان می‌دهد.

شکل ۸ فرایند بهینه‌سازی هندسی هر چهار سازه را در کنار هم نشان می‌دهد. هر یک از نقاط نشان داده شده در این شکل یک نقطه کمینه برای تابع سهمی در مرحله بهینه‌سازی مربوط است. اولین نقاط به دست آمده، در حقیقت نقطه کمینه اولین تابع درجه‌دوم عبور داده شده از سه نقطه آغازین است.

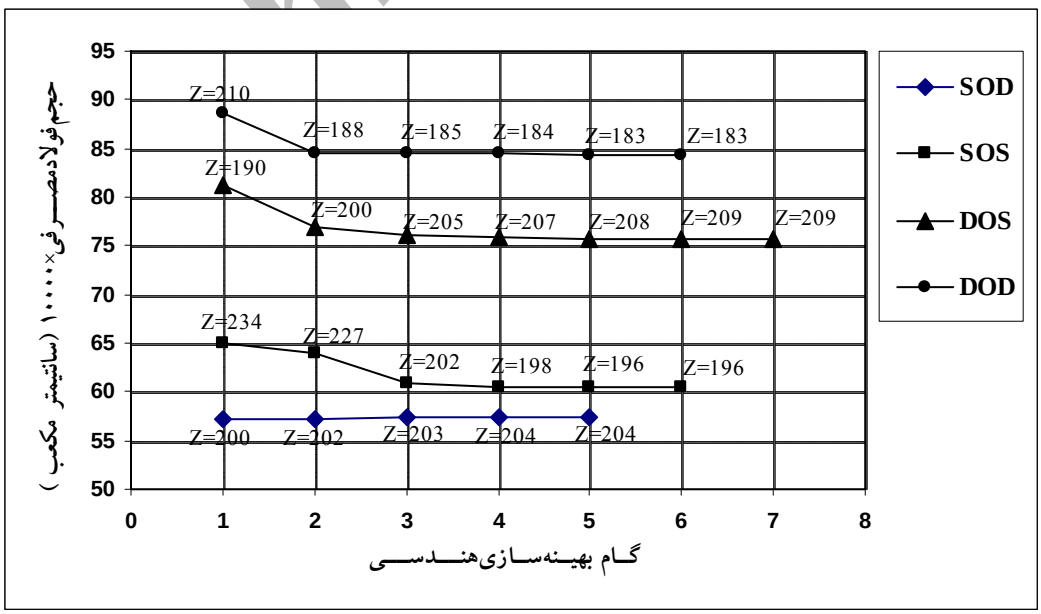
همانطور که از نمودارها برمی‌آید، وزن سازه برای اولین جواب به‌دست آمده، به مقدار قابل توجهی به وزن بهینه نهایی نزدیک است. این نکته در واقع کارایی روش میانیابی درجه دو را برای بهینه‌سازی ارتفاع شبکه‌های دولایه نشان می‌دهد. در شکل ۹، نمودار وزن بهینه سازه W_{opt} بر حسب ارتفاع، با استفاده از نقاط به‌دست آمده از بهینه‌سازی هندسی و چند نقطه کمکی دیگر ترسیم شده است.

نزدیک بودن شکل نمودارهای نشان داده شده به شکل تابع درجه دوم، توجیه دیگری برای کارایی الگوریتم به‌کار رفته برای بهینه‌سازی هندسی است. در شکل ۱۰ نمودار میله‌ای وزن سازه‌های دارای سطح مقطع و ارتفاع بهینه نشان داده شده است. همانطور که از نمودارها برمی‌آید، انتخاب توپولوژی مناسب (در این مثال) می‌تواند تا ۴۷ درصد در کاهش وزن سازه ومصرف مصالح مؤثر باشد.

۶- نتیجه‌گیری

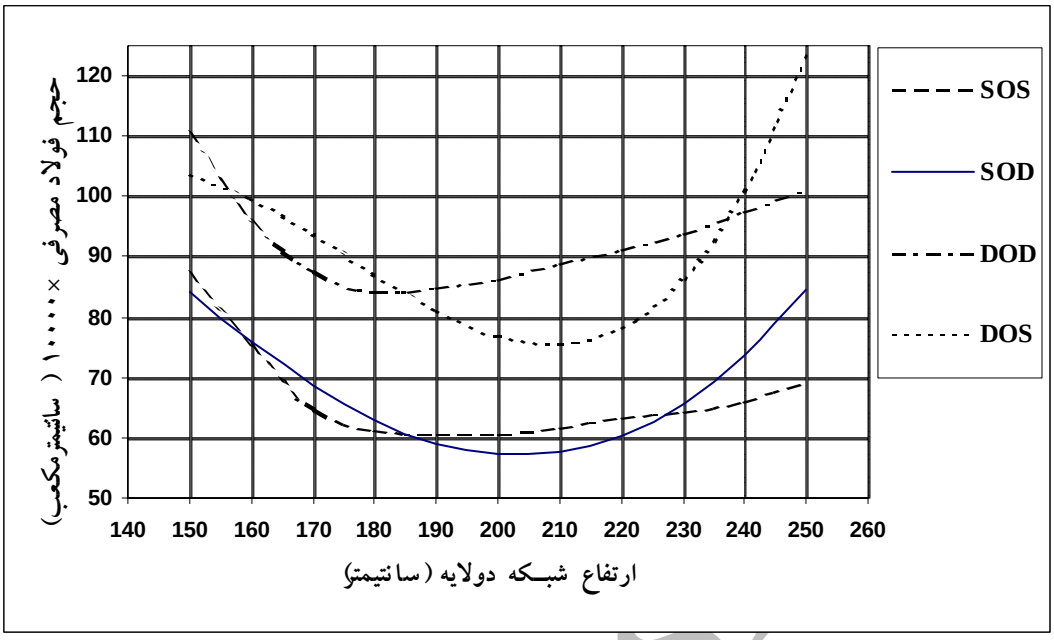
کارهایی که در گذشته در زمینه بهینه‌سازی سازه‌های فضاکار به روش برنامه ریزی ریاضی انجام شده، محدود است به بهینه‌سازی سطح مقطع اعضای سازه. در این تحقیق الگوریتمی برای طراحی بهینه توأم سطح‌مقطع و ارتفاع سازه‌های فضا کار ارائه شده که می‌تواند به صرفه‌جویی بیشتری در مصالح بینجامد.

هر گام از فرایند بهینه‌سازی به دو مرحله تقسیم می‌شود : بهینه‌سازی سطح مقطع به روش معیار بهینگی و بهینه‌سازی ارتفاع به روش میانیابی درجه دو.

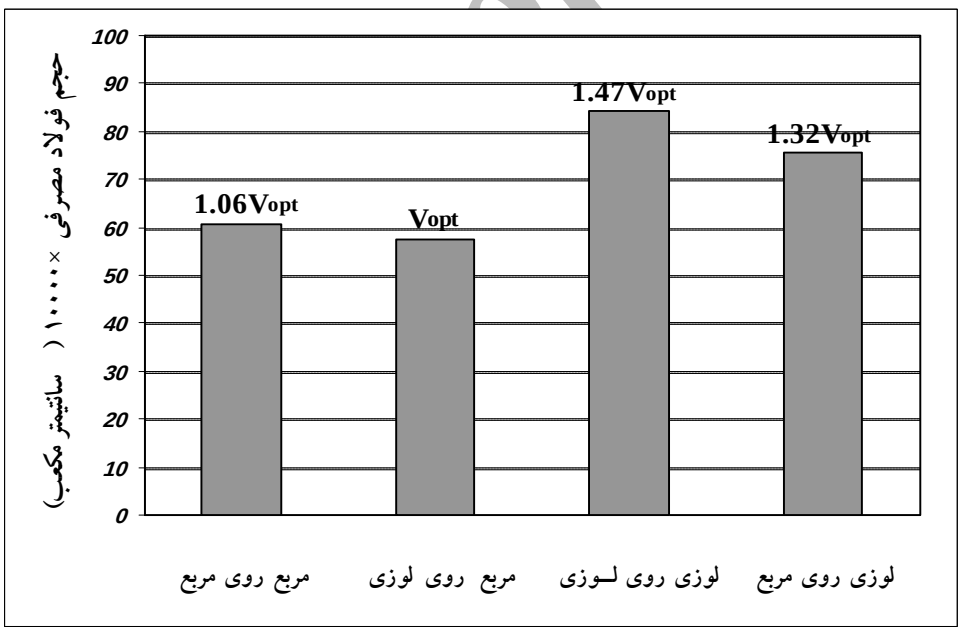


شکل ۸ نمودار فرایند بهینه سازی هندسی توپولوژیهای مختلف

www.SID.ir



شکل ۹ نمودار تغییرات وزن بهینه توپولوژیهای مختلف بر حسب ارتفاع شبکه های دو لایه



شکل ۱۰ نمودار وزن سازه‌های دارای سطح مقطع و ارتفاع بهینه

با استفاده از الگوریتم ارائه شده، برنامه‌ای نوشته شد و بهینه‌سازی ارتفاع و سطح مقطع برای چهار توپولوژی متفاوت انجام شد. مشاهده شد که برنامه کامپیوتری حاضر براحتی می‌تواند درانتخاب توپولوژی مناسب به مهندسان کمک کند و همچنین می تواند صرفه‌جویی قابل توجهی را در مصالح و هزینه‌ها برای کارفرمایان به ارمغان آورد.

www.SID.ir

۷- منابع

[1] Salajegheh E., "Vanderplaats G.N.; "An Efficient Approximation Method for Structural Synthesis with Reference to Space Structures"; International Journal of Space Structures, Vol. 2, 1986, pp 165-175.

[2] Salajegheh E., Vanderplaats G.N.; "Efficient Optimum Design of Structures with Discrete Design Variables"; International Journal of Space Structures, Vol. 8, 1992, pp 199-208.

[3] Salajegheh E.; "Optimum Design of Structures with Reference to Space Structures"; International Journal of Space Structures, Vol. 10, No 4, 1995, pp.205-214.

[4] Salajegheh E., Salajegheh J.; "Continuous-Discrete Variable Optimization of Space Structures with Sizing Variable Using Approximation Methods"; International Journal of Space Structures, vol 16 , No 4, 2001 , pp 237-51.

[5] Fleury C., Zhang W.H., Domaszewski M.; "A New Mixed Approximation Method With Application for Truss Configuration Optimization"; Structural Optimization, Vol. 15, No. 2, 1998, pp 237-241.

[6] Wang D., Zhang W.H., Jiang S.; "Combined Shape and Sizing Optimization of Truss Structures"; Computational Mechanics, Vol. 29, 2002, pp 307-312.

[7] Vanderplaats G.N., Hansen S.R.; "Approximation Method for Configuration Optimization of Trusses"; AIAA Journal, Vol. 28, No. 1, 1990, pp 161-167.

[8] Schmit L.A., Farshi B.; "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis"; AIAA J., No 12, 1974, pp 692-699.

[9] Arora J.S., Hang E.J.; "Methods of Design Sensitivity Analysis in Structural Optimization"; AIAA Journal, Vol. 17, No. 9, 1979., pp 970-974.

[10] Haftka R., Gurdal Z.; Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publisher; 1992.

[11] Morris A. J.; Foundation of Structural Optimization: A Unified Approach; John Wiley & Sons; 1982.

[12] Moharrami H.; "Design Optimization of Reinforced Concrete Building Frameworks"; PhD thesis; University of Waterloo; 1993.

[13] Moharrami H., Alavinasab S.A.; "Design Optimization of Seismic Resistant Steel Frames"; 8th International Conference on Civil and Structural Engineering Computing ; Vienna, Austria, 2001.

[۱۴] ریاضی مظلومی، مسعود؛ « تحلیل سازه‌ها با عناصر دارای ظرفیت محدود محوری»؛ پایان نامه کارشناسی ارشد به راهنمایی دکتر حمید محرمی؛ دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۷۷.

[۱۵] عدالت، حسن؛ «روش جدید تحلیل سازه‌ها با اتصالات نیمه‌گیردار دارای رفتار غیرخطی»؛ پایان‌نامه کارشناسی ارشد به راهنمایی دکتر حمید محرمی؛ دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۱.

Archive of SID

www.SID.ir