

کاربرد سیستم‌های تکاملی در تعیین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی

مهدی ماجدی اصل^{۱*} و مهدی فولادی پناه^۲

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۶/۷/۱۳؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۱۲/۱۳)

چکیده

سرریزهای کنگره‌ای جزء سرریزهای غیرخطی هستند که می‌توانند دبی را برای یک عرض مشخص و بدون افزایش بار آبی، افزایش دهند. امروزه سرریزهای کنگره‌ای به‌عنوان گزینه‌ای مناسب برای اصلاح سرریزهایی که برای عبور حداکثر سیل محتمل با مشکل روبه‌رو هستند، مطرح می‌شوند. الگوی سه‌بعدی جریان و نامحدود بودن تغییرات پارامترهای هندسی در سرریزهای کنگره‌ای، چالش بزرگی را برای طراحان این سرریز ایجاد کرده است. در این تحقیق عملکرد ماشین بردار پشتیبان (SVM) در برآورد ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی لبه تیز بررسی و با داده‌های آزمایشگاهی مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته است. بدین منظور تعداد ۱۲۳ سری داده آزمایشگاهی که شامل پارامترهای هندسی و هیدرولیکی از جمله زاویه رأس (θ)، نسبت بزرگنمایی (L/B)، نسبت بار آبی (h/w)، عدد فرود (Fr)، عدد وبر (We) و عدد رینولدز (Re) هستند، مورد استفاده قرار گرفتند. نتایج نشان داد که در ماشین بردار پشتیبان، ترکیب ورودی که فقط شامل پارامترهای هندسی (θ , h/w, L/B) است، دارای بهترین نتایج با $R^2=0/974$ ، $RMSE=0/0118$ ، $MAE=0/0112$ و $MNE=0/0170$ در مرحله آزمون داده‌ها است. همچنین برای این سرریزها معادلات رگرسیون غیرخطی و خطی چند جمله‌ای ارائه شده است. در پایان ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه‌تیز براساس معادله ریوک، با روش‌های SVM، رگرسیون غیرخطی و خطی، محاسبه و مقایسه شدند.

واژه‌های کلیدی: سرریز کنگره‌ای مثلثی، ماشین بردار پشتیبان، معادله Rehbock، زاویه رأس سرریز

۱. گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه، مراغه

۲. گروه مهندسی عمران، واحد رامهرمز، دانشگاه آزاد اسلامی، رامهرمز

*: مسئول مکاتبات: پست الکترونیکی: mehdi.majedi@gmail.com

مقدمه

سرریزهای کنگره‌ای یکی از مهم‌ترین سازه‌هایی هستند که برای تنظیم سطح آب و کنترل جریان در رودخانه‌ها و کانال‌ها و انتقال آب از سراب به پایاب سدها به کار می‌روند و امروزه به‌عنوان سرریز جایگزین به‌جای سرریزهای معمولی مطرح هستند. دبی جریان در سرریزها به‌طور مستقیم با طول تاج سرریز متناسب است. در صورتی که عرض کانال یا مخزنی که سرریز روی آن اجرا می‌شود، محدود باشد، یکی از راهکارهای افزایش ظرفیت، افزایش طول تاج سرریز با زیگزاگ کردن سرریز در پلان است. یعنی ایجاد یک سرریز سه‌بعدی که در واقع همان سرریز کنگره‌ای است. محور تاج این نوع سرریزها به‌صورت مستقیم بوده و در نمایش سطح افقی، سرریز از دیواره‌های متصل به هم تشکیل شده و با هندسه مثلثی، دوزنقه‌ای، مستطیلی و قوسی با تناوب در عرض جریان تکرار می‌شود. سرریزهای کنگره‌ای به‌عنوان گزینه‌ای مناسب برای اصلاح سرریزهایی که برای عبور دبی ماکزیمم محتمل با مشکل روبه‌رو هستند مطرح می‌شوند، لذا در این راستا گرایش پژوهشگران به برآورد ضریب دبی و کارایی سرریزها رو به افزایش است و در سال‌های اخیر و به‌دنبال مطالعات تجربی و آزمایشگاهی، تحقیقات زیادی برای بهبود و پیشبرد روش‌های تجربی برای محاسبه ضریب دبی، انتخاب هندسه بهینه و کارایی سرریزهای کنگره‌ای انجام شده است. هیدرولیک سرریزهای کنگره‌ای برای اولین بار توسط جنتلینی (۱۵) مورد بررسی قرار گرفته است (۱۰). توسعه طراحی این سرریزها توسط تیلور (۲۹) و سپس توسط هی و تیلور (۱۷) انجام گرفت. لاکس و هینچلیف (۲۳) و لاکس (۲۲) ظرفیت جریان عبوری روی سرریزهای با پلان مثلثی و دوزنقه‌ای ارزیابی شد. مطالعات تکمیلی روی مدل سرریزهای کنگره‌ای توسط دارواس (۱۱) و تولیس و همکاران (۳۰) انجام یافت. فالوی (۱۴) نشان داد که این نوع سرریزها از طریق افزایش طول تاج در یک عرض مشخص، در مقایسه با سرریزهای مستقیم دبی بیشتری را برای یک بار هیدرولیکی یکسان از خود عبور می‌دهند. یاسی و

محمدی (۶) سرریزهای زیگزاگی با پلان قوسی را بررسی کردند. روشنگر و همکاران (۲) سرریزهای کنگره‌ای قوسی و کلید پیانویی قوسی را مورد مقایسه و بررسی قرار دادند. برقی و همکاران (۸)، نکویی (۵)، امیراغلو و همکاران (۱۲)، زاهدی (۳)، زاهدی و همکاران (۳۲) سرریزهای کنگره‌ای جانبی را مورد مطالعه قرار دادند. سرریزهای کنگره‌ای به‌عنوان گزینه‌ای مناسب برای اصلاح سرریزهایی که برای عبور دبی طراحی با مشکل روبه‌رو هستند، مطرح می‌شوند، لذا در این راستا گرایش پژوهشگران به برآورد ضریب دبی و کارایی سرریزها رو به افزایش بوده و در سال‌های اخیر و به‌دنبال مطالعات تجربی و آزمایشگاهی، تحقیقات زیادی برای بهبود و پیشبرد روش‌های تجربی برای محاسبه ضریب دبی، انتخاب هندسه بهینه و کارایی سرریزهای کنگره‌ای انجام شده است که از آن جمله می‌توان به روش‌های محاسبات نرم که داده محور هستند اشاره کرد. استفاده از روش‌های محاسبات نرم مانند ماشین بردار پشتیبان می‌تواند به‌عنوان روشی جایگزین برای معادله‌ها و مدل‌های تجربی به حساب آید و در دهه‌های اخیر تحولی عظیم در مسائل مهندسی به‌وجود آورده‌اند. این روش‌ها قابلیت خوبی در مدل‌سازی و پیش‌بینی پدیده‌های پیچیده و بهینه‌سازی مسائل مهندسی از خود نشان داده‌اند.

در این تحقیق عملکرد روش SVM که جزو روش‌های داده محور محسوب می‌شود، در مدل‌سازی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی لبه تیز مورد ارزیابی و تجزیه و تحلیل قرار گرفته است که در سال‌های اخیر مطالعات محدودی در زمینه برآورد ضریب دبی سرریزها، به‌خصوص سرریزهای کنگره‌ای انجام شده است. روشنگر و همکاران (۲۴) ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای و کنگره‌ای قوسی را با استفاده از ماشین بردار پشتیبان مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که این روش دارای دقت بالایی برای پیش‌بینی ضریب شدت جریان سرریزهای کنگره‌ای دارد. گول (۱۶) از تکنیک شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی دبی و ضریب دبی سرریزهای مثلثی استفاده کرد. این مطالعه نشان داد که نتایج ANN (MLP) در مقایسه با نتایج و معادلات ارائه شده

غیرخطی برای ضریب دبی این سرریزها ارائه شده و در پایان برای زوایای مختلف رأس‌ها، روابطی بر اساس ریبوک پیشنهاد شده است.

معادله دبی و پارامترهای سرریزهای کنگره‌ای

معادله یک‌بعدی جریان روی سرریزهای کنگره‌ای تابعی از هد کل (Hr) بر حسب متر، طول تاج سرریز (L) بر حسب متر و ضریب جریان سرریز (Cd) بدون بعد بوده و از رابطه (۱) به دست می‌آید و دبی جریان بر حسب متر مکعب بر ثانیه است (۱۸).

$$Q = \frac{2}{3} C_d L H_T^{3/2} \sqrt{2g} \quad (1)$$

با استفاده از روش تحلیل ابعادی و با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی، سینماتیکی و دینامیکی، پارامترهای مؤثر بر ضریب دبی جریان در سرریزهای کنگره‌ای شامل عمق آب در بالادست سرریز (h)، طول دماغه سرریز (A)، طول تاج مؤثر (L)، عرض کل کانال (B)، زاویه رأس (θ)، ارتفاع سرریز (w)، ضخامت سرریز (t_w)، عدد فرود (Fr)، عدد رینولدز (Re)، عدد وبر (We)، تعداد سیکل‌ها (N)، و شکل تاج سرریز هستند. شکل ۱ نمای شماتیک فلوم و پروفیل جریان عبوری از روی سرریز کنگره‌ای در مقطع و پلان را نمایش می‌دهد. باتوجه به مثلثی بودن سرریزها و ثابت بودن ضخامت سرریزها، تعداد سیکل‌ها و شکل تاج سرریز ضریب دبی این سرریزها را می‌توان به صورت رابطه (۲) ارائه داد.

$$C_d = F(h/w, \theta, L/B, Fr, Re, We) \quad (2)$$

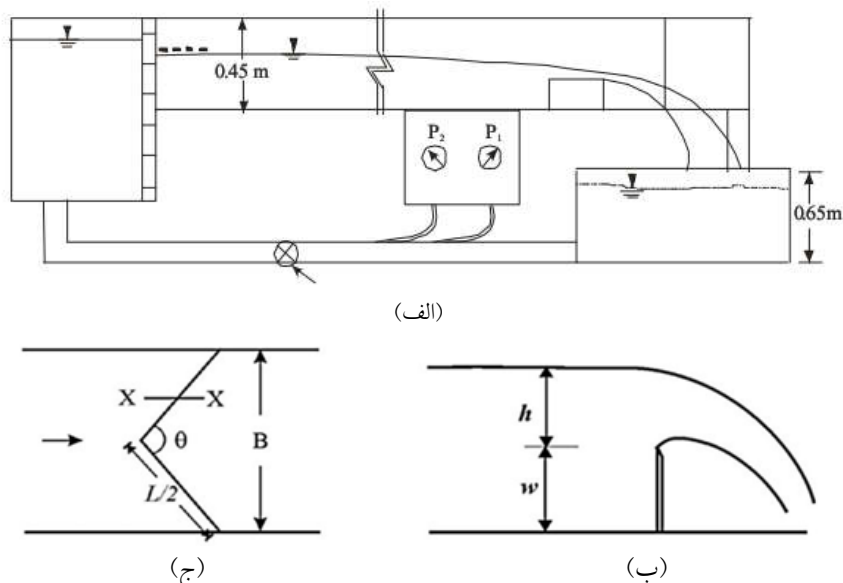
داده‌های آزمایشگاهی

آزمایش‌های این تحقیق در یک کانال بتنی به طول ۱۲ متر، عرض ۰/۲۸ متر و عمق ۰/۴۱ متر توسط کومور (۲۱) انجام یافته است. مدل‌های ساخته شده سرریزهای کنگره‌ای مثلثی از جنس فولادی و لبه تیز بوده و در ۱۱ متری از بالادست کانال نصب شده‌اند. عمق آب در تاج سرریز به فاصله ۴ تا ۵ برابر بار آبی در بالادست سرریزها توسط یک عمق‌سنج نقطه‌ای با دقت

توسط کومور و همکاران (۲۱) عملکرد بهتری دارد. جی و یو (۲۰) و سیمن (۹) از ماشین بردار پشتیبان برای پیش‌بینی با رسوب معلق رودخانه استفاده کردند. روشنگر و همکاران (۲۶) با استفاده از روش‌های یادگیری ماشینی، استهلاك انرژی روی سرریزهای پلکانی را مدل‌سازی کردند. جیما و همکاران (۱۹) با استفاده از شبکه‌های عصبی (ANN) خصوصیات هیدرولیکی سرریزهای نیم‌دایره‌ای را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. آنها نشان دادند که نتایج شبکه‌های عصبی مصنوعی با نتایج آزمایشگاهی همخوانی خوبی دارد و اظهار داشتند که کارایی تکنیک‌های ANN در مقایسه با روش‌های آماری بهتر هستند. روشنگر و همکاران (۲۵) ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای با جهت‌گیری نرمال و معکوس را با استفاده از ANFIS و GEP پیش‌بینی کردند. همچنین پژوهشگران مختلفی از جمله جاوید و موسی‌خانی (۱)، صفری و کریمی (۴)، ارساین (۱۳)، سیواپارگاسام و لیونگ (۲۸) و بهزاد و اصغری (۷) با استفاده از SVM پارامترهای مختلف هیدرولیکی و هیدرولوژی را مورد پیش‌بینی قرار دادند. هدف تحقیق حاضر، کاربرد روش ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه تیز با ترکیبات مختلف (با ترکیب پارامترهای هندسی و هیدرولیکی) و ارائه روابط رگرسیونی خطی و غیرخطی برای تعیین ضریب دبی این سرریزها بوده و همچنین برای زوایای مختلف رأس این سرریزها و براساس معادله ریبوک، روابط تجربی ارائه شده و نتایج به دست آمده به کمک معیارهای آماری مختلف با روش‌های SVM و کومور (۲۱) مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته است.

مواد و روش‌ها

در این تحقیق برای محاسبه ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه تیز از روش ماشین بردار پشتیبان استفاده شد که در آن ۷۵ درصد داده‌ها برای آموزش مدل و مابقی داده‌ها برای آزمون به کار گرفته شده است که برای صحت‌سنجی از پارامترهای آماری مختلفی استفاده شده است. در ادامه روابط خطی و



شکل ۱. الف) شماتیک فلوم و تجهیزات نصب شده، ب) پروفیل طولی سرریز کنگره‌ای و ج) پلان سرریز کنگره‌ای

جدول ۱. محدوده داده‌های مورد استفاده در این تحقیق

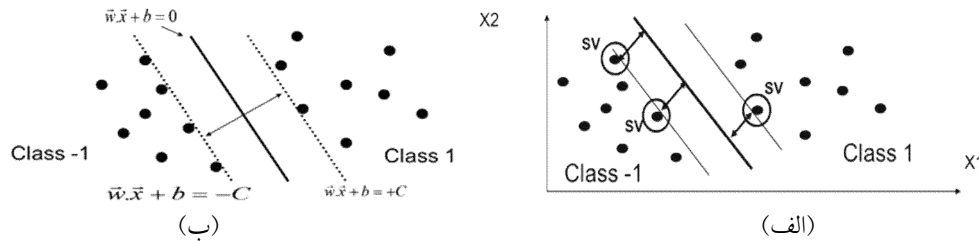
ردیف	θ (درجه)	W (متر)	h (متر)	Q (متر مکعب بر ثانیه)	تعداد آزمایش
۱	۳۰	۰/۰۹۲۴	۰/۰۳۴۶-۰/۰۰۷۹	۰/۰۱۲۵-۰/۰۰۲۰	۲۰
۲	۶۰	۰/۱۰۰۵	۰/۰۵۶۵-۰/۰۱۲۹	۰/۰۱۲۰-۰/۰۰۲۱	۲۳
۳	۹۰	۰/۱۰۲۹	۰/۰۶۸۹-۰/۰۱۳۶	۰/۰۱۲۱-۰/۰۰۱۵	۲۲
۴	۱۲۰	۰/۱۰۶۲	۰/۰۷۲۵-۰/۰۱۹۷	۰/۰۱۲۴-۰/۰۰۲۱	۲۰
۵	۱۵۰	۰/۱۰۷۵	۰/۰۷۱۰-۰/۰۱۴۲	۰/۰۱۱۳-۰/۰۰۱۲	۲۰
۶	۱۸۰	۰/۱۰۰۰	۰/۰۷۲۴-۰/۰۲۴۲	۰/۰۱۰۹-۰/۰۰۲۲	۱۸

روش‌های یادگیری با ناظر هستند که برای مسائل طبقه‌بندی، رگرسیون، پیش‌بینی و سایر مسائلی که در این حوزه قرار می‌گیرند، به کار می‌رود. مراحل حل مسائل در ماشین‌های بردار پشتیبان مانند الگوریتم شبکه‌های عصبی مصنوعی به دو مرحله آموزش و تست (صحت‌سنجی) تقسیم می‌شود. این روش توسط واپنیک (۳۱) بر مبنای نظریه یادگیری محاسباتی توسعه یافته است. ماشین‌های بردار پشتیبان بر خلاف سایر روش‌های هوش مصنوعی به جای اینکه خطای محاسباتی را کاهش دهد، ریسک عملیاتی را به‌عنوان تابع هدف قرار داده و مقدار بهینه آن را به دست می‌آورد. SVM قادر است مسئله را توسط ترفند کرنل به فضای با ابعاد بیشتر ببرد. در شکل (۲-الف) در فضای

$\pm 0.1\%$ میلی‌متر اندازه‌گیری و برای کاهش تلاطم جریان از یک صفحه مشبک در بالادست کانال استفاده شده است. آزمایش‌های صورت گرفته برای زوایای رأس $\theta = 30, 60, 90, 120, 150, 180$ و دبی‌های 0.2 تا 12.5 لیتر بر ثانیه انجام گرفته که اندازه‌گیری دبی با روش حجمی در انتهای کانال انجام می‌گرفت. محدوده داده‌های آزمایشگاهی این تحقیق در جدول ۱ آورده شده است.

ماشین بردار پشتیبان (SVM)

ماشین‌های بردار پشتیبان همانند شبکه‌های عصبی مصنوعی، یک نوع الگوریتم داده محوری است. این روش دسته‌ای از



شکل ۲. جداسازی داده‌ها در: الف) SVM و ب) بردارهای پشتیبان

$$\text{Min} \frac{1}{\gamma} \|W\| + C \sum_i \xi_i \quad (6)$$

پارامتر C تابع جریمه نامیده می‌شود و به نوعی می‌شود بیان کرد که تخطی هر یک از داده‌ها را از مرزهای تعیین شده با مقداری جریمه می‌کند. مقدار بهینه آن ممکن است با سعی و خطا و یا از طریق الگوریتم‌های بهینه‌سازی به دست بیاید. در مسائلی که داده‌ها به صورت خطی تفکیک پذیر نباشند، معادله صفحه تفکیک کننده برای حالت غیر خطی با دخالت "تابع کرنل" که وظیفه نگاشت داده‌ها از فضای غیرخطی به خطی را بر عهده دارد، حاصل می‌شود. در نتیجه معادله تفکیک کننده به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$w^T z + b = 0 \rightarrow w^T(x) + b = 0 \quad (7)$$

که در عبارت فوق تابع φ وظیفه نگاشت داده‌ها از فضای غیرخطی به یک فضای خطی را به عهده دارد. می‌توان برای این تابع یک حالت کلی‌تر به صورت $K(x_i, x_j)$ تعریف کرد که به وسیله آن بتوان به فضاهای پیچیده‌تر راه یافت. به فرایند مذکور ترفند کرنل می‌گویند. توابع کرنل شکل‌های مختلفی دارند و هر کدام می‌توانند با توجه به طبیعت مسئله کاربرد خاص خودشان را داشته باشند. انواع مختلف تابع کرنل در جدول (۲) نشان داده شده است. تابع کرنل خطی حالت خاصی از تابع کرنل چندجمله‌ای است که از توابع رایج و پرکاربرد در مسائل هستند. تابع کرنل چند جمله‌ای در مسائل پیچیده می‌تواند بسیار مفیدتر باشد. توابع قوسی (RBF) و کرنل حلقوی (ERBF) معروف‌ترین و پرکاربردترین توابع کرنل در مسائل ماشین بردار پشتیبان هستند و در مسائلی مورد استفاده قرار می‌گیرند که هیچگونه اطلاعاتی از نوع داده‌ها و طبیعت آنها در دست نباشد. مشخصه‌های مدل

دو بعدی برای جداسازی داده‌های دو کلاس، بی‌نهایت خط وجود دارد. نزدیک‌ترین داده آموزشی به صفحه تفکیک کننده بردار پشتیبان نامیده می‌شود که در شکل (۲-ب) آورده شده است. در مسائل رگرسیون از تابع خطایی به نام ϵ -Insensitive استفاده می‌شود. در واقع حاشیه‌ای به ضخامت ϵ از هر دو طرف صفحه تفکیک کننده در نظر گرفته می‌شود. ناحیه بین دو خط کناری، ناحیه مجاز برای قرارگیری داده‌ها است و هر داده که خارج از این محدوده قرار گیرد به نسبت تخطی از ناحیه مجاز، توسط تابع جریمه، جریمه می‌شود.

پس بهینه‌ترین صفحه تفکیک کننده، صفحه‌ای است که دارای ماکزیمم فاصله بین دو کلاس باشد. به عبارت دیگر عبارت $2C$ بیشترین مقدار خود را داشته باشد. طبق مبانی هندسه تحلیلی خواهیم داشت:

$$C = \frac{\gamma}{\|W\|} \quad (3)$$

پس مقدار ماکزیمم C زمانی حاصل خواهد شد که $\|W\|$ کمترین مقدار را داشته باشد.

$$\text{Min} \frac{1}{\gamma} \|W\| \quad (4)$$

و معادله کلی صفحه بهینه به صورت زیر خواهد بود:

$$w^T x + b = 0 \quad (5)$$

ممکن است بعضی از داده‌ها در محدوده تفکیک شده کلاس خود قرار نداشته باشند. به عبارت دیگر داده‌هایی از مرز تعیین شده برای کلاس خود تجاوز کنند و در محدوده کلاس دیگر قرار گیرند. اگر فرض کنیم این میزان تخطی برابر ξ باشد، در این صورت مسئله بهینه‌سازی تبدیل می‌شود به یافتن w به نحوی که معادله زیر مینیمم شود.

جدول ۲. انواع تابع کرنل

نام کرنل	رابطه کرنل
خطی	$K(x_i, x_j) = (x_i, x_j)$
چند جمله‌ای	$K(x_i, x_j) = ((x_i, x_j) + 1)^d$
گوسین	$K(x_i, x_j) = \exp\left(-\frac{\ x_i - x_j\ ^2}{2\sigma^2}\right)$
سیگموئید	$K(x_i, x_j) = \tanh(-\alpha(x_i, x_j) + c)$

جدول ۳. ترکیبات مختلف ورودی به مدل SVM

ترکیب ۱	L/B, h/w	ترکیب ۷	Fr, θ , h/w, L/B
ترکیب ۲ <th>h/w, θ</th> <th>ترکیب ۸</th> <th>We, θ, h/w, L/B</th>	h/w, θ	ترکیب ۸	We, θ , h/w, L/B
ترکیب ۳ <th>L/B, h/w, θ</th> <th>ترکیب ۹</th> <th>Re, θ, h/w, L/B</th>	L/B, h/w, θ	ترکیب ۹	Re, θ , h/w, L/B
ترکیب ۴ <th>Fr, θ</th> <th>ترکیب ۱۰</th> <th>Re, We, Fr, θ, h/w</th>	Fr, θ	ترکیب ۱۰	Re, We, Fr, θ , h/w
ترکیب ۵ <th>Fr, θ, h/w</th> <th>ترکیب ۱۱</th> <th>We, Fr, θ, h/w, L/B</th>	Fr, θ , h/w	ترکیب ۱۱	We, Fr, θ , h/w, L/B
ترکیب ۶ <th>h/w, θ, We</th> <th>ترکیب ۱۲</th> <th>Re, We, Fr, θ, h/w, L/B</th>	h/w, θ , We	ترکیب ۱۲	Re, We, Fr, θ , h/w, L/B

$$MNE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Cdo - Cdp}{Cdo} \right| \quad (10)$$

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (Cd_i^o - \bar{Cd}^o)(Cd_i^p - \bar{Cd}^p)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Cd_i^o - \bar{Cd}^o)^2 \sum_{i=1}^N (Cd_i^p - \bar{Cd}^p)^2}} \right)^2 \quad (11)$$

در روابط بالا پارامترهای Cd_o , Cd_p و N به ترتیب ضریب دبی مشاهداتی و پیش‌بینی شده سرریزها و تعداد داده‌ها هستند. معیارهای آماری فوق هم برای داده‌های آموزش و هم برای داده‌های آزمون محاسبه می‌شوند.

نتایج و بحث

به طوری که در بخش مواد و روش‌ها اشاره شد، در این تحقیق سرریز کنگره‌ای مثلثی لبه‌تیز با پنج زاویه رأس مختلف، دبی‌ها و ارتفاع‌های سرریز مختلف در آزمایشگاه مورد بررسی و با سرریز خطی مورد مقایسه قرار گرفته است. برای سرریزهای کنگره‌ای لبه‌تیز، ۱۲ ترکیب مختلف ورودی که شامل پارامترهای هندسی و هیدرولیکی از جمله زاویه رأس، طول تاج سرریز، عدد فرود (Fr)، عدد وبر (We) و ... هستند، برای مدل SVM انتخاب شده است که ترکیبات مختلف در جدول (۳) آورده شده است. همچنین برای تعیین ضرایب دبی این سرریزها معادلات

SVM، یعنی مقادیر ϵ و C بهینه‌سازی می‌شوند و برای تابع کرنل RBF نیز باید مشخصه γ بهینه شود.

روند ارزیابی کارایی مدل‌ها

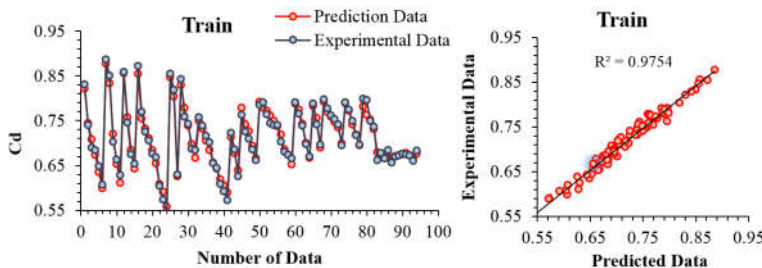
به منظور دستیابی به نتایج پیش‌بینی بهتر و دقیق‌تر مدل‌ها، روند آموزشی چندین بار مورد آزمون و خطا قرار گرفت که در پایان برای هر کدام از مدل‌ها و سرریزها، الگوی برتر داده‌ها برای آموزش و آزمون انتخاب شد. در این تحقیق برای ارزیابی کارایی مدل‌ها از معیارهای زیر استفاده شده است. ۱- جذر مربع میانگین خطاها (RMSE) که میزان خطای با بعد موجود در نتایج به دست آمده است و مقدار آن از رابطه (۸) محاسبه می‌شود. ۲- میانگین مطلق خطا (MAE) ۳- مربع ضریب همبستگی (R^2) ۴- میانگین خطای نرمال شده (MNE). میانگین مطلق خطا، مربع ضریب همبستگی و میانگین خطای نرمال شده از روابط (۹، ۱۰ و ۱۱) محاسبه می‌شوند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Cdo - Cdp)^2}{N}} \quad (8)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Cdo - Cdp| \quad (9)$$

جدول ۴. معیارهای ارزیابی ترکیبات مختلف ورودی برای تعیین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه تیز

نام ترکیب	آموزش				آزمون				پارامترهای SVM		
	R^2	RMSE	MAE	MNE	R^2	RMSE	MAE	MNE	C	ϵ	γ
ترکیب ۱	۰/۸۷۱	۰/۰۴۳	۰/۰۲۱	۰/۰۳۱	۰/۰۸۰۴	۰/۰۴۹	۰/۰۲۹	۰/۰۴۰	۱۰۰	۰/۵	۲/۵
ترکیب ۲	۰/۹۰۷	۰/۰۲۱	۰/۰۱۴	۰/۰۲۰	۰/۰۸۹۱	۰/۰۲۵۱	۰/۰۱۶	۰/۰۲۴	۱۰	۰/۵	۳
ترکیب ۳	۰/۹۷۶	۰/۰۱۱۰	۰/۰۰۹۲	۰/۰۱۳۰	۰/۰۹۷۴	۰/۰۱۱۸	۰/۰۱۱۲	۰/۰۱۷	۱۰	۱	۳
ترکیب ۴	۰/۸۲۶	۰/۰۴۵	۰/۰۲۵	۰/۰۳۶	۰/۰۸۰۳	۰/۰۵۱	۰/۰۳۳	۰/۰۳۹	۱۰	۱	۳
ترکیب ۵	۰/۹۱۱	۰/۰۲۰	۰/۰۱۲	۰/۰۲۲	۰/۰۸۹۴	۰/۰۲۷	۰/۰۱۹	۰/۰۲۸	۱۰۰	۱	۲
ترکیب ۶	۰/۹۰۲	۰/۰۲۰	۰/۰۱۴	۰/۰۲۴	۰/۰۸۸۷	۰/۰۲۹	۰/۰۲۱	۰/۰۳۲	۱۰۰	۱	۲/۵
ترکیب ۷	۰/۹۶۵	۰/۰۱۸۱	۰/۰۱۰	۰/۰۱۳۸	۰/۰۹۶۱	۰/۰۲۱۰	۰/۰۱۶	۰/۰۱۷۱	۱۰	۱۰	۵
ترکیب ۸	۰/۹۶۷	۰/۰۱۸۰	۰/۰۱۰	۰/۰۱۳۶	۰/۰۹۶۲	۰/۰۱۰	۰/۰۱۵۷	۰/۰۱۵۸	۱۰	۱۰	۵
ترکیب ۹	۰/۹۳۴	۰/۰۲۱۱	۰/۰۱۳	۰/۰۱۸	۰/۰۹۱۶	۰/۰۲۰	۰/۰۱۵۹	۰/۰۲۲۰	۱۰	۰/۵	۳
ترکیب ۱۰	۰/۹۱۳	۰/۰۲۲۰	۰/۰۱۳۸	۰/۰۲۰	۰/۰۸۹۹	۰/۰۲۵	۰/۰۱۴۸	۰/۰۲۳۱	۱۰	۰/۵	۳/۵
ترکیب ۱۱	۰/۹۶۵	۰/۰۱۸۰	۰/۰۱۱۱	۰/۰۱۳۹	۰/۰۹۶۰	۰/۰۱۹۲	۰/۰۱۴۴	۰/۰۱۷۰	۱۰۰	۰/۵	۳/۵
ترکیب ۱۲	۰/۹۵۱	۰/۰۲۰۱	۰/۰۱۱۸	۰/۰۱۶۲	۰/۰۹۳۶	۰/۰۱۹۸	۰/۰۱۴۹	۰/۰۱۹۳	۱۰۰	۰/۵	۵



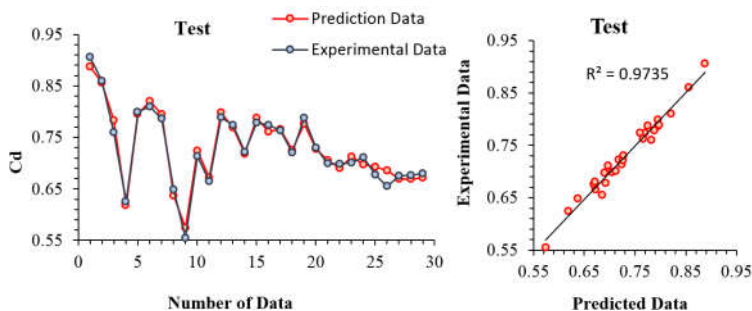
شکل ۳. مقایسه ضریب دبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده در مرحله آموزش (ترکیب برتر)

جدول (۴) مشخص است بعد از ترکیب شماره (۳)، ترکیب شماره‌های (۷)، (۸) و (۱۱) که شامل پارامترهای هندسی مذکور و پارامترهای هیدرولیکی (Fr و We) هستند نیز دارای نتایج نسبتاً خوب و نزدیک به هم هستند ولی نتایج آنها از ترکیب شماره (۳) نسبتاً ضعیف‌تر هستند. نمودار پراکنش و تغییرات ضریب دبی برای ترکیب شماره (۳) (ترکیب برتر) در شکل‌های (۳ و ۴) در مراحل آموزش و آزمون ترسیم شده است. با دقت در این نمودار مشخص می‌شود که ضرایب دبی مشاهداتی و آزمایشگاهی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی لبه تیز در مرحله آموزش و آزمون با دقت بالایی پیش‌بینی شده و انطباق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی داشته و دارای ضریب همبستگی بسیار بالایی هستند که می‌توان چنین نتیجه گرفت که مدل SVM در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی

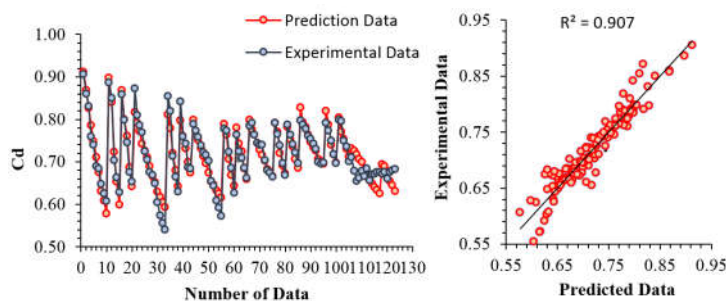
رگرسیون خطی و غیرخطی ارائه شده و در نهایت به‌ازای زوایای مختلف رأس‌ها، و بر اساس معادله ریوک (۲۷) نیز معادلات مربوطه ارائه شد و با روش‌های ماشین بردار پشتیبان و کومور و همکاران (۲۱) مورد مقایسه قرار گرفته است.

نتایج ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی ضریب دبی

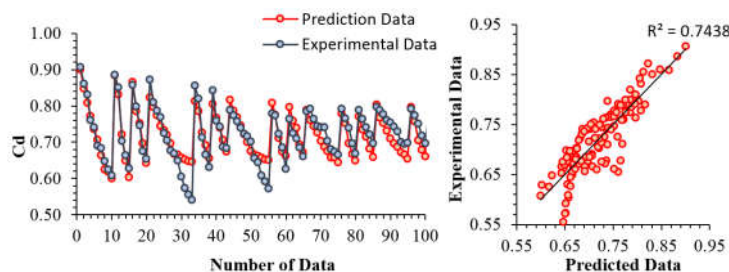
در جدول (۴)، ترکیب مختلف ورودی به همراه معیارهای ارزیابی مدل‌ها (R^2 , RMSE, MAE, MNE) و پارامترهای بهینه شده ماشین بردار پشتیبان (γ , ϵ , C) آورده شده است. در ماشین بردار پشتیبان (SVM)، ترکیب شماره (۳) که فقط شامل پارامترهای هندسی (θ , h/w, L/B) است، دارای بهترین نتایج با $MAE=0/0112$, $RMSE=0/0118$, $R^2=0/974$ و $MNE=0/0170$ در مرحله آزمون داده‌ها است. به‌طوری‌که در



شکل ۴. مقایسه ضریب دبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده در مرحله آزمون (ترکیب برتر)



شکل ۵. مقایسه ضریب دبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده توسط معادله غیرخطی



شکل ۶. مقایسه ضریب دبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده توسط معادله خطی

لمبه تیز عملکرد بسیار خوبی از خود نشان می‌دهد. پارامترهای هندسی استفاده شد ولی در معادله خطی علاوه بر پارامترهای هندسی، پارامتر بدون بعد عدد فرود نیز وارد معادله شده است. در شکل‌های (۵ و ۶) نمودار پراکنش و تغییرات ضریب دبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده به ترتیب برای معادلات غیرخطی و خطی ترسیم شده است. به طوری که مشاهده می‌شود، مقادیر ضریب دبی پیش‌بینی شده در روش غیرخطی تطابق بیشتری با مقادیر ضریب دبی آزمایشگاهی نسبت به روش خطی دارد. همچنین به طوری که در هر دو روش

معادلات خطی و غیرخطی در پیش‌بینی ضریب دبی در تحقیق حاضر معادلات رگرسیون غیرخطی و خطی چند جمله‌ای برای داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده است که ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثالی لمبه تیز به صورت غیرخطی و خطی به ترتیب از روابط (۱۲) و (۱۳) قابل پیش‌بینی هستند. معادله غیرخطی ارائه شده دارای نتایج بهتری ($R^2=0/907$ ، $RMSE=0/021$) نسبت به معادله خطی ($R^2=0/7438$ ، $RMSE=0/045$) است که در معادله غیرخطی فقط از پارامترهای هندسی استفاده شد ولی در معادله خطی علاوه بر پارامترهای هندسی، پارامتر بدون بعد عدد فرود نیز وارد معادله شده است. در شکل‌های (۵ و ۶) نمودار پراکنش و تغییرات ضریب دبی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده به ترتیب برای معادلات غیرخطی و خطی ترسیم شده است. به طوری که مشاهده می‌شود، مقادیر ضریب دبی پیش‌بینی شده در روش غیرخطی تطابق بیشتری با مقادیر ضریب دبی آزمایشگاهی نسبت به روش خطی دارد. همچنین به طوری که در هر دو روش

جدول ۵. مقایسه دقت روش‌های مختلف در محاسبه ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای

تحقیق حاضر			کومور و همکاران (۲۰۱۱)			θ (°)
معادلات ارائه شده			روش SVM			
RMSE	R^2	معادلات	RMSE	R^2	R^2	
۰/۰۱۶۲	۰/۹۶۹	$C_d = 0/976 - 1/032(h/w)$	۰/۰۱۳۱	۰/۹۹۲	۰/۹۷۵	۳۰
۰/۰۱۴۳	۰/۹۸۷	$C_d = 1/432 - 1/126(h/w)^{0.317}$	۰/۰۱۳۵	۰/۹۹۰	۰/۹۸۴	۶۰
۰/۰۱۶۹	۰/۹۷۶	$C_d = 0/939 - 0/7195(h/w)$	۰/۰۱۱۴	۰/۹۸۷	۰/۹۶۵	۹۰
۰/۰۱۵۸	۰/۹۸۳	$C_d = 1/097 - 0/762(h/w)^{0.575}$	۰/۰۰۰۹	۰/۹۹۳	۰/۹۶۸	۱۲۰
۰/۰۱۸۴	۰/۹۵۱	$C_d = 0/844 - 0/375(h/w)$	۰/۰۰۰۹	۰/۹۹۱	۰/۹۷۱	۱۵۰
۰/۰۱۲۸	۰/۹۸۳	$C_d = 0/791 - 0/438(h/w)^{1.767}$	۰/۰۱۳۵	۰/۹۸۹	۰/۹۸۳	۱۸۰
۰/۰۱۳۷	۰/۹۶۷	$C_d = 0/845 - 0/262(h/w)$				
۰/۰۱۲۰	۰/۹۷۱	$C_d = 0/817 - 0/264(h/w)^{1.398}$				
۰/۰۱۱۸	۰/۹۳۴	$C_d = 0/837 - 0/219(h/w)$				
۰/۰۱۱۱	۰/۹۷۹	$C_d = 0/81 - 0/24(h/w)^{1/6}$				
۰/۰۱۴۵	۰/۹۷۶	$C_d = 0/677 - 0/006(h/w)$				
۰/۰۱۴۱	۰/۹۸۵	$C_d = 0/833 - 0/163(h/w)^{0.233}$				

معادله ریوک استفاده شده است و در ادامه از روش ماشین بردار پشتیبان (SVM) برای پیش‌بینی ضریب دبی این سرریزها و بر اساس معادله ریوک استفاده شده و با روش کومور و همکاران (۲۱) مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. به‌طوری‌که در جدول (۵) مشخص است برای محاسبه ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای با زوایای رأس مختلف، روش SVM، روش غیرخطی، روش کومور و همکاران و روش خطی به‌ترتیب بهترین نتایج را از خود نشان می‌دهند که به‌عنوان نمونه پارامترهای آماری برای زاویه رأس ۳۰ درجه در روش SVM ($R^2=0/992$ ، $RMSE=0/0131$)، در روش غیرخطی ($R^2=0/987$)، روش کومور و همکاران (۲۱)، ($RMSE=0/0143$) و روش خطی ($R^2=0/975$ ، $RMSE=0/0162$) به‌دست آمده است.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق قابلیت عملکرد روش ماشین بردار پشتیبان برای

مشخص است، بیشترین اختلاف ضریب دبی در مقادیر ماکزیمم و مینیمم مشاهده می‌شود که نشان‌دهنده پایین بودن دقت این معادلات در نقاط مذکور است در حالی‌که در سایر نقاط پیش‌بینی این روش‌ها دارای دقت مناسبی هستند.

$$Cd = \left(-0/0725\theta^3 + 0/453\theta^2 - 0/925\theta + 1/528 \right) + \left(-0/362 \left(\frac{h}{w} \right)^3 + 1/122 \left(\frac{h}{w} \right)^2 - 1/818 \left(\frac{h}{w} \right) - 0/143 \right) + 0/2168 \left(\frac{L}{B} \right) \quad (12)$$

$$Cd = 0/812 - 0/009\theta + 0/058 \frac{h}{w} + 0/471 \frac{L}{B} - 1/31Fr \quad (13)$$

تعیین ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای بر اساس روش

Rehbock

در این بخش از تحقیق ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه‌تیز برای زوایای مختلف رأس‌ها و بر اساس معادله ریوک، Rehbock، $Cd=a+b(h/w)$ ارائه شده است. همچنین برای پیش‌بینی با دقت بیشتر از توان غیرخطی پارامتر (h/w) در

پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی لبه تیز مورد بررسی قرار گرفت، همچنین برای تعیین ضرایب دبی این سرریزها معادلات رگرسیونی خطی و غیرخطی ارائه شده و در نهایت به‌ازای زوایای مختلف رأس‌ها، و بر اساس معادله ریوک، معادلات مربوطه ارائه شد و با روش‌های ماشین بردار پشتیبان و کومور و همکاران (۲۱) مورد مقایسه قرار گرفت که در این راستا در مجموع از ۱۲۳ سری داده آزمایشگاهی برای بررسی نتایج استفاده و به‌منظور ارزیابی کارایی مدل‌ها و مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده با داده‌های آزمایشگاهی از توابع آماری (RMSE، MAE، MNE، R^2) استفاده و نتایج زیر به‌دست آمده است. ماشین بردار پشتیبان (SVM)، در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای مثلثی لبه تیز عملکرد بسیار خوبی از خود نشان می‌دهد به‌طوری‌که ترکیب برتر که فقط شامل پارامترهای هندسی (θ , h/w, L/B) است، دارای بهترین نتایج با $R^2=0/974$, $RMSE=0/0118$, $MAE=0/0112$ و

MNE = 0/0170 در مرحله آزمون داده‌ها است. با توجه به نتایج به‌دست آمده، مقادیر ضریب دبی پیش‌بینی شده در معادله غیرخطی ارائه شده ($R^2=0/907$, $RMSE=0/021$) تطابق بیشتری با مقادیر ضریب دبی آزمایشگاهی نسبت به معادله خطی ارائه شده ($R^2=0/743$, $RMSE=0/045$) دارد، همچنین به‌طوری‌که در هر دو روش مشخص است، بیشترین اختلاف ضریب دبی در نقاط عطف مشاهده می‌شود، درحالی‌که در سایر نقاط پیش‌بینی این روش‌ها دارای دقت بالایی هستند. برای محاسبه ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه‌تیز و با زوایای رأس مختلف و بر اساس معادله ریوک به‌ترتیب روش SVM، روش غیرخطی، روش کومور و همکاران و روش خطی بهترین نتایج را از خود نشان می‌دهند. به‌طورکلی می‌توان نتیجه گرفت که روش ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای لبه تیز عملکرد بسیار مناسبی داشته و می‌توان از این روش در شرایط مشابه استفاده کرد.

منابع مورد استفاده

۱. جاوید، ا.، م. موسی‌خانی. ۱۳۹۱. مدیریت کیفی مخازن سدها با استفاده از مدل ماشین بردار پشتیبان، ششمین همایش ملی مهندسی محیط زیست. تهران.
۲. روشنگر، ک.، م. ت. اعلمی، ج. شیری و م. ماجدی اصل. ۱۳۹۶. ارزیابی تاثیر تغییرات زاویه سیکل قوسی بر ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای قوسی و کلید پیلانویی قوسی. *مجله تحقیقات آب و خاک ایران*. ۴۹(۲): ۳۴۱-۳۵۱.
۳. زاهدی خامنه، ح. ۱۳۹۱. مطالعه تأثیر تغییر هندسه سرریز و افزایش تعداد سیکل بر ضریب تخلیه سرریزهای جانبی منقاری و نیم‌دایره‌ای. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.
۴. صفری، س. و ک. کریمی. ۱۳۹۱. تدوین قوانین بهینه بهره برداری از سد زاینده رود به کمک ماشین‌های بردار پشتیبان، نهمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران. اصفهان.
۵. نکوئی، م. ع. ۱۳۸۵. بررسی و تعیین ضریب دبی سرریز جانبی منقاری به‌صورت آزمایشگاهی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران.
۶. یاسی، م. و م. محمدی. ۱۳۸۶. بررسی سرریزهای زیگزاگی با پلان قوسی. *مجله پژوهشی علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی*. ۴۱(۱): ۱-۱۱.
7. Behzad, M. and K. Asghari. 2008. Generalization performance of Support vector machines and neural networks in run off modeling. *Expert Systems with Applications* 36(4): 7624-7629.
8. Borghei, M., M. R. Jalili and M. Ghodsian. 1999 Discharge coefficient for sharp-crested side weir in subcritical flow. *Journal of Hydraulic Engineering* 125(10):1051-1056.
9. Çimen, M. 2008. Estimation of daily suspended sediments using support vector machines. *Hydrological Sciences*

- Journal* 53(3): 656-666.
10. Christensen, N. A. 2012. Flow characteristics of arced labyrinth weirs. MSc. Thesis, Utah State University, Logan, UT.
 11. Darvas, L. A. 1971. Performance and design of labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Engineering* 97(8): 1246-1251.
 12. Emiroglu, M. E., O. Kisi and O. Bilhan. 2010. Predicting discharge capacity of triangular labyrinth side weir located on a straight channel by using an adaptive neuro-fuzzy technique. *Advances in Engineering Software* 41(2): 154-160.
 13. Ersayin, D. 2006. Studying Seepage in a Body of Earth-Fill Dam by (Artificial Neural Network) ANNs, Department of Civil Engineering Izmir Institute of Technology. Dissertation of Master of Science, Department of Civil Engineering Izmir Institute of Technology. Turkey.
 14. Falvey, H. T. 2003. Hydraulic Design of Labyrinth Weirs. ASCE Press. Pub., Virginia, USA.
 15. Gentilini, B. 1940. Stramazzi Con Cresta a Planta Obliqua e a Zig-zag. Memorie Studi dell Instituto di Idraulica e Construzioni Idrauliche del Regil Politecnico di Milano. (In Italian).
 16. Goel, A. 2014. Neural network technique for prediction of discharge coefficient and discharge for a weir. *Journal of Indian Water Resources Society* 34(2): 25-31.
 17. Hay, N. and G. Taylor. 1970. Performance and design of labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Engineering* 96(11): 2337-2357.
 18. Henderson, F. M. 1966 Open Channel Flow. Macmillan, New York, USA.
 19. Juma, I. A., H. H. Hussein and M. AL-Sarraj. Analysis of hydraulic characteristics for hollow semi-circular weirs using artificial neural networks. *Flow Measurement and Instrumentation* 38: 49-53.
 20. Jie, L. C. and S. T. Yu. 2011. Suspended sediment load estimate using support vector machines on Kaoping River basin. In: Proceeding of the International Conference on Consumer Electronics, Communications and Networks (IEEE), XianNing, China.
 21. Kumar, S., Z. Ahmad, T. Mansoor. 2011. A new approach to improve the discharging capacity of sharp-crested triangular plan form weirs, *Flow Measurment and Instrumentation* 22: 175-180.
 22. Lux, F. 1993. Design Methodologies for Labyrinth Weirs. In: Proceeding of the Internatioinal Conference on Hydropower, Water Power Nashville, Tennessee, USA. PP. 1379-1407.
 23. Lux, F. and D. Hincheliff. 1985 Design and construction of labyrinth spillways. In: Proceeding of the 15th Congress ICOLD, Vol. IV, Q59-R15, Lausanne, Switzerland. pp. 249-274.
 24. Roushangar, K., M. T. Alami, J. Shiri and M. Majedi Asl. 2017. Determining discharge coefcient of labyrinth and arced labyrinth weirs using support vector machine. *Journal of Hydrology Research* 924-938.
 25. Roushangar, K., M. T. Alami, M. Majedi Asl and J. Shiri. 2017. Modeling discharge coefficient of normal and inverted orientation labyrinth weirs using machine learning techniques. *ISH Journal of Hydraulic Engineering* 331-340.
 26. Roushangar, K., S. Akhgar, F. Salmasi, J. Shiri. 2014. Modeling energy dissipation over stepped pillways using machine learning approaches. *Journal of Hydrology* 508: 254-265.
 27. Rehbock T., Discussion of precise weir measurement. In: E. W. Schoder and K. B. Turner (Ed.), *Journal of Transportation Engineering* 93: 1143 - 1162.
 28. Siviapragasam, C. and S. Liong. 2001. Rainfall and runoff forecasting with SSA-SVM approach, *Journal of Hydroinformation* 3: 141-152.
 29. Taylor, G. 1968. The performance of labyrinth weirs. PhD. Thesis. University of Nottingham, Nottingham, England.
 30. Tullis, P., N. Amanian and D. Waldron. 1995. Design of labyrinth weir spillways. *Journal of Hydraulic Engineering* 121(3): 247- 255.
 31. Vapnik, V. 1995. The Nature of Statistical Learning Theory, Data Mining and Knowledge Discovery, PP. 1-47. Springer-Verlag New York, Inc., New York.
 32. Zahedi Khameneh, H., S. R. Khodashenas and K. Esmaili. 2014. The Effect of Semi-circular side weirs on hydraulic properties and discharge coefficient of side weirs. *Journal of River Engineering* 2(5). 5-9.

Application of the Evolutionary Methods in Determining the Discharge Coefficient of Triangular Labyrinth Weirs

M. Majedi Asl^{1*} and M. Fuladipanah²

(Received: October 5-2017 ; Accepted: March 4-2018)

Abstract

A labyrinth weir is a nonlinear weir folded in the plan-view which increases the crest length and the flow rate for a given channel width and an upstream flow depth. Nowadays, a labyrinth weir is an attractive alternative for those weirs that have a problem in passing the probable maximum flood. The three-dimensional flow pattern and unlimited geometric parameters provide a major challenge to the designers of these weirs. The present study aimed at determining discharge coefficients of sharp-crested triangular labyrinth weirs using the support vector machine (SVM). The results were compared with the experimental data. For this purpose, 123 laboratory test data including geometric and hydraulic parameters such as vertex angle (θ), magnification ratio (L/B), head water ratio (h/w), Froude number (Fr), Weber Number (We) and Reynolds number (Re) were used. The results showed that the SVM-based model produced the most accurate results when only three geometric parameters, e.g. (h/w , θ , L/B), were introduced as the input parameters ($R^2 = 0.974$, Root mean square error [RMSE] = 0.0118, mean absolute error [MAE] = 0.0112 and mean normal error [MNE] = 0.017 for the test stage). Also, for these weirs, polynomials linear and nonlinear regression equations were presented. Finally, the discharge coefficient of sharp-crested triangular labyrinth weirs based on the Rehbock equation was evaluated and compared with the SVM using nonlinear and linear regression methods.

Keywords: Triangular Labyrinth Weir, Support Vector Machine, Rehbock Equation, Vortex Angle

1. Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran.

2. Department of Civil Engineering, Ramhormoz Branch, Islamic Azad University, Ramhormoz, Iran.

*: Corresponding Author, Email: Mehdi.majedi@gmail.com