

تحلیل فراوانی خشکسالی هیدرولوژیک حوضه کرخه با استفاده از تحلیل آماری دو متغیره

فرهاد فرسادنیا^۱، بیژن قهرمان^{۱*}، رضا مدرس^۲ و علیرضا مقدم‌نیا^۳

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۶/۲۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۹/۱۳)

چکیده

در سال‌های اخیر بر روی جزئیات توزیع توأم خصوصیات خشکسالی از جمله شدت و مدت، با استفاده از توابع کوپلا ارزیابی گسترده‌ای صورت گرفته است. هر چند تلاش کمی در زمینه مدل‌سازی خصوصیات خشکسالی محاسبه شده براساس داده‌های جریان رودخانه، خصوصاً در مناطق نیمه خشک مانند جنوب ایران، انجام شده است. در این مطالعه دو هدف یافتن مناسب‌ترین تابع توزیع حاشیه‌ای شدت و مدت خشکسالی هیدرولوژیک و همچنین یافتن بهترین تابع کوپلا آن مدنظر قرار گرفته است. بدین منظور، ابتدا با استفاده از تئوری دنباله‌ها، شدت و مدت خشکسالی هیدرولوژیک در ایستگاه‌های دبی‌سنجی حوضه آبریز کرخه استخراج و وجود روند با استفاده از آزمون ناپارامتری من-کندال اصلاح شده، مورد بررسی قرار گرفت. سپس با استفاده از روش گشتاورهای خطی بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای برای سری‌های شدت و مدت خشکسالی استخراج شد. در ادامه پارامتر توابع کوپلا فرانک، کلایتون و گامبل با استفاده از روش‌های مستقیم و غیر مستقیم محاسبه و با استفاده از آزمون‌های نکویی برازش، گامبل بهترین تابع کوپلا شناخته شد. در نهایت دوره بازگشت‌های توأم و شرطی شدت و مدت خشکسالی برای هر یک از ایستگاه‌ها استخراج شد. نتایج نشان داد که شدت و مدت خشکسالی برای تمامی ایستگاه‌های هیدرومتری حوضه کرخه از توزیع حاشیه‌ای مقادیر حداکثری تعمیم یافته و همچنین از تابع کوپلا خانواده گامبل پیروی می‌کنند و این موضوع می‌تواند در توسعه مدل‌های منطقه‌ای توابع کوپلا استفاده شود.

واژه‌های کلیدی: توابع کوپلا ارشمیدسی، آزمون‌های نکویی برازش، دوره بازگشت توأم، دوره بازگشت شرطی

۱. گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

۲. گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی اصفهان، ایران

۳. گروه احیای مناطق خشک و کوهستانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه تهران، ایران

*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: bijangh@um.ac.ir

مقدمه

مدت خشکسالی و همچنین دوره بازگشت را درحالتی که متغیرهای هیدرولوژیکی خودهمبستگی داشتند، استخراج کردند (۴).

مشکل عمده توزیع‌های دو متغیره اشاره شده در مطالعات مذکور، استفاده از یک خانواده واحد برای توابع توزیع حاشیه‌ای است. برای مثال امکان استفاده از توزیع‌های گاما و نمایی به‌عنوان توابع توزیع حاشیه‌ای برای متغیرهای هیدرولوژیک همبسته مانند شدت و مدت خشکسالی وجود ندارد. به‌منظور غلبه بر این مشکل، اخیراً هیدرولوژیست‌ها سعی در استفاده از توابع کوپلا برای استخراج توابع چندمتغیره کرده‌اند. ایده ایجاد توابع کوپلا در ابتدا توسط اسکالر ارئه و با استفاده از این روش، توزیع توأم متغیرهای تصادفی با توزیع‌های حاشیه‌ای غیر نرمال را استخراج کرد (۳۲). پس از آن کوپلا در قلمروهای مختلف علم از جمله هیدرولوژی استفاده فراوانی یافت.

بدین ترتیب در صورت وجود همبستگی میان خصوصیات هیدرولوژیکی از جمله شدت و مدت خشکسالی، می‌توان با برآزش توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت روی متغیرها و اتصال آنها توسط توابع کوپلا، تابع دو متغیره ایجاد کرد. این موضوع قابلیت انعطاف‌پذیری زیادی برای مدل‌سازی و پیش‌بینی خصوصیات خشکسالی را فراهم می‌کند. افزون بر آن استفاده از توابع کوپلا این فرصت را برای محققان ایجاد کرده است تا از عدم قطعیت موجود در تخمین پارامترهای توزیع فراوانی کاسته شود (۶).

برای مثال، شیائو، مدل‌سازی مدت (توزیع نمایی) و شدت (توزیع گاما) خشکسالی را با استفاده از کوپلا دو بعدی و با استفاده از تخمین حداکثر درست‌نمایی توابع حاشیه‌ای، با حداکثر کردن درست‌نمایی دو متغیره به‌عنوان تابعی از پارامتر وابستگی انجام داد (۳۰).

میراکبری و همکاران با استفاده از آزمون گشتاورهای خطی مناطق همگن هیدرولوژیک را مشخص کردند و با به‌کارگیری توابع کوپلا اراشمیدسی به تحلیل خشکسالی هواشناسی در

خشکسالی هیدرولوژیک در یک سیستم مدیریت منابع آب مرتبط به دوره‌ای با منابع آب سطحی و زیرسطحی ناکافی برای استفاده‌های دائمی از آب است. به این منظور داده‌های جریان رودخانه به‌طور گسترده‌ای برای تحلیل خشکسالی هیدرولوژیک مورد استفاده قرار گرفته است و از آن جمله می‌توان به مطالعات چانگ و استنسون (۱۵)، موهان و رانگاچاریا (۲۱)، کلاس و پیسون (۷) و زلنهایسک و سالوای (۳۹) اشاره کرد (۵، ۲۱، ۷ و ۳۹).

با توجه به اینکه خشکسالی یک پدیده تصادفی است (۲۸)، به‌منظور تعیین احتمال وقوع خشکسالی از تکنیک‌های تحلیل فراوانی استفاده می‌شود و بیشتر محققان با بررسی یکی از مشخصات خشکسالی استخراج شده، ارائه شده توسط یویویچ (۳۵) از جمله شدت، مدت و یا بزرگی به تحلیل فراوانی خشکسالی می‌پردازند. به‌عنوان نمونه می‌توان به لی و همکاران در زمینه تحلیل فراوانی خشکسالی تک‌متغیره بر روی تداوم جریان‌های سالانه و همچنین مدل‌سازی دو مشخصه حداکثر طول دوره خشکسالی و شدیدترین خشکسالی به‌صورت تک متغیره براساس تئوری دنباله‌ها اشاره کرد (۲۸).

خشکسالی یک رخداد چند متغیره است که با خصوصیات به‌هم وابسته شدت، مدت و بزرگی شناخته می‌شود. بنابراین تکنیک مناسب‌تر برای شرح خصوصیات خشکسالی، استخراج توزیع احتمال توأم خشکسالی براساس خصوصیات آن است. به‌طور معمول توابع توزیع دو متغیره به‌منظور تحلیل خشکسالی براساس شدت و مدت خشکسالی به‌کار می‌روند و روش‌های متعددی در این زمینه ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به مطالعات زیر در این زمینه اشاره کرد.

شیائو و شن از توزیع شرطی شدت خشکسالی برای یک مدت خاص خشکسالی، برای ایجاد توزیع توأم شدت-مدت خشکسالی استفاده کردند (۲۹). کیم و همکاران با استفاده از تخمین‌گر غیرپارامتری کرنل دو متغیره، توزیع توأم خشکسالی را ایجاد کردند (۱۴). کنسلیو و سالاس توزیع احتمال شدت و

داده‌های مشاهداتی با استفاده از توزیع حاشیه‌ای منتخب و کاربرد مقادیر احتمال به دست آمده به عنوان ورودی کوپلا - برازش تابع کوپلا با روش حداکثر درست‌نمایی. - انتخاب بهترین تابع کوپلای و مقایسه نتایج آزمون‌های نکویی برازش - محاسبه احتمال و دوره بازگشت توأم و شرطی شدت و مدت خشکسالی.

منطقه مورد مطالعه و استخراج خشکسالی‌های هیدرولوژیک
حوضه آبریز رودخانه کرخه در غرب ایران، در مناطق میانی و جنوبی کوه‌های زاگرس قرار دارد. این حوضه آبریز حدود ۴۱۷۴۰ کیلومتر مربع است که به لحاظ وسعت بسیار بزرگ است و از شرایط آب‌وهوایی متنوعی برخوردار است. دشت خوزستان و قسمت‌های جنوبی حوضه، نیمه‌خشک با زمستان‌های ملایم و تابستان‌های گرم و طولانی است. در حالی که بخش‌های شمالی و مناطق کوهستانی دارای زمستان‌های سرد و تابستان‌های ملایم هستند (۲۰). به منظور استخراج خشکسالی هیدرولوژیک، پس از گرفتن آمار دبی روزانه حوضه‌های آبریز سرشاخه‌های کارون از سازمان مدیریت منابع آب ایران با توجه به حداقل طول دوره آماری توصیه شده، ۱۷ ایستگاه با آمار بیش از ۲۰ سال انتخاب شدند (۱۱). در جدول (۱) نام و مشخصات ایستگاه‌های مورد استفاده در مطالعه ارائه شده است. محدوده مطالعاتی به همراه ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب در شکل (۱) نشان داده شده است. خشکسالی هیدرولوژیک برای ایستگاه‌های مورد مطالعه براساس نظریه دنباله‌ها (۳۵) و با تعیین آستانه برش پیشنهادی به ترتیب زیر استخراج شد (۱۵):

الف) مدت (D): مدت زمانی که به صورت متوالی مقدار جریان کمتر از آستانه برش است.

ب) شدت (S): مجموع حجم کمبود آب اندازه‌گیری شده که با معادله (۱) به دست می‌آید:

$$S = \sum_{i=1}^m (X_{C_i} - X_i) \quad [1]$$

استان خوزستان پرداختند (۱۹). سونگ و سینگ با استفاده از داده‌های جریان رودخانه، توزیع احتمال توأم مدت، شدت و زمان وقوع خشکسالی را با استفاده از کوپلا سه‌متغیره پلاکت استخراج کردند (۳۳). آنها از برازش توزیع ویبول برای توابع حاشیه‌ای مدت و زمان وقوع خشکسالی و از توزیع گاما برای برازش شدت خشکسالی استفاده کردند. شیائو و همکاران با استفاده از توابع کوپلا تجربی، به توسعه مدل دو متغیره شدت و مدت خشکسالی هواشناسی در شش ایستگاه باران‌سنجی در ایران پرداختند (۳۱). همچنین صدری و برن با استفاده از توابع کوپلا ارشمیدسی به تحلیل خشکسالی در دشت‌های کانادا پرداختند و برای بررسی همگنی مناطق ایجاد شده از خروجی الگوریتم خوشه‌بندی فازی، از آزمون‌های مبتنی بر گشتاورهای خطی استفاده کردند (۲۴).

این مطالعه دو هدف عمده را مد نظر قرار داده است: اول، یافتن بهترین توابع حاشیه‌ای برای شدت و مدت خشکسالی هیدرولوژیک در ایستگاه‌های واقع در حوضه آبریز کرخه به روش گشتاورهای خطی و دوم، مقایسه توابع مختلف کوپلا ارشمیدسی و یافتن بهترین تابع کوپلا با استفاده از شاخص‌های نکویی برازش که اخیراً توسط محققین ارائه شده است.

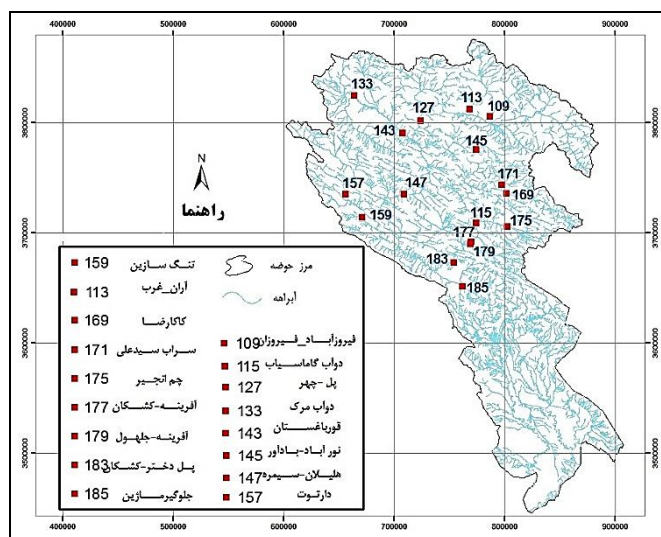
مواد و روش‌ها

مراحل تحلیل فراوانی توأم شدت و مدت خشکسالی هیدرولوژیک که در این تحقیق به کار رفته است، به ترتیب زیر است:

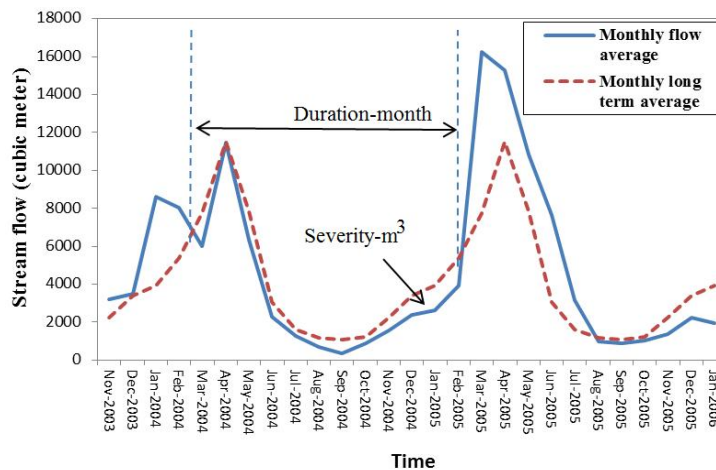
- استخراج شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه‌های دبی‌سنجی حوضه کرخه براساس تئوری دنباله‌ها
- برازش ۱۲ تابع توزیع آماری به روش گشتاورهای خطی و محاسبه پارامترهای آنها برای سری‌های شدت و مدت خشکسالی در تمام ایستگاه‌ها
- محاسبه آزمون‌های نکویی برازش و انتخاب بهترین تابع توزیع ایستگاهی
- محاسبه تابع توزیع تجمعی شدت و مدت خشکسالی برای

جدول ۱. مشخصات ایستگاه‌های آب‌سنجی منتخب

ردیف	کد ایستگاه	نام ایستگاه	طول دوره آماری (سال)	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	میانگین ارتفاع حوضه آبریز (متر)	مساحت حوضه (کیلومتر مربع)
۱	۱۶۹	کاکارضا	۵۶	۴۸/۲۵	۳۳/۷۲	۲۰۲۶	۱۱۵۲
۲	۱۵۹	تنگ سازین	۳۰	۴۶/۸۴	۳۳/۵۵	۱۷۳۹	۲۱۴۷۲
۳	۱۷۵	چم انجیر	۵۶	۴۸/۲۵	۳۳/۴۵	۱۶۵۲	۱۶۳۶
۴	۱۷۷	آفرینه - کشکان	۵۶	۴۷/۸۹	۳۳/۳۳	۱۲۴۰	۱۸۱۲
۵	۱۴۳	قورباغستان	۵۷	۴۷/۲۵	۳۴/۲۳	۱۵۵۲	۶۶۷
۶	۱۴۵	نور آباد - بادآور	۴۲	۴۷/۹۷	۳۴/۰۸	۲۰۴۷	۶۱۰
۷	۱۴۷	هلیلان-سیمره	۴۹	۴۷/۲۵	۳۳/۷۳	۱۸۰۸	۱۵۹۹۲
۸	۱۲۷	پل چهر	۵۷	۴۷/۴۳	۳۴/۳۳	۱۸۷۱	۱۰۹۰۰
۹	۱۱۳	آران - غرب	۵۷	۴۷/۹۲	۳۴/۴۲	۱۷۷۳	۲۰۴۱
۱۰	۱۷۱	سراب سیدعلی	۵۷	۴۸/۲۱	۳۳/۷۹	۲۱۰۴	۷۷۷
۱۱	۱۷۹	آفرینه - چلهول	۵۶	۴۷/۸۹	۳۳/۳۱	۱۶۴۴	۸۰۸
۱۲	۱۸۳	پل دختر - کشکان	۵۶	۴۷/۷۲	۳۳/۱۶	۱۲۵۲	۹۲۵۳
۱۳	۱۵۷	دارتوت	۴۲	۴۶/۶۸	۳۳/۷۴	۱۵۳۱	۲۵۸۸
۱۴	۱۳۳	دوآب مرک	۵۷	۴۶/۷۸	۳۴/۵۵	۱۵۴۲	۱۲۲۵
۱۵	۱۰۹	فیروزآباد - فیروزان	۵۷	۴۸/۱۲	۳۴/۳۵	۱۵۳۱	۸۳۶
۱۶	۱۸۵	جلوگیر - ماژین	۵۴	۴۷/۸۰	۳۲/۹۷	۱۱۲۵	۳۴۴۷۶
۱۷	۱۱۵	دوآب - گاماسیاب	۴۱	۴۷/۹۵	۳۳/۴۸	۱۶۰۱	۶۳۵۹



شکل ۱. موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های دبی‌سنجی منتخب



شکل ۲. تعریف شدت و مدت خشکسالی (خط چین نشان دهنده سطح برش است)

ترکیب خطی از گشتاور وزنی (PWMs) است که به داده پرت غیر حساس است. فرم اصلاح شده گشتاور وزنی، به صورت زیر تعریف شده است (۱۲):

$$\lambda_1 = \beta_1 \quad [2]$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_2 \quad [3]$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_3 \quad [4]$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 20\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_4 \quad [5]$$

که λ_r گشتاور خطی و β_r گشتاور وزنی است و به صورت زیر تعریف شده است:

$$\beta_r = \int_0^1 x(F)F^r dF \quad [6]$$

در روابط بالا λ_1 میانگین گشتاور خطی یا معیار تمایل به مرکز، و λ_3 انحراف معیار گشتاور خطی یا معیار پراکندگی است. به منظور مستقل ساختن گشتاورهای خطی از واحد اندازه گیری متغیر تصادفی (X)، آن را اغلب به صورت نسبت گشتاورهای خطی نشان می دهند:

$$\tau_r = \frac{\lambda_r}{\lambda_1} \quad r = 3, 4 \quad [7]$$

$$\tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad [8]$$

که در آن τ_3 پارامتر ضریب چولگی خطی LCS و τ_4 ضریب کشیدگی خطی LCK و τ ضریب تغییرات خطی LCV است.

که X_{C_i} آستانه برش (میانگین بلندمدت ماهانه جریان رودخانه شکل (۲) و X_i مقدار میانگین جریان در ماه i ام است. m تعداد ماه خشکسالی ($X_{C_i} \geq X_i$) است. با این روش، برای هر ایستگاه جفت مقادیر شدت و مدت خشکسالی برای میانگین جریان ماهانه به دست می آید (۲۴).

تشخیص روند در سری زمانی

آزمون من-کندال (۱۳ و ۱۷) می تواند برای جواب دادن به این سوال که آیا مقدار مرکزی یا میانه یک سری زمانی به مرور زمان تغییر می کند یا نه، به کار می رود. برای انجام آزمون من-کندال نیازی به نرمال بودن توزیع داده ها نیست، اما برای صحیح بودن p-value نباید همبستگی متوالی وجود داشته باشد (۱۰). بدین منظور در این مطالعه از روش Trend-free pre-whitening (TFPW)، برای حذف تاثیر همبستگی متوالی در آزمون من-کندال به کار رفت. جزئیات این روش در (۳۷ و ۳۸) ارائه شده است.

برازش توابع توزیع حاشیه ای با استفاده از روش گشتاورهای خطی

تحلیل گشتاورهای خطی یک روش جایگزین برای توصیف شکل توزیع های احتمالاتی است (۱۱). گشتاور خطی یک

انتخاب بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای

در این مطالعات به منظور تعیین بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای شدت و مدت خشکسالی در هر ایستگاه دبی-سنجی، از دو آزمون ناپارامتری کلوموگروف-اسمیرنوف و کرامر-فون میزس و همچنین رسم نمودار چندک‌های تجربی در مقابل چندک‌های تئوری استفاده شد.

این آزمون‌های ناپارامتری برای مقایسه و آزمون میزان توافق بین توزیع تجمعی مشاهداتی با یک توزیع نظری هستند. به عبارت دیگر آزمون‌های نکویی برازش (میزان انطباق) امتحان می‌کند که مشاهدات می‌توانند به‌طور معقولانه از توزیع معینی منشأ بگیرند. فرض صفر در هر دو آزمون مذکور سازگاری داده‌ها با توزیع مرجع است. برای اطلاعات بیشتر در مورد آزمون‌های نکویی برازش می‌توان به (۸ و ۱۸) مراجعه کرد.

توابع کوپلا

بر اساس تئوری اسکالر، مفاصل توابعی هستند که توزیع‌های حاشیه‌ای را به توزیع احتمال توأم متصل می‌سازند، در نتیجه با توابع کوپلا، اجازه استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای مختلف را خواهیم داشت (۳۲). همین موضوع باعث انعطاف‌پذیری زیاد این روش برای مدل‌سازی است و نقطه قوت آن در مقابل تحلیل‌های دو متغیره معمول است. اگر $F_{XY}(x, y)$ تابع توزیع تجمعی توأم پیوسته متغیرهای تصادفی وابسته مانند شدت و مدت خشکسالی با توابع توزیع حاشیه‌ای $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ باشد، در این صورت کوپلای دو متغیره C با استفاده از رابطه (۹) تعریف می‌شود:

$$F_{XY}(x, y) = C(F_X(x), F_Y(y)) \quad [9]$$

توابع کوپلا گروه ارشمیدسی به‌طور گسترده‌ای در تحلیل‌های هیدرولوژی مورد استفاده قرار گرفته‌اند و شکل کلی توابع این گروه از کوپلا به‌صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود:

$$C(u, v) = \phi^{-1}(\phi(u), \phi(v)) \quad 0 < u, v \leq 1 \quad [10]$$

در این معادله u و v توابع حاشیه‌ای شدت و مدت خشکسالی و ϕ تابع مولد کوپلا است. تابع مولد یک تابع محدب و نزولی

اکید است که فضای I^2 را به فضای $[0, \infty)$ منتقل می‌کند. در این مطالعه سه تابع پر کاربرد گامبل، کلاپتون و فرانک متعلق به گروه ارشمیدسی (۲۲) برای تحلیل‌های دو متغیره خشکسالی مورد استفاده قرار گرفت (به ترتیب روابط ۱۱ تا ۱۳).

$$C_\phi(u, v) = \exp\left\{-\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{1/\theta}\right\} \quad [11]$$

$$C_\phi(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-1/\theta} \quad [12]$$

$$C_\phi(u, v) = \frac{1}{\theta} \ln\left(1 + \frac{(e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1)}{e^\theta - 1}\right) \quad [13]$$

در معادلات بالا θ پارامتر کوپلا است که مقدار وابستگی بین متغیرها را نشان می‌دهد. برای محاسبه پارامتر θ با استفاده از روش غیر پارامتری، تابع حداکثر درست‌نمایی لگاریتمی (معادله ۱۴) محاسبه شد.

$$L(\theta) = \sum_{k=1}^n \log\left[c_\theta\{F_1(x_{1k}), \dots, F_p(x_{pk})\}\right] \quad [14]$$

در این معادله c_θ تابع چگالی کوپلا، F تابع توزیع حاشیه‌ای و $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{pk}$ ($k = 1, \dots, n$) متغیرهای تصادفی وابسته هستند.

انتخاب بهترین تابع کوپلا

روش‌های متعددی به منظور انتخاب بهترین تابع کوپلا توسط محققان ارائه شده است. این روش‌ها به سه دسته کلی، مبتنی بر تبدیل انتگرالی احتمال روزنبالات (۳)، هموارکردن به کمک هسته‌ها (۲۶) و استخراج توابع پیوسته از فرایند کوپلا تجربی (۹) تقسیم می‌شوند.

بنا بر توصیه سالوادوری و همکاران، عملی‌ترین روش و در عین حال واقعی‌ترین نتایج انتخاب کوپلا از فرایند کوپلا تجربی حاصل می‌شود (۲۵). بنابراین در این مطالعه از روش ارائه شده توسط جنست و همکاران و رسم نمودار احتمال کوپلا تجربی در مقابل کوپلا پارامتری به‌عنوان روشی بصری برای انتخاب کوپلای مناسب استفاده شد و نتایج آن با معیار اطلاعات آکائیک و بیزین مقایسه شد (۹).

و بیزین (۲۷) نیز انتخاب شود. به این منظور، تمامی توابع کوپلا با استفاده از تخمین حداکثر درست‌نمایی لگاریتمی برازش می‌یابند. سپس مقادیر AIC و BIC برای تمامی خانواده‌های کوپلا محاسبه می‌شوند و بین چند تابع کوپلا انتخابی برای داده‌ها، تابعی مناسب است که کمترین مقدار AIC و BIC را داشته باشد. برای مشاهدات $i = 1, \dots, N$, $j = 1, 2$ مقدار $u_{i,j}$ مقدار AIC برای خانواده کوپلا c با پارامتر θ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$AIC = -2 \sum_{i=1}^N \ln[c(u_{i,1}, u_{i,2} | \theta)] + 2k \quad [19]$$

که k تعداد پارامتر تابع کوپلا که برای کوپلا خانواده ارشمیدسی $k=1$ است. به همین صورت مقدار BIC از رابطه (۲۰) به دست می‌آید:

$$BIC = -2 \sum_{i=1}^N \ln[c(u_{i,1}, u_{i,2} | \theta)] + \ln(N)k \quad [20]$$

دوره بازگشت دو متغیره و شرطی خشکسالی

برنامه‌ریزی و مدیریت سیستم‌های منابع آب که تحت تأثیر خشکسالی هستند، بیشتر نیاز به تعیین دوره بازگشت خشکسالی براساس مشخصه‌های آن دارد. بنابراین دوره بازگشت خشکسالی باید براساس هر دو مشخصه شدت و مدت تعیین شود. تعیین دوره بازگشت‌های دو متغیره خشکسالی به دو صورت زیر ارائه شده است (۳۰):

$$T_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d \text{ and } S \geq s)} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))} \quad [21]$$

$$T'_{DS} = \frac{E(L)}{P(D \geq d \text{ or } S \geq s)} = \frac{E(L)}{1 - C(F_D(d), F_S(s))} \quad [22]$$

که T_{DS} دوره بازگشت توأم برای حالتی که $D \geq d$ و $S \geq s$ است و T'_{DS} دوره بازگشت توأم برای حالتی که $D \geq d$ یا $S \geq s$ باشد را نشان می‌دهد.

شدت و مدت خشکسالی می‌تواند به صورت شرطی نیز تعریف شوند. به عنوان مثال دوره بازگشت مدت خشکسالی

کوپلای تجربی

کوپلای تجربی (۲۲) برای نمونه دو متغیره با طول n برای متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_n \left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n} \right) = \frac{\text{number of pairs } (x, y) \text{ with } x \leq x_{(i)} \text{ and } y \leq y_{(j)}}{n}, \quad 1 \leq i, j \leq n \quad [15]$$

معادله بالا می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$C_n \left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n} \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1} \left(\frac{R_i}{n} \leq u_i, \frac{S_i}{n} \leq v_i \right) \quad [16]$$

که R_i و S_i رتبه داده‌ها برای U و V و $\mathbb{1}$ یک تابع شمارنده است که در صورت درست بودن عبارت مقدار یک و در غیر این صورت صفر را برمی‌گرداند.

آزمون نکویی برآزش برای کوپلا براساس فرآیند تجربی

به طور خلاصه آزمون‌های نکویی برآزش براساس فرآیند تجربی، بر پایه اندازه‌گیری فاصله بین کوپلا تجربی (C_n) و تخمین کوپلا پارامتری یا تئوری (C_{θ_n}) تحت فرض صفر (H_0) استوار است (معادله ۱۷) و فرض صفر $C \in C_0$: H_0 را برای کلاس کوپلا C_0 در مقابل $C \notin C_0$: H_1 می‌آزماید.

$$\Omega = n^{1/2} \{C_n(u) - C_{\theta_n}(u)\} \quad u \in [0, 1]^d \quad [17]$$

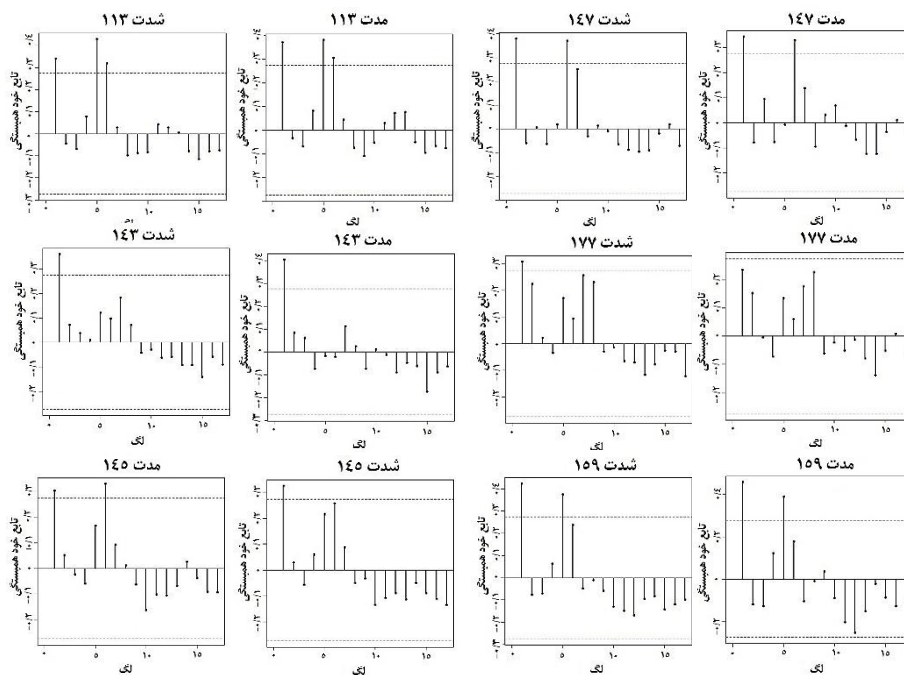
با استفاده از مفهوم بالا، آماره براساس رتبه کرامر-فون میزس (S_n) به صورت معادله (۱۸) تعریف می‌شود و برای تخمین p-value آماره S_n از بوت استرپ پارامتری استفاده می‌شود (۹).

$$S_n = \int_{[0,1]^d} \Omega^T dC_n(u) = \sum_{i=1}^n \{C_n(\hat{U}_i) - C_{\theta_n}(\hat{U}_i)\}^2 \quad [18]$$

در معادلات بالا، n تعداد مشاهدات، θ پارامتر کوپلا و \hat{U} داده‌های شبه مشاهداتی هستند. مقادیر زیاد آماره (S_n) منجر به رد فرض صفر می‌شود.

انتخاب بهترین تابع کوپلا براساس معیارهای اطلاعات

تابع کوپلا مناسب می‌تواند براساس معیار اطلاعات آکائیک (۲)



شکل ۳. نمودار خود همبستگی شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه‌های دارای خود همبستگی

مشخص است در ایستگاه‌های ۱۱۳-۲۱، ۱۴۳-۲۱، ۱۴۵-۲۱، ۱۴۷-۲۱، ۱۷۷-۲۱ و ۱۵۹-۲۱ مقادیر خود همبستگی، خطوط سطح اطمینان ۹۵ درصد را قطع کرده‌اند، بنابراین به منظور بررسی وجود روند این شش ایستگاه از آزمون من-کندال اصلاح شده (۳۶) استفاده شد. شکل (۴) مقادیر p-value محاسبه شده آماره آزمون من-کندال را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است فرض صفر (عدم وجود روند) برای دو ایستگاه با کد ۱۵۹ و ۱۱۵، رد شد. به عبارت دیگر وجود روند برای این دو ایستگاه، قطعی شد. در نتیجه این دو ایستگاه از ادامه مطالعات حذف گردیدند و ۱۵ ایستگاه برای ادامه مطالعات، استفاده شدند.

انتخاب بهترین تابع توزیع ایستگاهی

به منظور برآزش ایستگاهی با استفاده از روش گشتاورهای خطی، ۱۱ تابع توزیع (توابع توزیع نمایی، گاما، مقادیر حدی تعمیم یافته، لجستیک تعمیم یافته، پارتو تعمیم یافته، نرمال تعمیم یافته، گامبل، لوگ نرمال، نرمال، پیرسون نوع III و

برای تجاوز شدت خشکسالی از مقدار آستانه s و برعکس این موضوع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_{D|S \geq s} = \frac{T_S}{P(D \geq d, S \geq s)} \quad [23]$$

$$= \frac{T_S}{E(L) [1 - F_S(s)][1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))]}$$

$$T_{S|D \geq d} = \frac{T_D}{P(D \geq d, S \geq s)} \quad [24]$$

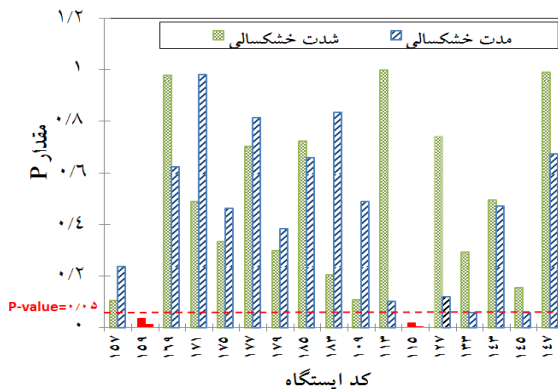
$$= \frac{T_D}{E(L) [1 - F_D(d)][1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))]}$$

که $T_{D|S \geq s}$ دوره بازگشت شرطی برای D به شرط آنکه $S \geq s$ است و $T_{S|D \geq d}$ دوره بازگشت شرطی برای S به شرط $D \geq d$ است.

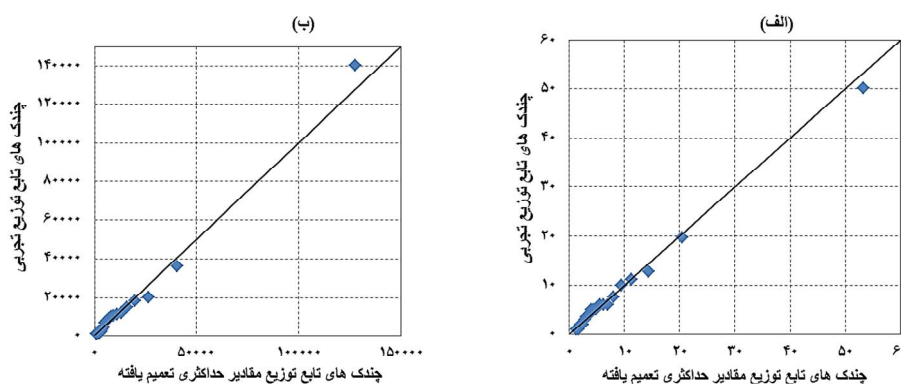
نتایج

آزمون من کندال

قبل از انجام آزمون من-کندال به منظور بررسی صحیح بودن p-value، محاسباتی آزمون من-کندال، خود همبستگی نگار ۱۷ ایستگاه مورد مطالعه رسم شد. همان‌طور که در شکل (۳)



شکل ۴. مقادیر p-value محاسبه شده برای فرض صفر آزمون من-کندال در سطح معنی داری پنج درصد



شکل ۵. چندک‌های تجربی در مقابل چندک‌های تئوری (تابع توزیع مقادیر حداکثری تعمیم یافته)

الف) مدت خشکسالی و ب) شدت خشکسالی در ایستگاه ۱۸۵

توزیع تئوری را نشان می‌دهد.

در جدول (۲) مقادیر آماره‌های آزمون‌های نکویی برازش مذکور برای تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV) در کل ایستگاه‌ها برای دو سری شدت و مدت خشکسالی مورد تأیید واقع شد. نتایج تحقیق انجام شده توسط ژانگ و همکاران روی حوضه آبریز رودخانه یانگ‌تسه در چین روی دو شاخص خشکسالی هیدرولوژیکی نیز بیانگر این موضوع است که براساس آزمون نکویی برازش کلموگروف-اسمیرنوف، تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته بهترین برازش را دارد (۴۰). بنابراین این تابع به‌عنوان تابع توزیع حاشیه‌ای شدت و مدت خشکسالی در تمام ایستگاه‌ها در نظر گرفته شد.

ویول) روی سری زمانی شدت و مدت خشکسالی برازش یافت. به‌منظور تعیین تابع توزیع حاشیه‌ای مناسب برای دو سری زمانی شدت و مدت خشکسالی برای هر ایستگاه، از آزمون‌های نکویی برازش کلموگروف - اسمیرنوف، کرامر-فون میزس و ترسیم نمودار چندک‌های تجربی در مقابل چندک‌های تئوری استفاده شد. برای نمونه نمودار چندک‌های تجربی در مقابل چندک‌های تئوری شدت و مدت خشکسالی ایستگاه ۱۸۵ در شکل (۵) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نقاط چندک‌های تئوری (تابع توزیع مقادیر حداکثری تعمیم یافته) و چندک‌های تابع توزیع تجربی برای مقادیر مدت (شکل ۵-الف) و شدت (شکل ۵-ب) خشکسالی نزدیک به خط ۱:۱ هستند و برازش مناسب تابع

جدول ۲. مقادیر آماره‌های آزمون‌های نکویی برازش کلموگروف - اسمیرنوف و کرامر - فون میزس برای تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته

کد ایستگاه	خصوصیت خشکسالی	کلموگروف - اسمیرنوف			کرامر - فون میزس	
		مقدار آماره	مقدار p	تصمیم	مقدار آماره	مقدار p
۱۰۹	شدت	۰/۱۰	۰/۷۶	پذیرفته شده	۰/۰۸	۰/۶۷
	مدت	۰/۱۵	۰/۲۸	پذیرفته شده	۰/۱۸	۰/۳۱
۱۱۳	شدت	۰/۰۷	۰/۹۶	پذیرفته شده	۰/۰۴	۰/۹۲
	مدت	۰/۱۵	۰/۲۱	پذیرفته شده	۰/۱۶	۰/۳۶
۱۲۷	شدت	۰/۰۷	۰/۹۷	پذیرفته شده	۰/۰۳	۰/۹۷
	مدت	۰/۱۲	۰/۴۷	پذیرفته شده	۰/۱۰	۰/۶۰
۱۳۳	شدت	۰/۰۷	۰/۹۴	پذیرفته شده	۰/۰۵	۰/۸۷
	مدت	۰/۱۱	۰/۶۰	پذیرفته شده	۰/۰۸	۰/۶۹
۱۴۳	شدت	۰/۱۱	۰/۵۱	پذیرفته شده	۰/۱۲	۰/۵۱
	مدت	۰/۱۱	۰/۶۳	پذیرفته شده	۰/۰۷	۰/۷۸
۱۴۵	شدت	۰/۱۸	۰/۲۰	پذیرفته شده	۰/۱۷	۰/۳۵
	مدت	۰/۱۱	۰/۸۳	پذیرفته شده	۰/۰۶	۰/۸۰
۱۴۷	شدت	۰/۱۰	۰/۸۰	پذیرفته شده	۰/۰۵	۰/۸۶
	مدت	۰/۱۰	۰/۷۹	پذیرفته شده	۰/۰۶	۰/۸۱
۱۵۷	شدت	۰/۲۵	۰/۰۷	پذیرفته شده	۰/۴۵	۰/۰۵
	مدت	۰/۱۸	۰/۳۲	پذیرفته شده	۰/۱۹	۰/۳۰
۱۶۷	شدت	۰/۰۷	۰/۹۹	پذیرفته شده	۰/۰۳	۰/۹۷
	مدت	۰/۱۴	۰/۴۶	پذیرفته شده	۰/۰۷	۰/۷۴
۱۶۹	شدت	۰/۱۳	۰/۳۵	پذیرفته شده	۰/۱۱	۰/۵۵
	مدت	۰/۱۰	۰/۶۷	پذیرفته شده	۰/۰۸	۰/۷۲
۱۷۱	شدت	۰/۱۵	۰/۲۳	پذیرفته شده	۰/۱۵	۰/۴۰
	مدت	۰/۱۰	۰/۷۹	پذیرفته شده	۰/۰۶	۰/۸۰
۱۷۵	شدت	۰/۱۵	۰/۲۳	پذیرفته شده	۰/۱۷	۰/۳۳
	مدت	۰/۱۲	۰/۵۴	پذیرفته شده	۰/۰۷	۰/۷۴
۱۷۷	شدت	۰/۱۷	۰/۱۳	پذیرفته شده	۰/۱۴	۰/۴۲
	مدت	۰/۱۱	۰/۵۸	پذیرفته شده	۰/۰۷	۰/۷۶
۱۷۹	شدت	۰/۰۸	۰/۹۱	پذیرفته شده	۰/۰۴	۰/۹۴
	مدت	۰/۱۱	۰/۵۹	پذیرفته شده	۰/۰۹	۰/۶۶
۱۸۳	شدت	۰/۱۱	۰/۵۶	پذیرفته شده	۰/۱۴	۰/۴۳
	مدت	۰/۱۲	۰/۵۱	پذیرفته شده	۰/۰۹	۰/۶۲
۱۸۵	شدت	۰/۱۴	۰/۳۶	پذیرفته شده	۰/۱۴	۰/۴۳
	مدت	۰/۱۴	۰/۳۸	پذیرفته شده	۰/۱۱	۰/۵۴

برازش بهترین تابع کوپلا در هر ایستگاه

پس از برازش تابع توزیع حاشیه‌ای منتخب، پارامتر θ برای توابع کوپلا ارشمیدسی خانواده‌های فرانک، کلایتون و گامبل با روش غیر پارامتری (تابع حداکثر درست‌نمایی لگاریتمی) و

روش‌های پارامتری با استفاده از معادلات مستقیم بین ضرایب همبستگی کندال (τ) و اسپیرمن (ρ) با پارامتر تابع مولد هر کوپلا (θ) محاسبه شد. نتایج به دست آمده از تخمین پارامتر θ در جدول (۳) ارائه شده است. همچنین به منظور انتخاب تابع

جدول ۳. مقادیر پارامتر θ توابع کوپلا و نتایج آماره‌های آزمون‌های نکویی برازش

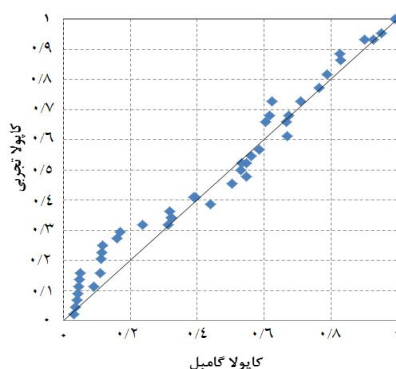
ردیف	پارامتر*	کد آتیسگاه	خانواده کوپلا			ردیف	کد آتیسگاه	خانواده کوپلا			ردیف	کد آتیسگاه	خانواده کوپلا		
			کلایتون	گامبل	فرانک			کلایتون	گامبل	فرانک			کلایتون	گامبل	فرانک
۱	iTau	۱۰۹	۱۱	۱۷۵	۱۵/۸۶	۴/۴۲	۶/۸۶۵	۱۱/۲۴	۳/۲۹	۴/۵۸	۶	۱۴۵	۲۶/۱۶	۳۳/۲۳	۱۴/۹۴
	iRho				۱۲/۴۷	۳/۷۹	۵/۶۸	۹/۴۰	۲/۹۸	۳/۹۹			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
	ml				۱۱/۶۶	۳/۷۱	۲/۹۵	۷/۱۲	۲/۳۹	NA			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
	AIC				-۵۲/۸۱	-۶۱/۲۲	-۳۷/۶۴	-۵۰/۳۳	-۶۴/۴۷	-۲۷/۸۸			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
	BIC				-۵۱/۲۹	-۵۹/۶۹	-۳۶/۱۱	-۴۸/۵۴	-۶۲/۶۹	-۲۶/۱۰			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
	logLik				۲۷/۴۱	۳۱/۶۱	۱۹/۸۲	۲۶/۱۶	۳۳/۲۳	۱۴/۹۴			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
	Sn				۰/۰۷	۰/۰۶	۰/۱۷	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
	p-value				۰/۰۸	۰/۴۳	۰/۰۰	۰/۰۵	۰/۶۷	۰/۰۰			۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۶
۲	iTau	۱۱۳	۱۲	۱۷۷	۱۵/۸۲	۴/۴۱	۶/۸۳	۱۱/۲۸	۳/۳۰	۴/۶۰	۷	۱۴۷	۲۸/۵۹	۳۴/۸۰	۲۶/۴۹
	iRho				۱۲/۶۲	۳/۸۳	۵/۷۶	۹/۰۳	۲/۸۷	۳/۷۸			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
	ml				۱۲/۰۴	۳/۸۵	۳/۱۵	۱۰/۸۰	۳/۴۱	۲/۱۷			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
	AIC				-۶۱/۹۷	-۷۷/۹۷	-۳۷/۴۷	-۵۵/۱۷	-۶۷/۶۰	-۵۰/۹۷			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
	BIC				-۶۰/۲۶	-۷۶/۲۵	-۳۵/۷۶	-۵۳/۳۰	-۶۵/۷۳	-۴۹/۱۰			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
	logLik				۳۱/۹۹	۳۹/۹۸	۱۹/۷۳	۲۸/۵۹	۳۴/۸۰	۲۶/۴۹			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
	Sn				۰/۰۸	۰/۰۶	NA	۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
	p-value				۰/۰۲	۰/۶۲	NA	۰/۳۰	۰/۸۴	۰/۰۳			۰/۰۹	۰/۰۷	۰/۱۵
۳	iTau	۱۲۷	۱۳	۱۷۹	۲۷/۳۳	۷/۲۷	۱۲/۵۴	۱۳/۲۲	۳/۷۸	۵/۵۵	۸	۱۵۷	۳۳/۱۳	۴۱/۲۱	۱۹/۸۳
	iRho				۱۸/۸۷	۵/۵۳	۹/۳۰	۱۰/۹۳	۳/۳۸	۴/۸۲			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
	ml				۲۱/۵۹	۵/۸۷	۷/۲۶	۱۱/۱۵	۳/۶۶	NA			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
	AIC				-۶۰/۷۵	-۶۱/۷۴	-۳۲/۷۷	-۶۴/۲۶	-۸۰/۴۳	-۳۷/۶۶			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
	BIC				-۵۹/۴۲	-۶۰/۴۱	-۳۱/۴۴	-۶۲/۴۱	-۷۸/۵۸	-۳۵/۸۱			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
	logLik				۳۱/۳۷	۳۱/۸۷	۱۷/۳۹	۳۳/۱۳	۴۱/۲۱	۱۹/۸۳			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
	Sn				۰/۰۹	۰/۰۹	NA	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
	p-value				۰/۲۴	۰/۱۷	NA	۰/۱۲	۰/۹۵	۰/۰۰			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۲۴
۴	iTau	۱۳۳	۱۴	۱۸۳	۱۱/۷۳	۳/۴۱	۴/۸۲	۱۱/۰۷	۳/۲۵	۴/۵۰	۹	۱۶۹	۲۷/۹۹	۳۵/۳۰	۲۱/۶۷
	iRho				۹/۶۷	۳/۰۵	۴/۱۳	۹/۳۸	۲/۹۷	۳/۹۸			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸
	ml				۸/۲۲	۲/۶۸	۲/۶۵	۸/۴۹	۲/۸۹	۲/۰۳			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸
	AIC				-۶۲/۲۳	-۶۷/۲۸	-۵۵/۴۵	-۵۳/۹۸	-۶۸/۶۱	-۴۱/۳۳			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸
	BIC				-۶۰/۳۰	-۶۵/۳۵	-۵۳/۵۲	-۵۲/۱۱	-۶۶/۷۴	-۳۹/۴۶			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸
	logLik				۳۲/۱۲	۳۴/۶۴	۲۸/۷۲	۲۷/۹۹	۳۵/۳۰	۲۱/۶۷			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸
	Sn				۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۱۵	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸
	p-value				۰/۲۷	۰/۴۰	۰/۰۱	۰/۱۲	۰/۹۵	۰/۰۱			۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۱۸

iTau: محاسبه شده با معادله مستقیم کندال، iRho: محاسبه شده با معادله مستقیم اسپیرمن، ml: محاسبه شده با حداکثر کردن تابع لاکلیهود، AIC: معیار اطلاعات آکائیک، BIC: معیار اطلاعات بیزین، LogLik: مقدار حداکثر تابع لوگ لاکلیهود، Sn: آماره جنست و p-value: مقدار احتمال آماره جنست

ادامه جدول ۳.

خانواده کوپلا	ردیف	کد ایستگاه	خانواده کوپلا			ردیف	کد ایستگاه	خانواده کوپلا			ردیف	کد ایستگاه
			فرانک	گامبل	کلایتون			فرانک	گامبل	کلایتون		
فرانک	۱۵	۱۸۵	۶/۱۶	۴/۰۸	۱۴/۴۶	۱۰	۱۷۱	۵/۷۹	۳/۸۹	۱۳/۷۰	۵	iTau
گامبل	۱۵	۱۸۵	۵/۴۴	۳/۶۸	۱۲/۰۴	۱۰	۱۷۱	۵/۳۰	۳/۶۱	۱۱/۷۹	۵	iRho
کلایتون	۱۵	۱۸۵	NA	۳/۵۴	۱۰/۴۰	۱۰	۱۷۱	۲/۳۹	۲/۹۹	۹/۹۳	۵	ml
	۱۵	۱۸۵	-۳۵/۷۸	-۷۳/۹۷	-۶۵/۰۷	۱۰	۱۷۱	-۴۵/۲۸	-۷۵/۰۳	-۶۸/۴۴	۵	AIC
	۱۵	۱۸۵	-۳۳/۹۷	-۷۲/۱۶	-۶۳/۲۶	۱۰	۱۷۱	-۴۳/۴۱	-۷۳/۱۶	-۶۶/۵۷	۵	BIC
	۱۵	۱۸۵	۱۸/۸۹	۳۷/۹۸	۳۳/۵۳	۱۰	۱۷۱	۲۳/۶۴	۳۸/۵۲	۳۵/۲۲	۵	logLik
	۱۵	۱۸۵	NA	۰/۰۷	۰/۰۸	۱۰	۱۷۱	۰/۲۰	۰/۰۷	۰/۰۷	۵	Sn
	۱۵	۱۸۵	NA	۰/۲۳	۰/۰۸	۱۰	۱۷۱	۰/۰۰	۰/۲۵	۰/۱۴	۵	p-value

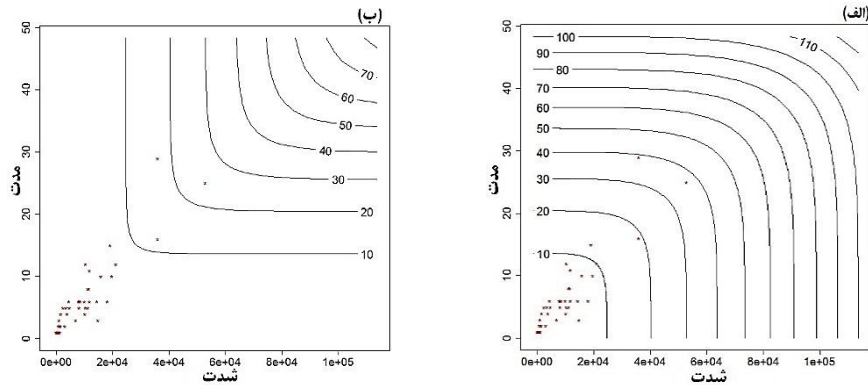
iTau: محاسبه شده با معادله مستقیم کندال، iRho: محاسبه شده با معادله مستقیم اسپیرمن، ml محاسبه شده با حداکثر کردن تابع لاکلیهود، AIC: معیار اطلاعات آکائیک، BIC: معیار اطلاعات بیزین، LogLik: مقدار حداکثر تابع لوگ لاکلیهود، Sn: آماره جنست و p-value: مقدار احتمال آماره جنست



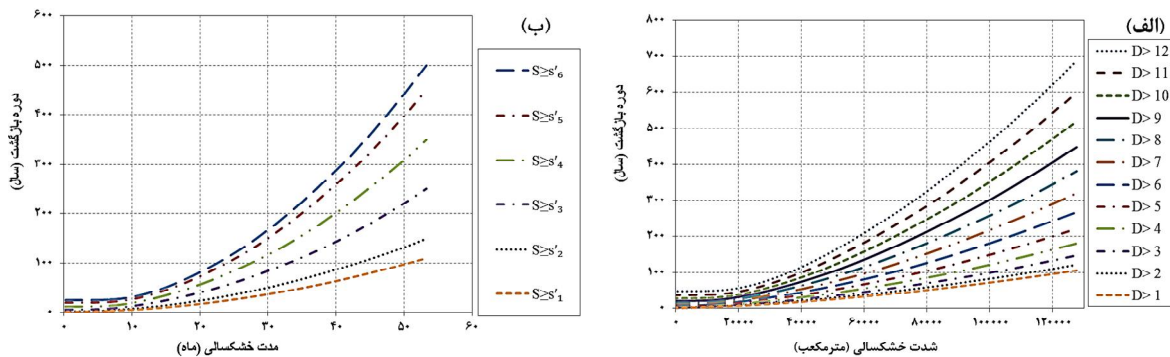
شکل ۶. مقایسه بین تابع کوپلا تجربی و تابع کوپلا تئوری گامبل در ایستگاه ۱۸۵

انتخاب شد، با استفاده از آزمون‌های نکویی برآزش کوپلای اشاره شده، بهترین تابع کوپلای ارشمیدسی انتخاب شد. مقادیر پارامتر θ انتخاب شده توسط فرایند فوق در جدول (۳) به صورت پر رنگ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تابع کوپلا گامبل به عنوان بهترین تابع در تمام ایستگاه‌ها شناخته شد. این موضوع با نتایج تحقیق انجام شده توسط توسونگلو و کیسی (۳۴) و میر اکبری و گنجی (۱) که تابع کوپلا گامبل را توصیه کرد، همخوانی دارد. برای نمونه شکل (۶) نمودار احتمال تابع کوپلا تجربی در مقابل پارامتری را به عنوان روشی بصری برای ارزیابی برآزش برای

کوپلایی که بهترین برآزش را بر خصوصیات خشکسالی دارد، مقادیر معیار اطلاعات آکائیک، معیار اطلاعات بیزین و آماره پیشنهادی جنست و همکاران محاسبه و در جدول (۳) ارائه شده است (۹). به صورت کلی مقادیر معیار اطلاعات آکائیک، معیار اطلاعات بیزین برای پارامتر کوپلای به دست آمده از روش غیر پارامتری (تابع حداکثر درست‌نمایی لگاریتمی) کمتر است، در نتیجه برای هر ایستگاه مقدار پارامتر کوپلا (θ) که منجر به محاسبه بیشترین مقدار تابع حداکثر درست‌نمایی لگاریتمی می‌شود، برای ادامه محاسبات مدنظر قرار گرفته شد. سپس با در نظر گرفتن مقدار پارامتر θ که در مرحله قبل



شکل ۷. دوره بازگشت توأم الف) T_{DS} و ب) T'_{DS} سری‌های شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه ۱۸۵



شکل ۸. دوره بازگشت شرطی شدت و مدت خشکسالی برای الف) $T_{S|D \geq d}$ و ب) $T_{D|S \geq s}$ در ایستگاه ۱۸۵

به‌عنوان مثال، دوره بازگشت توأم خشکسالی برای ایستگاه ۱۸۵ با مدت ۱۲ ماه و شدت ۱۴۶۹۳ معادل $T_{DS} = ۸/۷$ سال است و دوره بازگشت توأم خشکسالی با مدت ۱۲ ماه یا شدت ۱۴۶۹۳ معادل $T'_{DS} = ۵$ سال خواهد بود. با بررسی دوره بازگشت T_{DS} و T'_{DS} ایستگاه‌های مورد مطالعه برای شدت و/یا مدت - مختلف مشخص شد، در ایستگاه‌های شماره ۱۰۹، ۱۴۵ و ۱۶۷ که سرشاخه‌های شمال شرقی حوضه کرخه هستند، دوره بازگشت خشکسالی هیدرولوژیک طولانی‌تر است. همچنین دوره بازگشت‌های T_{DS} و T'_{DS} در مناطق جنوب و غرب حوضه آبریز خصوصاً در ایستگاه‌های شماره ۱۲۷، ۱۴۳، ۱۴۷، ۱۵۹، ۱۷۷ و ۱۸۵ کوتاه‌تر از بقیه ایستگاه‌ها است.

شکل (۸-الف) دوره بازگشت شرطی وقوع خشکسالی به ازای مقادیر مختلف شدت، برای مدت‌های معین را برای

تابع کوپلا گامبل در ایستگاه ۱۸۵ را نشان می‌دهد. همان‌طورکه مشاهده می‌شود مقادیر احتمالات تجربی و تئوری نزدیک خط ۱:۱ هستند که این موضوع نشان‌دهنده مناسب بودن تابع کوپلا برازش یافته است.

توزیع احتمال توأم خشکسالی و دوره بازگشت

به‌دلیل وقوع ترکیب‌های گوناگون شدت و مدت خشکسالی در یک دوره بازگشت یکسان، دوره بازگشت‌های توأم به‌صورت خطوط کنتور نشان داده می‌شوند. شکل (۷) خطوط کنتور دوره بازگشت‌های توأم شدت و مدت خشکسالی (T_{DS}) و (T'_{DS})، استخراج شده از معادلات ۲۱ و ۲۲ را برای ایستگاه ۱۸۵ نشان می‌دهد. در شکل (۷) نقاط نشان‌دهنده مقادیر مشاهداتی و اعداد روی کنتورها دوره بازگشت برحسب سال هستند.

تابع توزیع حاشیه‌ای برای تمامی ایستگاه‌ها انتخاب شد. سه تابع کوپلا ارشمیدسی پرکاربرد در هیدرولوژی گامبل، فرانک و کلاتون بر ایستگاه‌ها برازش یافتند و تابع کوپلا گامبل برای کل حوضه کرخه مورد تأیید قرار گرفت. این موضوع با نتایج محققین دیگر همخوانی دارد، در نتیجه می‌توان در مطالعات بررسی خشکسالی هیدرولوژیکی در حوضه‌های آبریز مناطق دیگر نیز از تابع کوپلا گامبل استفاده کرد. همچنین دوره بازگشت توأم و شرطی برای خصوصیات خشکسالی با استفاده از توابع کوپلا توسعه یافته برای هر ایستگاه به دست آمد. پیروی شدت و مدت خشکسالی تمامی ایستگاه‌های هیدرومتری حوضه کرخه از توزیع حاشیه‌ای مقادیر حداکثری تعمیم یافته و همچنین از تابع کوپلا خانواده گامبل، می‌تواند در توسعه مدل‌های منطقه‌ای توابع کوپلا مورد استفاده قرار گیرد.

نتایج این تحقیق نشان داد که خشکسالی هیدرولوژیک در قسمت‌های شمال شرقی حوضه کرخه با احتمال وقوع کمتر و دوره بازگشت طولانی‌تری رخ می‌دهد. همچنین مناطق جنوب و غرب حوضه کرخه به دلیل وقوع خشکسالی‌ها با دوره بازگشت‌های کوتاه، با خطر خشکسالی بیشتری تهدید می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل دو متغیره خشکسالی براساس شدت و مدت، در ارائه راهکارها و استراتژی‌های مناسب تاثیر زیادی دارد و کمک بزرگی به مدیران و برنامه‌ریزان سیستم‌های منابع آب در شرایط خشکسالی خواهد کرد. بنابراین نتایج استخراج شده قابل استفاده در برنامه‌ریزی‌های مدیریتی در سال‌های آینده است.

ایستگاه ۱۸۵ نشان می‌دهد. همچنین شکل (۸-ب) دوره بازگشت شرطی وقوع خشکسالی به ازای مقادیر مختلف مدت، برای شدت‌های معین را نشان می‌دهد. سطوح خشکسالی S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 و S_6 به ترتیب متناظر با احتمالات ۰/۰۹، ۰/۳۳، ۰/۶، ۰/۷۱، ۰/۷۷، ۰/۸ در نظر گرفته شده است که مقادیر شدت خشکسالی معادل با این سطوح به ترتیب برابر با ۶۷۸، ۳۶۶۲، ۸۳۰۵، ۱۱۸۸۷، ۱۴۹۷۶ و ۱۶۳۹۷ مترمکعب است. محاسبه احتمال شرطی توأم خشکسالی برای تعیین شاخص اعتمادپذیری سیستم‌های زیست‌محیطی که تحت تأثیر خشکسالی هستند به کار می‌رود. به عنوان مثال، یک سیستم پشتیبانی تأمین آب نمی‌تواند آب کافی را تحت شرایطی که شدت خشکسالی بیشتر از ۱۰۰۰ شود، مشروط به آنکه مدت خشکسالی بیشتر از شش ماه باشد، را فراهم کند بنابراین دوره بازگشت برای چنین وضعیتی در ایستگاه ۱۸۵ براساس رابطه (۲۳) حدود هفت سال است.

نتیجه گیری

این تحقیق از معدود مطالعات انجام شده برای مدل‌سازی توابع توزیع توأم شدت و مدت خشکسالی حداکثر سالانه با استفاده از توابع کوپلا است. بدین منظور ۱۵ ایستگاه فاقد روند در حوضه آبریز کرخه که یکی از مهم‌ترین حوضه‌های آبریز کشور است، مورد استفاده قرار گرفت و پس از استخراج خصوصیات خشکسالی از داده‌های جریان روزانه، با استفاده از روش گشتاورهای خطی توابع حاشیه‌ای مختلفی روی آن برازش یافت و تابع توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته به‌عنوان بهترین

منابع مورد استفاده

۱. میراکبری، م. و آ. گنجی. ۱۳۹۱. تحلیل دو متغیره مشخصه‌های شدت و مدت خشکسالی هواشناسی (مطالعه موردی: استان کرمانشاه). مجله پژوهش آب ایران ۱۱(۳): ۲۵-۱۷.
2. Akaike, H. 1974. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control* 19(6): 716-723.
3. Berg, D. and H. Bakken. 2005. A Goodness-of-Fit Test for Copula Based on the Probability Integral Transform. Technical Report SAMBA/41/05, Norsk Regnesentral, Oslo, Norway.
4. Cancelliere, A. and J. D. Salas. 2010. Drought probabilities and return period for annual stream flows series. *Journal*

- of Hydrology* 391: 77–89.
5. Chang, T.J. and J. R. Stenson. 1990. Is it realistic to define a 100-year drought for water management? *Water Resources Association* 26(5): 823–829.
 6. Chowdhary, H. and V. P. Singh. 2010. Reducing uncertainty in estimates of frequency distribution parameters using composite likelihood approach and copula-based bivariate distributions. *Water Resources Research* 46: 1–23.
 7. Clausen, B. and C. P. Pearson. 1995. Regional frequency analysis of annual maximum stream flow drought. *Journal of Hydrology* 173: 111–130.
 8. Csorgo, S. and J. J. Faraway. 1996. The exact and asymptotic distributions of cramer-von mises statistics. *Journal of the Royal Statistical Society* 58: 221–234.
 9. Genest, C., J. F. Quessy and B. Remillard. 2006. Goodness-of-fit procedures for copula models based on the probability integral transformation. *Scandinavian Journal of Statistics* 33: 337–366.
 10. Helsel, D. R. and R. M. Hirsch. 1992. *Statistical Methods in Water Resources*. Elsevier, Amsterdam.
 11. Hosking, J. R. M. and J. R. Wallis. 1997. *Regional frequency analysis: an approach based on L-moments*. Cambridge University Press, New York.
 12. Hosking, J. R. M. 1990. L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of the Royal Statistical Society* 52: 105–124.
 13. Kendall, M. G. 1975. *Rank Correlation Methods*, Charles Griffin, London.
 14. Kim, T. W., C. Yoo and J. B. Valdés. 2003. Nonparametric approach for estimating effects of ENSO on return periods of droughts. *KSCE Journal of Civil Engineering* 7: 629–636.
 15. Kjeldsen, T. R., A. Lundorf and D. Rosbjerg. 1999. Regional partial duration series modelling of hydrological droughts in Zimbabwean rivers using a two-component exponential distribution. *International Association of Hydrological Sciences* 55: 145–153.
 16. Lee, K. S., J. Sadeghipour and J. A. Dracup. 1986. Approach for frequency analysis of multiyear drought durations. *Water Resources Research* 22: 655–662.
 17. Mann, H. B. 1945. Nonparametric tests against trend. *Econometrica* 13: 245–259.
 18. Massey, F. J. 1951. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association* 46: 68–78.
 19. Mirakbari, M., A. Ganji and S. R. Gallah. 2010. Regional bivariate frequency analysis of meteorological droughts. *Journal of Hydrologic Engineering* 15 (12): 985–1000.
 20. Modaresi Rad, A., B. Ghahraman, D. Khalili, Z. Ghahermani and S. Ahmadi Ardakani. 2017. Integrated meteorological and hydrological model: a management tool for proactive water resources planning. *Advances in Water Resources* 107: 336–353.
 21. Mohan, S. and N. C. V. Rangacharya. 1991. A modified method for drought identification. *Hydrological Sciences Journal* 36 (1): 11–21
 22. Nelsen, R. B. 2006. *An introduction to copulas*, Springer, New York.
 23. Rosenblatt, M. 1952. Remarks on a multivariate transformation. *The Annals of Mathematical Statistics* 23: 470–472.
 24. Sadri, S. and D. H. Burn. 2014. Copula-based pooled frequency analysis of droughts in the Canadian prairies. *Journal of Hydrologic Engineering* 19: 277–289.
 25. Salvadori, G., C. De Michele, N. T. Kottegoda and R. Rosso. 2007. *Extremes in nature -an approach using copulas*. Springer, New York.
 26. Scaillet, O. 2006. Kernel based goodness-of-fit tests for copulas with fixed smoothing parameters. *Journal of Multivariate Analysis* 98(3): 533–543
 27. Schwarz, G. E. 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics* 6 (2): 461–464.
 28. Sen, Z. 1980. Statistical analysis of hydrologic critical droughts. *Journal of the Hydraulics Division, American Society of Civil Engineers* 106(1): 99–115.
 29. Shiau, J. T. and H. Shen. 2001. Recurrence analysis of hydrologic drought of differing severity. *Journal of Water Resource Planning and Management* 127: 30–40.
 30. Shiau, J. T. 2006. Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management* 20: 795–815.
 31. Shiau, J. T., R. Modarres and S. Nadarajah. 2012. Assessing multi-site drought connections in Iran using empirical copula. *Environmental Modeling & Assessment* 17: 469–482.
 32. Sklar, A. 1959. *Fonctions de Répartition à Dimensions et Leurs Marges*, Publications de Institut de Statistique Université de Paris, Paris.
 33. Song, S. and V. P. Singh. 2010. Frequency analysis of droughts using the plackett copula and parameter estimation by genetic algorithm. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 24: 783–805.
 34. Tosunoglu, F. and O. Kisi. 2016. Joint modeling of annual maximum drought severity and corresponding duration.

Journal of Hydrology 543: 406-422.

35. Yevjevich, V. 1967. An Objective Approach to Definitions and Investigations of Continental Hydrologic Drought. Hydrology, Colorado State University, Fort Collins, Colo.
36. Yue, S. and C. Y. Wang. 2004. The mann-kendall test modified by effective sample size to detect trend in serially correlated hydrological series. *Water Resource Management* 18: 201-218.
37. Yue, S., P. Pilon, B. Phinney and G. S. Cavadias. 2002. The influence of autocorrelation on the ability to detect trend in hydrological series. *Hydrological Processes* 16: 1807-1829.
38. Yue, S., P. Pilon, B. Phinney. 2003. Canadian stream flow trend detection: impacts of serial and cross correlation. *Hydrological Sciences Journal* 48(1): 51-63.
39. Zelenhasic, E. and A. Salvai. 1987. A method of stream flow analysis. *Water Resource Research* 23: 156-168.
40. Zhang, D., P. Chen, Q. Zhang and X. Li. 2017. Copula-based probability of concurrent hydrological drought in the Poyang lake-catchment-river system (China) from 1960 to 2013. *Journal of Hydrology* 553: 773-784.

Hydrologic Drought Frequency Analysis in Karkhe Basin Based on Bivariate Statistical Analysis

F. Farsadnia¹, B. Ghahreman^{1*}, R. Modarres² and A. Moghaddam Nia³

(Received: September 15-2017 ; Accepted: December 4-2017)

Abstract

In recent years, the joint distribution properties of drought including severity and duration have been widely evaluated using copula. Few studies, however, have worked on drought modeling based on stream flow, especially in semi-arid regions such as the southern regions of Iran. This study followed two purposes. The first purpose was to find the appropriate marginal distribution function for hydrologic drought duration and severity, and the other one was to find appropriate copulas. First, the severity and duration of hydrological droughts in the hydrometry stations in the Karkhe basin were extracted by the run's theorem, and the absence of trends was tested using the modified Mann-Kendall trend test. Appropriate marginal distribution functions for duration and severity drought were derived by using the linear moment's method. In addition, copula's parameters for Frank, Clayton and Gumbel families were calculated by both direct and indirect methods. The best copulas were selected by the goodness of fit tests. Finally, the joint and conditional return periods for duration and severity drought were derived for each station. The results showed that drought severity and duration for all hydrometry stations in Karkhe basin followed both the generalized extreme value marginal distribution function and Gumbel copulas family, which could be used for regional copulas modeling.

Keywords: Archimedean copulas, Goodness of fitness, Joint return period, Conditional return period.

1. Department of Water Engineering, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

2. Department of Natural Resources, Faculty of Natural Resources, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

3. Department of Reclamation of Arid and Mountainous Regions, Faculty of Natural Resources, University of Tehran, Karaj, Iran.

*: Corresponding Author, Email: bijangh@um.ac.ir