

مدل سازی وارون داده های مغناطیسی با استفاده از روش زیر فضا (Subspace Method)

علی نجاتی کلاته^{۱*}، دکتر محمود میرزایی^۲، دکتر ناصر گویا^۱ و ابراهیم شاهین^۳

^۱ دانشکده مهندسی، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

^۲ دانشکده علوم، دانشگاه اراک، اراک، ایران

^۳ سازمان زمین شناسی و اکتشافات معدنی کشور، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۱۲/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۱۱/۱۲

چکیده

در این مقاله، به منظور مدل سازی وارون داده های مغناطیسی، از بسط توابع متعامد و ضرایب دامنه این بسط استفاده شده است. بردارهای پایه بسط ویژه بردارهای بهنجار شده مشتق دوم (Hessian Matrix) تابع هدف (Objective Function) است که از یک مدل مرجع استخراج می شوند. تعداد محدودی از ویژه بردارهایی که به این ترتیب به دست می آیند، زیر فضای جدیدی از متغیرهای مدل را تعریف می کنند که در این زیرفضا تعریفی جدید از تابع هدف بر مبنای متغیرهای به روز شده به دست خواهد آمد. روند کمینه سازی تابع هدف در این زیر فضای جدید بر مبنای این ویژه بردارها انجام خواهد شد. همان طور که در وارون سازی مسایل ژئوفیزیکی معمول است، در روند وارون سازی به معکوس کردن ماتریس هایی که تابع داده ها، متغیرهای مدل و شرایط هندسی مسئله هستند، نیاز است. ماتریس های بیان شده در این زیر فضای جدید دارای ابعاد کمتر و شرایط بهتر برای وارون سازی خواهند بود. انتخاب ویژه بردارهایی که نقش اساسی در وارون سازی دارند با ویژه مقادیر بزرگ در تجزیه ماتریس ها به مقادیر منفرد (SVD) معادل است. سایر ویژه بردارها دارای اثر کم در روند وارون سازی هستند و به طور معمول وارون سازی را به سوی کمینه های موضعی سوق می دهند. با استفاده از وارون سازی در زیر فضاهای محدود از متغیرهای مدل با شرایط بالا، وارون سازی با سرعت بالاتر و مقاوم تر در برابر نوفه انجام می شود. تأثیر روش روی داده های مصنوعی و واقعی میدان کلی میدان مغناطیسی آزمایش شده است. نتایج حاکی از همگرایی (Convergence) بالا و مقاومت در برابر نوفه در مسایل مطرح شده است.

کلیدواژه ها: مدل سازی وارون، روش زیر فضا، همگرایی، تصویر سازی ماتریسی، توابع متعامد

*نویسنده مسئول: علی نجاتی کلاته

۱- مقدمه

پایه دارد. روش زیر فضا و کاربردهای آن در حل مسایل بزرگ مقیاس به خوبی در Oldenburg et al. (1993)، Kennett & Williamson (1988) و Sambridge (1990) مورد بحث قرار گرفته است.

در این مقاله، بردارهای پایه بر خلاف دیگر روش های بیان شده، ویژه بردارهای (Eigenvectors) ماتریس Hessian است. از آنجا که واریانس حل مسئله بستگی به انحنا (Curvature) تابع هدف و انحنا تابع هدف به ماتریس Hessian (ماتریس مشتقات مرتبه دوم متغیرهای مدل) بستگی دارد، بنابراین واریانس حل مسئله توسط بردارهای ویژه ماتریس Hessian کنترل می شود. همه نتیجه گیری ها و روند برنامه نویسی و الگوریتم های روش زیر فضا در این مقاله بر مبنای برنامه نویسی انجام شده، در فضای MATLAB صورت گرفته است.

۲- تئوری روش زیر فضا

حل بیشتر مسایل غیر خطی به کمینه کردن یک تابع مناسب از داده ها، متغیرهای هندسی مدل و متغیرهای مدل منجر می شود. انتخاب تابع هدف بستگی به طبیعت مسئله و پراکندگی خطا در داده های مشاهده ای دارد. در صورتی که همانند بسیاری از مسایل ژئوفیزیکی توزیع خطا در داده ها از آمار گوسی (Gaussian Statistic) پیروی کند، تابع هدف را به صورت مجموع مربعات اختلاف میان داده های مشاهده ای و داده های برآورده شده تئوری و به صورت زیر می توان در نظر گرفت:

$$F(x) = \frac{1}{2} (d_0 - d(x))^T C_d^{-1} (d_0 - d(x)) \quad (1)$$

که در آن x ، $d(x)$ ، d_0 به ترتیب داده های مشاهده ای، داده های پیش بینی شده تئوری و متغیرهای مدل هستند. C_d ماتریس کواریانس داده ها بوده که معیاری از پراکندگی خطا در داده ها است. هر حلی از مسئله را می توان به صورت بسط زیر نمایش داد:

$$x_i = x_i^{ref} + \sum_{j=1}^P V_{ij} \alpha_j \quad i=1,2,\dots,M \quad (2)$$

در بیشتر مسائل وارون ژئوفیزیکی رابطه غیر خطی میان مقادیر مشاهده ای و متغیرهایی که مدل را توصیف می کنند، وجود دارد. راه عمومی به منظور حل مسایل وارون غیر خطی در ژئوفیزیک استفاده از یک بسط خطی در همسایگی یک مدل مرجع است، در این صورت یک سامانه معادلات خطی برای تغییرات متغیرهای مدل خواهیم داشت که با روش های خاص عددی قابل حل است (برخلاف مسایل وارون خطی که سامانه معادلات برای برآورد خود متغیرهای مدل حل می شود). در هر تکرار از مدل به روز شده پس از اعمال تغییراتی که از تکرار پیش به دست آمده است، به عنوان مدل مرجع استفاده می شود این روند را تا زمانی که به همگرایی مطلوب برسیم ادامه می دهیم برای مثال، تغییرات متغیرهای مدل در دو تکرار زیر یک مقدار آستانه باشد. روش کلی یاد شده در وارون سازی غیر خطی داده های گرانی و مغناطیس به منظور به دست آوردن متغیرهای هندسی توسط Corbato (1965)، Kunaratnam (1972)، Pedersen (1977)، Menichetti (1983)، Mickus (1992) و دیگران به کار گرفته شده است. حل همزمان سامانه های معادلات خطی هنگامی که داده ها و متغیرهایی که در مدل سازی به کار می رود افزایش می یابد، از پیچیدگی های زیاد محاسباتی برخوردار است. از این رو، روش های خطی سازی دقیق که بر مبنای مشتق دوم (Hessian Matrix) استوارند، با مشکلات زیاد محاسباتی روبرو خواهد بود.

در این صورت روش های خاص که بتواند بدون وارون سازی ماتریس های حجیم و خطای محاسباتی بالا به همگرایی مطلوب دست یابد، برای حل مسایل یاد شده مناسب است. برای چیرگی بر این مشکل و حل مسئله از روش زیر فضا استفاده می شود. روش زیر فضا از کمینه سازی محلی (Local Minimization) تابع هدف در زیر فضای افراز (Spanned) شده توسط تعداد محدودی از بردارها در فضای متغیرهای مدل استفاده می کند. بردارهایی که برای افراز زیر فضای یاد شده مورد استفاده قرار می گیرد، بردارهای پایه (Basis Vectors) نامیده می شود. میزان تأثیر و موفقیت روش زیر فضا بستگی به تعداد و نحوه انتخاب این بردارهای

باشد، پاسخ دارای یک واریانس بزرگ خواهد بود و به همان میزان دقت در برآورد پاسخ دقیق، پایین خواهد آمد.

با توجه به این که انحنای یک منحنی، معیاری از تیز بودن کمینه آن است، انتظار داریم واریانس پاسخ، در ارتباط مستقیم با انحنا تابع هدف باشد. اما انحنا با استفاده از مشتق دوم یک تابع محاسبه می شود (Menke, 1989). بنابراین در صورتی که مشتق دوم تابع هدف را محاسبه و آن را به ویژه بردارها و ویژه مقادیر منفرد (SVD) تجزیه کنیم، ویژه بردارهایی که معادل ویژه مقادیر بزرگ هستند، می توانند بهترین جهت را در به دست آوردن پاسخی با کمترین واریانس در روند وارون سازی تعیین کنند. با استدلال مطرح شده، از بردارهای بهنجار شده ماتریس Hessian به عنوان بردارهای پایه در وارون سازی استفاده شده است. رفتار بردارهای پایه، شباهت بسیار زیادی به هارمونیک های کروی (Spherical Harmonics) با درجات مختلف دارد و هر بردار پایه دارای یک بسامد فضایی خاص است. نکته مهم در مورد متغیرهای مدل این است که در هر مسئله بیش تعیین شده (Over Determined) هر α_j با استفاده از تعداد زیادی از متغیرهای مدل مقید شده است، اما در مورد مسایل کم تعیین شده (Under determined) هر متغیر مدل با استفاده از تعداد زیادی از داده ها مقید نشده است، از این رو در بیشتر مسائل کم تعیین شده با نوسانات زیاد و غیر واقعی در متغیرهای مدل پس از وارون سازی مواجه خواهیم شد. حال با توجه به این مطلب اگر در وارون سازی از بردارهای ویژه که معادل ویژه مقادیر کوچک هستند استفاده شود، نوسانات بزرگ و غیر واقعی در مدل بدون تأثیر قابل توجه بر داده های پیش بینی شده خواهیم داشت. از این رو برای دستیابی به جهت حرکت مناسب و مؤثر در دستیابی به کمینه منطبق بر واقعیات زمین شناسی از این ویژه بردارها در وارون سازی صرف نظر می کنیم، در این صورت وارون سازی پایدار و سریع خواهد بود. با یک رویکرد تکراری به منظور حل مسئله وارون پس از به دست آوردن α با یک تبدیل به فضای متغیرهای مدل به مقادیر متغیرهای مدل x خواهیم رسید.

۲-۲. عدم قطعیت (Uncertainty) و قدرت تفکیک (Resolution) در وارون سازی

عدم قطعیت در مدل سازی با افزایش خطا در داده های مشاهده ای افزایش می یابد. در موارد عملی داده های مشاهده ای به صورت اجتناب ناپذیری با نوفه همراه هستند. عدم قطعیت و خطا در مدل برآوردی به واسطه توزیع خطا در داده ها به خوبی در Wiggins (1972), Jackson (1972) مورد بحث قرار گرفته است. در صورتی که تابع هدف به صورت یک تابع هموار از متغیرهای مدل باشد، رابطه میان تجزیه خطا، در داده ها و قدرت تفکیک در وارون سازی های غیر خطی را می توان توسط روابط زیر محاسبه کرد. در صورتی که C ماتریس کواریانس متغیرهای مدل باشد، داریم:

$$C = H_{sb}^{-1} V (V^T H V)^{-1} V^T \quad (12)$$

که H_{sb}^{-1} وارون عمومی (Generalized inverse) روش زیر فضا است. ریشه توان دوم مؤلفه های قطری ماتریس C عدم قطعیت هر یک از متغیرهای مدل را به دلیل پراکندگی خطای داده ها، در برآورد متغیرهای مدل نشان می دهد.

در صورتی که تغییرات واقعی متغیرهای مدل را در تکرار با $\delta\alpha^{true}$ نشان دهیم، این تغییرات از حل سامانه معادله های زیر به دست می آید:

$$H\delta x^{true} = -\gamma \quad (13)$$

با ضرب H_{sb}^{-1} در طرفین رابطه بالا و با در نظر گرفتن $\delta x = -H_{sb}^{-1}\gamma$ داریم:

$$\delta x = H_{sb}^{-1} H \delta\alpha^{true} \quad (14)$$

با توجه به رابطه یاد شده ماتریس قدرت تفکیک متغیرهای مدل به صورت زیر تعریف می شود:

$$R = H_{sb}^{-1} H \quad (15)$$

که در آن M, N به ترتیب تعداد و متغیرهای مدل مرجع است. V_j تعداد P بردار پایه متعامد است و α_j ها ضرایب بسط هستند که باید برآورد شوند و هر مجموعه از ضرایب بسط نشانگر یک نقطه از فضای P بعدی متغیرهای مدل است. رابطه (۲) را به صورت ماتریس - برداری به شکل زیر می توان نوشت:

$$X = X^{ref} + V\alpha \quad (3)$$

از آنجا که بردارهای پایه در طول روند وارون سازی ثابت هستند، تنها ضرایب بسط α باید برآورد شوند. در هر تکرار تغییرات متغیرهای مدل از رابطه زیر به دست می آید:

$$\delta x = V\delta\alpha \quad (4)$$

اگر $F(x)$ یک تابع هموار از x باشد، با استفاده از تقریب درجه دوم از تابع هدف با استفاده از بسط سری تیلور داریم:

$$F(x+\delta\alpha) = F(x) + \gamma^T \delta\alpha + \frac{1}{2} \delta\alpha^T H \delta\alpha \quad (5)$$

که γ بردار گرادیان و H ماتریس Hessian است، که از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$\gamma = -G^T C_d^{-1} (d_0 - d(x)) \quad (6)$$

$$H = G^T C_d^{-1} G - \nabla_x G^T C_d^{-1} (d_0 - d(x)) \quad (7)$$

که $G_j = \frac{\partial d_j(x)}{\partial x_j}$ ماتریس Jacobian متغیرهای مدل است که بیشتر با روش های عددی قابل محاسبه است. در معادله (۷) عبارت $\nabla_x G = \nabla_x d(x)$ وابستگی غیر خطی داده ها و متغیرهای مدل را بیان می کند و در مقایسه با عبارت اول رابطه (۷) ناچیز و در محاسبه ماتریس Hessian قابل صرف نظر کردن است. با ترکیب دو رابطه (۴) و (۵) تابع هدف جدید بر حسب $\delta\alpha$ به دست می آید. حال با کمینه کردن $F(\delta\alpha)$ بر حسب تغییرات جدید متغیرهای مدل در زیر فضای افزاش شده در فضای متغیرهای مدل داریم:

$$\delta\alpha = -(V^T H V)^{-1} V^T \gamma \quad (8)$$

$$\frac{\partial F(\delta\alpha)}{\partial(\delta\alpha)} = 0 \quad j=1,2,\dots,P$$

در نهایت، تغییرات متغیرهای مدل در هر تکرار با تصویر سازی وارون (Back Projection) عبارت (۸) با استفاده از رابطه (۴) به دست می آید:

$$\delta x = -V(V^T H V)^{-1} V^T \gamma \quad (9)$$

در صورتی که تعداد بردارهای پایه انتخاب شده $P(P < M)$ کوچک تر از تعداد کل متغیرهای مدل باشد، وارون سازی ماتریس Hessian تصویر سازی شده در زیر فضایی کوچک تر از متغیرهای مدل انجام خواهد شد. ماتریس $P \times P$ مشتقات دوم تصویر سازی شده $(V^T H V)$ بر مبنای انتخاب صحیح بردارهای پایه V دارای شرایط بهتری نسبت به ماتریس Hessian تصویر سازی نشده دارد. معادله بالا رابطه عمومی وارون سازی غیر خطی با استفاده از روش زیر فضا است. برای ایجاد ساختار ماتریس Hessian تصویر سازی شده نیاز به محاسبه عبارات زیر داریم:

$$H_p^{(ij)} = \gamma^{(i)T} [G^T C_d^{-1} G] \gamma^{(j)} \quad i,j=1,2,\dots,P \quad (10)$$

برای ساختن H_p نیاز به ایجاد ساختار $G^T C_d^{-1} G$ نیست زیرا با بازسازی (۱۰) به صورت زیر برای H_p داریم:

$$H_p^{(ij)} = b^{(i)T} C_d^{-1} b^{(j)} \quad (11)$$

با در نظر گرفتن $b^{(i)} = G \gamma^{(i)}$ تنها کافی است که یک ضرب برداری برای هر کدام از مؤلفه های ماتریس Hessian تصویر سازی شده، انجام شود.

۲-۱. انتخاب بردارهای پایه

همان گونه که اشاره شد، با استفاده از یک مجموعه از بردارهای پایه، روابط اساسی روش زیر فضا فرمول بندی شده است. در صورتی که تابع هدف دارای یک کمینه تیز (Sharp minimum) در همسایگی مدل برآوردی باشد، انتظار می رود به دلیل وجود واریانس کوچک، پاسخ به خوبی تعیین شده باشد. در مقابل، در صورتی که تابع هدف دارای یک کمینه پهن (Broad minimum) در همسایگی مدل برآوردی

معلوم در نظر گرفته می شود. میدان کلی مغناطیسی زمینه با بزرگی $48000\eta T$ و زاویه انحراف 45° درجه، زاویه میل صفر درجه که زاویه انحراف برای بردار مغناطیدگی در هر بلوک به پیروی از میدان زمینه دارای زاویه انحراف 45° درجه است. راستای نیمرخ نیز به گونه ای انتخاب شده است که عمود بر جهت شمال مغناطیسی است. خودپذیری مغناطیسی نیز در هر بلوک $0.002SI$ در نظر گرفته شده است (در مورد داده های واقعی زوایای میل و انحراف میدان زمینه و مغناطیدگی جسم به عنوان متغیرهای معلوم، با استفاده از IGRF (International Geomagnetic Reference Field) یا به صورت مستقیم اندازه گیری می شود). هندسه ساختار مصنوعی در نظر گرفته شده و داده های میدان کلی مغناطیسی ناشی با اضافه کردن 5° درصد نوبه (نسبت نوبه به سیگنال 5° درصد در نظر گرفته شده است) در شکل ۲- الف و ب آمده است.

بیشینه میزان نوبه اضافه شده به داده ها $8.33\eta T$ است و میانگین مجذور نوبه برای کل داده ها برابر با $3.128\eta T$ است. از داده های مصنوعی که بدین ترتیب تولید شده اند به عنوان داده های ورودی به روند وارون سازی با روش زیر فضا استفاده می کنیم. با تجزیه ماتریس Hessian مقادیر منفرد ویژه بردارها و ویژه مقادیر برای مدل اولیه با ژرفای یکنواخت 0.8 کیلومتر به دست می آید. در شکل ۳ نسبت بزرگی ویژه مقادیر ماتریس Hessian نسبت به بزرگی ویژه مقدار اول رسم شده اند. در شکل ۴ بردارهای پایه ماتریس Hessian نسبت به شماره بردار در یک نمایه سه بعدی (که برای درک بهتر از روند تغییرات و نوسانات بردارهای پایه میان یابی شده است) ارائه شده است.

دامنه بردارهای پایه با افزایش شماره بردار پایه کاهش محسوس و نوسانات آنها با افزایش شماره بردارهای پایه افزایش می یابد. ابتدا با استفاده از 20 بردار به وارون سازی داده ها پرداخته می شود. وارون سازی برای 40 تکرار پی در پی انجام شده است که خطای میانگین مجذور پس از شش تکرار کم و بیش ثابت و در حدود $32\eta T$ باقی می ماند (شکل ۷). این مقدار در مقایسه با میانگین مجذور نوبه برای کل داده ها ($3.128\eta T$) عدد بسیار بزرگی است و نشان دهنده این است که وارون سازی با استفاده از 20 بردار پایه با دقت مناسب انجام نخواهد شد. نتایج وارون سازی نیز پس از 40 تکرار پی در پی در شکل های ۶ و ۵ آمده است.

با توجه به شکل ۳ می توان دید دامنه ویژه بردارها، پس از ویژه بردار شماره ۳۳ دارای یک افت آشکار است به طوری که دامنه ویژه بردارهای پس از این شماره نسبت به دامنه بیشینه حدود هزار برابر کاهش یافته است. با توجه به این مطلب و با توجه به روند نوسانات شدید بردارهای پایه، که در شکل ۴ آمده است، از 33 ویژه بردار در وارون سازی استفاده می کنیم (انتخاب کمینه بردارهای پایه مورد نیاز برای روند وارون سازی به طور معمول با روش های تجربی مانند آزمون و خطا انجام می شود. این مطلب بیشتر به منظور کمتر شدن حجم محاسبات عددی و مقاومت وارون سازی در برابر نوبه انجام می شود). در این مورد نیز، چون مدل اولیه مانند مثال پیش در نظر گرفته شده است، ویژه مقادیر و بردارهای پایه مانند آن چه در شکل های ۳ و ۴ آمده است، وجود دارد. وارون سازی برای 25 تکرار پی در پی انجام شده است، که دارای خطای میانگین مجذوری برابر با $3.12\eta T$ است. این مقدار کمتر از میانگین مجذور نوبه برای کل داده ها ($3.128\eta T$) است (با در نظر گرفتن نسبت نوبه به سیگنال 5° درصد) این امر نشان می دهد وارون سازی با دقت بالا انجام شده است و نوبه نیز در روند وارون سازی کمینه نشده است. نتایج وارون سازی در شکل های ۸، ۹ و ۱۰ نشان داده شده است. در نمایه های ۸ و ۹ به روشنی برازش میان داده های مصنوعی و داده های برآورد شده و همچنین پوشش مناسب مدل مصنوعی دیده می شود. در شکل ۱۰ نیز ماتریس قدرت تفکیک برای متغیرهای مدل رسم شده است. قطری بودن این ماتریس نشان می دهد وارون سازی با دقت مطلوب انجام شده است.

در صورتی که R یک ماتریس، همانی باشد، بدان معناست که تمامی متغیرهای مدل به صورت ایده آل مدل سازی شده است. با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۵) برای R داریم:

$$R = V(V^T H V)^{-1} V^T H. \quad (16)$$

با استفاده از ویژه بردارهای بیشتر در وارون سازی، قدرت تفکیک افزایش می یابد اما در مقابل، با افزایش ویژه بردارها خطای توزیع شده ناشی از داده ها، در برآورد متغیرهای مدل نیز افزایش می یابد. بنابراین همواره یک رابطه معکوس (رابطه جایگزینی سبک و سنگین) میان افزایش قدرت تفکیک و پراکندگی خطا در برآورد متغیرهای مدل وجود دارد.

۲-۳. حل مسئله مستقیم برای داده های دو بعدی مغناطیسی

به منظور مدل سازی دو بعدی داده های میدان مغناطیسی، ابتدا باید به حل مسئله مستقیم موضوع پرداخت. همچنان که در مدل سازی های دو بعدی در مسایل میدان پتانسیل معمول است، از یک مجموعه بلوک های قائم با ژرفاهای متفاوت که در کنار یکدیگر قرار گرفته اند، برای وارون سازی داده های میدان کلی مغناطیسی برای مدل سازی ناپیوستگی ها استفاده می شود. تباین مغناطیدگی و جهت آن در هر بلوک به دلخواه تفسیر گر می تواند تغییر کند. ابتدا به محاسبه اثر یک بلوک به صورت مجزا پرداخته می شود به این منظور مطابق شکل، محورهای مختصات را به صورت متعامد (Cartesian) در جهت (x, z) که جهت مثبت Z به سمت پایین در نظر می گیریم.

اگر میدان مغناطیسی کلی ناشی از یک دایک با ژرفای نامحدود همانند آن چه در شکل ۱ آمده است را با $M(x, z)$ نشان دهیم، داریم:

$$M(x, z) = 2kT \sin \delta (1 - \cos^2 \alpha \cos^2 i) \times \left[\left(\tan^{-1} \frac{(x-x_0)+b}{h} - \tan^{-1} \frac{x-b}{h} \right) \cos \theta + \frac{1}{2} \ln \frac{(x-x_0-b)^2 + h^2}{(x+b)^2 + h^2} \sin \theta \right] \quad (17)$$

در رابطه بالا x, z به ترتیب مختصات قائم و افقی، x_0 مختصات افقی مرکز دایک، h ژرفای بالایی دایک، T, k به ترتیب مغناطیس پذیری و شدت میدان مغناطیسی محیط (Ambient magnetic strength)، δ, i به ترتیب زاویه میل میدان (Inclination) مغناطیسی و زاویه شیب دایک، $\theta = 2I - \delta - 90^\circ$ ، $I = \tan^{-1} \left(\frac{\tan i}{\sin \alpha} \right)$ ، α راستای (Strike) دایک است. به منظور محاسبه اثر یک دایک قائم با ژرفای محدود می توان میدان کلی به دست آمده از دو دایک با اختلاف ژرفی مورد نظر با یک میزان مغناطیس پذیری اما با علامت مخالف را جمع جبری کرد. محاسبات مستقیم از این رو که همه روش های بعدی و محاسبات وارون سازی بر مبنای آنها انجام می شود، از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

۲-۴. کارایی (Efficiency) روش زیر فضا در وارون سازی

به منظور نشان دادن کارایی روش ارائه شده، از روش یاد شده برای مدل سازی داده های مصنوعی و واقعی استفاده شده است. در مثال هایی که ارائه خواهد شد تباین مغناطیس پذیری لایه ها (همان طور که در مدل سازی هایی که هدف آنها تعیین متغیرهای هندسی است) با استفاده از اطلاعات زمین شناسی یا دیگر اطلاعات ژئوفیزیکی به مدل به عنوان اطلاعات اولیه داده می شود.

– وارون سازی داده های مصنوعی: به منظور درک بهتر چگونگی کارایی روش و جزئیات مربوط به آن از وارون سازی داده های مصنوعی در طول یک نیمرخ استفاده شده است. با این رویکرد از یک نیمرخ با طول $23/5$ کیلومتر و فاصله نمونه برداری 0.5 کیلومتر برای داده های مؤلفه میدان کلی مغناطیسی استفاده شده است. سنگ کف یا ناپیوستگی مغناطیسی با استفاده از یک مجموعه از بلوک های قائم همچنان که در بیشتر مدل سازی های دوبعدی مرسوم است، شبیه سازی می شود. برای این مجموعه از بلوک های قائم، بلندی بلوک ها به عنوان متغیرهای ناشناخته وارون سازی و خودپذیری با استفاده از اطلاعات اولیه یا مشاهده مستقیم زمین شناسی به عنوان متغیر

پایه برابر با $5.26\eta T$ است که پس از ۱۵ تکرار پی در پی به صورت پایدار و ثابت باقی می ماند. در شکل ۲۰ نتایج نهایی مدل سازی پس از ۲۰ تکرار پی در پی و ناپیوستگی مدل سازی شده نشان داده شده است. ماتریس قدرت تفکیک متغیرهای مدل نیز در شکل ۲۱ نشان داده شده است.

با استفاده از نتایج تفسیر و پردازش لرزه ای ژرفای بالا آمدگی ناپیوستگی بازالتی در بخش خاوری نیمرخ حدود ۸۵۰ متر که در شکل ۱۵ با نقطه A نشان داده شده است و در ژرف ترین افق که در شکل ۱۵ با نقطه B نشان داده شده است، ۳۷۵۰ متر است. با توجه به شکل ۲۰ نتایج مدل سازی داده های میدان مغناطیسی کلی همخوانی قابل قبولی با نتایج به دست آمده ناشی از تفسیر نتایج لرزه نگاری در ناحیه یاد شده دارد.

۳- نتیجه گیری

با توجه به وجود نوفه بالای همراه با داده های مغناطیسی (که این سطح بالای نوفه می تواند در اثر لایه های مغناطیده سطحی یا در اثر شرایط برداشت داده های مغناطیسی و اثرپذیری بالای داده های مغناطیسی از عوامل محیطی باشد) مدل سازی این داده ها در ژئوفیزیک، بیشتر با ناپایداری و دشواری های محاسبات عددی همراه است. ماهیت دوقطبی و برداری میدان مغناطیسی و وابستگی داده های مغناطیسی به بزرگی و جهت بردارهای مغناطیسی زمین و بردار مغناطیدگی سنگ ها، تعداد متغیرهای مؤثر در بزرگی میدان کلی مغناطیسی را در هر نقطه تحت تأثیر قرار می دهد. از این رو، این مقاله با به کارگیری یک روش کارآمد برای حل مسئله مستقیم مغناطیسی با در نظر گرفتن تمامی متغیرهای بیان شده و معرفی یک روش وارون سازی مؤثر و پایدار، سعی در چیرگی بر مشکلات و دشواری های عددی موجود در مدل سازی داده های مغناطیسی نموده است. روش زیر فضا، با استفاده از بسط با تقریب مربعی (بر خلاف بیشتر روش های خطی سازی کلاسیک که از تقریب خطی استفاده می کنند) دقت در وارون سازی را افزایش می دهد. همچنین با انتخاب بردارهای پایه مؤثر در وارون سازی از حجم محاسبات عددی و وارون سازی ماتریس های حجیم کاسته و زمان اجرای الگوریتم رایانه ای را کاهش می دهد. همچنین با حذف ویژه بردارهایی که اثر کمی در روند وارون سازی دارند، موجب پایداری در وارون سازی داده ها می شود. نتایج ناشی از مدل سازی با داده های مصنوعی تولید شده همراه با نوفه، قابلیت روش وارون سازی زیر فضا را حل مسائل وارون مغناطیسی نشان می دهد. همچنین وارون سازی داده های مغناطیسی واقعی برداشت شده در دشت مغان، به روشنی بالا آمدگی ناپیوستگی بازالتی را در مقطع مدل سازی شده در شکل ۲۰ نشان می دهد. ژرفای این بالا آمدگی و بیشترین ژرفای ناپیوستگی بازالتی با ژرفایی که از لرزه نگاری دو بعدی در این منطقه انجام شده است، همخوانی بسیار خوبی دارد. روش زیر فضا، افزون بر مزایای بیان شده در وارون سازی سامانه های بزرگ مقیاس که در آنها خطای محاسبات عددی نقش تعیین کننده ای در دقت و زمان وارون سازی دارد، می تواند به عنوان یک ابزار قوی در وارون سازی داده های ژئوفیزیکی مورد استفاده قرار گیرد.

برای نشان دادن پایداری روش وارون سازی زیر فضا در برابر نوفه با شرایط مثال بالا نسبت نوفه به سیگنال را به ۱۵ درصد افزایش می دهیم. در این صورت خطای میانگین مجذور بعد از ۹ تکرار $7.69\eta T$ است در صورتی که میانگین مجذور نوفه اضافه شده به کل داده ها $8.28\eta T$ است. یعنی پس از ۹ تکرار خطای میانگین مجذور در حد سطح نوفه اضافه شده به داده ها است.

گفتنی است که بیشینه مقدار نوفه اضافه شده به داده ها $21.16\eta T$ که در مقایسه با بیشینه مقدار بی هنجاری $115.97\eta T$ عدد بزرگی است. نتایج وارون سازی برای این سطح نوفه در شکل های ۱۱ تا ۱۴ آمده است. بنابراین با افزایش این سطح نوفه نیز به داده ها برازش داده ها و مدل بازیافت شده قابل قبول هستند. همان طور که بیان شد، افزودن این مقدار از نوفه به داده ها به طور معمول در روش های مدل سازی داده های ژئوفیزیکی معمول نیست و تنها به دلیل نشان دادن پایداری روش در برابر نوفه مطرح شده است.

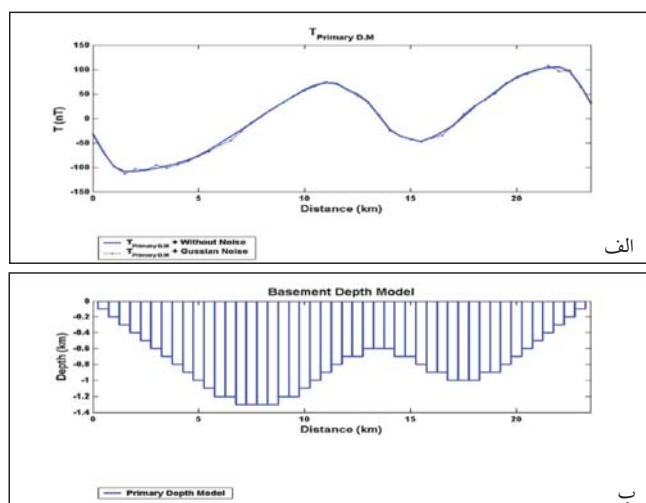
– وارون سازی داده های واقعی – مطالعه موردی: در منطقه دشت مغان به علت رخنمون سنگ های ترشیری و جوان تر، از سنگ های دوران دوم و قدیمی تر، اطلاعات چندانی در دست نیست. در اواخر کرتاسه، اوائل پالئوسن، چین خوردگی در مقیاس وسیعی در شمال ایران روی داده که به نظر می رسد منطقه دشت مغان نیز در تأثیر این چین خوردگی واقع شده است و سنگ های ترشیری به صورت دگرشیب بر روی سنگ های قدیمی تر قرار گرفته اند. این دگرشیبی در باختر دشت مغان توسط مقاطع لرزه نگاری تأیید شده است.

نیمرخ داده های میدان کلی مغناطیسی ناحیه مغان که توسط IGRF تصحیح شده، در شکل ۱۵ نشان داده شده است. نیمرخ یاد شده به گونه ای انتخاب شده که با نیمرخ های لرزه ای موجود در ناحیه از نظر موقعیت جغرافیایی نزدیک باشد تا امکان مقایسه نتایج با داده های لرزه ای وجود داشته باشد. نیمرخ یاد شده به طول $30/5$ کیلومتر دارای 61 نقطه برداشت داده با فاصله $0/5$ کیلومتر است.

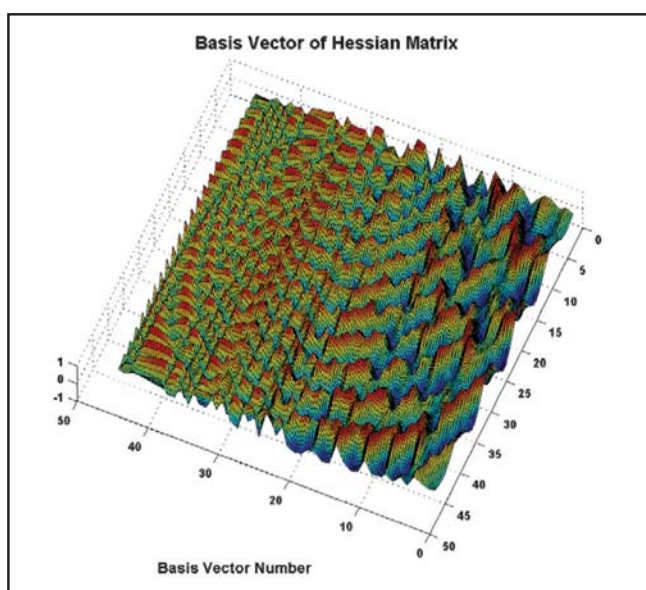
به منظور وارون سازی داده های مغناطیسی از یک مدل اولیه با ژرفای یکسان 2 کیلومتر استفاده شده است. خودپذیری مدل اولیه نیز بر مبنای اختلاف میان خودپذیری رسوبات منطقه و ناپیوستگی (بالا آمدگی) بازالتی با استفاده از اطلاعات موجود زمین شناسی برابر با $0.0009SI$ در نظر گرفته شده است. هدف در اینجا، مدل سازی مرز میان رسوبات و این ناپیوستگی بازالتی است. همان طور که در تئوری روش نیز بدان اشاره شد، بردارهای پایه برای تصویر سازی و محاسبه ماتریس مشتقات دوم از این مدل اولیه استخراج شده اند. در شکل ۱۶ نسبت بزرگی مقادیر ویژه نسبت به بزرگی ویژه مقدار اول آمده است. در این شکل میزان افت دامنه ویژه مقادیر نسبت به بزرگی ویژه مقدار اول قابل توجه است. بردارهای ویژه متناظر با ویژه مقادیر یاد شده، در شکل ۱۷ نشان داده شده است.

کاهش دامنه و افزایش نوسانات با افزایش شماره بردار، مانند مثالی که در مدل سازی داده های مصنوعی بدان اشاره شد، در اینجا نیز آشکار است. داده های ناشی از مدل اولیه در شکل ۱۸ نشان داده شده است. با توجه به افت شدید دامنه مقادیر ویژه پس از ویژه مقدار سی ام (دامنه ویژه مقدار سی ام در حدود $1/1000$ ویژه مقدار اولیه است) و تغییر محسوس در شکل نوسانات ویژه بردارها پس از ویژه بردار شماره سی، از 30 بردار پایه برای وارون سازی استفاده شده است. این امر موجب کاهش حجم عملیات به میزان قابل توجهی است زیرا با افزایش ابعاد ماتریس هایی که باید در روند وارون سازی معکوس شوند، عملیات عددی و محاسباتی به صورت تصاعدی افزایش می یابد.

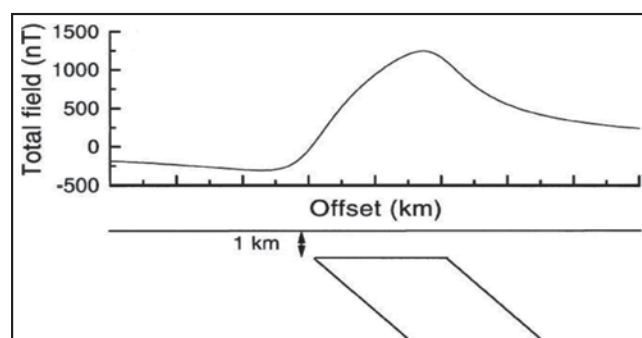
خطای میانگین مجذور برای 30 تکرار پی در پی و استفاده از 30 بردار



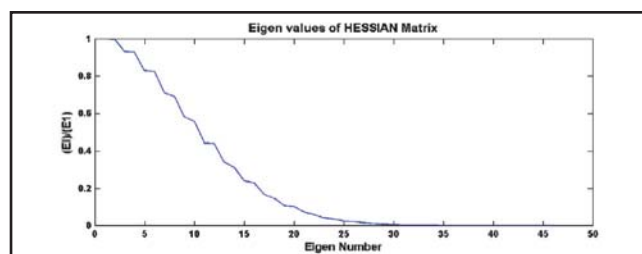
شکل ۲- الف) ناهنجاری میدان کلی مغناطیسی ناشی از مدل مصنوعی. منحنی توپر ناهنجاری بدون نوفه و منحنی خط چین ناهنجاری با نوفه ۵ درصد است. ب) مدل مصنوعی با طول ۲۳/۵ کیلومتر و خودپذیری ۰.۰۰۲SI



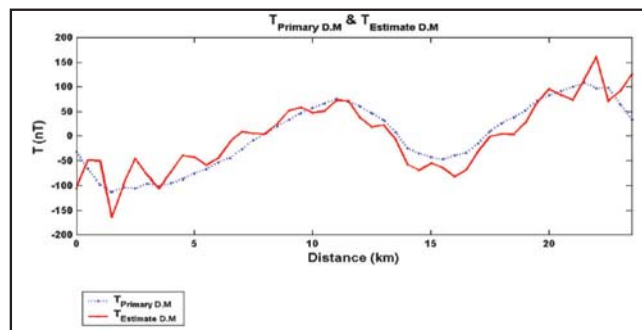
شکل ۳- نمایش نسبت بزرگی ویژه مقادیر ماتریس Hessian نسبت به بزرگی ویژه مقدار اول



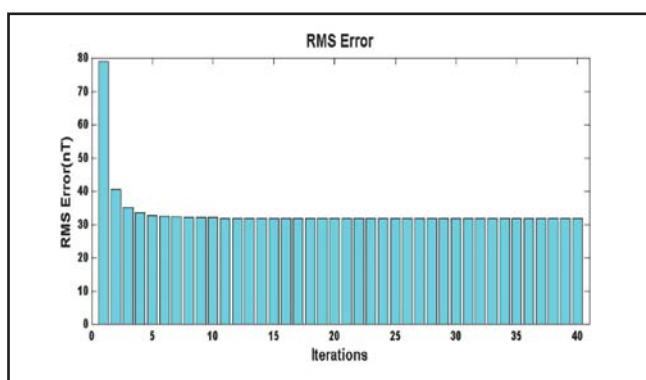
شکل ۴- میدان مغناطیسی کلی ناشی از یک دایک در ژرفای ۱ کیلومتر و شیب ۴۵ درجه. زاویه میل مغناطیسی (Inclination) ۴۵ درجه در نظر گرفته شده است (Thurston et al., 2002)



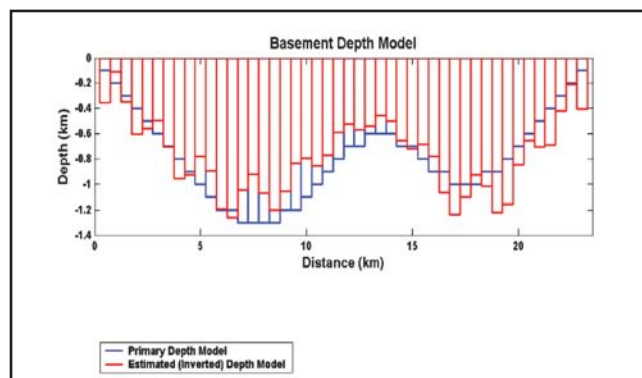
شکل ۵- منحنی آبی (خط چین) داده‌های ناشی از مدل مصنوعی و منحنی سرخ (توپر) داده‌های برآوردی ناشی از وارون‌سازی



شکل ۶- بردارهای پایه ماتریس Hessian نسبت به شماره بردار در یک نمایه سه بعدی

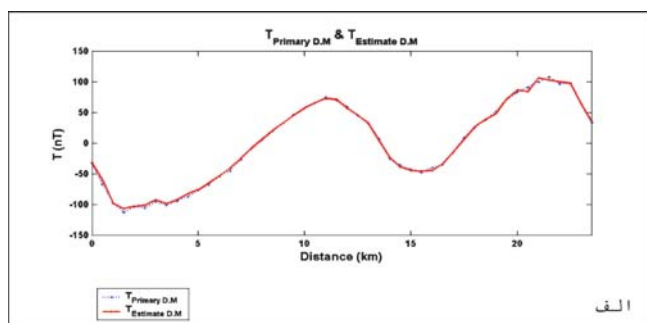


شکل ۷- خطای میانگین مجذور برای ۴۰ تکرار پی در پی

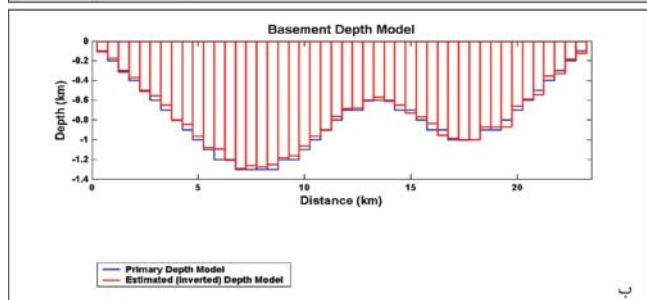


شکل ۸- منحنی آبی مدل مصنوعی و منحنی سرخ مدل برآورد شده با استفاده از وارون‌سازی

پس از ۴۰ تکرار

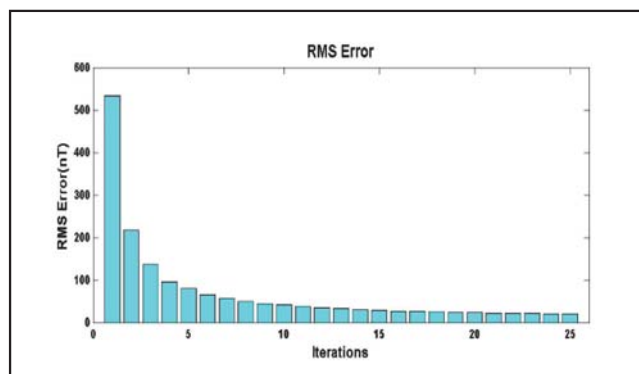


الف

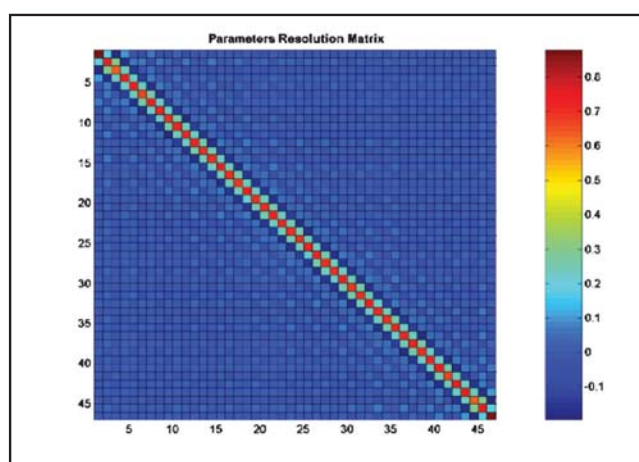


ب

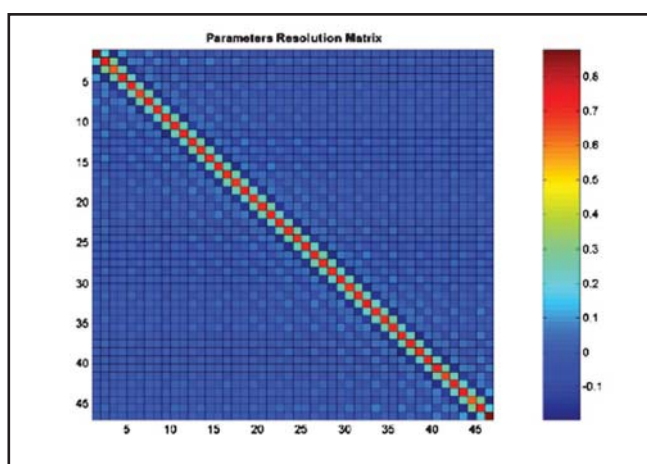
شکل ۹- الف) منحنی آبی (خط چین) داده های ناشی از مدل مصنوعی و منحنی سرخ (توپر) داده های برآوردی ناشی از وارون سازی ب) منحنی آبی مدل مصنوعی و منحنی سرخ مدل برآورد شده با استفاده از وارون سازی بعد از ۲۵ تکرار و استفاده از ۳۳ بردار پایه



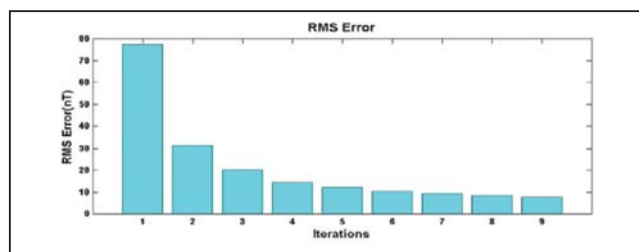
شکل ۸- خطای میانگین مجذور برای ۲۵ تکرار پی در پی و استفاده از ۳۳ بردار پایه



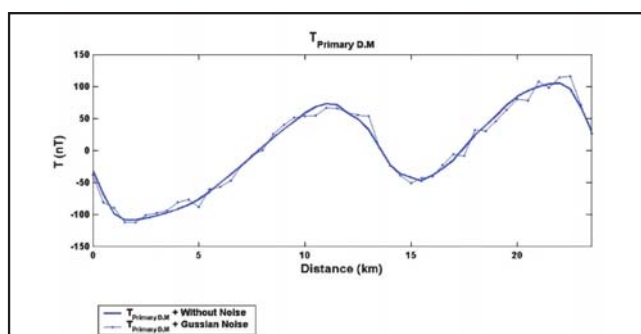
شکل ۱۰- ماتریس قدرت تفکیک متغیرهای مدل بعد از ۲۵ تکرار و استفاده از ۳۳ بردار پایه



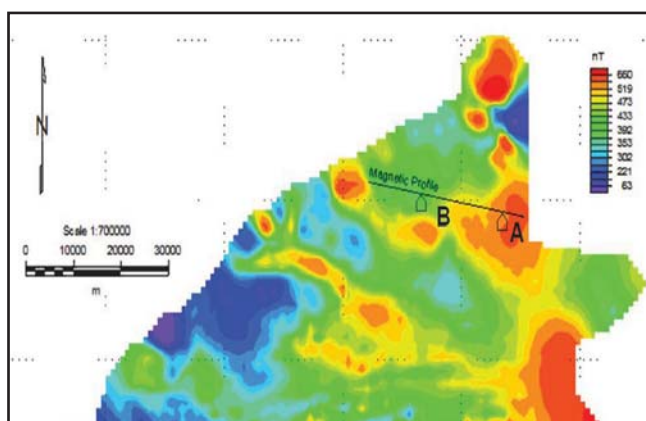
شکل ۱۲- ماتریس قدرت تفکیک متغیرهای مدل برای ۹ تکرار پی در پی و استفاده از ۳۳ بردار پایه و نسبت نوفه به سیگنال ۱۵ درصد



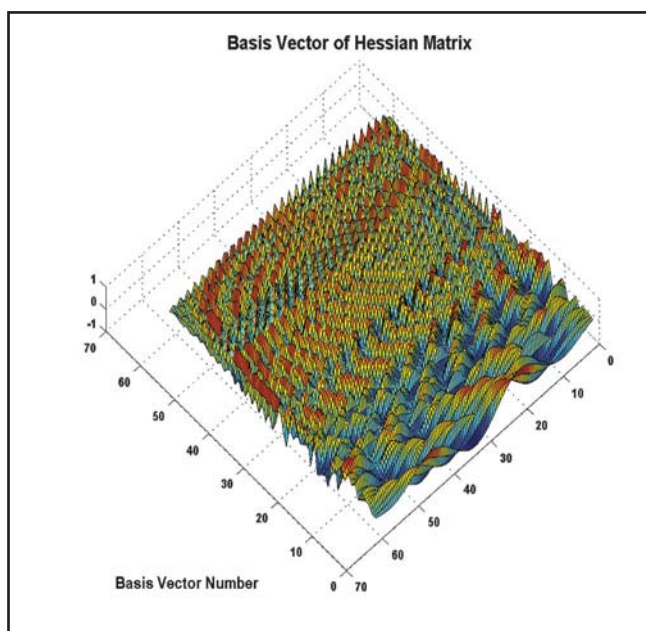
شکل ۱۱- خطای میانگین مجذور برای ۹ تکرار پی در پی و استفاده از ۳۳ بردار پایه و نسبت نوفه به سیگنال ۱۵ درصد



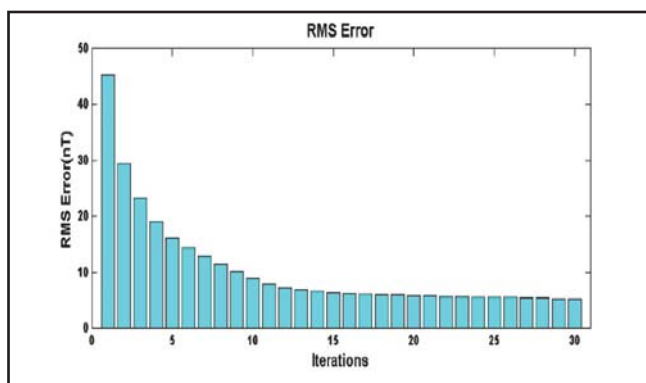
شکل ۱۳- مقایسه میزان و سطح نوفه ۱۵ درصد که به داده های ناشی از مدل مصنوعی اضافه شده است. منحنی توپر داده های ناشی از مدل اولیه و منحنی خط چین داده ها به همراه نوفه



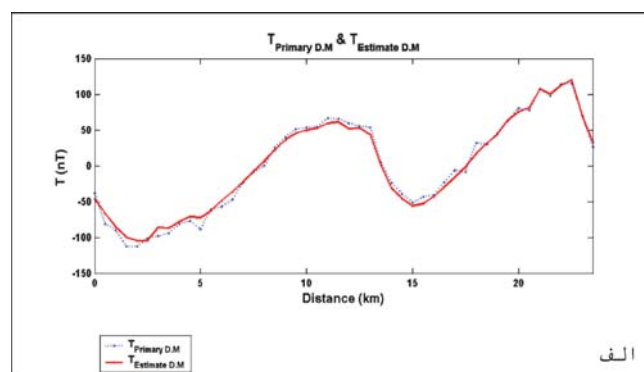
شکل ۱۵- نیمرخ انتخاب شده از داده‌های میدان کلی مغناطیسی که توسط IGRF تصحیح شده است



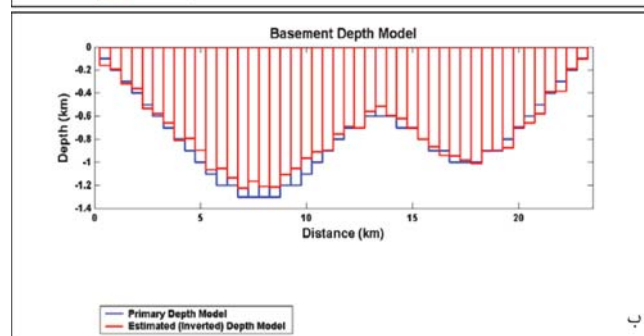
شکل ۱۷- بردارهای پایه ماتریس Hessian نسبت به شماره بردار در یک نمای سه بعدی برای مدل اولیه مفروض



شکل ۱۹- خطای میانگین مجذور برای ۳۰ تکرار پی در پی و استفاده از ۳۰ بردار پایه

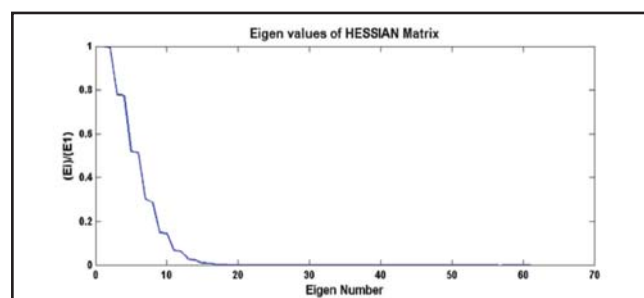


الف

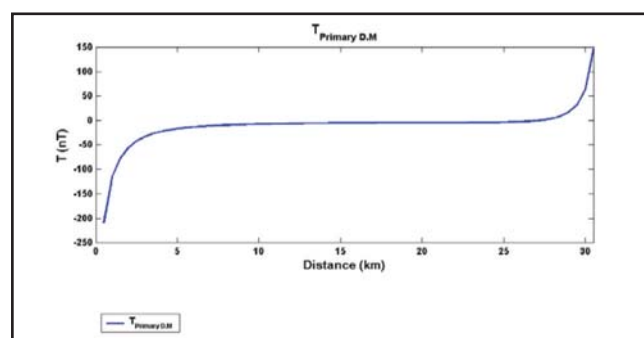


ب

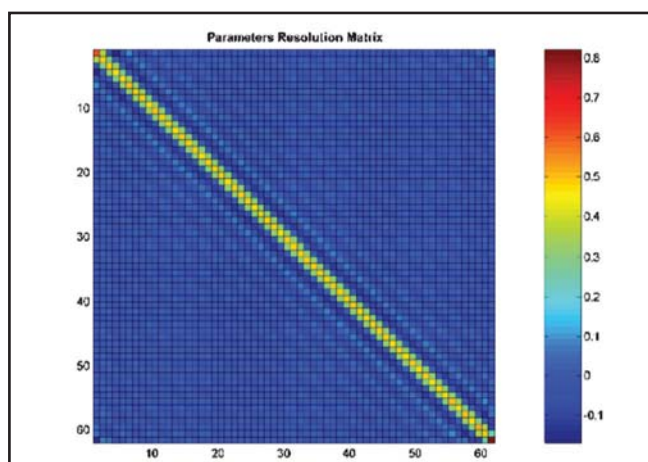
شکل ۱۴- الف) منحنی آبی (خط چین) داده‌های ناشی از مدل مصنوعی و منحنی سرخ (توپر) داده‌های برآوردی ناشی از وارون‌سازی ب) منحنی آبی مدل مصنوعی و منحنی سرخ مدل برآورد شده با استفاده از وارون‌سازی پس از ۹ تکرار و استفاده از ۳۳ بردار پایه و نسبت نوفه به سیگنال ۱۵ درصد



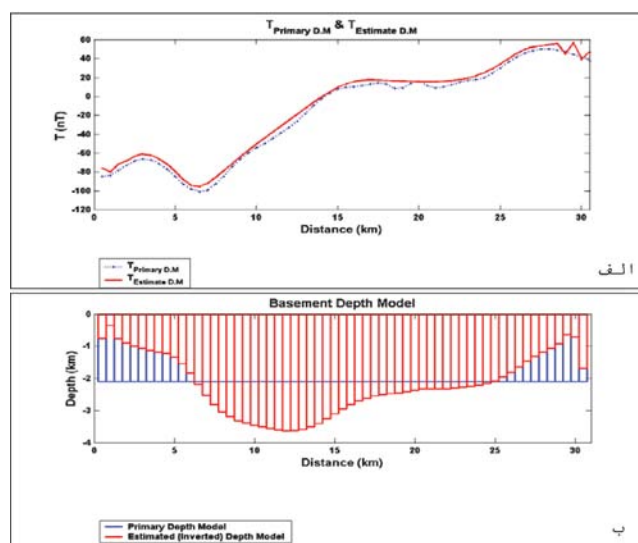
شکل ۱۶- نمایش نسبت بزرگی ویژه مقادیر ماتریس Hessian نسبت به بزرگی ویژه مقدار اول برای مدل اولیه مفروض



شکل ۱۸- ناهنجاری میدان کلی مغناطیسی ناشی از مدل اولیه با ژرفای دو کیلومتر



شکل ۲۱- ماتریس قدرت تفکیک متغیرهای مدل برای وارون سازی داده های واقعی



شکل ۲۰- الف) منحنی آبی (خط چین) داده های واقعی و منحنی سرخ (توپر) داده های برآوردی ناشی از وارون سازی ب) منحنی آبی مدل اولیه و منحنی سرخ مدل برآورد شده با استفاده از وارون سازی پس از ۲۰ تکرار و استفاده از ۳۰ بردار پایه

References

- Corbato, C. E., 1965- A least-square procedure for gravity interpretation. *Geophysics* 30,228-233
- Jackson, D. D., 1972- Interpretation of inaccurate and inconsistent data, *Geophys. J.R.Astr.Soc.* 28, 97-109
- Kennett, B. L. N. & Sambridge, M. S., 1998- Inversion for multiple parameter classes. *Geophys.J.int.* 135, 304-306
- Kennett, B. L. N. & Williamson, P. R., 1988- Subspace methods for large-scale nonlinear inversion, *Mathematical Geophysics: a survey of recent development in seismology and geodynamics*, Dordrecht. Pp. 139-154.
- Kunaratnam, K., 1972- An interactive method for solution of a non linear inverse problem in magnetic interpretation. *Geophysical Prospecting* 20, 439-447
- Menke, W., 1989- *Geophysical data analysis: discrete inverse theory*. Academic press Inc.
- Mickus, K. L., 1992- Inversion of gravity and magnetic data for lower surface of a 2.5 dimensional sedimentary basin. *Geophysical Prospecting* 40, 171-191
- Minichetti, V., 1983- Simultaneous interactive magnetic and gravity inversion. *Geophysical Prospecting* 31, 929-944
- Mirzaei, M. & Bredewout, J. W., 1996- 3-D Microgravity data inversion for detecting cavities, *European journal of environmental and engineering geophysics*, 1, 249-270
- Oldenburg, D. W., McGillivray, P. R. & Ellis, R. G., 1993- Generalized subspace method for large-scale inverse problems. *Geophys.J.int.* 114, 12-20
- Oldenburg, D. W., Unsworth, M., 1995- Subspace inversion of electromagnetic data: application to mid-ocean-ridge exploration. *Geophys.J.int.* 123, 161-168
- Pederson, L. B., 1977- Interpretation of potential field data A generalized inverse approach. *Geophysical Prospecting* 25, 199-230
- Sambridge, M. S., 1990- Non-linear arrival time inversion: constraining velocity anomalies by seeking smooth models in 3-D. *Geophys.J.int.* 102, 635-677
- Thurston, J. B., Smith, R. S., Guillon, J., 2002- A multimodel method for depth estimation from magnetic data. *Geophysics*. 67, 555-561
- Wiggins, R. A., 1972- The general linear inverse problem: Implication of surface waves and free oscillation of earth structure. *Rev Geophysics and space physics* 10, 251-258

* Corresponding author: A. Nejati Kalateh; E-mail: nejati_ali@yahoo.com

Hydrocarbon Potential Evaluation and Depositional Environment of Sargelu Formation in Masjid-i-Soleiman Oilfield

B. Alizadeh^{1*} & S. H. Hosseini¹

¹Department of Geology, Earth Science Faculty, Shahid Chamran University, Ahwaz, Iran

Received: 2008 July 21

Accepted: 2009 February 02

Abstract

Sargelu Formation is deeply buried and has limited distribution in Dezful Embayment (limited to the northern part), hence, investigation of petroleum potential of this formation has attracted many petroleum geologists. In this study, hydrocarbon potential of Sargelu Formation in Northern Dezful Embayment is evaluated geochemically. For this purpose 34 drill cuttings from well numbers, 309, 310, 312 and 316 in Masjid-i-Soleiman (MIS) oilfield were selected, and geochemical analyses such as Rock-Eval VI pyrolysis and PY-GC were performed. The results reveal that the formation has "Very Good" hydrocarbon potential because of its high amounts of Total Organic Carbon (TOC). Results were plotted on Van-Krevelen as well as on HI vs. T_{max} diagrams, and demonstrated mixed Kerogen Type III and IV due to low HI caused by higher thermal maturity, in well numbers 309, 310 and 312. However, the prominent Kerogen type was determined to be of mixed Kerogen type II and III. In all, the organic matter in well No. 316 has a better Kerogen type (mixed type II and III). All the Samples plotted on Smith Diagram have more than 0.1 S_p/TOC ratios and capable of generating hydrocarbon. The Pr/nC_{17} vs. Ph/nC_{18} ratio demonstrates marine environment for Sargelu Formation. Pyro and thermograms reveal that normal alkanes are dominated in $C_{15} - C_{20}$ range, while heavy normal alkanes are missing due to its high thermal maturity. In all it can be concluded that Sargelu Formation in MIS oilfield, due to its paleoenvironment as well as burial depth exclusively has a good quality of organic matter with adequate maturity at the end of oil window and hence is gas-prone.

KeyWords: Dezful Embayment, Masjid-i-Soleiman Oilfield, Sargelu Formation, Genetic Potential, Depositional Environment, Rock-Eval, Pyrolysis-Gas Chromatography
For Persian Version see pages 173 to 178

*Corresponding author: B. Alizadeh; E-mail: Alizadeh@scu.ac.ir

Determination of Drilling Point using Fuzzy Logic in GIS Case Study: Now Chun Copper Prospect

G. R. Elyasi^{1*}, M. Karimi², A. Bahroudi¹ & A. Adeli Sarcheshme¹

¹ Exploration of Mining Engineering Dep., Mining Faculty, Tehran University, Tehran, Iran

² GIS Department, Survey Faculty, K.N.Toosi University of Technology, Tehran, Iran

Received: 2008 October 12

Accepted: 2009 April 20

Abstract

Piles of maps from different sources with varying scales and formats and different styles and absence of a proper solution for integrating vast amount of information has resulted in a complexity for preparing mineral potential map. Using GIS not only organizes the information related to mineral exploration but also has the ability to produce and integrate information layers in different models with more precision and speed and supports spatial decision makings. In this article mineral potential map of Now Chun copper prospect has been produced for determination of drilling points. Used layers in this study include rock type, structure, alteration, mineralization indicators, anomaly zone of chargeability and apparent resistivity and metal factor, anomaly of copper and molybdenum and Cu-Mo additive indexes. After information preparation, Factor maps were weighted and integrated in the inference network. Integration use of Fuzzy logic and index overlay operators in inference network can eliminate defects in other models and provide more flexible integration of factor maps. Regarding to produce mineral potential map, mineral potential zones of porphyry copper were located in north-east parts of studied area. Eventually, the degree of correlation between mineral potential map and those operated exploration boreholes have been estimated for two different classes, 63.16 % and 64.52 %. Comparison between the high potential points indicated by our mineral potential maps with those previous drilled boreholes reveals about 26% disconnection. It means that if such present study had been done before any drilling operation, it could have saved 200,000\$ just for drilling expenditure.

Keywords: GIS, Mineral Potential Map, Fuzzy Logic, Now Chun

For Persian Version see pages 179 to 188

* Corresponding author: G. R. Elyasi; E-mail: ghrelyasi@yahoo.com

contamination processes. In terms of geochemistry, the variations of Rb, Sr, Pb and Hf confirm this phenomenon as well. Based on low topography of volcanic rocks, suture zone, strike-slip faults, and petrologic evidence, low degrees of partial melting in source and crustal contamination in the region, the magmatism occurred in a tensional tectonomagmatic environment. Local tension and opening along the strike-slip fault zone provided a way for ascending of magma to the earth surface.

Keywords: Bijar, Alkaline Series, Sanandaj-Sirjan, Contamination

For Persian Version see pages 151 to 156

* Corresponding author: M. H. Razavi; E_mail: razavi@saba.tum.ac.ir

Geochemical and Mass Changes at the Sar-Faryab Bauxite Deposit, Kohgeloje and Bovair-Ahmad Province: Using Al, Ti, Zr and Y Geochemical Characteristics

A. Zarasvandi^{1*}, H. Zamanian², E. Hejazi³ & A.H. Mansour¹

¹ Department of Geology, Faculty of Earth Sciences, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran

² Department of Geology, Faculty of Sciences, Lorestan University, Khoramabad, Iran

³ Department of Geology, Islamic Azad University, Khoramabad, Iran

Received: 2008 September 15

Accepted: 2008 January 26

Abstract

The Sar-Faryab bauxite deposit is located in 250 km east of Ahvaz city in Kohgeloje and Bovair-Ahmad Province, Iran. Structurally the deposit is located in the Zagros Simply Fold Mountain Belt and was formed between the Ilam and Sarvak Formations. The bauxite horizon in this deposit consists of marly limestone, argillite, oolitic-Pisolitic, yellow, red and white bauxite. This study uses the geochemistry of immobile elements (Al, Ti, Zr and Y) to trace the precursor rock of the bauxite deposit and to calculate the mass changes that took place during weathering and bauxitization. The result indicates that Si, Ca, Mg, K, Na elements are depleted and Al, Fe, Ti elements are enriched during the weathering and bauxitization. Geochemical data show that argillaceous debris in the Sarvak limestone can be the source of the Sar-Faryab bauxite deposit.

Keywords: Geochemical Variations, Bauxite, Sar-Faryab, Mass Changes

For Persian Version see pages 157 to 164

*Corresponding author: A. Zarasvandi; E-mail: zarasvandi@yahoo.com

Inverse Modeling of Magnetic Data Using Subspace Method

A. Nejati Kalateh^{1*}, M. Mirzaei², N. Gouya¹ & E. Shahin³

¹ Petroleum and Geophysics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

² Science Faculty, Arak University, Arak, Iran

³ Geological Survey of Iran, Tehran, Iran

Abstract

In this paper we used orthogonal basis functions and expansion coefficients for inverse modeling of magnetic data. The basis functions chosen are normalized eigenvectors of second derivation of the objective function (Hessian matrix) calculate for an initial model. Limited number of basis vectors obtained in this way defines a new subspace in model parameters space. A new objective function is defined in term of these new parameters and minimized in subspace of original space. As in geophysical inverse problems we need to inverse matrixes that are functions data and geometry of data and model parameters. The matrix inversion in new subspace of the original space will be better conditions due to less dimensionality in the inversion. Since the most significant eigenvectors corresponding the largest eigen values in Singular Value Decomposition (SVD) of matrixes. Others eigenvectors have less influence in fitting data or lead inversion procedures to local minima. With apply subspace method inversion will be fast and stable against the noise. The efficiency of the method is tested with synthetic and real magnetic data (acquired from Moghan area, north-west of Iran). The results proved fast convergence and stability of inversion against the noise.

Keywords: Inverse modeling, Subspace method, Convergence, Matrix Projection, Orthogonal Functions

For Persian Version see pages 165 to 172