مجلهٔ فنی و مهندسی مدرس
شمارهٔ ٣٦، تابستان ١٣٨٨
«ویژه‌نامهٔ مهندسی عمران»

گسسته‌سازی تطبیقی احتمالاتی برای حل مسائل بهینه‌سازی پیوسته با استفاده از الگوریتم ژنتیک - کاربرد در بهینه‌سازی سازه

علی رحمانی فیروزجائی[1*]، محمدهادی افشار[2]

١- دانشجوی دکترای عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران
٢- دانشیار دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

***تهران، صندوق پستی ١٦٣-١٦٧٦٥**
ARahmani@IUST.ac.ir

(دریافت مقاله: آذر ١٣٨٥، پذیرش مقاله: خرداد ١٣٨٦)

چکیده- در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی صفحات استفاده شده است. از آنجاکه الگوریتم ژنتیک در اساس برای بهینه‌سازی مسائل گسسته ابداع شده، برای حل مسائل پیوسته، به روشی برای گسسته‌سازی فضای جستجو نیاز است. در این مقاله روش جدیدی برای گسسته‌سازی فضای جستجوی پیوسته ارائه شده که در آن تدقیق گسسته‌سازی به‌طور خودکار انجام می‌شود. روش پیشنهادی امکان رسیدن به جوابهای بهتر را با صرف هزینه‌های محاسباتی بیشتر فراهم می‌نماید. با به‌کارگیری روش گسسته‌سازی ارائه شده و الگوریتم ژنتیک، مسأله بهینه‌سازی برای گروهی از توابع شناخته شده در این زمینه تحقیقاتی حل و نتایج به‌دست آمده ارائه شده است. تأثیر پارامترهای روش، با ارائه جداول و نمودارهایی بررسی شده و در نهایت طرح بهینهٔ صفحه تنش مسطح ارائه و نتایج به‌دست آمده از روش ارائه شده، با نتایج روشهای دیگر مقایسه شده است.

کلید واژگان: بهینه‌سازی، گسسته‌سازی تطبیقی احتمالاتی، الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی سازه‌ها، صفحات.

١- مقدمه

طراحی بهینه سازه عبارت است از انتخاب متغیرهای طراحی به‌نحوی که وزن یا قیمت سازه به کمترین مقدار ممکن برسد و در عین حال قیدهای تنش و تغییر مکان ارضا شود. متغیرهایی طراحی مسائل بهینه‌سازی سازه می‌توانند متغیرهایی پیوسته یا گسسته باشند. در مسائل بهینه‌سازی سازه براساس روشهای برنامه‌ریزی ریاضی، تحقیقات متعددی انجام شده است [١-٤]. با توجه به اینکه روشهای برنامه‌ریزی ریاضی برای متغیرهای پیوسته توسعه یافته‌اند، لذا در تحقیقات انجام شده برای متغیرهای گسسته، در نظر گرفتن تمهیداتی لازم می‌نمود. مقاله هانسن و واندرپلاتس [٥] و همچنین مقاله سلاجقه و واندرپلاتس [٦] در زمینه بهینه‌سازی سازه‌ها با متغیرهای گسسته اندازه و شکل با به‌کارگیری روشهای برنامه‌ریزی ریاضی، نمونه‌ای از این تحقیقات را نشان می‌دهند.

روشهای برنامه‌ریزی ریاضی معمولاً براساس مشتقات تابع عمل می‌کنند و به‌همین دلیل برای مسائلی که در آنها تعداد بهینه‌های موضعی زیاد باشند، در یافتن نقطه بهینه کلی کارایی کمتری دارند و این هنگامی که فضای جستجو بزرگ باشد، بیشتر نمایان خواهد شد. در چند دهه اخیر با الگو گرفتن از طبیعت، گونه‌ای از روشهای بهینه‌سازی توسعه یافته که براساس تکامل یک جمعیت اولیه، جواب بهینه را جستجو می‌کنند و در یافتن بهینه کلی، بسیار کارآمدتر از روشهای مبتنی بر مشتقات[1] عمل می‌کنند.

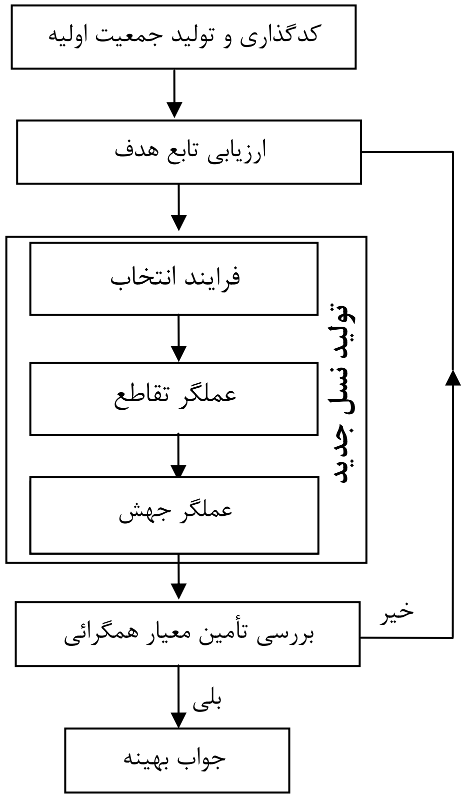
امروز روشهای بهینه‌سازی تکاملی توسعه چشمگیری یافته‌اند. در این گروه می‌توان الگوریتم ژنتیک[2] (GA)، جامعه مورچگان[3] (ACO)، راهبردهای تکاملی[4] (ES) و شبیه‌سازی بازپخت [5] (SA) را نام برد [۷]. برخی از روشهای فوق مانند راهبردهای تکاملی و شبیه‌سازی بازپخت، برای یافتن مقادیر بهینه متغیرهای پیوسته و گروه دیگر برای متغیرهای گسسته کاربرد دارند. در صورت استفاده از روش گسسته برای حل مسأله‌ای با متغیرهای پیوسته، گسسته‌سازی فضای جستجو اجتناب‌ناپذیر است.

۲- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یکی از روشهای تکاملی است که در سالهای اخیر توسعه خوبی یافته است. فرایند بهینه‌سازی در این روش بر تکامل طبیعی استوار است. در الگوریتم ژنتیک، جمعیت[6] اولیه‌ای از جوابها به‌طور تصادفی انتخاب و کدگذاری می‌شود. ارزیابی هر یک از افراد (کروموزم‌ها) در این جمعیت براساس تابع هدف انجام شده و سپس از میان جمعیت فوق، تعدادی از افراد به‌عنوان والد مناسب به‌منظور تولید نسل بعدی انتخاب می‌شوند. انتخاب جمعیت جدید با توجه به تابع هدف محاسبه شده برای هر یک از کروموزم‌ها در کنار یک فرایند احتمالاتی انجام می‌شود، به‌نحوی که کروموزم‌های با تابع هدف مناسب‌تر، احتمال انتخاب بیشتری خواهند داشت. در میان روشهای انتخاب، می‌توان روش چرخ گردونه[7] و روش رقابتی[8] را نام برد [۸]. در فرایند تولید مثل، بخشهایی از اطلاعات ژنتیکی دو فرد والد با هم معاوضه می‌شود که این عملیات از طریق عملگر ریاضی تقاطع[9] انجام می‌شود. برای جلوگیری از همگرایی زودرس[10]، عملگر جهش[11] اعمال می‌شود. این عملگر برخی از ژنهای افراد حاصل از تقاطع را به‌طور تصادفی تغییر می‌دهد. هر دو عملگر تقاطع و جهش معمولاً به‌روش احتمالی اعمال می‌شوند [۹].

افراد نسل جدید جایگزین نسل قبلی می‌شوند و محاسبات فوق تا حصول به همگرایی ادامه می‌یابد. معیار همگرایی را می‌توان کل تعداد نسلهای ایجاد شده یا تعداد نسلهای متوالیی که در آن مقدار تابع هدف بهینه تغییر نکرده است، تعریف کرد. روند بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک در شکل ۱ ارائه شده است. به‌منظور بهبود کیفیت الگوریتم ژنتیک، گونه‌های جدیدتری از آن ارائه شده است که در میان آنها می‌توان به الگوریتم‌های ترکیبی[12] اشاره کرد. در روشهای ترکیبی معمولاً سعی بر آن است تا با ترکیب الگوریتم ژنتیک و روشهای دیگر بهینه‌سازی، مزایای دو روش را حفظ کرده و معایب آنها را از بین ببرند یا به حداقل برسانند [۱۰-۱۳].

1. Gradient Based
2. Genetic Algorithm
3. Ant Colony Optimization
4. E olution Strategy
5. Simulated Annealing
6. Population
7. Roulette Wheel Selection
8. Tournament Selection
9. Crossover
10. Premature Convergence
11. Mutation
12. Hybrid GA

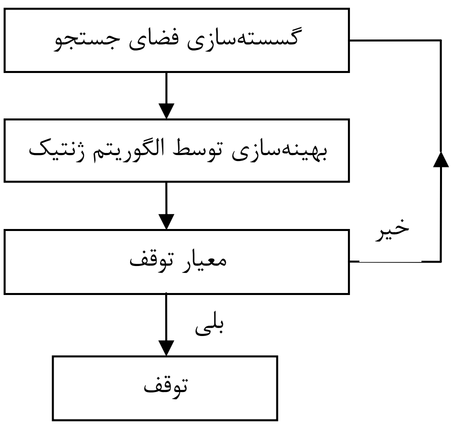


شکل ۱ روندنمای بهینه‌سازی در الگوریتم ژنتیک

۳- مرور روشهای گسسته‌سازی

گسسته‌سازی، نگاشتی از فضای پیوسته به فضای گسسته است که در آن، فضای جستجو به تعداد محدودی بازه تقسیم می‌شود. تحقیقات زیادی در زمینه گسسته‌سازی انجام شده است. در میان اولین و ساده‌ترین روشها می‌توان گسسته‌سازی با پهنای مساوی[1] و گسسته‌سازی با فراوانی یکسان[2] و همچنین گسسته‌سازی تصادفی[3] را نام برد [۱۴]. در روش اول با در نظر گرفتن حد بالا و پایین دامنه، محدوده به زیر دامنه‌هایی با پهنای مشخص (که کاربر مشخص می‌کند[4]) تقسیم می‌شود. در روش دوم زیر دامنه به‌نحوی تعیین می‌شود که فراوانی داده‌ها در هر بازه برابر مقدار معینی (که کاربر مشخص می‌کند) باشد. در روش سوم زیر دامنه به‌طور تصادفی تعیین می‌شود. در تمامی روشهای فوق در روند گسسته‌سازی، از اطلاعات مربوط به اندازه تابع استفاده نمی‌شود، لذا آنها را در گروه روشهای گسسته‌سازی بدون نظارت[5] قرار می‌دهند [۱۵].

روشهای فوق در مسائل ساده‌ای با بازه‌های کوچک جوابهای مناسبی را به‌دست می‌دهد؛ اما هنگامی که فضای جستجو به‌طور قابل ملاحظه‌ای بزرگ و تابع دارای بهینه‌های موضعی[6] متعددی باشد، به‌منظور رسیدن به جوابهای مناسب‌تر، استفاده از روشهای فوق به‌صورت تکراری با بازه‌های گسسته‌سازیی که به‌تدریج تدقیق می‌شوند، لازم به‌نظر می‌رسد. روند بهینه‌سازی در این شرایط در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ روش بهینه‌سازی مسائل پیوسته با GA

در مقابل روشهای گسسته‌سازی بدون نظارت، روش‌هایی وجود دارند که در روند گسسته‌سازی از اطلاعات مربوط به اندازه تابع مورد بررسی استفاده می‌کنند. این گروه، روشهای

1. Equal Width Discretizatin
2. Equal Frequency Discretizatin
3. Random Discretization
4. User - Defined
5. Unsupervised Discretization Method
6. Local Optimum

گسسته‌سازی با نظارت[1] نامیده می‌شوند. روشهای گسسته‌سازی با نظارت به دو گروه مهم: الگوریتم‌های مبتنی بر آمار و الگوریتم‌های مبتنی بر بی‌نظمی (آنتروپی) تقسیم می‌شوند [١٦]. در میان الگوریتم‌های مبتنی بر آمار می‌توان ChiMerge [١٧] و Chi2 [١٨] و Modified Chi2 [١٩] و StatDisc [٢٠] و Khiops [٢١] را نام برد. در میان الگوریتم‌های مبتنی بر بی‌نظمی می‌توان الگوریتم حداکثر بی‌نظمی (Maximum Entropy) [٢٢] و D2 [٢٣] و Entropy-MDLC [٢٤] را نام برد.

علاوه بر تقسیم‌بندی فوق روشهای گسسته‌سازی را می‌توان به‌صورت دینامیک[2] یا استاتیک[3]، محلی[4] یا کلی[5]، تجزیه‌کننده[6] یا ترکیب‌کننده[7] و مستقیم[8] یا تدریجی[9] طبقه‌بندی کرد [٢٥].

در گسسته‌سازی استاتیک، تعداد بازه‌های گسسته‌سازی از پیش تعیین شده و در حین فرایند ثابت می‌ماند در حالی‌که در روشهای دینامیک این مقدار به‌صورت پویا تعیین می‌شود. بنابر این روشهای پهنای مساوی، فراوانی یکسان، روشهای مبتنی بر آنتروپی، ChiMerge و مانند آن جزو روشهای استاتیک هستند. تفاوت روشهای استاتیک و دینامیک در مقاله دوارتی (Dougherty) تبیین شده است [٢٦].

روشهای محلی و کلی در تعداد مشخصه‌هایی که گسسته‌سازی می‌شوند تفاوت دارند. روشهای محلی محدود به گسسته‌سازی یک مشخصه هستند در حالی‌که روشهای گسسته‌سازی کلی، تمامی مشخصه‌ها را به‌طور همزمان گسسته سازی می‌کند. چمیلوسکی (Chmielewski) روشی را پیشنهاد کرده که روش‌های محلی را به روشهایی کلی تبدیل می‌کند [٢٧].

تفاوت روشهای گسسته‌سازی تجزیه‌کننده و ترکیب‌کننده در راهبرد جستجو است. در روشهای تجزیه‌کننده، دامنه‌های بزرگتر به زیر دامنه‌هایی تبدیل می‌شوند؛ در حالی‌که در روشهای ترکیب‌کننده، دو یا چند زیر دامنه ترکیب شده و دامنه بزرگ‌تری را ایجاد می‌کنند. روشهای ChiMerge و StatDisc و Khiops جزو این دسته محسوب می‌شوند.

در صورتی‌که تعداد بازه‌ها از پیش تعیین شده باشد، روش مستقیم نامیده می‌شود. برای مثال روش گسسته‌سازی با پهنای مساوی و فراوانی یکسان جزو این دسته‌اند اما در روشهای گسسته‌سازی تدریجی، روند با گسسته‌سازی ساده‌ای شروع شده و به‌تدریج گسسته‌سازی تدقیق می‌شود.

٤- روش گسسته‌سازی تطبیقی احتمالاتی[10]

در بهینه‌سازی مسائل پیوسته توسط روشهای بهینه‌سازی گسسته، برای رسیدن به جوابهای مناسب، گسسته‌سازی دامنه و استفاده از نوعی روند تکرار برای تدقیق گسسته‌سازی لازم است. در روش ارائه شده تدقیق گسسته‌سازی به‌طور خودکار[11] انجام می‌شود. برای تشریح، روش به سه قسمت مجزا تفکیک می‌شود:

٤-١- گسسته‌سازی اولیه

در این قسمت فضای جستجو به تعداد nc فضای گسسته تبدیل می‌شود که هر فضای جستجوی گسسته، شامل ns بازه است. گسسته‌سازی اولیه به‌طور تصادفی انجام می‌شود:

1. Supervised Discretization Method
2. Dynamic
3. Static
4. Local
5. Global
6. Splitting
7. Merging
8. Direct
9. Incremental
10. Stochastic Adaptive Discretization Method
11. Self Adaptivity

$$S_{i,j}^{k}=x_i^L+\left(x_i^U-x_i^L\right)\times \mathrm{Ran}(0,1)\ ,\quad \begin{cases} i=1,2,...,n \\ j=1,2,...,ns \\ k=1,2,...,nc \end{cases} \qquad (1)$$

که S مجموعه مقادیر گسسته‌سازی شده برای هر متغیر و برای هر مجموعه گسسته‌سازی شده، x_i^L و x_i^U به‌ترتیب حد پایین و بالای متغیر طراحی iام و n تعداد متغیرهای طراحی است. nc و ns به‌ترتیب تعداد مجموعه‌های گسسته‌سازی شده موردنظر و تعداد تقسیمات (بازه‌های) لازم برای گسسته‌سازی هر دامنه است که جزو پارامترهای روش بوده و توسط کاربر تعیین می‌شوند، $Ran(0/1)$ عددی تصادفی بین صفر و یک با توزیع یکنواخت است.

با در نظر گرفتن هر مجموعه گسسته‌سازی شده و با به‌کارگیری یک روش بهینه‌سازی گسسته (در این تحقیق الگوریتم ژنتیک) جوابهای بهینه‌ای برای آن مجموعه گسسته‌سازی شده به‌دست خواهد آمد:

$$X^{*i}=\left(x_1^{*i},x_2^{*i},...,x_n^{*i}\right)^T \quad ,\quad i=1,2,...,nc \qquad (2)$$

X^{*i} بردار مقادیر بهینه متغیرهای طراحی مربوط به مجموعه گسسته‌سازی شده iام است.

۴-۲- گسسته‌سازی میانی

جوابهای بهینه به‌دست آمده برای مجموعه‌های گسسته‌سازی شده متفاوت، لزوماً یکسان نیستند. میانگین و انحراف معیار جوابهای بهینه مربوط به مجموعه‌های متفاوت گسسته‌سازی شده، برای هر متغیر طراحی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x}_i^*=\frac{1}{nc}\sum_{j=1}^{nc}x_i^{*j} \quad ,\quad i=1,2,...,n \qquad (3)$$

$$\sigma_i^*=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{nc}\left(x_i^{*j}-\bar{x}_i^*\right)}{nc-1}} \quad ,\quad i=1,2,...,n \qquad (4)$$

گسسته‌سازی در این مرحله با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده از روابط (۲) تا (۴) به روش زیر انجام می‌شود:

$$S_{i,j}^{k}=\bar{x}_i^*+N(0,\sigma_i^*)\ ,\quad \begin{cases} i=1,2,..,n \\ j=1,2,...,ns \\ k=1,2,...,nc \end{cases} \qquad (5)$$

$N(0,\sigma_i^*)$ عددی تصادفی با توزیع گوس (نرمال) با میانگین صفر و انحراف معیار σ_i^* است. بدین‌ترتیب امکان تدقیق در گسسته‌سازی فراهم می‌شود.

۴-۳- معیار توقف

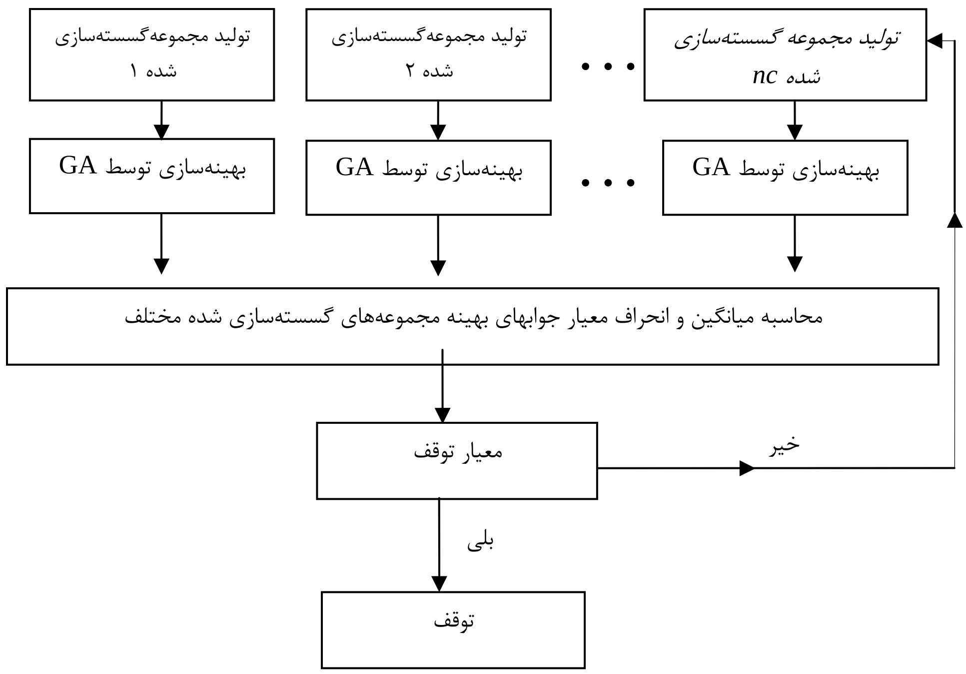
پس از انجام تکرارهای متوالی، به‌تدریج، مقادیر بهینه به‌دست آمده از مجموعه‌های متفاوت گسسته‌سازی شده، به‌سمت جواب واحدی همگرا می‌شوند و در این شرایط، انحراف معیار محاسبه شده از رابطه (۴) به سمت صفر میل می‌کند. بنابراین شرط زیر را می‌توان به‌عنوان معیار توقف روش در نظر گرفت:

$$\sigma_i^*\le\varepsilon\ ,\ i=1,2,...,n \qquad (6)$$

که ε عدد مثبت کوچکی در نظر گرفته می‌شود. روند کلی بهینه‌سازی به روش ارائه شده، در نمودار جریان شکل ۳ نمایش داده شده است.

۵- مثالهای عددی

در این بخش به‌منظور ارزیابی روش حاضر، از چند تابع ریاضی که در [۲۸] ارائه شده و همچنین از یک مسأله سازه‌ای از [۲۹] استفاده می‌شود.



شکل ۳ نمودار جریان روش بهینه‌سازی ارائه شده برای مسائل پیوسته با GA

۵-۱- بهینه‌سازی توابع ریاضی

الف) تابع لوی شماره ۳ (Levy No.3):

$$f(x)=\sum_{i=1}^{5}\left[i\cos((i-1)x_1+i)\right]\sum_{j=1}^{5}\left[j\cos((j+1)x_2+j)\right] \quad (7)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2$$

تابع فوق حدود ۷٦۰ بهینه موضعی دارد و ۱۸ بهینه آن حداقل مقدار تابع هدف را دارند و مقدار حداقل تابع برابر ۱۷٦٫۵٤۲− است.

ب) تابع لوی شماره ۵ (Levy No.5):

$$f(x)=\sum_{i=1}^{5}\left[i\cos((i-1)x_1+i)\right]\sum_{j=1}^{5}\left[j\cos((j+1)x_2+j)\right]+(x_1+1/42513)^2+(x_2+0/80032)^2 \quad (8)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2$$

این تابع حدود ۷٦۰ بهینه موضعی و فقط یک بهینه سراسری به مختصات $(1/4248, -1/3068)^T$ دارد. مقدار بهینه سراسری این تابع برابر ۱۷٦/۱۳۷۵− است.

ج) تابع لوی شماره ۸ (Levy No.8):

$$f(x)=\sin^2(\pi y_1)+\sum_{i=1}^{n-1}(y_i-1)^2\left[1+10\sin^2(\pi y_i+1)\right]+(y_n-1)^2 \quad (9)$$

$$y_i=1+\frac{x_i-1}{4}$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2,\dots,n$$

به‌ازای $n=3$ دارای حدود ۱۲۵ بهینه موضعی و یک بهینه سراسری در نقطه $(1,1,1)^T$ و مقدار تابع در نقطه بهینه برابر صفر است.

د) تابع فرودنستاین ـ روث (Freudenstein-Roth):

$$f(x)=\left[-13+x_1+\left((5-x_2)x_2-2\right)x_2\right]^2+\left[-29+x_1+\left((x_2+1)x_2-14\right)x_2\right]^2 \qquad (10)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2$$

دارای بهینه سراسری $(5,4)^T$ با مقدار تابع هدف برابر صفر است.

ه) تابع گلدستین ـ پرایس (Goldstein-Price):

(۱۱)

$$f(x)=\left[1+(x_1+x_2+1)^2\left(19-14x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^2\right)\right]+\left[30+(2x_1-3x_2)^2\left(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36x_1x_2+27x_2^2\right)\right]$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2$$

این تابع نیز فقط یک بهینه سراسری به مختصات $(0,-1)^T$ دارد و مقدار تابع در این نقطه برابر ۳ است.

در این تحقیق به‌منظور ارزیابی روش فوق و بررسی تأثیر پارامترهای موجود، $ns\in\{5,10,15,20,25\}$ و $nc\in\{2,3,5\}$ در نظر گرفته شده است. تعداد جمعیت در فرایند بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک برابر ۱۰۰، احتمال تقاطع برابر ۱ و احتمال جهش برابر ۰/۰۲ در نظر گرفته شده است. معیار همگرایی الگوریتم ژنتیک، حداکثر ۱۰۰۰۰ نسل یا ۱۰۰ نسل متوالی بدون تغییر در مقدار بهینه فرض شده است.

از آنجاکه طبیعت الگوریتم ژنتیک و همچنین روش گسسته‌سازی ارائه شده تصادفی است، بنابراین طبیعی است در صورتی‌که این مسأله چندین بار حل شود، تعداد ارزیابی تابع هدف به‌منظور رسیدن به جواب نهایی لزوماً یکسان نیست. با در نظر گرفتن میانگین تعداد محاسبه تابع می‌توان ملاک مناسبی را برای هزینه محاسباتی بهینه‌سازی ارائه کرد. در این تحقیق میانگین تعداد محاسبه تابع هدف با ۱۰ بار حل هر مسأله محاسبه شده است. به همین ترتیب با در نظر گرفتن ۱۰ بار حل هر مسأله و تعیین تعداد دفعاتی که جواب بهینه سراسری محاسبه شده، می‌توان درصد موفقیت در یافتن جواب بهینه سراسری را تعیین کرد. جدولهای ۱ تا ٤ میانگین تعداد محاسبه تابع[1] را برای توابع مختلف به ازای $ns=50$ و ncهای مختلف نشان می‌دهد. نتایج مربوط به روش گسسته‌سازی با بازه‌های مساوی با عنوان EIW نشان داده شده است.

جدول ۱ اطلاعات مربوط به $nc=2$

	میانگین تعداد محاسبات تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقدار بهینه سراسری
لوی شماره ۳	۱۱۳۹۵	−۱۷۲/۹٤٦	۸۰	−۱۷٦/٥٤
لوی شماره ٥	٦٤١٦	−۱٥۷/٦۰۱	٦۰	−۱۷٦/۱۳۷
لوی شماره ۸	٥۰۰٦	۰/۰۰	۱۰۰	۰/۰۰
گلدستین – پرایس	٥۹۲۷	٥/۸٦٦	۸۰	۳/۰۰
فرودنستاین – روث	۷۲۷۷	۱/۲۳	۸۰	۰/۰۰

جدول ۲ اطلاعات مربوط به $nc=3$

	میانگین تعداد محاسبات تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقدار بهینه سراسری
لوی شماره ۳	۳۹۱٥٦	−۱۷٦/۰۷	۹۰	−۱۷٦/٥٤
لوی شماره ٥	۱۲۳۳۸	−۱۷٦/۱۳۷	۱۰۰	−۱۷٦/۱۳۷
لوی شماره ۸	٦٤۰۳	۰/۰۰	۱۰۰	۰/۰۰
گلدستین – پرایس	۱۰۲٤۷	۳/۰۰	۱۰۰	۳/۰۰
فرودنستاین – روث	۸۹۲۷	۰/۰۰	۱۰۰	۰/۰۰

جدول ۳ اطلاعات مربوط به $nc=5$

	میانگین تعداد محاسبات تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقدار بهینه سراسری
لوی شماره ۳	۱۲٥۹۸۱	−۱۷٦/٥٤	۱۰۰	−۱۷٦/٥٤
لوی شماره ٥	۲۳۲۸۸	−۱۷٦/۱۳۷	۱۰۰	−۱۷٦/۱۳۷
لوی شماره ۸	۱۱٦۲۱	۰/۰۰	۱۰۰	۰/۰۰
گلدستین – پرایس	۱۸٥۰٤	۳/۰۰	۱۰۰	۳/۰۰
فرودنستاین – روث	۱۷٦۲٦	۰/۰۰	۱۰۰	۰/۰۰

1. Function Evaluation

جدول ٤ اطلاعات مربوط به روش گسسته‌سازی با بازه‌های مساوی (EIW)

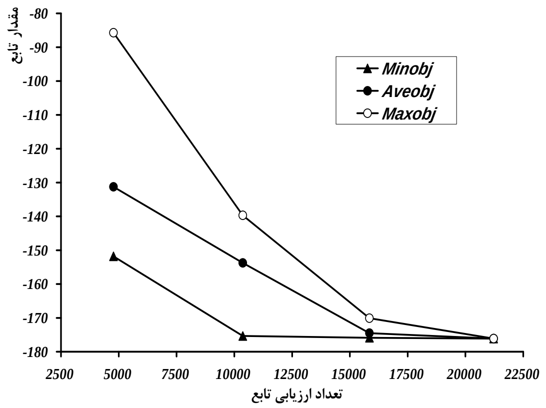
	میانگین تعداد محاسبات تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقدار بهینه سراسری
لوی شماره ٣	٣٢٧٤	-١٦١/٠٣	٦٠	-١٧٦/٥٤
لوی شماره ٥	٣٦٤٠	-١٥٣/٢٤	٥٠	-١٧٦/١٣٧
لوی شماره ٨	٢٧٣٤	٠/٠٠	١٠٠	٠/٠٠
گلدستین - پرایس	٣٦١٦	١٦/٥٠	٦٠	٣/٠٠
فرودنستاین - روث	٣٢٦٥	١٥/١٤	٠	٠/٠٠

بررسی اطلاعات این جدولها نشان می‌دهد که افزایش تعداد مجموعه‌های گسسته‌سازی شده، تأثیر مثبت قابل ملاحظه‌ای بر رسیدن به جواب بهینه سراسری دارد. به‌عنوان نمونه درصد موفقیت و میانگین تعداد محاسبات تابع و همچنین میانگین زمان محاسبات برای رایانه‌ای با پردازشگر پنتیوم ٤ با فرکانس GHz ١/٨٦ در بهینه‌سازی تابع لوی شماره ٥ با روش گسسته‌سازی با بازه‌های یکسان (EIW) و روش حاضر با تعداد مجموعه‌های گسسته‌سازی شده ٢ و ٥ در جدول ٥ ارائه شده است.

جدول ٥ مقایسه روش گسسته‌سازی با بازه‌های یکسان (EIW) و روش‌حاضر برای تابع لوی شماره ٥ با تعداد متفاوت مجموعه‌های گسسته‌سازی شده

	EIW	Nc=٢	nc=٣	nc=٥
درصد موفقیت	٥٠	٦٠	١٠٠	١٠٠
میانگین تعداد محاسبات تابع	٣٦٤٠	٦٤١٦	١٢٣٣٨	٢٣٢٨٨
میانگین زمان بهینه‌سازی (ثانیه)	١/٦	٢/٩	٥/٥	١٠/٤

بنابراین به‌منظور تأمین جوابهای مناسب‌تر، تعداد مجموعه‌های گسسته‌سازی شده را می‌توان افزایش داد. روش گسسته‌سازی با بازه‌های یکسان (EIW) از این امکان محروم است. به‌ازای *ns*‌های متفاوت، نتایج همین روند را تأیید می‌کند. شکل ٤ روند رسیدن به جواب بهینه را برای تابع لوی شماره ٥ با *nc*=٥ و *ns*=٢٥٠ نشان می‌دهد.



شکل ٤ روند رسیدن به جواب بهینه

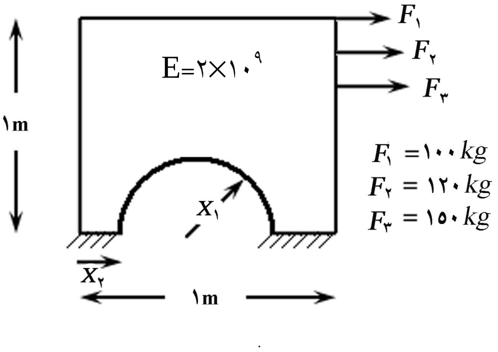
در این نمودار maxobj مقدار بیشینه پاسخ بهینه محاسبه شده توسط مجموعه‌های گسسته‌سازی شده در تکرار است. aveobj مقدار میانگین پاسخ بهینه محاسبه شده توسط مجموعه‌های گسسته‌سازی شده در تکرار است. minobj مقدار کمینه پاسخ بهینه محاسبه شده توسط مجموعه‌های گسسته‌سازی شده به‌عبارتی بهینه حاصل از روش است. روی محور افقی تعداد ارزیابی تابع هدف نشان داده شده است.

٥-٢- بهینه‌سازی صفحه تنش مسطح[1]

بهینه‌سازی صفحه‌ای مطابق شکل ٥ را با دو متغیر طراحی شکل[2] در نظر می‌گیریم به‌طوری که وزن سازه کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. سه بار منفرد F_1 و F_2 و F_3 به صفحه اعمال می‌شود و صفحه در قسمت تحتانی گیردار شده است. ضریب پواسون مصالح صفحه برابر ٠/١٥ و

1. Plane Stress
2. Shape Design Variables

مدول الاستیسیته برابر $2\times10^{9}\,(kg/m^{2})$ و وزن واحد حجم برابر $2400\,(kg/m^{2})$ است. ضخامت صفحه $10\,(cm)$، تنش مجاز فشاری $7\times10^{5}\,(kg/m^{2})$ و تنش مجاز کششی $7\times10^{4}\,(kg/m^{2})$ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۵ صفحه و بارگذاری آن

مسأله بهینه‌سازی صفحه تنش مسطح فوق به شکل زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned}&\text{Min}\quad W(x_1)\\&\text{subject to:}\\&\qquad \frac{\sigma_i}{\sigma_{pi}}-1\le 0 \qquad i=1,m\end{aligned} \tag{۱۲}$$

که در آن W وزن صفحه، تابعی از متغیر طراحی اول بوده و m تعداد قیود تنش و σ_i و σ_{pi} به‌ترتیب تنش و تنش مجاز قید iام است. در این تحقیق با به‌کارگیری روش توابع جریمه، مسأله مقید فوق به‌صورت مسأله‌ای نامقید مطابق رابطه زیر درآمده و سپس بهینه‌سازی شده است.

$$\text{Min}\;\; W'(x_1,x_2)=W(x_1,x_2)+\sum_{i=1}^{m}\alpha_i\Big(\frac{\sigma_i}{\sigma_{pi}}-1\Big)^2 \tag{۱۳}$$

در رابطه فوق α_i ضریب جریمه‌ای[1] است که برای قیود ارضا نشده مقداری بزرگ[2] و برای قیدهای ارضا شده برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. این سازه توسط برنامه کامپیوتری و به‌صورت تنش مسطح تحلیل شده است. در روند بهینه‌سازی با در نظر گرفتن $nc=2$ و $ns=25$، نتایج حاصل از روش بهینه‌سازی حاضر با روشهای مبتنی بر مفاهیم تقریب‌سازی ارائه شده در [۲۳] در جدول ٦ مقایسه شده است.

جدول ٦ مقایسه روشهای تقریب‌سازی با روش جدید

	تقریب خطی	تقریب دو نقطه‌ای با p ثابت	روش حاضر
$x_1\ (m)$	۰/۳٤	۰/۳٤	۰/۳۵
$x_2\ (m)$	۰/۲٦	۰/۲٦	۰/۲۱
وزن بهینه (kg)	۱۹٦/٤٤	۱۹٦/٤٤	۱۹۳/۲۵

٦- نتیجه‌گیری

در بهینه‌سازی مسائل پیوسته با استفاده از روشهایی که در اساس برای مسائل گسسته ارائه شده‌اند، به‌کارگیری روشهای گسسته‌سازی اجتناب ناپذیر است. در بسیاری از پژوهشهای مهندسی از روش گسسته‌سازی با بازه‌های مساوی به این‌منظور استفاده شده که در آن برای رسیدن به جواب بهینه سراسری یا جوابهای محلی، ابزاری در دست نیست. به بیان دیگر در این روش با افزایش تعداد بازه‌های گسسته‌سازی، تضمینی برای بهتر شدن جوابها وجود ندارد. به‌منظور بر طرف ساختن این معضل روش گسسته‌سازی تطبیقی احتمالاتی ارائه شده که برای تعداد معینی از بازه‌های گسسته‌سازی و تعداد معینی از مجموعه‌های گسسته‌سازی شده، امکان رسیدن به جوابهای بهتر با صرف هزینه محاسباتی بیشتر فراهم می‌شود.

با توجه به نتایج مسائل مطرح شده و مطالب ارائه شده و مقایسه جوابهای بهینه روش حاضر با روشهای گذشته، این

1. Penalty Factor

۲. در این تحقیق ضریب پنالتی برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است.

روش، روشی کارامد، مطلوب و بسیار مناسب برای یافتن بهینه سراسری است. به بیان دیگر در این روش می‌توان به‌منظور تأمین جوابهای مناسب‌تر، تعداد مجموعه‌های گسسته‌سازی شده را اضافه کرد؛ در حالی‌که روشهای مبتنی بر مفاهیم تقریب‌سازی و روش گسسته‌سازی با پهنای مساوی، از این امکان محروم هستند.

۷- منابع

[1] Fadel G. M., Riley M. F., J. F. M. Barthelemy; “Two-Point Exponential Approximation Method for Structural Optimization”, Structural Optimization; Vol. 2, 1990, pp. 117-124.

[2] Wang L. P., Grandhi R. V.; “Efficient Safety Index Calculation for Structural Reliability Analysis”, Computers and Structures; Vol. 52, 1994, pp. 103- 111.

[3] Wang L. P., Grandhi R. V.; “Improved Two-Point Function Approximations for Design Optimization”, AIAA Journal; Vol. 33, 1995, pp. 1720- 1727.

[4] Salajegheh E.; “Optimum design of plate structures using three-point approximation”; Structural Optimization; Vol. 13, 1997, pp. 142-147.

[5] Hansen S., Vanderplaats G.; “Approximation method for configuration optimization of trusses”, AIAA Journal; Vol. 28, pp. 161–168, 1990.

[6] Salajegheh E., Vanderplaats G.; “Optimum design of trusses with discrete sizing and shape variables”, Structural Optimization; Vol. 6, 1993, pp. 79–85.

[7] Back T.; “Evolutionary Algorithms in Theory and Practice”, Oxford University Press, NewYork, 1996.

[8] Goldberg DE.; “Genetic algorithms in search, optimization and machine learning”. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

[9] Afshar M. H., Marino M. A.; “A convergent genetic algorithm for pipe network optimization”, Scientia Iranica; Vol. 12, No. 4, 2005, pp. 392- 401.

[10] Yeh I. C.; “Hybrid genetic algorithms for optimization of truss structures”, Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering; Vol. 14, No. 3, 1999, pp. 199-206.

[11] Chan, C. M., Liu, P. and Wong, K. M.; “Optimization of large scale tall buildings using hybrid genetic algorithms”, Proc. 5th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization; Italy, 2003.

[12] Chan C. M., Wong K. M.;“ An Efficient Hybrid Genetic Algorithm for Structural Form and Element Sizing Design Optimization of Tall Steel Frameworks”, Proc. 6th World Congress of Structural

and Multidisciplinary Optimization; Brazil, 2005.

[13] Konak A., Bartolacci M. R.; “Designing survivable resilient networks: A stochastic hybrid genetic algorithm approach”; the international Journal of management science, Vol. 35, 2007, pp. 645 – 658

[14] Aguilar–Ruiz j., Bacardit j., Divina f.; “Experimental Evaluation of Discretization Schemes for Rule Induction”, GECCO 2004, Deb K., et al. (Eds.), 2004, pp. 828–839.

[15] Kurgan L. A., “CAIM Discretization Algorithm”, IEEE Trans. Knowledge and Data Eng.; Vol. 16, No. 2, 2004, pp. 145-153.

[16] Liu X.; “A Discretization Algorithm Based on a Heterogeneity Criterion”, IEEE Trans. Knowledge and Data Eng.; Vol. 17, No. 9, 2005, pp. 1166-1173.

[17] Kerber R., “ChiMerge: Discretization of Numeric Attributes”, Proc. 10th Int’l Conf. Artificial Intelligence (AAAI-91), 1992, pp. 123-128.

[18] Liu H., Setiono R., “Feature Selection via Discretization”, IEEE Trans. Knowledge and Data Eng.; Vol. 9, No. 4, 1997, pp. 642-645.

[19] Tay F. E. H., Shen L. X.; “A Modified Chi2 Algorithm for Discretization”, IEEE Trans. Knowledge and Data Eng.; Vol. 14, No. 3, 2002, pp. 666-670.

[20] Richeldi M., Rossotto M.; “Class-Driven Statistical Discretization of Continuous Attributes (extended abstract)”, Machine Learning: ECLM-95 (Proc. European Conf. Machine Learning, 1995), N. Lavrac and S. Wrobel, eds., 1995, pp. 335-338.

[21] Boulle M., “Khiops: A Statistical Discretization Method of Continuous Attributes”, Machine Learning; Vol. 55, 2004, pp. 53-59.

[22] Wong A. K. C., Chiu D. K. Y.; “Synthesizing Statistical Knowledge from Incomplete Mixed-Mode Data”, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence; Vol. 9, 1987, pp. 796-805.

[23] Catlett J., “On Changing Continuous Attrib-utes into Ordered Discrete Attributes”, Machine Learning-EWSL-91, Proc. European Working Session on Learning, 1991, pp. 164-178.

[24] Fayyad U. M., Irani K. B.; “Multi-Interval Discretization of Continuous-Valued Attributes for Classification Learning”, Proc. 13th Int’l Joint Conf. Artificial Intelligence, 1993, pp. 1022-1027.

[25] Liu H., Hussain F., Tan C. L., Dash M., “Discretization: An Enabling Technique”,

Data Mining and Knowledge Discovery; Vol. 6, 2002, pp. 393-423.

[26] Dougherty J., Kohavi R., Sahami M.; “Supervised and Unsupervised Discretization of Continuous Features”, Proc. 12th Int’l Conf. Machine Learning, 1995, pp. 194-202.

[27] Chmielewski M. R., Grzymala-Busse J. W.; “Global Discretization of Continuous Attributes as Preprocessing for Machine Learning”, Int’l J. Approximate Reasoning, Vol. 5, 1996, pp. 319-331.

[28] Parsopoulos K. E., Vrahatis M. N., “Recent Approaches to Global Optimization Problems through Particle Swarm Optimization”, J. Natural Computing; Vol. 1, 2002, pp. 235-306.

[۲۹] سلاجقه عیسی و رحمانی فیروزجائی علی، «بهینه‌سازی صفحات با محدودیت تنش و تغییر مکان»، کنفرانس بین‌المللی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۷، صص ۱۰۴۳-۱۰۳۵.