

مدلسازی سه بعدی وارون داده‌های گرانی با استفاده از روش وارون‌سازی فشرده

نوشته: علی نجاتی کلاته،* دکتر وحید ابراهیم زاده اردستانی،* دکتر حسین زمردیان* و ابراهیم شاهین**

3-D Inverse Modeling of Gravity Data Using Compact Inversion

By: A. N. Kalateh,* Dr. V. E.Z. Ardestani,* Dr. H. Zomorodian,* E. Shahin** &

چکیده

مدلسازی وارون داده‌های گرانی، یکی از جالب‌ترین ابزارهای عددی به منظور به دست آوردن تصاویر سه بعدی از ساختارهای زمین‌شناسی است. در این مقاله، برای تفسیر داده‌های گرانی‌سنجی، از یک روش مدلسازی خطی نوین به نام وارون‌سازی فشرده (compact inversion) استفاده شده است. مبنای کار در روش وارون فشرده، کمینه کردن حجم چشمه بی‌هنجاری است. این امر معادل بیشینه کردن فشردگی (compactness) چشمه بی‌هنجاری است. توزیع چگالی با استفاده از یک روشی بر مبنای تکرارهای متوالی با همگرایی قابل ملاحظه، محاسبه می‌شود. این روش را می‌توان به آسانی برای مدل‌هایی به کار برد، که در آنها، چگالی بی‌هنجاری را می‌توان به صورت یک مقدار معین در کل نوده در نظر گرفت. در این روش، در وارون‌سازی داده‌ها به رفتار نوفه داده‌ها توجه شده است. به منظور نشان دادن کارایی مدل وارون‌سازی برای داده‌های همراه با نوفه و بدون نوفه انجام شده است. داده‌های واقعی مربوط به یک رخداد کرومیت در استان هرمزگان است و نتایج وارون‌سازی داده‌ها با حفاری‌های کم عمق موجود، مقایسه شده است.

کلید واژه‌ها: مدلسازی وارون، همگرایی، تصویرسازی سه بعدی، وارون‌سازی فشرده

Abstract

Inversion of gravity data is one of the most interesting numerical tools for obtaining 3-D images of geological structure. In this study, modeling of gravity anomalies is performed by new linear modeling Method (Compact Inversion). The principle used is to minimize the volume of causative body which is equivalent to maximizing its compactness. The anomalous density distribution is obtained using an iterative technique which is numerically stable and rapidly convergent. The principle can also be adapted to include modeling of gravity anomalies by single density sources. The treatment of noise in data fits naturally into formulations of the inversion procedure. The method is illustrated by inversion of noise-free data and noisy data.

The practical effectiveness of this methods is demonstrated by inversion of synthetic and real example. The real data is acquired over chromite ore in Hormozgan province of Iran. The results obtained are compared with existing outcrop and available superficial drilling.

Key Words: Inverse Modeling, convergence, 3-D Imaging, Compact Inversion

مقدمه

مسئله اصلی در تفسیر گرانی، همانند دیگر روش‌های زمین فیزیکی، تشخیص سطح جسم منسوب بی‌هنجار با استفاده



بیشینه کردن فشردگی یا کمینه کردن حجم و با استفاده از روند تکرار، به وارون سازی داده‌های گرانی می‌پردازد.

توزیع چگالی در سه بعد و ساختار مدل

مجموعه‌ای از بلوکهای مکعبی، تقریب مناسبی از حجم يك جسم به عنوان مدل ارائه می‌کند. همانگونه که در شکل 1 نشان داده شده است، جسمی با توزیع حجمی توسط يك دسته بلوک تقریب زده شده است و تباین چگالی هر بلوک می‌تواند مقدار معینی باشد. بنا به اصل برهم نهش بی‌هنجاری گرانی در هر نقطه از جسم را می‌توان به صورت تقریبی از مجموع اثر بلوک‌های مکعبی در نظر گرفت که در آن، جسم به صورت تقریبی شبیه سازی شده است. اثر گرانی هر بلوک را می‌توان با انتگرال‌گیری از رابطه 1 روی حدود بلوک محاسبه کرد. برای مثال برای يك منشور یکنواخت مکعب مستطیل با چگالی یکنواخت ρ که مقادیر x, y, z به ترتیب به صورت $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2, z_1 \leq z \leq z_2$ محدود شده‌اند، در مبدا مختصات عبارتست از:

$$g = \gamma \rho \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z}{[x'^2 + y'^2 + z'^2]^{3/2}} dx' dy' dz' \quad (1)$$

Plouff با محاسبه عددی انتگرال بالا فرمول زیر را ارائه داد:

$$g = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \mu_{ijk} \left[z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} - x_i \log(R_{ijk} + y_j) - y_j \log(R_{ijk} + x_i) \right] \quad (2)$$

که در آن:

$$R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2} \\ \mu_{ijk} = (-1)^{i+j+k} \quad (3)$$

با بسط معادله 2 در سه بعد، می‌توان مقدار شتاب گرانی را برای هر جسم با چگالی دلخواه به دست آورد. در این صورت می‌توان بردار گرانی را در نقاط برداشت شبکه سه‌بعدی به صورت معادله ماتریسی زیر نشان داد:

$$G = AX \quad (4)$$

در رابطه 4 G بردار گرانی روی نقاط شبکه برداشت داده‌ها و X بردار مقادیر چگالی در نظر گرفته شده برای هر بلوک (مانند بلوک‌های نشان داده شده در شکل 1 و A ماتریسی است که بردار چگالی‌ها را به گرانی مشاهده شده در هر

از مشاهدات روی زمین است. به طور قطع، وارون سازی داده‌ها در گرانی سنجی، یکتا ندارد. این امر به دلیل وجود پاسخهای همگن در یک مجموعه معادله به وجود می‌آید. به طور خلاصه، دو روش اساسی در تفسیر داده‌های گرانی وجود دارد:

- اولین روش، شامل مدل‌سازی‌هایی است که در آنها یک یا چند تباین چگالی به همراه یک هندسه متغیر مورد نظر است. این هندسه متغیر، می‌تواند به صورت شکل‌های منظم هندسی یا به صورت مجموعه‌ای از منشورهای مکعبی باشد. در این روش، هندسه جسم مورد نظر با تعدیل مدل اولیه به دست می‌آید. از این روش می‌توان هم به صورت آزمون و خطا و هم به صورت خودکار با روشهایی مانند مارکوآرت (marquardt) استفاده کرد.

نکته مثبت در این روش، اطمینان از به دست آوردن یک جسم همگن با استفاده از چگالی فرضی است. اما در این نوع مدل‌سازی، رابطه میان داده‌ها و پارامترهای مدل (که در اینجا همان پارامترهای هندسی مدل هستند) به صورت غیر خطی است و معمولاً برای تبدیل این سیستم به یک سیستم معادلات خطی باید از تقریب‌های متداول مانند بسط تیلور استفاده کرد. یکی دیگر از نقاط ضعف این گونه مدل‌ها، عدم انعطاف برخی از آنها به دلیل محدودیتهای غیر قابل انکار پارامترهای مدل است. باید تاکید کرد که در این گونه مدل سازی، همواره یک ابهام نیز در مورد رفتار نوفه در داده‌ها وجود دارد.

- روش دوم، مدل سازی با هندسه ثابت است، برای مثال آرایه‌ای از بلوک‌های مکعبی در دو یا سه بعد به صورتی قرار می‌گیرد که چگالی می‌تواند در هر بلوک تغییر کند. در این روش رابطه‌ای میان داده‌ها و پارامترهای مدل (یعنی چگالی در هر بلوک) رابطه‌ای خطی است، به همین دلیل، مدل، انعطاف پذیری نسبتاً خوبی می‌دارد.

روش‌های متفاوتی وجود دارد که هر کدام معیارهای گوناگونی را برای رفع ابهام از توزیع چگالی طرح می‌کنند.

(Mottle and Mottlova 1972) از برنامه نویسی خطی برای پیدا کردن مدل‌های تک چگالی استفاده کردند. (Green 1975) برای به دست آوردن مدل‌های تک چگالی، از یک ضریب کمینه فاصله وزن داده شده با چندین روش جانبی استفاده کرد. (Ssafon 1977) برای کاهش عدم قطعیت از برنامه نویسی خطی با استفاده از ممان‌های چگالی استفاده کرد. در روش وارون فشردگی (در این مقاله از آن استفاده شده است) با





حل داشته باشد. در روش (Lewi, 1997)، μ به گونه‌ای انتخاب می‌شود که بستگی به مشاهدات و مدل به دست آمده در تکرار قبل دارد. یعنی:

$$\mu^{(k)} = \frac{\sigma_g^2}{1 + (\sigma_e^2)^{(k-1)}} \quad (10)$$

که $\mu^{(k)}$ پارامتر تنظیم کننده در تکرار k ام است. با این انتخاب، اگر میزان برازش (میان مشاهدات و داده‌های به دست آمده توسط مدل) در تکرار قبلی ناچیز باشد، بنابراین σ_e مقدار بالایی دارد. این بدان معناست که در تکرار بعدی، مقدار پارامتر μ بسیار ناچیز است (همچنین در صورتی که مقدار پارامتر μ زیاد باشد، داده‌ها نقش بسیار کمی در روند وارون سازی دارند). در مقابل، اگر میزان برازش بالا باشد، در این صورت مقدار σ_e ناچیز است و پارامتر μ به طور کامل توسط σ_g کنترل می‌شود.

در صورتی که هیچ گونه اطلاعات اولیه در ارتباط با اهمیت داده‌ها در نقاط مختلف اندازه‌گیری در دست نباشد، می‌توان ماتریس وزنی داده‌ها را به صورت زیر تعریف کرد:

$$W_g^{-1} = I \quad (11)$$

که I ماتریس همانی است. با جایگزینی مقادیر μ, W_g^{-1} از معادله‌های 11 و 10 در معادله 9 داریم:

$$\bar{X} = W_m^{-1} A^T \left(A W_m^{-1} A^T + \frac{\sigma_m^2}{1 + \sigma_e^2} I \right)^{-1} G \quad (12)$$

مقدار σ_m به عنوان اطلاعات اولیه موجود به شمار نمی‌رود، σ_m را می‌توان از نتایج وارون سازی در تکرارهای قبلی به دست آورد. بنابراین σ_e, σ_m به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$[\sigma_m^2]^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^m [\bar{x}_j]^{(k-1)}}{(m-1)} \quad (13)$$

$$[\sigma_e^2]^{(k)} = \frac{\sum_{i=1}^n \left\{ g_i - \sum_{j=1}^m a_{ij} [\bar{x}_j]^{(k-1)} \right\}^2}{(n-1)} \quad (14)$$

که $[\sigma_m^2]^{(k)}, [\sigma_e^2]^{(k)}$ خطا و واریانس در تکرار k ام هستند.

نقطه نسبت می‌دهد. A را می‌توان با استفاده از بسط رابطه 2 در سه بعد بدست آورد.

نظریه وارون سازی داده‌ها

می‌دانیم در مورد سیستم‌های خطی می‌توان گفت که:

$$G = AX + \varepsilon \quad (5)$$

G بردار داده‌ها است که مؤلفه‌های آن در n نقطه اندازه‌گیری شده‌اند، A ماتریس کرنل با مؤلفه a_{ij} است که مؤلفه a_{ij} ام شتاب قائم گرانی ناشی از بلوک j ام با چگالی واحد را روی نقطه i ام مشاهدات بیان می‌کند، X بردار پارامترهای مدل شامل m مؤلفه، ε برداری است که مؤلفه‌های آن نوفه و خطای همراه داده را نشان می‌دهند. Tikhonov به منظور حل سیستم معادلات (5) برای حالتی که تعداد پارامترهای مدل از تعداد معادله‌ها بیشتر است، از کمینه سازی تابع زیر استفاده کرد:

$$\Phi^\mu = \langle C_g^{-1} (A\bar{X} - G), A\bar{X} - G \rangle + \mu \langle C_m^{-1} \bar{X}, \bar{X} \rangle \quad (6)$$

که C_g ماتریس واریانس یا کواریانس مشاهدات و μ پارامتر تنظیم کننده Tikhonov است (Tikhonov & Arsenin 1977). نتیجه کمینه کردن معادله 6 به روش معروف تنظیم کننده Tikhonov موسوم است. در این روش پارامترهای مدل به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\bar{X} = C_m A^T (A C_m A^T + \mu C_g)^{-1} G \quad (7)$$

ILK (1993) ماتریس‌های وزنی W_m, W_g را به صورت زیر تعریف کرد:

$$W_g = \frac{1}{\sigma_g^2} C_g^{-1}, \quad W_m = \frac{1}{\sigma_m^2} C_m^{-1} \quad (8)$$

که σ_m, σ_g واریانس داده‌ها و پارامترها و ماتریس‌های C_m, C_g کواریانس پارامترهای مدل و داده‌ها هستند. با جایگزینی معادله 8 در 7، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\bar{X} = W_m^{-1} A^T \left(A W_m^{-1} A^T + \mu \frac{\sigma_m^2}{\sigma_g^2} W_g^{-1} \right)^{-1} G \quad (9)$$

مسئله انتخاب پارامتر تنظیم کننده regularization parameter به عنوان یک مسئله پایدار کننده در روند وارون سازی نباید کمترین تاثیری را در





انتخاب شده‌اند. بی‌هنجاری ناشی از مدل مورد نظر در شکل 2- الف به صورت پریند نشان داده شده است. نتایج وارون‌سازی با استفاده از این داده‌ها در تکرارهای مختلف در شکل 3 و 4 به همراه RMS (root mean square) بین داده‌های مصنوعی و داده‌های محاسبه شده توسط مدل؛ آورده شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش تکرارها، فشردگی در مدل بیشتر شده و مدل بعد از 4 تکرار به همگرایی کامل می‌رسد.

در مثال دوم مانند مثال اول از یک شبکه 6×6 داده‌ها به منظور مدل‌سازی استفاده شده است. در شکل (5- الف) توزیع هندسی چگالی با تاین 1.5 gr/cm^3 در مدل نشان داده شده است. فواصل داده‌ها از یکدیگر در راستای طول و عرض 20 متر و فواصل لایه‌های عمقی 10 متر انتخاب شده‌اند. بی‌هنجاری ناشی از مدل در نظر گرفته شده، به صورت پریند در شکل 5- ب نشان داده شده است.

نتایج وارون‌سازی با استفاده از این داده‌ها در تکرارهای مختلف در شکل 6 و 7 به همراه RMS بین داده‌های مصنوعی و داده‌های محاسبه شده توسط مدل آورده شده است. مانند مثال قبل، با افزایش تکرارها، فشردگی در مدل بیشتر شده و مدل بعد از 7 تکرار، به همگرایی کامل می‌رسد. مثال سوم به بررسی داده‌های نوفه‌ای پرداخته است، در اینجا از همان مدل مثال اول استفاده شده است. در حالت اول به داده‌های واقع روی قطر فرعی بی‌هنجاری 5 درصد نوفه اضافه شده است. پریند ناشی از داده‌ها به همراه نوفه در شکل 8- الف آمده است.

نتایج وارون‌سازی با استفاده از داده‌های نوفه‌ای و بی‌هنجاری مربوط به بی‌هنجاری شکل 8- الف در شکل 8- ب بعد از 3 تکرار با $RMS = 2.17 \times 10^{-5}$ نشان داده شده است. مدل بعد از 3 تکرار به یک همگرایی مطلوب رسیده است. در حالت دوم، به منظور تولید داده‌های نوفه‌ای، افزون بر 5% نوفه اضافی روی قطر فرعی داده‌ها، روی قطر اصلی داده‌ها 5% - نوفه اضافه می‌کنیم. منحنی پریندی ناشی از بی‌هنجاری تولید شده در شکل 9- الف و نتایج وارون‌سازی داده‌ها بعد از 3 تکرار با $RMS = 1.21 \times 10^{-3}$ در شکل 9- ب نشان داده شده است.

مثالهایی که تا کنون ارائه شد، نمونه‌ای از قابلیت‌های مدل را در وارون‌سازی داده‌های گرانی برای داده‌های مصنوعی بیان می‌کند. بخش بعد به وارون‌سازی داده‌های واقعی در سه بعد می‌پردازد.

در روشی که الگوریتم آن در ادامه خواهد آمد، مقادیر چگالی آن دسته از بلوکهایی که که چگالی آنها از چگالی هدف گذشته است، با چگالی هدف در تکرار قبلی است. این بلوکها به عنوان جواب انتخاب شده و اثر آنها از روی داده‌ها با اختصاص وزن مناسب در تکرار بعدی حذف می‌شود.

الگوریتم وارون‌سازی داده‌ها

محاسبه کرنل داده‌ها (A) و ذخیره کردن آن در حافظه برای کاربرد آن در طول برنامه در تکرار اول یک ماتریس همانی برای ماتریس وزنی پارامترهای مدل در نظر گرفته می‌شود و مقادیر σ_e, σ_m برابر صفر در نظر گرفته شوند.

محاسبه مقادیر σ_e, σ_m محاسبه ماتریس وزنی برای پارامترهای مدل در هر تکرار به صورت زیر، محاسبه می‌شود (Last and Kubik (1983).

$$[W_m^{*(k)}]_{jj}^{-1} = \eta + [x_j^{(k-1)}]^{-2} \left\{ 1 - \Theta [x_j^{(k-1)} / x_0] \right\} \quad (15)$$

محاسبه بردار گرانی کاهش یافته (reduced gravity vector) به منظور حذف اثر بلوکهایی که به عنوان پاسخ انتخاب شده‌اند. و استفاده دوباره از رابطه (12) در تکرار بعد. مراحل 3 تا 5 را تکرار کرده تا مدل به یک همگرایی قابل قبول برسد. همگرایی مطلوب زمانی رخ می‌دهد که تغییر چشمگیری در چگالیها نداشته باشیم و RMS بین داده‌های محاسبه شده توسط مدل و داده‌های مشاهده‌ای با نظر مفسر از حد معینی کمتر باشد.

وارون‌سازی سه بعدی داده‌های مصنوعی

به منظور نشان دادن کارایی مدل، در ادامه دو مثال با داده‌های بدون نوفه و یک مثال با داده‌های نوفه دار ذکر شده است.

در مثال اول، از یک شبکه 6×6 از داده‌ها برای مدل‌سازی استفاده شده است. در شکل (2- الف) توزیع هندسی چگالی با تاین 1.5 gr/cm^3 در مدل نشان داده شده است. چگالی هر بلوک به صورت درصدی از چگالی مفروض برای مدل نشان داده شده است. فواصل داده‌ها از یکدیگر در راستای طول و عرض 20 متر و فواصل لایه‌های عمقی 10 متر





داشتن درک بهتر از بی‌هنجاری، در شکل 13 مقاطعی در راستای محور x (مقاطع قائم) نیز آورده شده است.

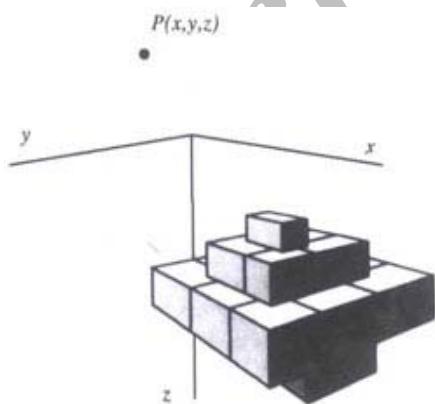
به منظور درک بهتر از مدل در سه بعد، نتایج ناشی از مدل‌سازی برای مقاطع افقی و قائم، از درون‌یابی سه بعدی استفاده شده است و نتایج نهایی در شکل 14 و 15 آمده است. درون‌یابی سه بعدی به گونه‌ای انجام شده است که هر بلوک چگالی، تقریباً به سه بلوک تقسیم شده و چگالی آنها نیز با توجه به چگالی بلوک‌های اطراف با روش (Cubic) مکعبی درون‌یابی می‌شود.

نتیجه‌گیری

در مدل‌سازی سه‌بعدی ارائه شده، افزون بر نمایش گستردگی بی‌هنجاری‌ها، می‌توان توزیع بی‌هنجاری را در لایه‌های مختلف زمین در اعماق متفاوت، مطالعه کرد. توده‌های کرومیتی معمولاً از دیدگاه زمین‌شناسی به صورت عدسی تشکیل می‌شوند که نتایج مدل‌سازی سه‌بعدی این شکل را برای توده کرومیتی مورد مطالعه، تأیید می‌کند. با در نظر گرفتن نتایج مدل‌سازی سه‌بعدی که در شکل‌های 14 و 15 به آن اشاره شد، بیشترین حجم توده در لایه‌های سطحی تا عمق 20 متر قرار گرفته و بی‌هنجاری تقریباً در عمق 50 متری ادامه دارد.

تقدیر و تشکر

لازم می‌دانم از آقای مهندس جوادی پور از سازمان زمین‌شناسی کشور به دلیل همکاری صمیمانه تشکر نمایم.



شکل 1- تقریب یک جسم با توزیع چگالی در سه بعد به صورت مجموعه‌ای از منشورهای مکعبی (Blakey 1996)

وارون سازی داده‌های واقعی

این بخش به مدل‌سازی داده‌های واقعی پرداخته است. پتانسیل معدنی مورد نظر، در بخش رودان استان هرمزگان قرار دارد. در شکل 10، موقعیت تقریبی منطقه نشان داده شده است.

برای تعیین چگالی میانگین منطقه از روش نمونه برداری آزمایشگاهی استفاده شده است. سنگ‌های سطحی عمدتاً از هارزبورژیت به همراه بلورهای نسبتاً متوسط اولیوین هستند. وزن مخصوص این نوع سنگ‌ها به طور متوسط 2.79 gr/cm^3 اندازه‌گیری شده است.

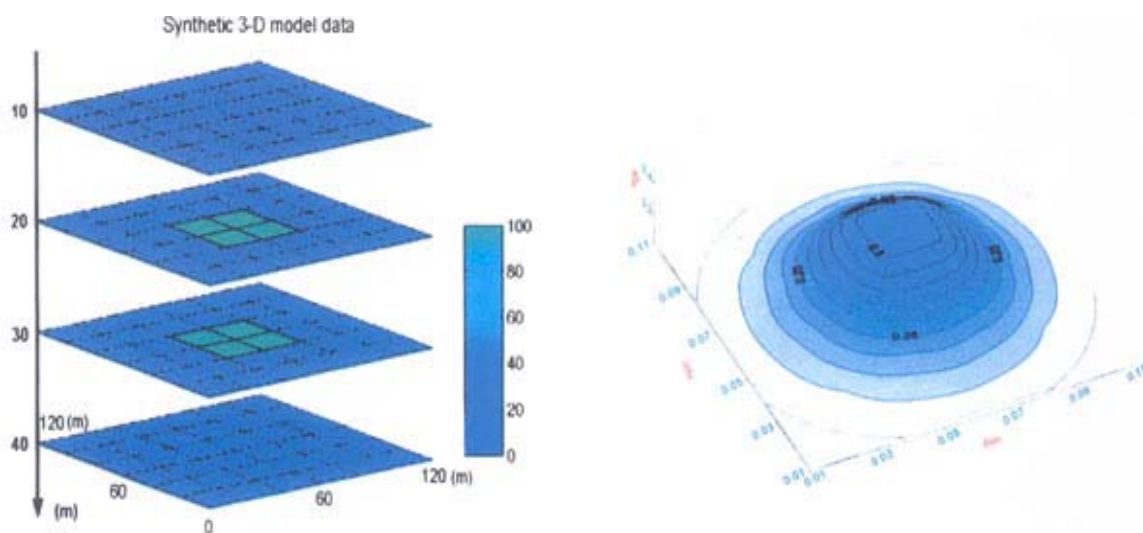
ماده معدنی در نمونه نسبتاً خالص دارای چگالی تقریباً 4 gr/cm^3 است. بنابراین در مدل‌سازی‌هایی که در بخش‌های بعد ارائه خواهد شد، تباین چگالی 1.21 gr/cm^3 در نظر گرفته شده است. در شکل 11، بی‌هنجاری باقیمانده و ایستگاه‌های برداشت نقاط در ناحیه مورد مطالعه، نشان داده شده است. شبکه نقاط با فواصل برداشت 5 متر در محل برون‌زدگی ماده معدنی برداشت شده و شبکه‌های برداشت داده با فواصل 10 متر به منظور مطالعه گسترش عمقی بی‌هنجاری برداشت شده است.

همان‌گونه که در شکل 11 دیده می‌شود، گستردگی بی‌هنجاری مورد مطالعه، به سمت جنوب باختری شبکه 10×10 کشیده شده است و در همین ناحیه (که با یک مربع نشان داده شده) بی‌هنجاری باقیمانده نسبت به دیگر نواحی، مقادیر بالایی را نشان می‌دهد. بنابراین مناسب به نظر می‌رسد در مدل‌سازی سه بعدی، از این ناحیه استفاده شود. این کار چندین برتری دارد، زیرا با محدود کردن ناحیه مسطحاتی مدل‌سازی، تعداد پارامترهای مدل کاهش یافته و دقت مدل‌سازی تا حد زیادی افزایش می‌یابد. همچنین این امر، زمان لازم برای اجرای برنامه را به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد.

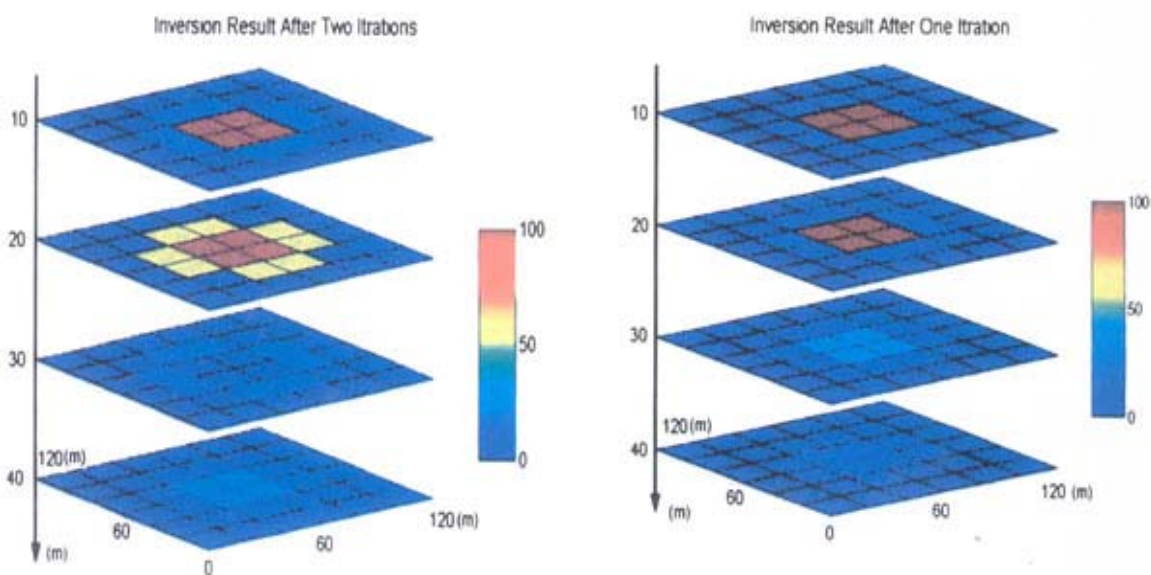
برای مدل‌سازی سه بعدی در این ناحیه از 10 نیم‌رخ با فاصله 17 متر در راستای محور y ‌ها که فواصل نقاط روی آنها 15 متر است، استفاده شده است. بنابراین طول بلوک واحد برای مدل‌سازی در راستای x ، 17 متر و در راستای y ، 15 متر در نظر گرفته شده است، به منظور تفکیک عمقی بهتر، مدل به صورت 5 لایه با ضخامت 10 متر در هر لایه در نظر گرفته شده است. بنابراین، تعداد داده‌ها، در مجموع 100 داده و تعداد پارامترهای مدل در این مدل 5 لایه، 500 می‌باشد.

مدل پس از 5 تکرار با $RMS = 0.005$ به همگرایی مطلوب می‌رسد. نتایج مدل‌سازی سه بعدی برای 5 مقطع عمقی با فاصله 10 متر در شکل (12) نشان داده شده است. به منظور

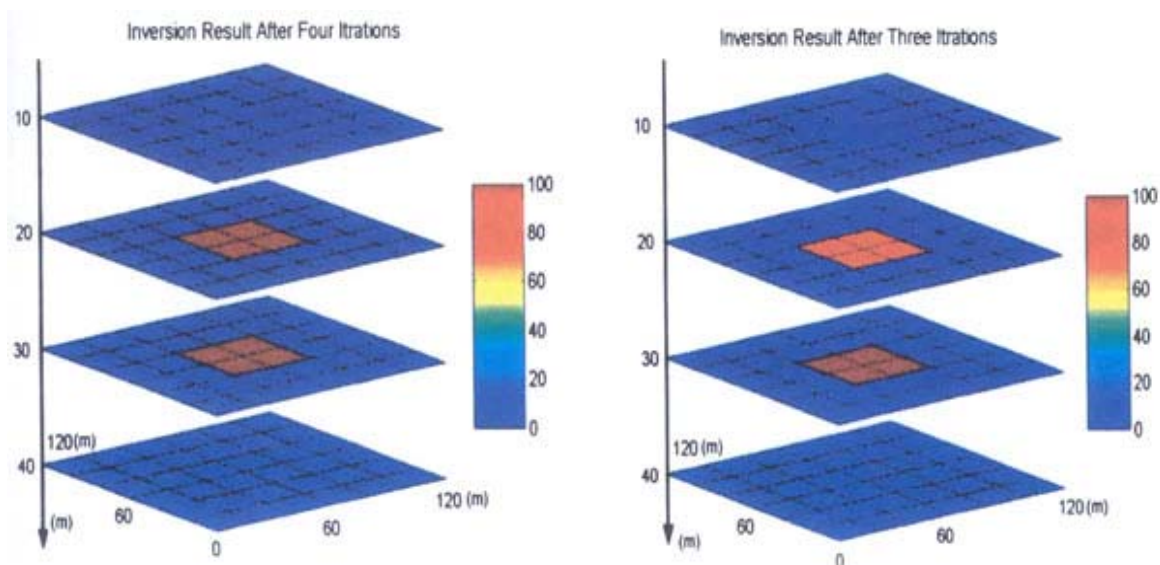




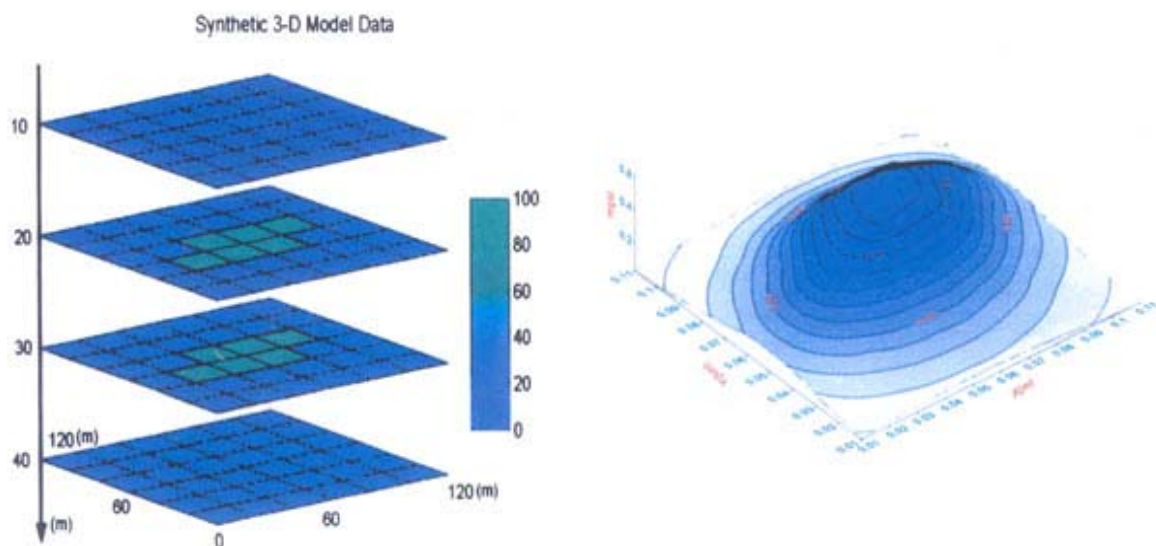
شکل 2 - الف- توزیع هندسی چگالیه‌ها در مدل مفروض (سمت چپ)، ب- بی‌هنجاری ناشی از مدل مفروض (سمت راست)



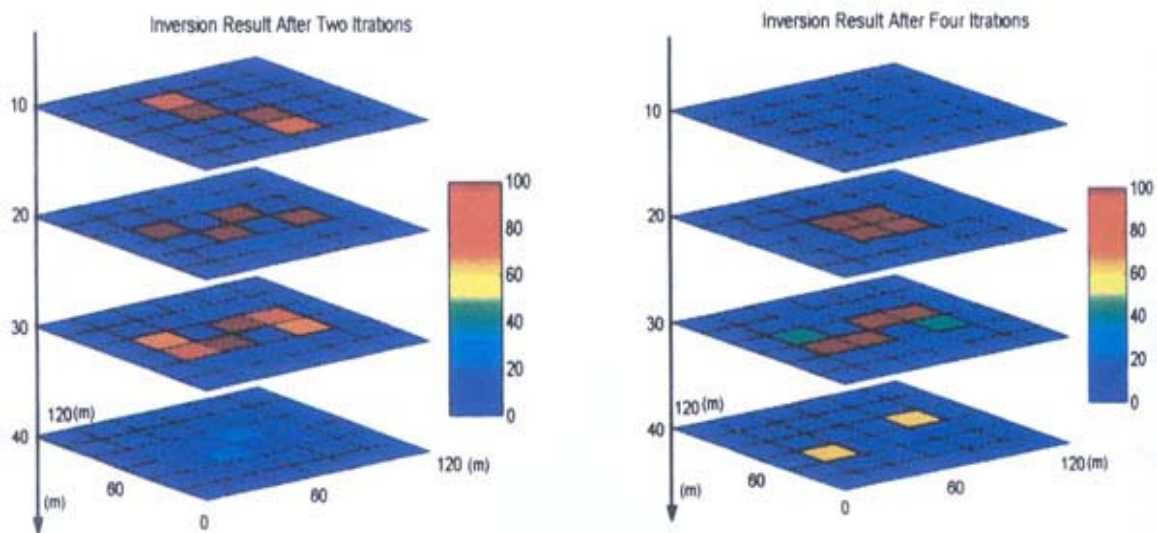
شکل 3 - الف) نتایج وارون سازی در تکرار اول با $RMS = 178$ (سمت چپ)، ب) نتایج وارون سازی در تکرار دوم با $RMS = 0.0478$ و توزیع پراکنده چگالیه‌ها در مدل



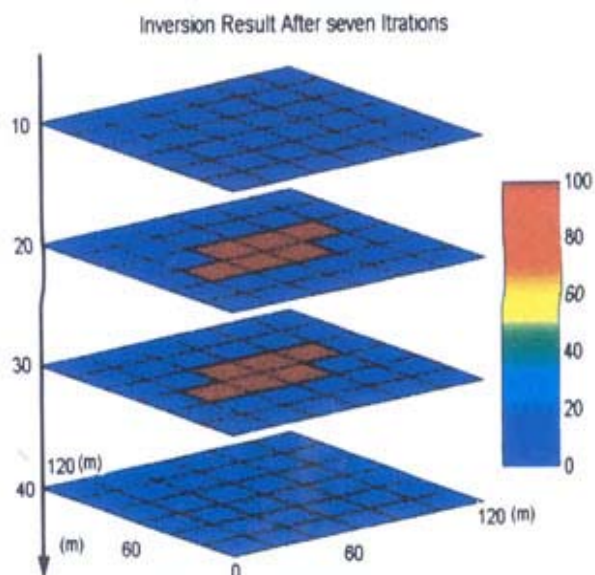
شکل 4 - الف) نتایج وارون سازی در تکرار سوم با $RMS = 7.78 \times 10^{-7}$ و همگرایی نسبی مدل پس از 3 تکرار (سمت چپ)،
ب) نتایج وارون سازی در تکرار چهارم با $RMS = 7.88 \times 10^{-16}$ و همگرایی کامل مدل



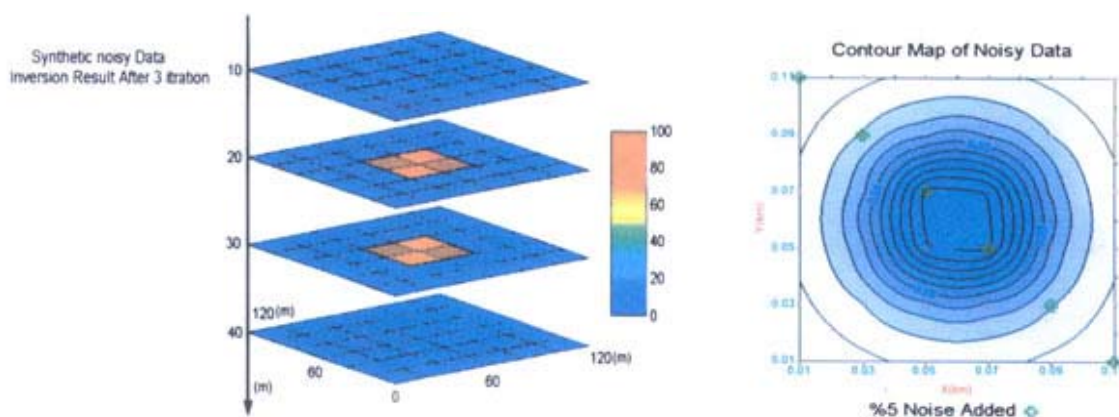
شکل 5 - الف) توزیع هندسی چگالی‌ها در مدل فرضی (سمت چپ)، ب) بی‌هنجاری ناشی از مدل فرضی (سمت راست)



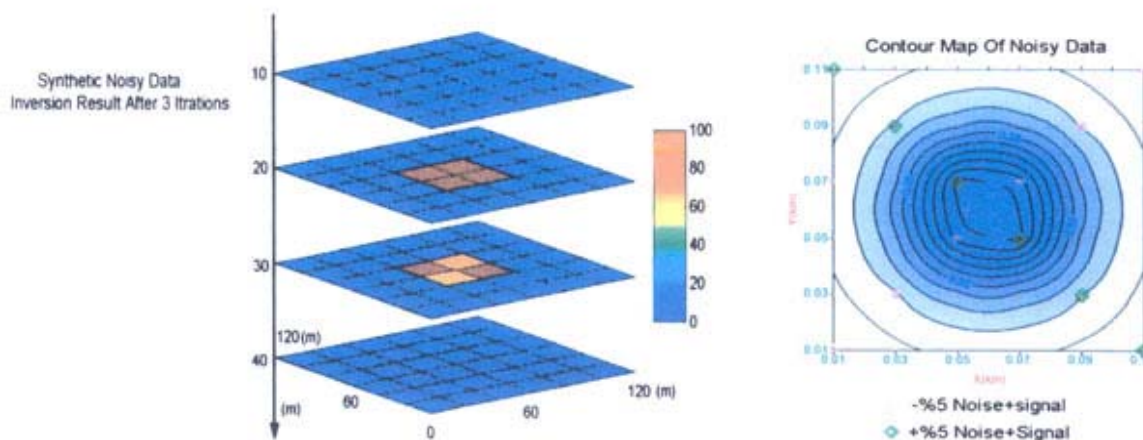
شکل 6 - الف) نتایج وارون سازی در تکرار دوم با $RMS = 0.035$ و توزیع کاملاً پراکنده چگالی‌ها در مدل (سمت چپ)، ب) نتایج وارون سازی در تکرار چهارم با $RMS = 1.127 \times 10^{-6}$ و همگرایی نسبی مدل بعد از 4 تکرار



شکل 7 - نتایج وارون سازی در تکرار هفتم با $RMS = 3.7 \times 10^{-13}$ و همگرایی کامل مدل بعد از 7 تکرار



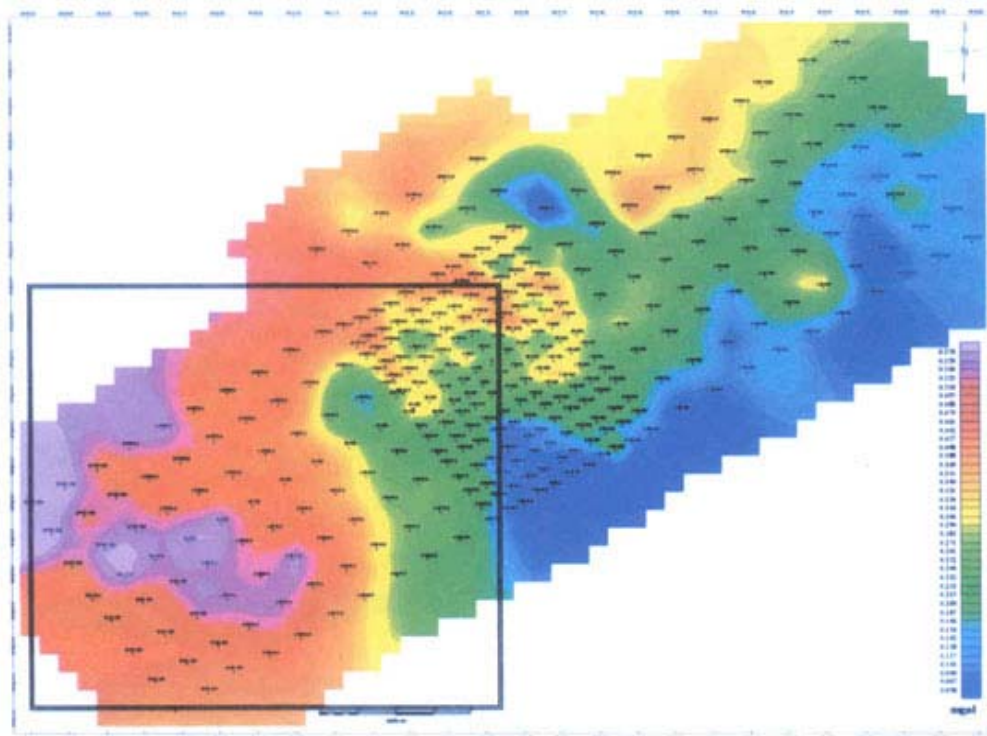
شکل 8 - الف) بی‌هنجاری ناشی از مدل مثال اول به همراه 5 درصد نوفه روی قطر بی‌هنجاری (سمت راست)، ب) نتایج وارون سازی داده‌های نوفه روی قطر فرعی بعد از 3 تکرار با $RMS = 2.17 \times 10^{-5}$ و همگرایی مطلوب مدل



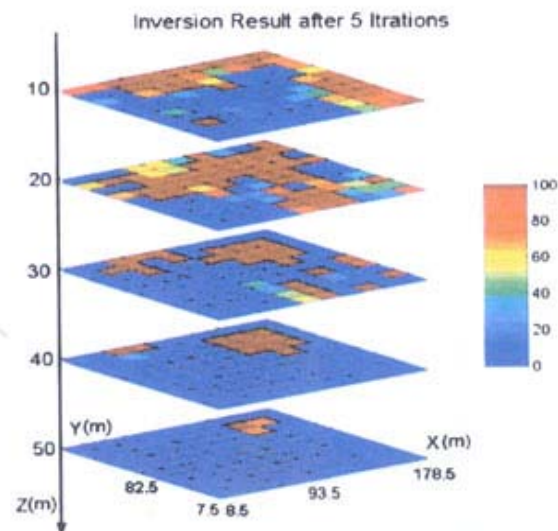
شکل 9 - الف) بی‌هنجاری ناشی از مدل مثال اول به همراه 5%+ نوفه روی قطر فرعی و 5%- نوفه روی قطر اصلی بی‌هنجاری (سمت چپ)، ب) نتایج وارون سازی داده‌های نوفه‌ای نشان داده شده بعد از 3 تکرار با $RMS = 1.21 \times 10^{-3}$ و همگرایی مطلوب مدل



شکل 10 : موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه واقع در استان هرمزگان

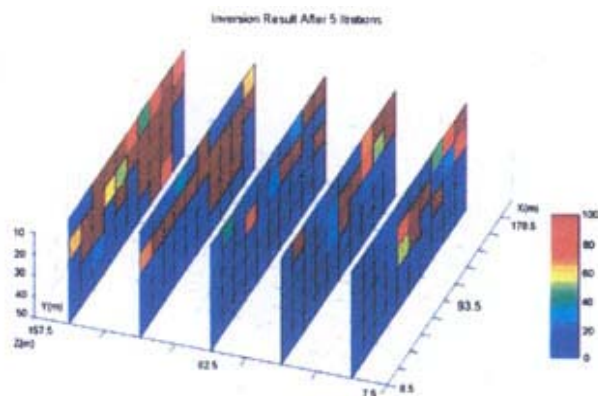


شکل 11 - بی‌هنجاری باقیمانده در ناحیه مورد مطالعه در استان هرمزگان، شبکه برداشت نقاط با فواصل 10 متر در 8 نیمرخ و شبکه نقاط با فواصل برداشت 5 متر به همراه نقاط برداشت نشان داده شده است. ناحیه نشان داده شده در شکل (مربع) برای مدل‌سازی سه‌بعدی استفاده شده است.



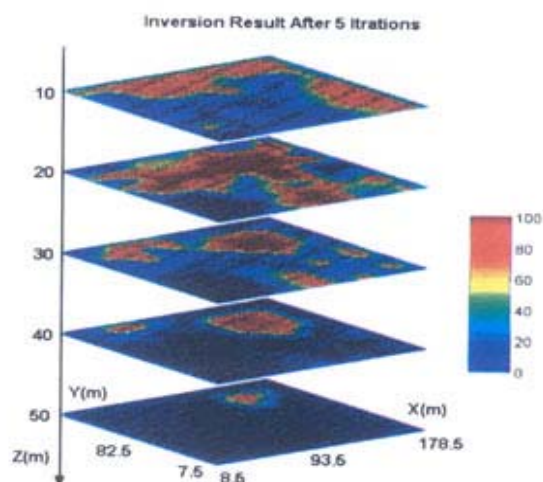
شکل 12 - نتایج مدل‌سازی سه‌بعدی وارون در 5 مقطع عمقی با استفاده از داده‌های برداشت شده در استان هرمزگان. چگالی‌ها در هر بلوک، همان‌گونه که قبلاً نیز گفته شد، به صورت درصدی از چگالی هدف بیان شده‌اند. RMS میان داده‌های محاسبه‌ای توسط مدل و داده‌های واقعی 0.005 است.



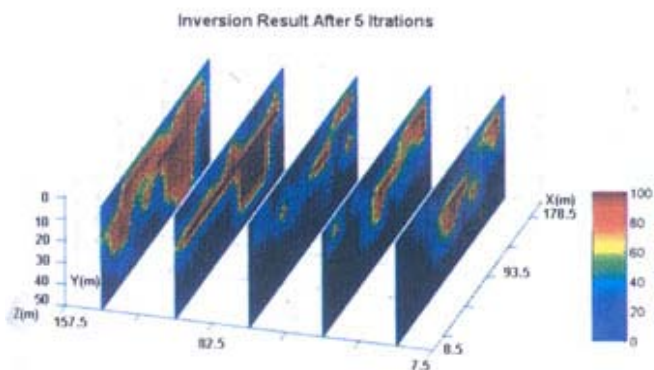


شکل 13 - نتایج مدل‌سازی سه بعدی وارون در 5 مقطع در راستای محور X با استفاده از داده‌های برداشت شده در معدن کرومیت استان هرمزگان

شکل 14: نتایج مدل‌سازی سه بعدی وارون در 5 مقطع عمقی با استفاده از داده‌های برداشت شده در معدن کرومیت استان هرمزگان و استفاده از درون‌یابی سه بعدی به منظور درک بهتر از بی‌هنجاری RMS میان داده‌های محاسبه‌ای توسط مدل و داده‌های واقعی 0.005 است



شکل 15: نتایج مدل‌سازی سه بعدی وارون و استفاده از درون‌یابی سه بعدی برای درک بهتر از بی‌هنجاری در 5 مقطع در راستای محور X با استفاده از داده‌های برداشت شده در معدن کرومیت



References

- Backus, G. E. and Gilbert, J. F., 1988 - Numerical application of formalism for geophysical inversion, in Lines, L. R., Ed., Inversion of geophysical data: Soc. of Expl. Geophys., 9
- Blakely, R.J., 1966- Potential theory in gravity and magnetic application, Cambridge University press.
- Frankline. J. N., 1970 - Well-posed stochastic extensions of ill-posed linear problem: Journal of mathematical analysis and applications, Vol. 31. pp 682-716
- Green, W. R., 1975 - Inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach : Geophysics, Soc. of Expl. Geophys., 40, 763-772.
- Ilk, K. H, 1993 - Regularization for high resolution gravity field recovery by future satellite technique, Proceeding of International Conference held in Potsdam , Akademie Verlag , Berlin
- Koch, K-R., 1988 - Parameter estimation and hypothesis testing ion linear models: Springer-Verlag Berlin, Germany
- Last, B. J. J. and Kubik, K., 1983 - Compact gravity inversion: Geophysics, Soc. of Expl. Geophys., 48, 713-721.
- Lewj, E. 1997 - Modeling and Inversion of high precision gravity data, P.H.D. thesis, Darmstadt University
- Mottl, J., and Mottlova, L. 1972 - Solution of the inverse gravimetric problem with aid of integer linear programming: Geoexpl. , v. 10, p. 53-62
- Plouff, D., 1976 - Gravity and magnetic-fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections : Geophysics, Soc. of Expl. Geophys., 41, 727-741.
- Safon, C., Vasseur, G. and Cuer, M., 1977 - some applications of linear programming to the inverse gravity problem: Geophysics, Soc. of Expl. Geophys., 42, 1215-1229.
- Tikhonov, A. N., and Arsenin. V.Y., 1977 - Solutions of ill-posed problem: John Wiley and Sons, New York, U.S.A

*Institute of Geophysics, Tehran University

** Geological Survey of Iran

* مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

** سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور