

# کنترل فرونشست دشت مشهد و نیشابور بر مبنای روش تجزیه و تحلیل تغییر انحنا با استفاده از میدان جابه‌جایی حاصل از مشاهدات GPS

یزدان عامریان<sup>۱</sup> و بهزاد وثوقی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

تاریخ دریافت: ۱۳۸۸/۰۸/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۰۴/۱۵

## چکیده

مدل‌سازی هندسی تغییر شکل رویه زمین با استفاده از معیارهای متفاوتی مانند تنسور تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک یا همان تنسور کرنش)، تنسور دوران خطی و تنسور تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنا) با منابع گوناگون اطلاعاتی (GPS, DORIS, SLR, VLBI, Levelling) انجام می‌شود. در این پژوهش تنسور تغییر انحنا و کمیت‌های ناوردای حاصل از آن، تغییر انحنا متوسط و تغییر انحنا گوس در نگرش لاگراژی با استفاده از اطلاعات شبکه دائم GPS برای بررسی فرونشست دشت مشهد و نیشابور محاسبه شد. برای این منظور مختصات و بردار سرعت سال ۲۰۰۷ میلادی مربوط به شبکه دائم GPS ایران (منطقه خراسان) در چارچوب اوراسیا تجزیه و تحلیل شد. تغییر انحنا متوسط و گوس به ترتیب بیشترین مقدار  $14 \times 10^{-14}/\text{myr}$  و  $14 \times 10^{-20}/\text{myr}$  را در منطقه مورد مطالعه دارند. الگوهای حاصل از نتایج عددی، بیانگر روند تغییر شکل‌های ارتفاعی منطقه به دلیل برداشت بی‌رویه آب‌های زیرزمینی است.

**کلیدواژه‌ها:** تجزیه تغییر شکل، تنسور تغییر شکل نوع دوم، مشاهدات GPS، فرونشست.

\*نویسنده مسئول: یزدان عامریان

E-mail: amerian@dena.kntu.ac.ir

## ۱- مقدمه

وضعیت چپ (Left State) و پس از اعمال نیرو و تغییر شکل، وضعیت جاری (Current State) یا وضعیت راست (Right State) نامیده می‌شود. در مطالعه تغییر شکل یک جسم، وضعیت آن در حالت مرجع و جاری مقایسه می‌شود. سیستم‌های مختصات مرتبط با وضعیت مرجع با عنوان سیستم‌های مختصات لاگراژی و یا مادی (Lagrangian or Material Coordinate System) و سیستم‌های مختصات مرتبط با وضعیت جاری با عنوان سیستم‌های مختصات اولری و یا مکانی (Eulerian or Spatial Coordinate System) شناخته می‌شوند.

رویه یا خمینه (manifold) به هر فضای مجرد ریاضی گفته می‌شود که به طور موضعی همسایگی (هر چند کوچک) شبیه به فضای اقلیدسی داشته باشد هر چند از نظر ساختار کلی می‌تواند پیچیده‌تر هم باشد. با در نظر گرفتن رویه  $M^2$  که در فضای اقلیدسی سه بعدی  $E^3$  تعریف شده باشد، مختصات هر نقطه از رویه را می‌توان به صورت رابطه (۱) نوشت (شکل شماره ۱):

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}(Q^1, Q^2) = I_K X^K, \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}(q^1, q^2) = i_k x^k \quad (1)$$

که در آن  $X, x$  بردارهای موقعیت نقطه‌ای از رویه در سیستم مختصات متعامد کارترین،  $X^K, x^k$  مختصات‌های بردارهای موقعیت و  $I_K, i_k$  بردارهای پایه سیستم‌های مختصات متعامد کارترین هستند. به عنوان قرارداد، مختصات کارترین نقاط با  $X^K, (K=1,2,3)$  و مختصات منحنی‌الخط نقاط با  $Q^\Lambda, (\Lambda=1,2)$  بیان می‌شود که در حالت مرجع با حروف بزرگ و در حالت جاری با حروف کوچک نشان داده می‌شود. با تعریف‌های دیفرانسیلی  $d_x, d_x$  از بردارهای موقعیت، روابط جدول ۱ را خواهیم داشت که در این جدول،  $(A_{\lambda, N})$  بردارهای پایه همگشت (کوریانت) سیستم مختصات منحنی‌الخط رویه لاگراژی،  $(a_{\lambda, n})$  بردارهای پایه همگشت (کوریانت) سیستم مختصات منحنی‌الخط رویه اولری،  $(A_{\lambda(0)}, a_{\lambda(0)})$  به ترتیب مختصات‌های همگشت تنسور اساسی اول رویه (تنسور متریک) در نگرش اولری و لاگراژی،  $(I_r, I_r)$  به ترتیب فرم اساسی اول رویه در نگرش اولری و لاگراژی،  $(II_r, II_r)$  به ترتیب فرم اساسی دوم رویه در نگرش اولری و لاگراژی،  $(B_{\lambda(0)}, b_{\lambda(0)})$  به ترتیب مختصات‌های همگشت تنسور اساسی دوم رویه (تنسور انحنا) در نگرش اولری و لاگراژی،  $(K, k)$  به ترتیب انحنا گوس در نگرش اولری و لاگراژی و  $(H, h)$  به ترتیب انحنا متوسط در نگرش اولری و لاگراژی هستند.

تغییر شکل رویه شامل تغییر در ویژگی‌های هندسی رویه همچون طول خطوط، زوایا و انحنا است. تغییر شکل رویه با مقایسه کمیت‌های ناوردای رویه در دو حالت مرجع (پیش از تغییر شکل) و جاری (پس از تغییر شکل) بررسی می‌شود. تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای تنسورهای اساسی نوع اول (تنسور متریک) در دو حالت مرجع و جاری روش استاندارد بیان تغییر شکل در مکانیک محیط‌های پیوسته است. همچنین تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای تنسورهای اساسی نوع دوم (تنسور انحنا) در دو حالت مرجع و جاری به عنوان روش دیگری برای بیان تغییر شکل رویه به روش ذاتی در تئوری پیوسته‌ها، مطرح است (Voosoghi, 2000). منطقه مورد مطالعه به دلیل برداشت آب‌های زیرزمینی شاهد پدیده نشست است. هدف این پژوهش بررسی تغییرات ارتفاعی منطقه با استفاده از تنسورهای اساسی نوع اول و دوم در حالت مرجع و جاری و محاسبه کمیت‌های ناوردای حاصل از آن است.

## ۲- تجزیه و تحلیل تغییر شکل رویه

تغییر شکل واقعی زمین ماهیت سه بعدی دارد و در یک فضای سه بعدی اقلیدسی اتفاق می‌افتد و امکان جدایش کامل آن به تغییر شکل مسطحاتی و ارتفاعی وجود ندارد و فرض دو بعدی بودن تغییر شکل، بیان کاملی از آن نخواهد بود. از طرفی تجزیه و تحلیل سه بعدی تغییر شکل پیچیده و تفسیر نتایج حاصل از آن (مثلاً تنسور تغییر شکل سه بعدی) مشکل است. مدل‌های ژئوفیزیکی نیز کرنش را در رویه واقعی زمین لازم دارند و کرنش یک سطح فرضی صفحه‌ای (سیستم تصویر) برای این امر مناسب نخواهد بود. با توجه به مسائل یادشده و این که مشاهدات ژئودتیک برای مدل‌سازی محدود به سطح زمین است، تجزیه و تحلیل تغییر شکل در رویه زمین در فضای سه بعدی اقلیدسی، گزینه‌ای مناسب خواهد بود. این روش در عین حالی که سادگی روش دو بعدی در فضای منحنی‌الخط را دارد، شامل هر دو مؤلفه افقی و ارتفاعی تغییر شکل پیوسته زمین است، تجزیه و تحلیل تغییر شکل را در رویه واقعی زمین ممکن نموده و مشکلات و معایب روش‌های موجود را ندارد (Voosoghi, 2000; Grafarend & Voosoghi, 2003).

## ۲-۲. تنسورهای تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک) و نوع دوم (تنسور تغییر انحنای)

به منظور بررسی تغییر شکل رویه می‌توان از تفاضل فرم اساسی اول در دو حالت مرجع و جاری استفاده کرد. که این تفاضل بیانگر تغییر طول میان دو نقطه مادی یکسان در فرایند تغییر شکل است. این تفاضل منجر به معرفی تنسور تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک) می‌شود که به عنوان تنسور کرنش نیز شناخته می‌شود. جدول ۲ تنسور تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک) را در دو حالت لاگراژی و اولری معرفی می‌کند، که در این جدول،  $e_{\lambda\theta}$ ،  $E_{\lambda\theta}$  به ترتیب مختصات‌های همگشت تنسور کرنش اولری و لاگراژی و  $c_{\lambda\theta}$ ،  $C_{\lambda\theta}$  به ترتیب مختصات‌های همگشت تنسور تغییر شکل کوشی و گرین هستند.

در تجزیه و تحلیل تغییر شکل رویه می‌توان از تفاضل فرم اساسی دوم در دو حالت مرجع و جاری به عنوان یک معیار دیگر تغییر شکل استفاده کرد. این تفاضل منجر به معرفی تنسور تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنای) می‌شود. تنسورهای تغییر شکل نوع اول و دوم، دو معیار پایه بررسی تغییر شکل در تئوری پوسته‌ها (Shell theory) هستند (Pietraszkiewicz, 1977; Ernst, 1981). از سوی دیگر ترکیبات مختلف این دو معیار می‌تواند برای بررسی تغییر انحنای رویه مورد استفاده قرار گیرد (Pietraszkiewicz, 1977). جدول ۳ تنسور تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنای) را در دو حالت لاگراژی و اولری معرفی می‌کند، که در این جدول  $k_{\lambda\theta}$ ،  $K_{\lambda\theta}$  به ترتیب مختصات‌های همگشت تنسور تغییر انحنای اولری و لاگراژی هستند.

## ۲-۳. تغییر شکل رویه به عنوان تابعی از بردار جابه‌جایی

در کاربردهای عملی، تغییر شکل رویه بر حسب بردار جابه‌جایی (u) بیان می‌شود. در شکل ۱ وضعیت رویه، پیش و پس از تغییر شکل نشان داده شده است. در این شکل بردار (t)، بردار موقعیت مبدأ سیستم مختصات اولری در سیستم مختصات لاگراژی است. بردار جابه‌جایی (u)، یک بردار مستقل از سیستم مختصات است که می‌توان آن را در هر سیستم مختصاتی مورد تجزیه قرار داده و مختصات‌های آن را به دست آورد. رابطه بردار جابه‌جایی خواهد بود:

$$u = t + x - X \quad (2)$$

با قرار دادن رابطه (۲) در روابط تنسور تغییر شکل، روابط جدول ۴ برای تنسور کرنش بر حسب بردار جابه‌جایی به دست می‌آید که هیچ تقریبی در آن به کار نرفته است. به مانند تنسور کرنش، می‌توان تنسور تغییر انحنای را نیز بر حسب بردار جابه‌جایی نوشت که البته در این حالت روابط پیچیده خواهد بود (Ernst, 1980). به منظور چیره شدن بر این پیچیدگی و ساده کردن روابط، Stein (1980) یک بردار تفاضلی دیگر را نیز با عنوان بردار تفاضل بردارهای نرمال یک به کار گرفت (شکل ۲). اگر N بردار نرمال یک رویه در حالت مرجع و n بردار نرمال یک رویه در حالت جاری باشد، بردار تفاضل بردارهای نرمال یک (w) به صورت رابطه (۳) خواهد بود. جدول ۵ تنسور تغییر انحنای بر حسب بردار جابه‌جایی و بردار تفاضل بردارهای قائم یک به بیان می‌کند.

$$w = n - N \quad (3)$$

## ۲-۴. روش ذاتی در تجزیه تغییر شکل رویه

در نگرش ذاتی، تغییر شکل رویه در ارتباط با هندسه رویه تغییر شکل پذیر (در سیستم مختصات منحنی الخط رویه) بررسی می‌شود که این امر برای بهره‌مندی از مزایای تئوری پوسته‌ها و دوری جستن از معایب بررسی تغییر شکل در سیستم‌های مختصات کارترین فضایی (Space Cartesian Coordinate System)، منحنی الخط فضایی (Space Curvilinear Coordinate System) و سیستم‌های تصویر (Projection) است. در نگرش ذاتی، متغیرهای تغییر شکل (تنسورهای تغییر شکل ...) بر حسب مختصات‌های منحنی الخط رویه (Surface Curvilinear Coordinate) بردار جابه‌جایی و بردار تفاضل بردارهای نرمال یک به بیان می‌شود.

مختصات منحنی الخط رویه بردارها با تجزیه آنها در چهارچوب متحرک گوسی رویه در دو وضعیت مرجع و جاری به دست می‌آید. بردارهای پایه چهارچوب متحرک گوسی متشکل از دو بردار پایه مماسی و بردار نرمال یک به هر نقطه از رویه در دو حالت مرجع و جاری است (شکل ۳). بردار جابه‌جایی (u) در چهارچوب متحرک رویه در دو وضعیت مرجع و جاری به شرح زیر تجزیه می‌شود:

$$\begin{aligned} u &= \bar{U}^{\lambda} A_{\lambda} + \bar{U}^3 N & u &= \bar{u}^{\lambda} a_{\lambda} + \bar{u}^3 n \\ u &= \bar{U}_{\lambda} A^{\lambda} + \bar{U}^3 N & u &= \bar{u}_{\lambda} a^{\lambda} + \bar{u}^3 n \end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه (۴) مختصات‌های ناهمگشت (کنتراوریانت)  $\bar{U}^{\lambda} / \bar{u}^{\lambda}$  و  $\bar{U}^3 / \bar{u}^3$  یا مختصات‌های همگشت (کووریانت)  $\bar{U}_{\lambda} / \bar{u}_{\lambda}$  و  $\bar{U}_3 / \bar{u}_3$  به عنوان مختصات‌های بردار جابه‌جایی در سیستم مختصات منحنی الخط رویه هستند. به دلیل نرمال بودن بردار  $N/n$  و متعامد بودن آن نسبت به بردارهای یک مماسی، مؤلفه‌های آن و معکوسش یکی خواهد بود و در نتیجه مؤلفه‌های همگشت و ناهمگشت بردار جابه‌جایی نسبت به بردار نرمال یک مساوی خواهد شد یعنی:  $\bar{u}^3 = \bar{U}_3$ ،  $\bar{u}_{\lambda} = \bar{U}_{\lambda}$ . به منظور بیان تنسور تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنای) بر حسب مختصات منحنی الخط رویه لازم است که افزون بر بردار جابه‌جایی، مختصات‌های بردار تفاضل بردارهای نرمال یک نیز در سیستم مختصات منحنی الخط رویه بیان شود. در روابط (۵) بردار تفاضل بردارهای نرمال یک بر حسب مختصات‌های منحنی الخط رویه در دو نوع همگشت و ناهمگشت بیان شده است. با توجه به این روابط می‌توان تنسور تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک) و تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنای) را بر حسب مختصات منحنی الخط رویه بردار جابه‌جایی و بردار تفاضل بردارهای نرمال یک بیان کرد که جزئیات مربوط به اثبات روابط در (Voosoghi (2000) ارائه شده است.

$$\begin{aligned} w &= \bar{W}^{\lambda} A_{\lambda} + \bar{W}^3 N & w &= \bar{w}^{\lambda} a_{\lambda} + \bar{w}^3 n \\ w &= \bar{W}_{\lambda} A^{\lambda} + \bar{W}^3 N & w &= \bar{w}_{\lambda} a^{\lambda} + \bar{w}^3 n \end{aligned} \quad (5)$$

## ۲-۵. کمیت‌های ناوردای حاصل از تنسورهای تغییر شکل

مختصات‌های تنسورهای تغییر شکل معرفی شده در بخش‌های بالا وابسته به مختصات رویه و در نتیجه چهارچوب متحرک مربوطه است و با تغییر مختصات نقطه، تغییر می‌کنند و از طرفی به دلیل طبیعت منحنی الخط و سه بعدی بودن مسئله، تفسیر فیزیکی مشخصی در مورد رویه تغییر شکل پذیر ندارند. بنابراین، توابع اسکالری از المان‌های تنسورهای تغییر شکل رویه‌ای را که نسبت به تغییر مختصات ناوردا باشند در نظر می‌گیریم که تفسیر فیزیکی نیز دارند. با توجه به جبر ماتریس‌ها و مسئله مقادیر ویژه، در ترمینان و تریس یک تنسور مرتبه دو نسبت به تغییر مختصات ناوردا است و تغییر نمی‌کند. می‌توان مسئله مقادیر ویژه را برای زوج ماتریس‌های متقارن  $\{K_r, A_r\}$  و  $\{K_t, A_t\}$  به کار برد. مقادیر ویژه تنسور تغییر انحنای لاگراژی و اولری به ترتیب تغییر انحنای اصلی لاگراژی (رابطه ۶) و اولری (رابطه ۷) نامیده می‌شوند.

$$K_t = [K_{\lambda\theta}]_{2 \times 2} \quad \Lambda_{1,2}'' = \frac{1}{2} \left\{ \text{tr}(K_t A_t^{-1}) \pm \sqrt{\text{tr}(K_t A_t^{-1})^2 - 4 \det(K_t A_t^{-1})} \right\} \quad (6)$$

$$K_r = [k_{\lambda\theta}]_{2 \times 2} \quad \lambda_{1,2}'' = \frac{1}{2} \left\{ \text{tr}(K_r A_r^{-1}) \pm \sqrt{\text{tr}(K_r A_r^{-1})^2 - 4 \det(K_r A_r^{-1})} \right\} \quad (7)$$

مجموع تغییر انحنای اصلی  $(\Lambda_1'' + \Lambda_2'')$  و تفاضل تغییر انحنای اصلی  $(\Lambda_1'' - \Lambda_2'')$  در وضعیت لاگراژی یا اولری می‌توانند یک معیار ناوردای از تغییر شکل رویه باشند. انحنای متوسط (mean curvature) و انحنای گوس

برای تنسورهای تغییر شکل و کمیت‌های ناوردای حاصل از آنها منجر می‌شوند. اما در عمل، روش غیرذاتی که مبتنی بر مختصات‌های منحنی‌الخط فضایی بردارهای جابه‌جایی است، نیازمند روش المان محدود سه‌بعدی برای برآورد عددی مشتقات نسبی مدل‌های ریاضی بوده و از سوی دیگر مزایای روش ذاتی را که روش استاندارد تجزیه و تحلیل تغییر شکل در تئوری پوسته‌ها است، را نخواهد داشت.

در ابتدا مختصات کارترین (X1, X2, X3) نقاط به مختصات ژئودتیک (L, B, H) با سطح مرجع بیضوی WSG84 تبدیل شده (McCarthy, 1996) و سپس مختصات کارترین بردار جابه‌جایی به روشی که اشاره شد به مختصات منحنی‌الخط رویه تبدیل گردید. از روش مثلث‌بندی Delaunay برای مش‌بندی منطقه استفاده شد و سپس از روش المان محدود دو بعدی برای برآورد تقریبی از مشتق نسبی برخی کمیت‌ها مانند U, W, N و H که فرم تحلیلی آنها معلوم نیست، در درون هر المان استفاده شد. در پایان تنسورهای تغییر شکل و کمیت‌های ناوردای حاصل از آنها در نگرش لاگرانژی محاسبه شد. مجموع مقادیر ویژه تنسور تغییر انحنای  $(\Lambda_1'' + \Lambda_2'')$  دارای مقادیر مثبت و منفی و تفسیری همچون کمیت اتساع حاصل از تنسور کرنش است. شکل ۹ که الگوی حاصل از مجموع مقادیر ویژه تنسور تغییر انحنای است به روشی نشان‌دهنده تغییرات ارتفاعی منطقه (محدوده نقاط توس و نیشابور) است. الگوی حاصل گویای این امر است که مختصات‌های تنسور تغییر انحنای اطلاعات مربوط به تغییرات ارتفاعی را دارند. تغییر انحنای متوسط و گوس به‌عنوان کمیت‌های اسکالر ناوردای حاصل از تنسور تغییر انحنای معرفی شد (Voosoghi, 2000). مهم‌ترین ویژگی این کمیت این است که مقادیر مثبت و منفی حاصل از آن متناسب با بالا آمدگی و فرونشست در امتداد نرمال بر سطح است و می‌تواند برای بررسی تغییرات ارتفاعی منطقه استفاده شود. تغییر انحنای میانگین در واحد  $10^{-14} / myr$  در شکل ۱۰ نشان داده شده است. در این نقشه مقادیر منفی (نزدیک به رنگ آبی) نشان‌دهنده بالا آمدگی و مقادیر مثبت (نزدیک به رنگ سرخ) نشان‌دهنده فرونشست است. به‌گونه‌ای مشابه، تغییر انحنای گوس در واحد  $10^{-20} / myr$  در شکل ۱۱ نشان‌دهنده پدیده فرونشست در منطقه مورد نظر است. تغییر انحنای گوس معیاری پایدارتری است و چنان که نشان داده شده است، دارای اطلاعات گویاتری نسبت به نقشه حاصل از رسم منحنی میزان بر حسب مؤلفه ارتفاعی بردار جابه‌جایی نقاط است (Grafarend & Voosoghi, 2003). الگوهای حاصل نزدیک به الگوی حاصل از مطالعات InSAR و نشان‌دهنده پدیده فرونشست در محدوده مشهد و نیشابور است.

### ۶- نتیجه‌گیری

هر چند که شبکه دائم GPS ایران برای مطالعات ژئودینامیک طراحی شده است اما قرار گرفتن اتفاقی برخی از نقاط آن در منطقه فرونشست مشهد و نیشابور این امکان را فراهم کرد که بتوان از بردارهای جابه‌جایی حاصل از مشاهدات این نقاط در بررسی تغییرات ارتفاعی منطقه استفاده کرد. الگوهای فرونشست حاصل از روش تجزیه تغییر انحنای به روش ذاتی، نشان‌دهنده قابلیت این روش در بررسی تغییرات ارتفاعی منطقه است. بنابراین می‌توان یک شبکه GPS محلی با توجه محدود فرونشست حاصل از مطالعات InSAR برای بررسی تغییرات ارتفاعی در منطقه ایجاد کرد. روش InSAR امکان ارائه یک مدل یا رویه پیوسته از تغییرات ارتفاعی منطقه را دارد اما این امر نیازمند تهیه تصویر در مقاطع زمانی و پردازش اطلاعات بوده و امری زمان‌بر است در حالی که شبکه GPS محلی می‌تواند با قابلیت انجام مشاهدات پیوسته به‌صورت یک سیستم پایش آبی در تکمیل روش InSAR عمل کند.

### سپاسگزاری

از سازمان نقشه‌برداری کشور به‌خاطر در اختیار قرار دادن اطلاعات شبکه GPS دائم ایران تشکر می‌شود.

(Gaussian curvature) دو مقدار اسکالر ناوردای حاصل از تنسور تغییر انحنای هستند (جدول ۶) که در هندسه دیفرانسیل معرفی می‌شوند. اختلاف انحنای متوسط یا گوس در دو حالت مرجع و جاری، معیار ناوردای مناسب‌تری برای بررسی تغییر شکل رویه است که می‌توان با استفاده از آنان تفسیر فیزیکی بهتری در مناطقی که بالا آمدگی یا فرونشست وجود دارد، ارائه کرد.

### ۳- پدیده فرونشست و نشانه‌های آن در منطقه مورد مطالعه

رشد جمعیت همراه با بهره‌برداری بی‌رویه از آب، اثرات نامطلوب زیادی در جنبه‌های کمی و کیفی آب به‌همراه داشته است. افزایش روز افزون بهره‌برداری از آب‌های زیرزمینی می‌تواند با توجه به ساختار زمین‌شناسی منطقه به فرونشست (Subsidence) سطح‌زمین که معمولاً با بردار جابه‌جایی افقی کوچکی همراه است، منجر شود. شاید خرابی ناشی از فرونشست زمین مانند زلزله و سیل، ناگهانی نبوده و آثار سطحی آن نیز گاه به‌راحتی قابل تشخیص نباشد اما با وجود این، خسارات ناشی از آن برگشت‌ناپذیر و بسیار پرهزینه است (GSI, 2005).

دشت مشهد در حوضه رودخانه کشف‌رود در شمال‌خاور ایران یکی از مناطقی است که طی سالیان گذشته همواره شاهد پدیده خشکسالی بوده است. این امر و گسترش روزافزون مناطق شهری و بخش کشاورزی، موجب شده است که بخش گسترده‌ای از آب مورد نیاز برای مصارف شهری و کشاورزی به‌وسیله حفر چاه و استخراج آب‌های زیرزمینی تأمین شود. شکل ۴ پراکندگی چاه‌ها (نقاط سرخ رنگ)، چشمه‌ها (نقاط آبی رنگ) و قنات‌های (نقاط قهوه‌ای رنگ) موجود در دشت مشهد را که موجب برداشت آب از سفره‌های آب‌های زیرزمینی منطقه می‌شوند نشان می‌دهد. این برداشت بی‌رویه موجب پایین آمدن سطح آب‌های زیرزمینی در منطقه شده است (Janparvar & Nairizi, 2006).

تجزیه و تحلیل نتایج حاصل از اطلاعات چاه‌های پیزومتریک در منطقه بیانگر پایین آمدن دائم سطح آب‌های زیرزمینی (حدود ۶۵ متر از سال ۱۹۶۰ تا ۲۰۰۴) است که این امر موجب پدیده فرونشست زمین در دشت مشهد شده است (Janparvar & Nairizi, 2006). شکل ۵، الگوی فرونشست منطقه مشهد حاصل از پردازش اطلاعات InSAR را نشان می‌دهد (Motagh et al., 2007). مثلث سفیدرنگ در شکل ایستگاه توس شبکه دائم GPS است. شکل‌های ۶ و ۷ نمونه‌هایی از آثار سطحی پدیده فرونشست در مناطق شهری و کشاورزی دشت مشهد را نشان می‌دهند. نتایج حاصل از پردازش اطلاعات InSAR در منطقه نیشابور نشان‌دهنده فرونشست دائمی و افزایش زمین با تغییرات جزئی فصلی است که به‌دلیل برداشت بی‌رویه از سفره آب‌های زیرزمینی منطقه است (Dehghani et al., 2009).

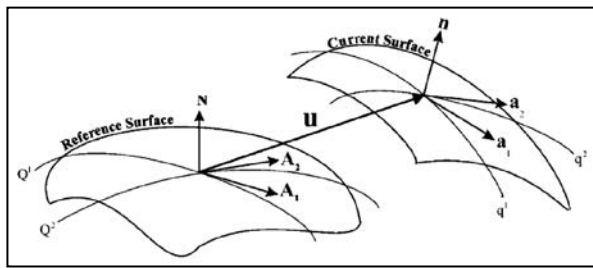
### ۴- اطلاعات مورد استفاده

اطلاعات مورد استفاده در این پژوهش، مختصات و بردار سرعت سال ۲۰۰۷ میلادی ۱۸ ایستگاه از شبکه دائم GPS منطقه خراسان در چارچوب اوراسیا است. این شبکه به‌عنوان بخشی از شبکه دائم GPS ایران بوده و متولی آن سازمان نقشه‌برداری کشور است (شکل ۸). بردار جابه‌جایی ارتفاعی در دو ایستگاه توس (۲۲-سانتی‌متر در سال) و نیشابور (۱۰-سانتی‌متر در سال) قابل توجه و نشان‌دهنده فرونشست منطقه است. بردارهای جابه‌جایی به‌تنهایی اطلاعات بیشتری در اختیار قرار نمی‌دهند در حالی که تجزیه و تحلیل تغییر شکل رویه به روش ذاتی می‌تواند الگو و نمایش بهتری از تغییر شکل را ارائه کند.

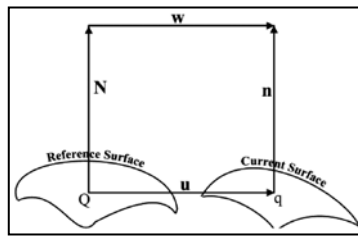
### ۵- پردازش اطلاعات

هدف این پژوهش استفاده از روش تجزیه تغییر شکل به‌روش ذاتی در بررسی الگوی تغییر شکل ارتفاعی منطقه مورد مطالعه است. از نقطه نظر تئوری هر دو روش غیرذاتی (Extrinsic Approach) و ذاتی (Intrinsic Approach) به نتایج یکسانی

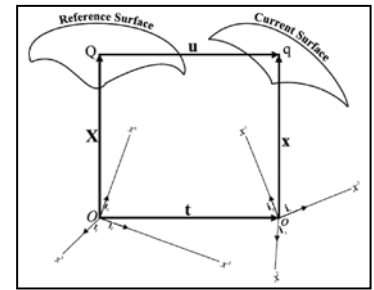




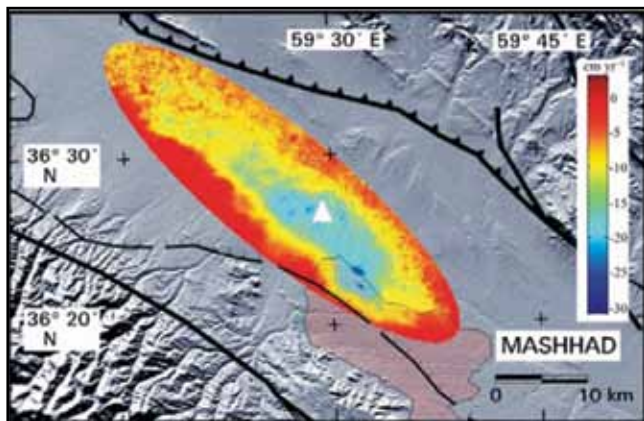
شکل ۳- چهارچوب متحرک گوسی رویه در حالت مرجع و جاری (Voosoghi, 2000).



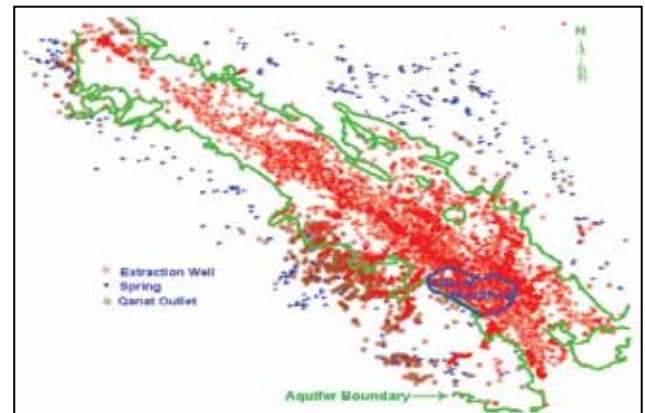
شکل ۲- بردار تفاضل بردارهای نرمال یکه و ارتباط رویه در حالت مرجع و جاری (Voosoghi, 2000).



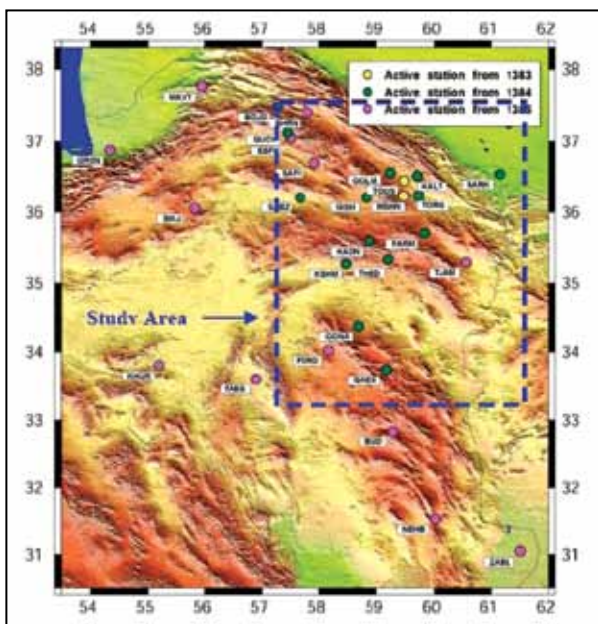
شکل ۱- بردار جابه‌جایی و ارتباط رویه در حالت مرجع و جاری (Voosoghi, 2000).



شکل ۵- الگوی فرو نشست منطقه مشهد حاصل از پردازش اطلاعات InSAR (Motagh et al., 2007).



شکل ۴- نقشه پراکندگی نقاط برداشت آب از سفره آب‌های زیرزمینی دشت مشهد (Janparvar & Nairizi, 2006).



شکل ۸- پراکندگی نقاط شبکه دائم GPS خراسان (از سایت سازمان نقشه‌برداری کشور).



شکل ۶- ترک در دیوار ساختمانی در شهر مشهد به دلیل پدیده فرو نشست (Hosseini et al., 2007).



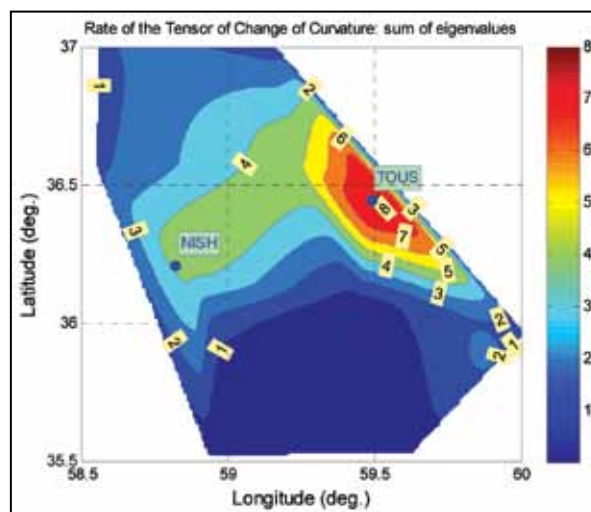
شکل ۷- شکاف در زمین کشاورزی در دشت مشهد به دلیل پدیده فرو نشست (Motagh et al., 2007).

جدول ۱- تنسورهای مورد استفاده در بیان روابط تجزیه تغییر شکل.

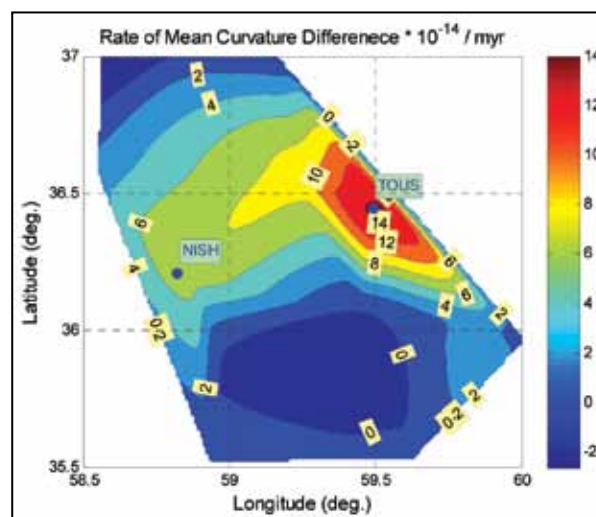
Lagrangian portrayal
$d\mathbf{X} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\Lambda} dQ^\Lambda$
$\mathbf{A}_\Lambda = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\Lambda}$
$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2}{\ \mathbf{A}_1 \times \mathbf{A}_2\ } = N^k I_k$
$A_{\Lambda\theta} = \langle \mathbf{A}_\Lambda, \mathbf{A}_\theta \rangle = \langle \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\theta} \rangle$
$I_I = \langle d\mathbf{X}, d\mathbf{X} \rangle = A_{\Lambda\theta} dQ^\Lambda dQ^\theta$
$\Pi_I = -\langle d\mathbf{N}, d\mathbf{X} \rangle = B_{\Lambda\theta} dQ^\Lambda dQ^\theta$
$B_{\Lambda\theta} = -\langle \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\theta} \rangle = -\langle \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial Q^\Lambda}, \mathbf{A}_\theta \rangle = \langle \mathbf{N}, \frac{\partial \mathbf{A}_\Lambda}{\partial Q^\theta} \rangle$
$K = \frac{\det(B_{\Lambda\theta})}{\det(A_{\Lambda\theta})}$
$H = \frac{1}{2} A^{\Lambda\theta} B_{\Lambda\theta}$
Eulerian portrayal
$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\lambda} dq^\lambda$
$\mathbf{a}_\lambda = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\lambda}$
$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\ \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2\ } = n^k i_k$
$a_{\lambda\theta} = \langle \mathbf{a}_\lambda, \mathbf{a}_\theta \rangle = \langle \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\theta} \rangle$
$I_r = \langle d\mathbf{x}, d\mathbf{x} \rangle = a_{\lambda\theta} dq^\lambda dq^\theta$
$\Pi_r = -\langle d\mathbf{n}, d\mathbf{x} \rangle = b_{\lambda\theta} dq^\lambda dq^\theta$
$b_{\lambda\theta} = -\langle \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\theta} \rangle = -\langle \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial q^\lambda}, \mathbf{a}_\theta \rangle = \langle \mathbf{n}, \frac{\partial \mathbf{a}_\lambda}{\partial q^\theta} \rangle$
$k = \frac{\det(b_{\lambda\theta})}{\det(a_{\lambda\theta})}$
$h = \frac{1}{2} a^{\lambda\theta} b_{\lambda\theta}$

جدول ۲- تنسور تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک).

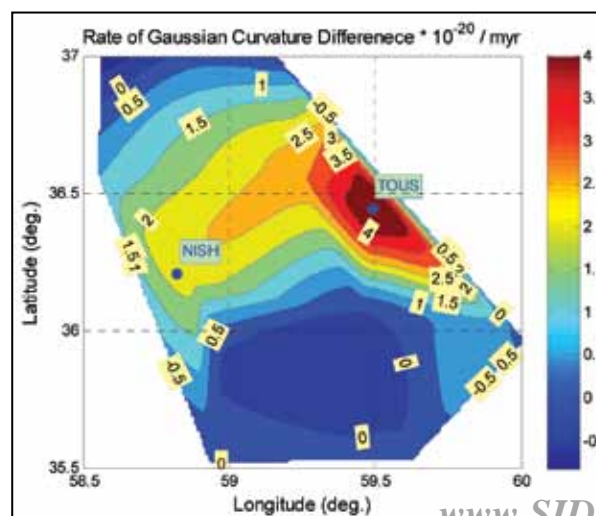
Lagrangian portrayal
$E_{\Lambda\theta} = \frac{1}{2} (a_{\lambda\theta} \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\theta}{\partial Q^\theta} - A_{\Lambda\theta})$
$= \frac{1}{2} (C_{\Lambda\theta} - A_{\Lambda\theta})$
Eulerian portrayal
$e_{\lambda\theta} = \frac{1}{2} (a_{\lambda\theta} - A_{\Lambda\theta} \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\theta}{\partial q^\theta})$
$= \frac{1}{2} (a_{\lambda\theta} - c_{\lambda\theta})$



شکل ۹- مجموع تغییر انحنای اصلی.



شکل ۱۰- تغییر انحنای متوسط.



شکل ۱۱- تغییر انحنای گوس

جدول ۴- تنسور تغییر شکل نوع اول (تنسور تغییر متریک) بر حسب بردار جابه‌جایی.

Lagrangian portrayal
$E_{\Lambda\Theta} = \frac{1}{2} \left( \left\langle \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\Theta} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Q^\Theta} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Q^\Theta} \right\rangle \right)$
Eulerian portrayal
$e_{\lambda\theta} = \frac{1}{2} \left( \left\langle \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\theta} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial q^\theta} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial q^\theta} \right\rangle \right)$

جدول ۳- تنسور تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنای).

Lagrangian portrayal
$K_{\Lambda\Theta} = b_{\lambda\theta} \frac{\partial q^\lambda}{\partial Q^\Lambda} \frac{\partial q^\theta}{\partial Q^\Theta} - B_{\Lambda\Theta}$
Eulerian portrayal
$k_{\lambda\theta} = b_{\lambda\theta} - B_{\Lambda\Theta} \frac{\partial Q^\Lambda}{\partial q^\lambda} \frac{\partial Q^\Theta}{\partial q^\theta}$

جدول ۶- تغییر انحنای میانگین و گوس

Lagrangian portrayal	Eulerian portrayal
The change of mean curvature: $h - H = \frac{1}{2} [A^{\Lambda\Theta} K_{\Lambda\Theta} + 2E^{\Lambda\Theta} B_{\Lambda\Theta} + 2E^{\Lambda\Theta} K_{\Lambda\Theta}]$	$h - H = \frac{1}{2} [a^{\lambda\theta} b_{\lambda\theta} + 2e^{\lambda\theta} b_{\lambda\theta} - 2e^{\lambda\theta} k_{\lambda\theta}]$
Eulerian portrayal	
The change of Gaussian curvature: $k - K = \frac{\det(b_{\lambda\theta})}{\det(a_{\lambda\theta})} \frac{\det(B_{\Lambda\Theta})}{\det(A_{\Lambda\Theta})}$ $= \frac{\det(B_{\Lambda\Theta} + K_{\Lambda\Theta})}{\det(A_{\Lambda\Theta} + 2E_{\Lambda\Theta})} \frac{\det(B_{\Lambda\Theta})}{\det(A_{\Lambda\Theta})}$	$k - K = \frac{\det(b_{\lambda\theta})}{\det(a_{\lambda\theta})} \frac{\det(B_{\Lambda\Theta})}{\det(A_{\Lambda\Theta})}$ $= \frac{\det(b_{\lambda\theta})}{\det(a_{\lambda\theta})} \frac{\det(b_{\lambda\theta} - k_{\lambda\theta})}{\det(a_{\lambda\theta} - 2e_{\lambda\theta})}$

جدول ۵- تنسور تغییر شکل نوع دوم (تنسور تغییر انحنای) بر حسب بردار جابه‌جایی و بردار تفاضل بردارهای عادی یک.

Lagrangian portrayal
$K_{\Lambda\Theta} = - \left\langle \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial Q^\Theta} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Q^\Theta} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial Q^\Lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Q^\Theta} \right\rangle$
Eulerian portrayal
$k_{\lambda\theta} = - \left\langle \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial q^\theta} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial q^\theta} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial q^\lambda}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial q^\theta} \right\rangle$

## References

- Dehghani, M., ValadanZoej, M. J., Entezam, I., Mansourian, A. & Saatchi, S., 2009- InSAR monitoring of progressive land subsidence in Neyshabour, northeast Iran. *Geophysical Journal International*, Online Early
- Ernst, L. J., 1980- A finite element approach to shell problems. In: Koiter WT, Mikhailov GK (eds) *Theory of shells*. North Holland, Amsterdam, pp 241–262.
- Ernst, L. J., 1981- A geometrically nonlinear finite element shell theory. WTHD no. 132, Department of Mechanical Engineering, Delft University of Technology
- Geological Survey of Iran (GSI), 2005- Subsidence and its consequences in Iran and all over the world (in Persian).
- Grafarend, E. W. & Voosoghi, B., 2003- Intrinsic deformation analysis of the Earth's surface based on displacement fields derived from space geodetic measurements. Case studies: present-day deformation patterns of Europe and of the Mediterranean area (ITRF data sets). *Journal of Geodesy* 77:303-326.
- Hosseini, M., ValadanZoej, M. J., Mobasheri, M. R. & Dehghani, M., 2007- Land subsidence monitoring using InSAR and GPS. *Map Asia 2007*, Kuala Lumpur, Malaysia
- Janparvar, M. & Nairizi, S., 2006- Mashhad plain groundwater management under drought conditions. *International Workshop on Ground Water for Emergency Situation*, 29-31 October 2006, Tehran, Iran.
- McCarthy, D. D., 1996- IERS Conventions 1996. IERS tech note 21, Observatoire de Paris, Paris
- Motagh, M., Djamour, Y., Walter, T. R., Wetzell, H. U., Zschau, J. & Arabi, S., 2007- Land subsidence in Mashhad Valley, northeast Iran: results from InSAR, levelling and GPS. *Geophysical Journal International*, 168, 2: 518-526.
- Pietraszkiewicz, W., 1977- Introduction to the non-linear theory of shells. *Mitteilungen aus dem institut fuer Mechanik Nr 10*, Ruhr-Universitaet Bochum, Germany
- Stein, E., 1980- Variational functionals in the geometrical nonlinear theory of thin shells and finite element discretization with applications to stability problems. In: Koiter WT, Mikhailov GK (eds) *Theory of shells*, North Holland, Amsterdam, pp 241–262
- Voosoghi, B., 2000- Intrinsic deformation analysis of the earth surface based on 3-D displacement fields derived from space geodetic measurements. PhD Thesis, Department of Geodesy and Geoinformatics, Stuttgart University