

## اندركنش روتور - استاتور در توربوماشینها\*

كسرى دانشخواه<sup>(۱)</sup> ابراهيم شیرانى<sup>(۲)</sup>

**چكیده** هدف تحقیق حاضر بررسی جریان در حالت دوبعدی، در طول يك ردیف پره ساكن و يك ردیف پره متحرك و تحلیل اثر این دو ردیف پره‌ها بر يكديگر است. برای این كار از روش حجم محدود بر پایه روش جیمسون [7] استفاده شده و معادلات اویلر غیردائم دوبعدی و تراکم‌پذیر در يك مرحله از توربین محوری حل شده است. شبکه محاسباتی از نوع H بوده و دارای دو زیر دامنه است. این دو زیر دامنه نسبت به يكديگر حرکت می‌کنند و در فصل مشترك آنها، برای حل مسئله، از حالت خاصی از روش لغزش شبکه استفاده می‌شود و معادلات جریان در دو زیر شبکه توأمأ حل می‌شوند. این حالت خاص لغزش شبکه که برای تعداد نامساوی پره‌های ساكن و متحرك نیز به كار گرفته شده است، از حیث دقت و حجم محاسبات مزیت خوبی نسبت به سایر روشهای ارائه شده توسط دیگران دارد. در این روش برای انتقال اطلاعات از شبکه متحرك به شبکه ساكن از يك سری سلولهای مجازی استفاده شده و میانمایی برای انتقال اطلاعات با استفاده از روش اسپلاین مرتبه سه به شكلی صورت می‌گیرد که اصول بقاء در مرز مشترك دو شبکه ارضاء شود. نتایج برای يك مرحله از يك توربین محوری ارائه و با كارهای دیگران مقایسه شده است. ملاحظه شد روش بكار گرفته شده از دقت خوبی برخوردار است. همچنین در این مقاله اثر فاصله بین پره‌های ساكن و متحرك بر جریان بررسی شده است.

**واژه‌های کلیدی** توربین محوری، اندركنش روتور-استاتور، روش جیمسون، كسکید پره‌ها، غیردائم در توربوماشینها

## Rotor - Stator Interaction in Turbomachines

E. Shirani

K. Daneshkhan

**Abstract** The scope of this paper is to consider two-dimensional flows in a rotor-stator blade rows and to analyze their effects on each other. The control volume approach based on Jameson's technique is used to solve two-dimensional unsteady compressible Euler equations in a stage of an axial flow turbine. The computational speed. At the intersection of the domains, a slip grid technique is used. The equations are solved simultaneously for both domains. The method is used in this paper for slipping of the grid has some advantages over the other slipping techniques with regard to the accuracy and CUP time. In this technique, transferring the information from the moving mesh to the stationary mest is done by using some imaginary cells. The cubic spline interpolation is employed in such a way that the conservation laws to be stisfied. The results obtained for an axial flow turbine in this work, are compared with other's results and good agreement is obtained. Finally, the effects of row spacing between the stator and rotor blades are considered and analysed.

**Key Words** Axial Flow Turbines, Rotor-Stator Interaction, Jameson Method, Unsteady Flow, Turbomachinery.

\* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۷۹/۱۲/۴ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۰/۹/۵ به دفتر نشریه رسیده است.

۱- كارشناس ارشد، دانشكده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- استاد، دانشكده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

## مقدمه

کورمک حل شده‌اند. روش تناوبی که برای مدل‌سازی جریان در ردیف پره‌های روتور و استاتور توسط آنها ارائه شد، شکل صحیح حرکت دو ردیف پره مجاور با گامهای نابرابر را در نظر می‌گرفت. این ایده بعداً توسط محققان زیادی مورد استفاده قرار گرفت. سپس ری در زمینه جریان عبوری از توربوماشینها تحقیقات متعددی انجام داد. وی برای حل همزمان معادلات جریان در دامنه ساکن (استاتور) و دامنه متحرک (روتور)، روش لغزش شبکه (Sliding mesh method) را معرفی نمود. در این روش دامنه محاسباتی به دو زیر دامنه تقسیم می‌شود که یکی ساکن (متصل به استاتور) و دیگری متحرک (متصل به روتور) است و معادلات به طور همزمان برای دو زیر دامنه در سیستم مختصات واحدی حل می‌شوند. حل جریان دوبعدی تراکم‌ناپذیر در یک مرحله از توربین محوری سرعت پایین از اولین کارهای ری بود [3]. در این بررسی معادلات غیردائمی ناویر - استوکس با تقریب لایه مرزی نازک به وسیله یک روش اختلاف محدود زمان دقیق حل شده‌اند. دو زیر دامنه محاسباتی در یک منطقه مشترک برخورد می‌کنند. در منطقه مشترک اطلاعات بین دو زیر دامنه میانبایی می‌شوند.

این میانباییها شکل بقای معادلات را حفظ کرده و پیوستگی جوابها را تضمین می‌کنند. ولی روش بکارگرفته شده نسبتاً وقت‌گیر بوده و محاسبات آن پرهزینه می‌باشد. وی سپس جریان سه بعدی برای هندسه واقعی پره‌های روتور و استاتور را با روش مشابهی تحلیل نمود [4] که لقی نوک پره‌های روتور (Tip clearance) و قرارگیری پره‌های استاتور در پوسته خارجی (Hub-outer casing) را منظور می‌کرد و به تحلیل دقیق‌تری منجر می‌شد. در توربوماشینها معمولاً برای جلوگیری از تحریکات ارتعاشی تعداد پره‌های

تحلیل عددی جریان سیال در توربوماشینها از پیچیدگی زیادی برخوردار است. هندسه پیچیده، طبیعت غیردائم جریان، حرکت نسبی اجزاء و اغتشاش عوامل عمده‌ای هستند که موجب پیچیدگی مسئله می‌شوند. درک کاملی از پروسه غیردائمی جریان در توربوماشین برای بهبود شیوه طراحی ضروری می‌باشد.

تاکنون تحقیقات متعددی در زمینه جریان عبوری از کسکیدپره‌ها، صورت گرفته است. این تحقیقات شامل تحلیل‌های دوبعدی و سه‌بعدی جریان از طریق حل معادلات اوایلر یا ناویر - استوکس می‌باشند. با وجود این که تحلیل جریان روی ردیف پره‌های مجزا برای بررسی بسیاری از پدیده‌های دینامیک سیال در یک توربوماشین قابل استفاده است، هیچ‌گونه اطلاعاتی در مورد غیردائمی بودن جریان که به دلیل اندرکنش ردیف پره متحرک و ساکن صورت می‌گیرد، به دست نمی‌آید. هنگامی که فاصله بین دو ردیف پره متوالی کاهش یابد، تأثیر اندرکنش تشدید می‌شود. نتایج تجربی درینگ [1] در یک حالت خاص نشان می‌دهد زمانی که فاصله محوری قرارگیری دو ردیف پره روتور و استاتور ۱۵٪ طول محوری متوسط پرها باشد، نوسانات فشار در یک پیرو نزدیک نوک پره روتور در حدود ۷۲٪ فشار دینامیکی خروجی است. این فاصله‌های کوچک برای قرارگیری ردیف پره‌های متوالی در توربوماشینهای مدرن وجود دارند.

یکی از اولین بررسی‌ها در زمینه حل جریان غیردائمی به وسیله آرداس و آلزنر [2] صورت گرفت. آنها جریان تراکم‌پذیر در یک مرحله از فن محوری را مورد بررسی قرار دادند. مدل‌سازی جریان با حل معادلات دوبعدی اوایلر صورت گرفت که در شکل اختلاف محدود گسسته شده و با استفاده از روش صریح مک -

از تکنیکهای شتاب‌دهی مثل روش چندشبکه‌ای (Multi-Grid method) و همسوار کردن باقیمانده (Residual smoothing) کد مناسبی برای حل جریانهای دوبعدی [10] و سه‌بعدی [11] در کسکید پره‌ها ارائه نمود. وی با توسعه این کد جریان مافوق صوت غیردائمی در یک مرحله از توربین گازی PGT<sub>2</sub> را مدل‌سازی نمود [12]. در این بررسی معادلات میانگین رینولدز (Reynolds-Average Navier-Stokes equations) ناویر استوکس دوبعدی در شبکه چند بخش نوع C منفصل شده و برای نسبت گامهای مختلف حل شده‌اند. وی سپس اندرکنش جریان مافوق صوت بین پره راهنمای ورودی (Intel Guide Vane (IGV) و روتور در مرحله اول کمپرسور را بررسی کرد که شرایط جریان در آن بشدت غیردائمی است [13]. در این بررسی تاثیر شبه سه‌بعدی جریان نیز در نظر گرفته شده و معادلات با روش مشابهی حل شده‌اند و محاسبات متعددی انجام شده تا منحنی مشخصه عملکرد مرحله مشخص شود. با تغییر دبی جرمی ورودی شرایط مختلفی از حالت خفگی تا نزدیک به استال مورد بررسی و بحث قرار گرفته‌اند.

در تحقیق حاضر از روش جیمسون برای حل مسئله ری استفاده شده است. علت انتخاب مسئله ری این است که هندسه پره‌ها و نتایج قابل مقایسه در این مورد موجود است شرایط جریان در این مسئله به جریان تراکم‌ناپذیر نزدیک می‌باشد. چشم‌پوشی از اثرات لزجت تفاوت‌هایی را در میدان غیردائمی جریان موجب می‌شود که در بخش نتایج به آن خواهیم پرداخت.

در این مقاله از روش حجم محدود زمان - دقیق برای حل معادلات جریان غیردائمی و غیرلزج با شبکه منظم نوع H استفاده شده است. در این روش قدمهای زمانی ثابت بوده و از این رو نتایج زمان دقیق است. روش لغزش شبکه در سلولهای وجه تداخل شبکه ساکن و متحرک

روتور و استاتور نامساوی انتخاب می‌شوند. در این بررسی‌ها برای استفاده از تحریکات ارتعاشی تعداد پره‌های روتور و استاتور نامساوی انتخاب می‌شوند. در این بررسی‌ها برای استفاده از شرط پرودیک مکانی که محدود به نسبت گامهای برابر در روتور و استاتور می‌باشد، ری پیشنهاد کرد که یکی از پره‌ها نسبت به دیگری مقیاس شود. این تقریب در کار بعدی بهبود یافت [5]. با استفاده از شبکه چندبخشی که از هر زیر دامنه چند پره را شامل می‌شد، نزدیکترین نسبت گام به شرایط واقعی انتخاب شد و انطباق بیشتری با نتایج تجربی حاصل گشت. صدی [6] مسئله ری را با استفاده از یک روش حجم محدود ضمنی مورد مطالعه قرار داد. معادلات جریان تراکم‌ناپذیر لزج در یک شبکه چند بخشی H منفصل شده و با استفاده از الگوریتم PISO حل گشته‌اند. روش ضمنی انتخاب شده، استفاده از گامهای زمانی نسبتاً بزرگ را برای حرکت شبکه متحرک ممکن نمود. وی از روش ضمنی مناسبی برای لغزش شبکه استفاده کرد که از میانابیهای ذاتی روش لغزش شبکه در وجه تداخل شبکه ساکن و متحرک اجتناب می‌نمود. در زمینه حل جریان تراکم‌پذیر روش جیمسون [7,8] قابلیت مناسبی نشان داده است و محققان زیادی از این روش برای حل جریان غیردائمی در یک مرحله از توربوماشین استفاده کرده‌اند. جورگنسون و چیمیا [9] با استفاده از این روش جریان شبه سه‌بعدی در مرحله اول توربو پمپ سوخت موتور شاتل فضایی را به صورت غیردائمی مدل‌سازی کردند. در این مدل‌سازی معادلات اوایلر و ناویراستوکس در یک شبکه چند بخشی از نوع C با روش حجم محدود جیمسون منفصل شده و حل گشته‌اند.

آرنون نیز تحقیقات زیادی روی این روش برای حل جریان در توربوماشینها انجام داد و با استفاده

U و V مؤلفه‌های سرعت پادوردا (Contravariant velocities) هستند و از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$U = \xi_t + \xi_x u + \xi_y v$$

$$V = \xi_t + \xi_x u + \xi_y v \quad (3)$$

و فشار از معادله حالت به دست می‌آید.

$$P = \rho RT \quad (4)$$

### روش عددی

گسسته‌سازی مکانی براساس روش حجم محدود سلول مرکزی می‌باشد که توسط جیمسون [7] ارائه شده است. در این روش معادلات (۱) به شکل انتگرالی با استفاده از تئوری گرین برای هر حجم کنترل نوشته می‌شوند. روی و جوه سلول‌ها، بعد از محاسبه متغیرهای مورد نیاز جریان، فلاکس‌های جابجایی محاسبه می‌شوند.

نوع روش حجم محدودی که انتخاب نموده‌ایم در یک شبکه منظم معادل فرمول‌بندی اختلاف محدود مرکزی است و نوسانی شدن جوابها یکی از مشکلات آن است. به همین دلیل عبارتهای استهلاک مصنوعی به معادلات اضافه می‌شوند تا از ایجاد نوسانات جلوگیری کنند. به علاوه وجود این عبارات برای تسخیر امواج ضربه‌ای در جریانهای فراصوتی لازم است. عبارتهای استهلاک در هر دو جهت به معادلات اضافه می‌شوند. با توجه به مطالب گفته شده شکل نهایی معادلات گسسته به صورت زیر می‌باشد.

$$V_{ij} \frac{dQ_{ij}}{dt} = \sum_{k=1}^f (G_k \Delta x_k - F_k \Delta y_k) + DQ_{ij} \quad (5)$$

با توجه به اینکه جریان دوبعدی است از نماد  $V_{ij}$  بجای سطح استفاده شده است که بیشتر مبین ایده حجم محدود است.  $\Delta x_k$  و  $\Delta y_k$  مقدار جبری اندازه مؤلفه‌های هر وجه سلول می‌باشند. علامت  $\Sigma$  برای جمع بستن

مورد استفاده قرار گرفته است. این روش نسبت به روش‌های مشابه برای انتقال اطلاعات بین دو زیر دامنه از حداقل میانبایی‌ها استفاده می‌کند و از دقت بالاتری نیز برخوردار است. این مورد یکی از تفاوت‌های اصلی کار حاضر با کار دیگران است. نتایج حاصل از اعمال روش فوق روی یک مرحله از توزین محوری با نسبت گامهای برابر به صورت کانتورهای فشار و عدد ماخ لحظه‌ای، منحنی‌های فشار متوسط، مینیمم و ماکزیمم روی سطوح پره‌ها و زوایای غیردائمی و متوسط جریان ورودی به روتور، ارائه و با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند و برای شناسایی اندرکنش غیردائمی جریان در روتور - استاتور مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند.

### معادلات حاکم

در صورتی که  $H$  و  $E$ ،  $T$ ،  $P$ ،  $u$ ،  $a$ ،  $\rho$ ،  $t$  به ترتیب معرف زمان، دانسیته، مؤلفه‌های سرعت مطلق در مختصات کارتزین  $x$  و  $y$ ، فشار، دما، انرژی مخصوص کل و انتالپی کل سیال باشند، معادلات دوبعدی اویلر برای شبکه متحرک به شکل بقایی در سیستم مختصات منحنی الخط ( $\xi$  و  $\eta$ ) به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{a(J^{-1}Q)}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial C}{\partial \eta} = 0 \quad (1)$$

که در رابطه فوق

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad F = G^{-1} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x P \\ \rho v U + \xi_y P \\ \rho H U + \xi_t P \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x P \\ \rho v V + \eta_y P \\ \rho H V + \eta_t P \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 Q^{(0)} &= Q^{(n)} \\
 Q^{(1)} &= Q^{(0)} - \alpha_1 \frac{\nabla}{\Delta t} [RQ^{(0)} - DQ^{(0)}] \\
 &\vdots \\
 Q^{(k)} &= Q^{(0)} - \alpha^k \frac{\nabla}{\Delta t} [RQ^{(k-1)} - DQ^{(0)}] \\
 Q^{(n+1)} &= Q^{(k)}
 \end{aligned}$$

در کار حاضر از روش رانگ کوتای چهار مرحله‌ای استفاده شده است که ضرائب استاندارد آن  $\alpha_1 = (1/4, 1/3, 1/2, 1)$  هستند. این روش دارای دقت مرتبه چهارم در زمان بوده و شرط محدودیت زمانی آن  $CFL = 2/8$  می‌باشد.

### روش لغزش شبکه

در این قسمت حالت خاصی از روش لغزش شبکه برای حل جریان در یک مرحله از توربو ماشین معرفی می‌شود. همانطور که قبلاً آورده شد، در این روش دامنه محاسباتی به دو زیر دامنه ساکن و متحرک تقسیم می‌شود. دو قسمت دامنه محاسباتی در یک مرز مشترک برخورد می‌کنند که سطح لغزش نامیده می‌شود. در هر گام زمانی شبکه‌های متحرک به اندازه  $\Delta s$  جابه‌جا می‌شود که  $\Delta s = V_b \cdot \Delta t$  می‌باشد و  $V_b$  سرعت پره روتور است. در طول محاسبات، زمانی که شبکه روتور حرکت می‌کند، سلولهای شبکه ساکن و متحرک در امتداد یکدیگر قرار نخواهند گرفت. برای انتقال اطلاعات از شبکه متحرک به شبکه ساکن مطابق شکل (۱-الف) یک ردیف سلول مجازی در شبکه متحرک در مجاورت سطح لغزش در نظر می‌گیریم. مقادیر متغیرهای جریان در مراکز سلولهای مجازی با استفاده از مقادیر سلولهای واقعی در شبکه متحرک میانجی می‌شوند. این میانجی با استفاده از روش اسپلاین مرتبه سوم صورت می‌گیرد که از دقت بالاتری نسبت به دقت روش گسسته‌سازی

روی تمام وجه سلول و زیر نویس  $k$  نشان دهنده شماره وجه مورد نظر می‌باشد. بردارهای  $F_k$  و  $G_k$ ، به ترتیب، مقادیر  $F$  و  $G$  روی وجه  $k$  ام هستند که فلاکس‌های جابجایی نام دارند. عبارت استهلاك مصنوعی به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$DQ_{ij} = (D_x + D_y)Q_{ij}$$

که اپراتور  $D_x$  مخلوطی از جملات مرتبه دوم و چهارم می‌باشد.

$$D_x = C(V_{ij} Q_{ij,xx} - V_{ij,xxx})$$

$$C = \frac{\nabla_{ij}}{\Delta t_{ij}}$$

و عبارت‌های  $V_{ij}$  و  $V_{ij}$  از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$V_{ij} = \mu_{ij} \max(v_{i+1,j} + v_{ij}, v_{i-1,j})$$

$$V_{ij} = \max(0, \mu_{ij} - V_{ij})$$

$$v_{ij} = \frac{|p_{i+1,j} + 2p_{ij} + p_{i-1,j}|}{|p_{i+1,j} + 2p_{ij} + p_{i-1,j}|}$$

$$\mu_{ij} = O(1) \quad , \quad \mu_{ij} = O\left(\frac{1}{16}\right)$$

در نواحی صاف جریان جمله مرتبه دوم تقریباً بی‌اثر است و جمله مرتبه چهارم از تشکیل نوسانات با فرکانس بالا جلوگیری می‌کند. در نزدیکی امواج ضربه‌ای جمله مرتبه دوم اثر می‌کند و دقت روش به طور موضعی مرتبه اول می‌شود.

برای پیشروی مساعدات جریان در زمان یک الگوریتم رانگ - کوتای چند مرحله‌ای مورد استفاده قرار گرفته است. در صورتی که اپراتور  $R$  را برای مجموع فلاکس‌های جابجایی در نظر بگیریم روش یاد شده یک روش  $k$  مرحله‌ای به صورت زیر خواهد بود.

روش ریلکسیشن محاسبه می‌شود و بقیه متغیرهای جریان با استفاده از روابط آیزونتر و پیک به دست می‌آیند.

**مرزهای دیواره جامد.** روی دیواره جامد فلاکسهای نسبی جریان صفر است و روی این مرزها فشار استاتیک تنها متغیری است که از طریق معادلات مومنتوم وارد می‌شود. فشار روی دیواره‌های جامد با استفاده از مومنتوم عمودی از روی فشار در سلولهای مجاور دیواره میانبایی می‌شود.

**مرزهای پرئودیک.** برای محدود کردن دامنه حل به یک گام از روتور یا استاتور از شرایط مرزی پرئودیک مکانی استفاده می‌کنیم. این شرایط محدود به تعداد برابر پره‌های روتور و استاتور می‌باشد. روابط شرط مرزی پرئودیک به صورت زیر می‌باشد.

$$\phi = (x, y, t) = \phi(x, p_b + y, t)$$

که  $x$  و  $y$  مختصات هندسی،  $t$  زمان،  $\phi$  متغیر عمومی و  $p_b$  طول گام پره روتور یا استاتور است.

### شبکه بندی و هندسه روتور - استاتور

یک روش ساده جبری برای تولید شبکه چند منطقه‌ای نوع H حول پره‌های استاتور و روتور مورد استفاده قرار گرفته است، شکل (۳-الف). اعمال آسانتر شرایط مرزی و عدم روی هم افتادگی شبکه‌های متحرک و ساکن در حین محاسبات از مزایای شبکه H هستند.

هندسه ایرفویلها مشابه بررسی تجربی درینگ [1] انتخاب شده است که متشکل از ۲۲ پره استاتور و ۲۸ پره روتور می‌باشد. جدول (۱) مشخصات هندسی پره‌ها و شرایط کارکرد توربین را نشان می‌دهد. در تحلیل دقیق این وضعیت به ۱۱ پره استاتور و ۱۴ پره روتور نیاز است که محاسبات آن بسیار وقت‌گیر و طولانی می‌باشد. به

معادلات برخوردار بوده و پیوستگی جوابها در سطح لغزش را برآورده می‌سازد. فلاکسهای خروجی از سلولهای شبکه ساکن در امتداد وجه لغزش با متوسط‌گیری از مقادیر متغیرهای جریان در سلولهای مجازی و سلولهای شبکه ساکن به دست می‌آیند. از طرفی شبکه محاسباتی طوری انتخاب شده که فلاکسهای ناشی از حرکت شبکه در سطح لغزش صفر می‌باشند. از این رو با متوسط‌گیری ساده‌ای از این فلاکسها، فلاکسهای ورودی به دست می‌آیند. به این ترتیب اصول بقای جرم، مومنتوم و انرژی در مرز مشترک دو شبکه ارضاء می‌شوند و همین مورد یکی از ویژگیهای متمایز این روش است. افزون بر این، از آنجا که میانباییها فقط در یک بعد انجام می‌شوند، حجم محاسبات به گونه قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

برای افزودن شبکه روتور در طی محاسبات از روش حذف و اضافه سلولها استفاده کرده‌ایم. در این روش وقتی یک ردیف از سلولهای قسمت متحرک تماس خود با قسمت ساکن را از دست دادکنار گذاشته می‌شود و یک ردیف سلول جدید در طرف دیگر مرز اضافه می‌شود (شکل ۱-ب). به این ترتیب تماس دو زیر دامنه همواره در طی محاسبات برقرار می‌باشد.

### شرایط مرزی

در یک مرحله از توربوماشین شامل روتور و استاتور چهار شرط مرزی وجود دارند که در شکل (۲) نشان داده شده‌اند و در زیر به طور مختصر به آنها اشاره می‌شود.

**مرز ورودی.** طبق تئوری مشخصه‌ها اگر جریان ورودی زیر صوت باشد سه شرط مرزی فیزیکی خواهیم داشت. در کار حاضر فشار سکون، دمای سکون و زاویه ورودی جریان را معلوم در نظر می‌گیریم. فشار استاتیک ورودی به

بررسی درینگ [1]،  $15\text{m/s}$  می باشد. فشار سکون ورودی و فشار استاتیک خروجی طوری انتخاب شده اند که شرایط ورودی جریان با بررسی تجربی منطبق باشد. در این حالت عدد ماخ ورودی در حدود  $0.07$  می باشد و عدد ماخ ماکزیمم در دامنه جریان در حدود  $0.28$  می باشد. اطمینان از همگرایی محاسبات پیرویدیک با محاسبه خطای RMS حاصل می شود. این خطا به صورت جذر میانگین مربعات اختلاف فشار در یک پیروید با نقاط متناظر در پیروید قبلی تعریف می شود. رواداری این خطا در کار حاضر  $10^{-4}$  در نظر گرفته شده است. البته در کارهای دیگران که از روش جیمسون غیردایم استفاده شده است به جای استفاده از RMS تغییرات فشار که پارامتر دقیقتری است، از نیروی لیفت استفاده شده است [12]. در شکل (۴) باقی مانده جرمی نشان داده شده است.

در شکل‌های (۵ و ۶) ضریب فشار متوسط زمانی،  $\bar{C}_p$ ، نسبت به فاصله محوری در امتداد پره‌های استاتور و روتور رسم شده‌اند. ضریب فشار متوسط به صورت زیر تعریف می شود.

$$\bar{C}_p = \left[ \frac{P_{ave} - P_{o1}}{1/2 \rho_1 V_b^2} \right]$$

که در رابطه فوق  $P_{ave}$  فشار استاتیک متوسط یک نقطه روی سطح پره در طول یک پیروید،  $P_{o1}$  فشار سکون ورودی و  $\rho_1$  دانسیته سیال ورودی می باشند. نتایج تجربی تطابق نسبتاً خوبی بین مقادیر محاسبه شده فشار متوسط با نتایج تجربی دارد.

بیشترین اختلاف در ناحیه ورودی پره روتور مشاهده می شود. غیردایمی بودن جریان در این قسمت از شدت بیشتری برخوردار است و این ناحیه بشدت تحت تاثیر دنباله‌های جریان که در پشت پره‌های استاتور تشکیل می شوند، می باشد. در این بررسی به علت ایده‌آل فرض کردن جریان از آن چشم‌پوشی شده است و

همین دلیل پره استاتور با ضریب  $\frac{28}{22}$  اصلاح می شود. در این تبدیل نسبت گام به طول محوری و تر ثابت می باشد. به این ترتیب با فرض طول گام‌های برابر، دامنه محاسباتی به یک پره از روتور و استاتور محدود می شود. شکل (۳-ب) هندسه ایرفویلها را در حالت اصلاح شده نشان می دهد. فاصله محوری قرارگیری پره‌ها  $15\%$  طول وتر محوری متوسط می باشد.

جدول ۱ هندسه پره‌ها و شرایط کارکرد توربین

روتور	استاتور	
۲۸	۲۲	تعداد پره‌ها
۱۶۱	۱۵۱	طول محوری $B_x(\text{mm})$
۰/۹۶	۱/۳۰	نسبت گام به طول محور
۵۰/۰	۰/۰	زاویه ورودی سیال
-۶۴/۵	۶۷/۵	زاویه خروجی سیال
۰/۷۸	—	$V_{in}/V_b$
۴۱۰	—	سرعت پره $\omega_b(\text{rpm})$
۶۸۶	۶۶	شعاع متوسط (mm)

### نتایج

در این قسمت نتایج حاصل از اعمال روش عددی برای روتور - استاتور نشان داده شده در شکل (۳-ب) ارائه می شود. برای حذف نوسانات اولیه و حصول جواب پیرویدیک حدود ۱۰ سیکل لازم می باشد (۱ سیکل متناظر با جابه‌جایی پره روتور اندازه زاویه  $\frac{2\pi}{N}$  می باشد که  $N$  تعداد پره‌های استاتور است). محاسبات با گام زمانی ثابت در حدود  $0.01$  صورت گرفته است. یک سیکل متناظر با  $8000$  گام زمانی می باشد که با رایانه  $PII333$  MHz و  $64\text{MB}$  حافظه در حدود  $80$  دقیقه زمان محاسبه احتیاج دارد. سرعت ورودی سیال در

وجود دارد. فشار نواحی ورودی و خروجی تقریباً ثابت باقی می‌ماند. کانتورهای عدد ماخ در پنج لحظه مختلف در شکل (۱۲) نشان داده شده‌اند. غیردائم بودن جریان در نواحی بین دو ردیف پره و نیز روی پره روتور کاملاً مشخص شده است. همانطور که در این شکلها مشخص شده است، کانتورهای فشار و عدد ماخ که از سطح لغزش عبور می‌کنند کاملاً هموار و پیوسته هستند. در حالی که در بررسی ری [5] کانتورها پرش‌هایی را در نواحی روی هم‌نهی شبکه‌های ساکن و متحرک نشان می‌دهد و این امر مزیت روش انتخاب شده در این مقاله را نسبت به روش‌های دیگران نشان می‌دهد.

توربین یک وسیله مولد کار است که انرژی داخلی سیال را به انرژی مکانیکی یک محور دوار تبدیل می‌کند. مکانیزم واقعی این انتقال انرژی به وسیله تبادل مومنتوم زاویه‌ای در روتور صورت می‌گیرد. بنابراین غیردائم بودن زاویه جریان ورودی به روتور (یا زاویه جریان خروجی از استاتور) به طور مستقیم روی کار خروجی و بازده توربوماشین تاثیر خواهد گذاشت. شکل (۱۳) زاویه خروجی در ۰٪، ۴٪ و ۱۴٪ فاصله محوری پره‌ها از خروجی استاتور را نشان می‌دهد. زاویه‌های جریان نسبت به جهت محوری از رابطه  $\theta = \text{Arctg}(-U-V)$  محاسبه شده‌اند. زاویه‌های جریان نسبت به فاصله آنها که در طول گام بی‌بعد شده است، رسم شده‌اند. به منظور نشان دادن تاثیر غیردائمی بودن جریان، شکلها در لحظات  $(T, \frac{3T}{4}, \frac{T}{2}, \frac{T}{4}, T)$  و در یک پریود رسم شده‌اند. دقیقاً در خروجی استاتور (۰٪ فاصله محوری) تغییر شدیدی در زاویه جریان اتفاق می‌افتد که به دلیل تداخل جریان از طرف مکش و طرف فشار است. هنگامی که از خروجی استاتور دور می‌شویم منحنی‌ها هموارتر می‌شوند. از طرف دیگر زمانی که جریان به پره روتور نزدیک می‌شود تاثیر میدان پتانسیل روتور تقویت

در نواحی خروجی پره‌ها نیز مقداری اختلاف وجود دارد. در سطح فشار پره‌ها در این نواحی، افت فشار ناگهانی اتفاق می‌افتد که در جریان لزج ممکن است به جدایش جریان منجر شود. جدایش جریان در این نواحی در بررسی تجربی درینگ نیز گزارش شده است و این امر تفاوتی را در میدان جریان در این قسمت موجب می‌شود. به علاوه ریزش ورتکسها پشت پره‌های روتور از دیگر علل تفاوتهاست.

رفتار غیردائمی فشارهای سطحی در شکل‌های (۷ و ۸) نشان داده شده‌اند. در این منحنیها فشار متوسط، فشار ماکزیمم و فشار مینیمم در طول یک پریود، به ترتیب، روی پره استاتور و روتور رسم شده‌اند. در استاتور نوسانات فشار در قسمت انتهایی پره و به خصوص در سطح مکش از شدت بیشتری برخوردار است. چون سطح مکش بیشتر در معرض میدان پتانسیل تولید شده توسط پره روتور قرار دارد.

نوسانات فشار در روتور نسبت به استاتور از شدت بیشتری برخوردار است و در نواحی انتهایی پره از شدت آن کاسته می‌شود که دلیل آن دور شدن از میدان پتانسیل پره استاتور است. همچنین توزیع عدد ماخ در روی سطوح پره‌های ساکن و متحرک و نیز در فاصله بین پره‌ها در شکل‌های (۹ و ۱۰) نشان داده شده است.

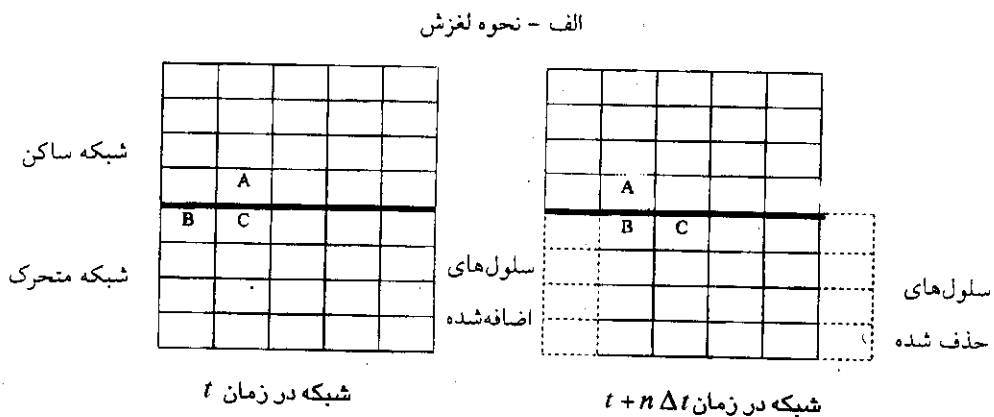
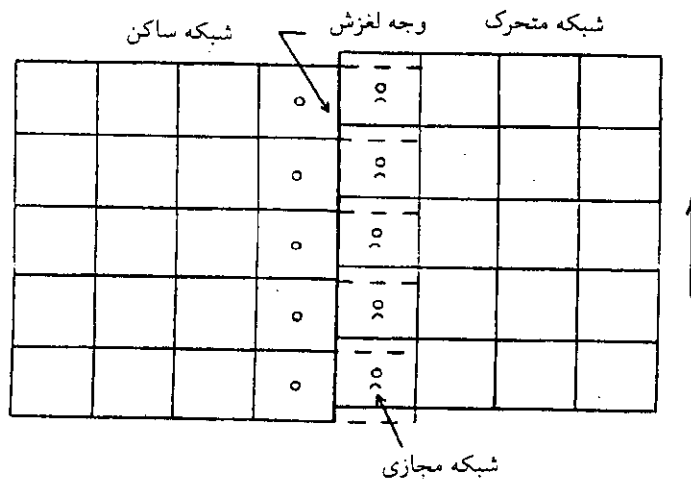
شکل (۱۱) کانتورهای فشار لحظه‌ای در طول یک پریود و در پنج لحظه مختلف  $(T, \frac{4T}{5}, \frac{3T}{5}, \frac{2T}{5}, \frac{T}{5})$  را نشان می‌دهد. پیوستگی جوابها در دو زیر دامنه کاملاً مشخص است. این کانتورها غیردائم و تناوبی بودن جریان در یک گام از حرکت روتور را نشان می‌دهند. مناطق فشار زیاد و فشار کم در هر زیر دامنه نسبت به پره‌های متناظر از لحظات مختلف تقریباً یکسان هستند. پایین‌ترین فشار در سطح مکش پره روتور نزدیک گلوگاه خروجی و بالاترین فشار در قسمت ورودی استاتور



## Archive of SID

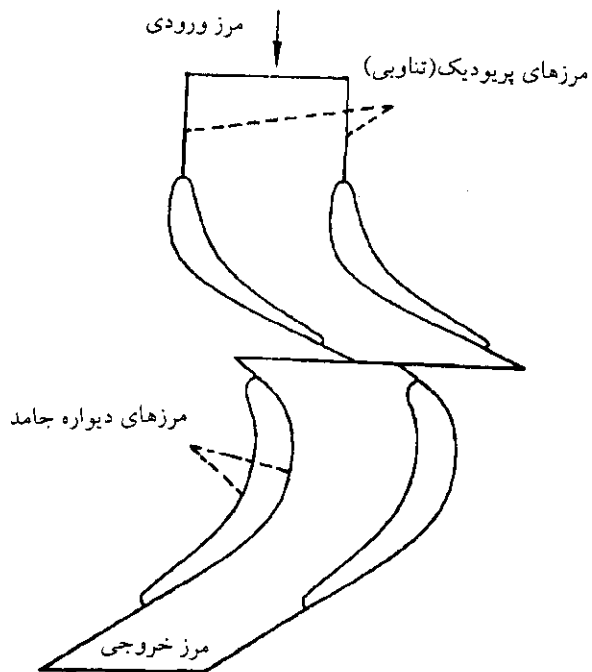
متوسط جریان نشان می‌دهد. در این شکل فاصله دو ردیف پره در دو حالت ۱۰٪ و ۵٪ طول محوری وتر متوسط در نظر گرفته شده است و برای هر حالت زاویه متوسط جریان در فاصله ۳۰ درصدی فاصله محوری بین پره‌ها از خروجی استاتور نمایش داده شده است. همانطور که دیده می‌شود با کاهش فاصله محوری بین پره‌ها، تاثیر متقابل میدان پتانسیل پره‌ها بر روی یکدیگر تشدید می‌شود به طوری که با کاهش فاصله بین پره‌ها به ۳٪ زاویه متوسط خروجی از استاتور حدوداً سه برابر می‌شود.

می‌شود به طوری که حداقل نوسانات زاویه جریان در حدود ۶ درجه باقی می‌ماند. برای بهتر مشخص شدن این مطلب، زوایای متوسط جریان خروجی از استاتور در یک پریود را در دو فاصله محوری در شکل (۱۴) مقایسه کرده‌ایم. این منحنی‌ها با متوسط‌گیری مکانی از زوایای جریان در گام استاتور برای ۰٪ و ۳۰٪ از فاصله محوری قرارگیری پره‌ها به دست آمده‌اند. در ۳۰٪ فاصله محوری تغییرات زاویه متوسط جریان در حدود چهار برابر بیشتر از ۰٪ فاصله محوری است. شکل (۱۵) تاثیر فاصله بین پره‌های روتور و استاتور را بر روی زاویه

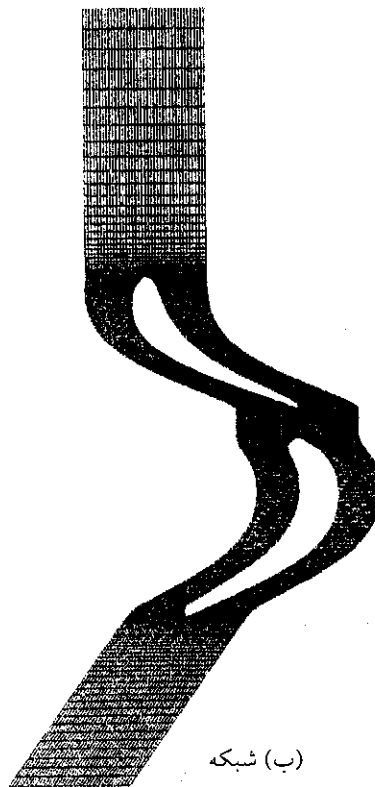
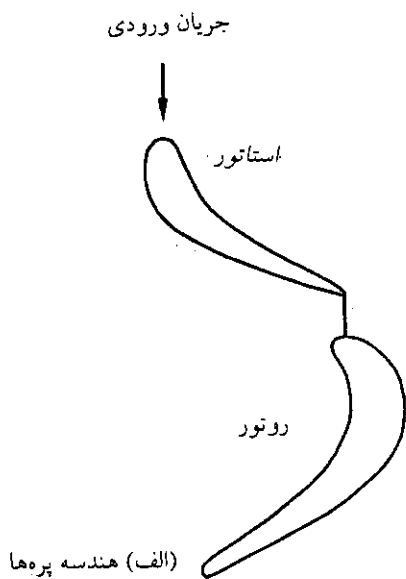


ب - حذف و اضافه شدن سلول‌ها در لغزش شبهه

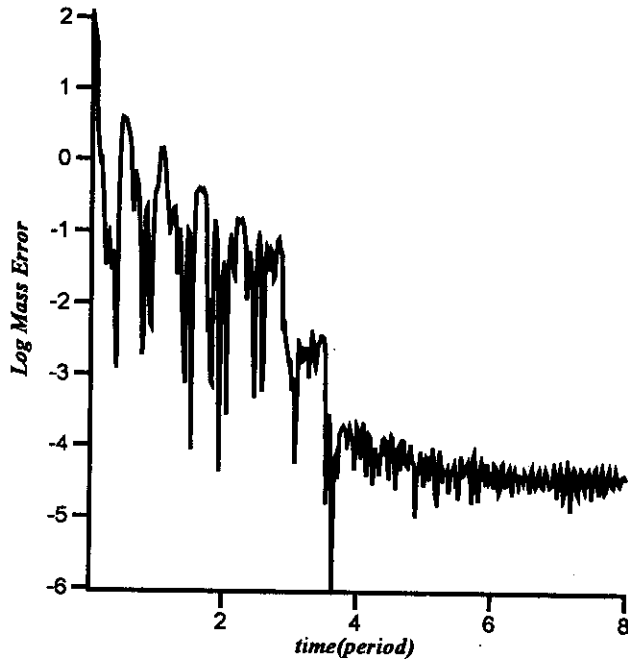
شکل ۱ روش لغزش شبهه



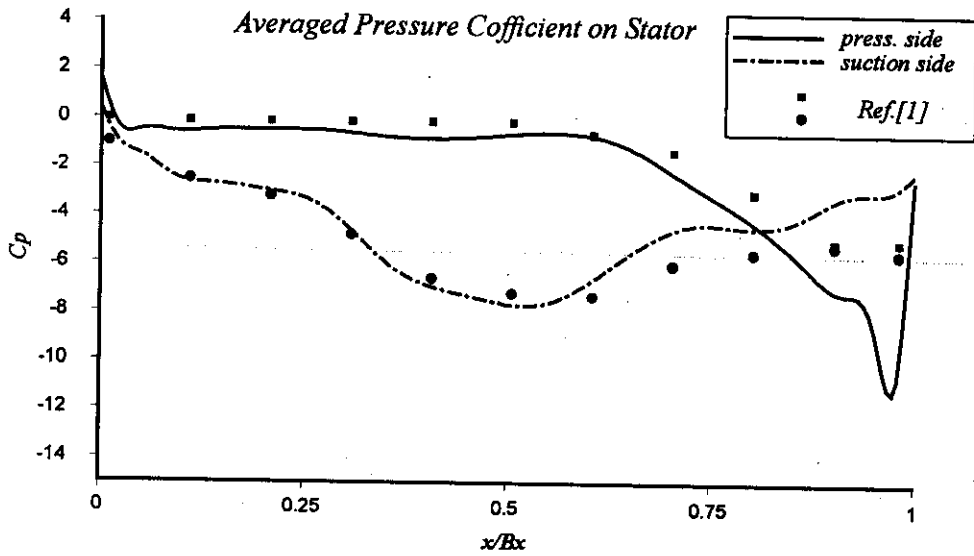
شکل ۲ شرایط مرزی در یک مرحله از توربوماشین



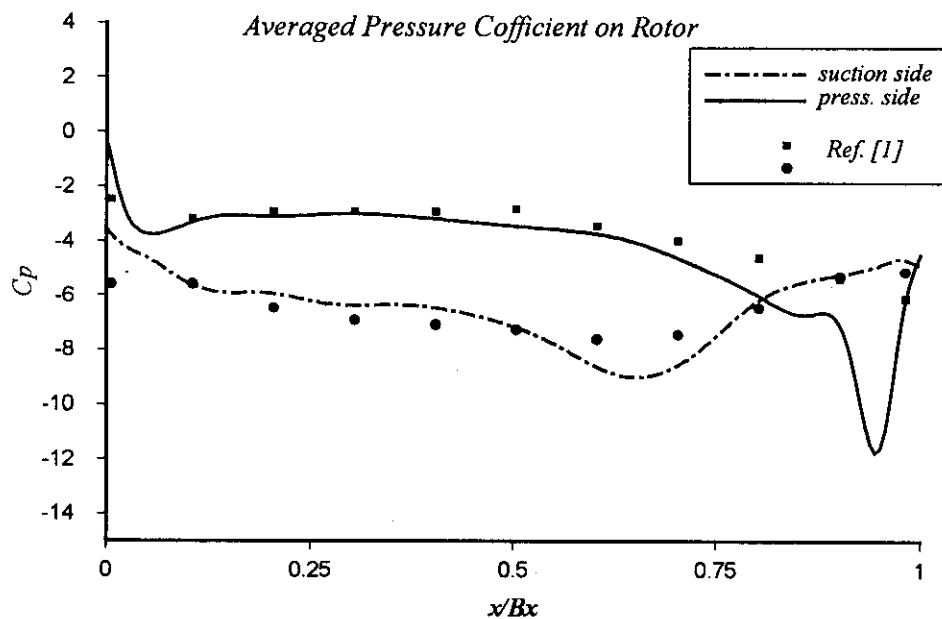
شکل ۳ هندسه پره‌ها و شبکه ۲۳۷×۴۲



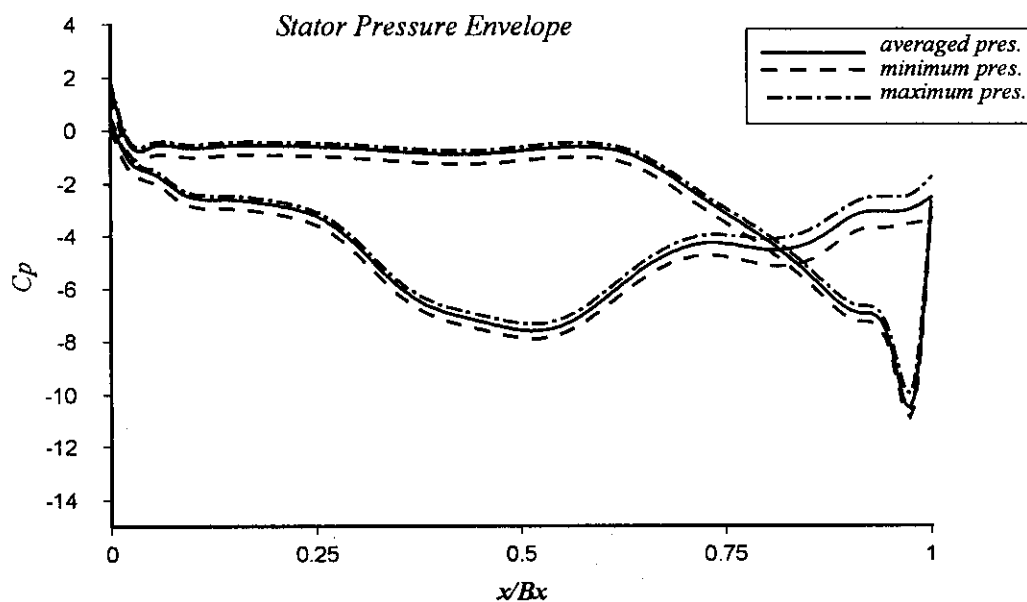
شکل ۴ باقی مانده جرمی



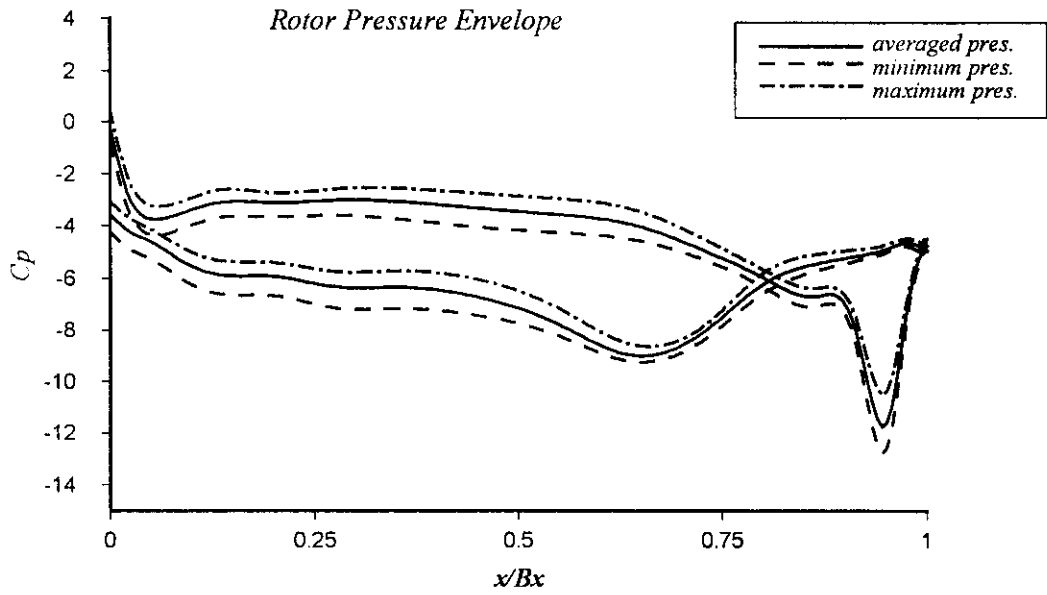
شکل ۵ توزیع ضریب فشار متوسط بر روی سطح پره استاتور



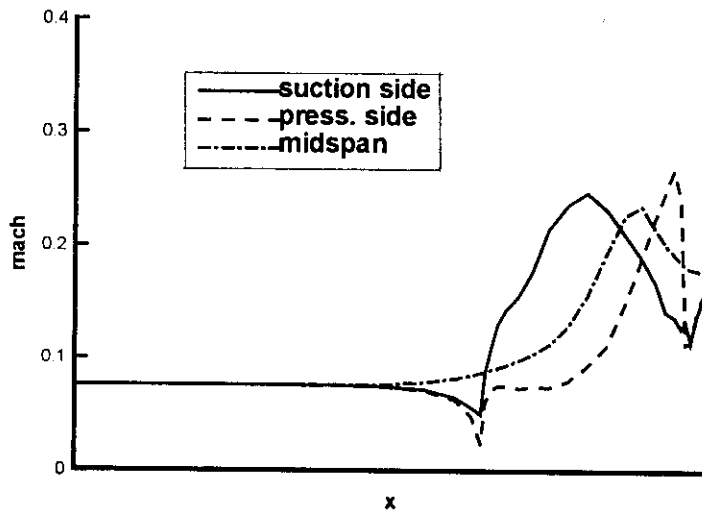
شکل ۶ توزیع ضریب فشار متوسط بر روی سطح پره روتور



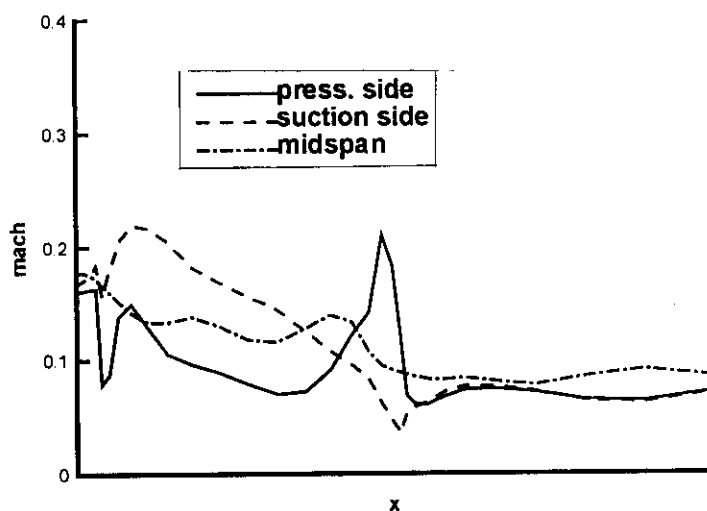
شکل ۷ توزیع ضریب فشار متوسط، ماکزیمم و مینیمم بر روی سطح پره استاتور



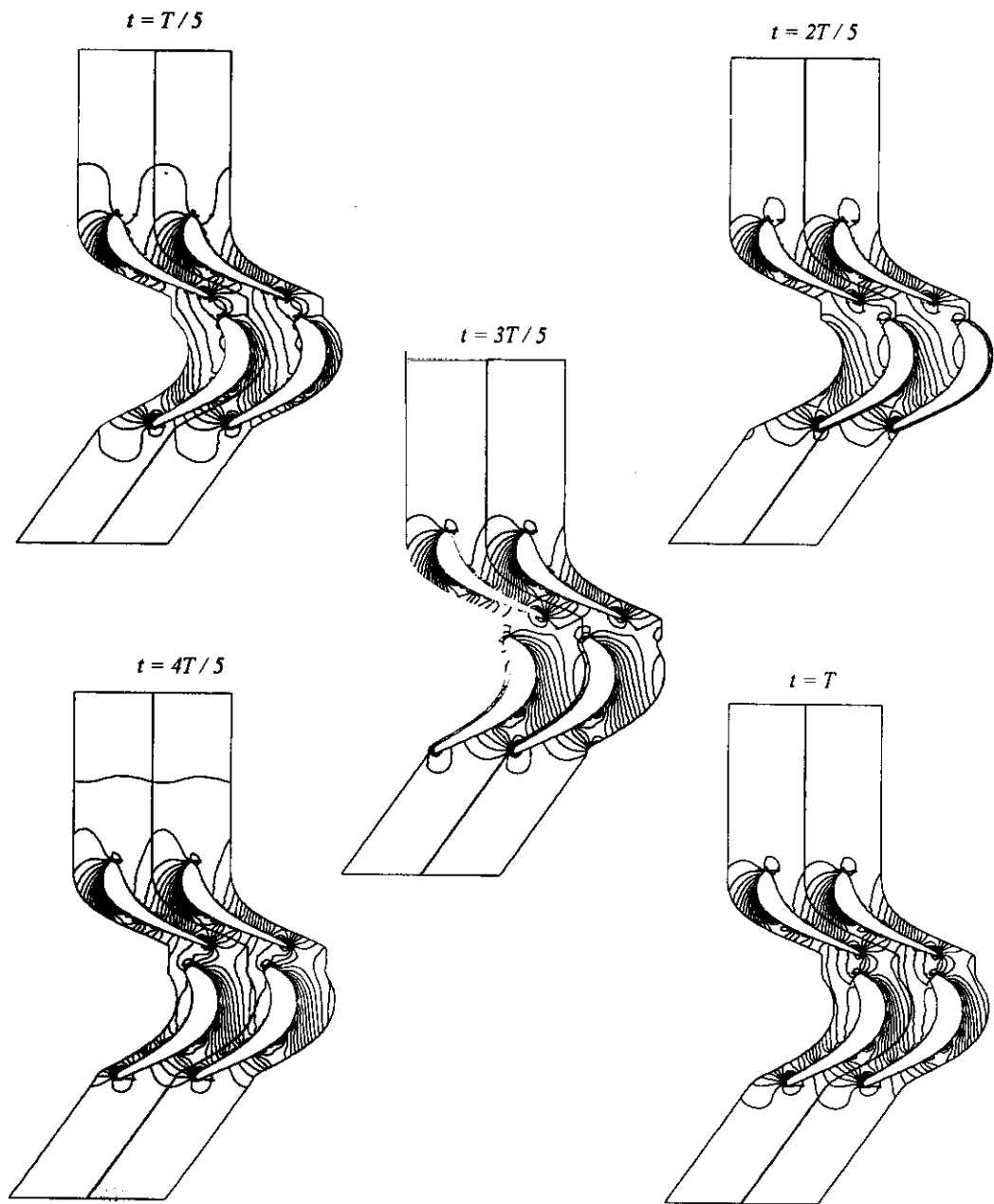
شکل ۸ توزیع ضریب فشار متوسط، ماکزیمم و مینیمم بر روی سطح پره روتور



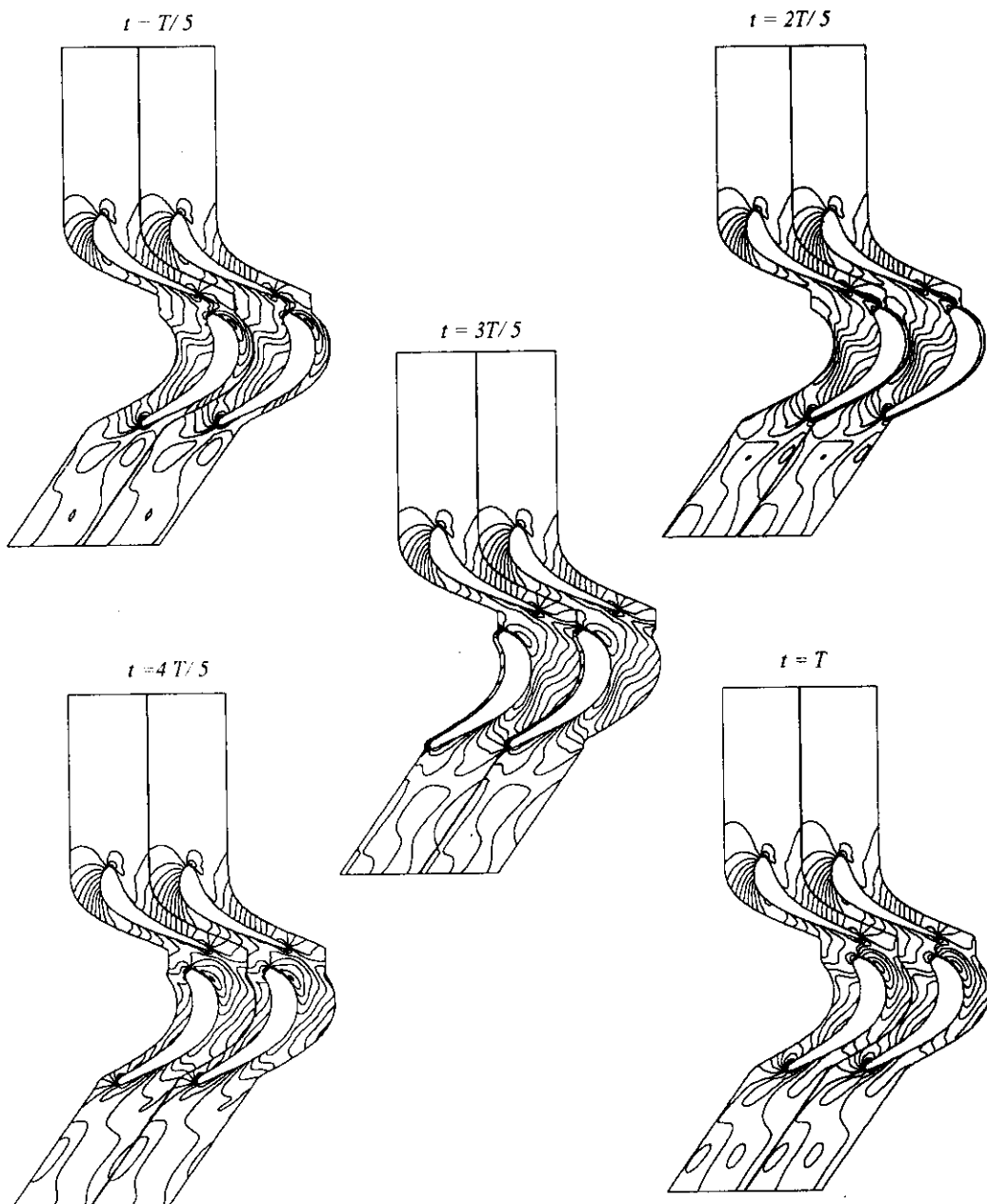
شکل ۹ توزیع لحظه‌ای عدد ماخ بر روی سطوح پره‌های ساکن و در فاصله بین دو پره ساکن



شکل ۱۰ توزیع لحظه‌ای عدد ماخ بر روی سطوح پره‌های متحرک و در فاصله بین دو پره متحرک

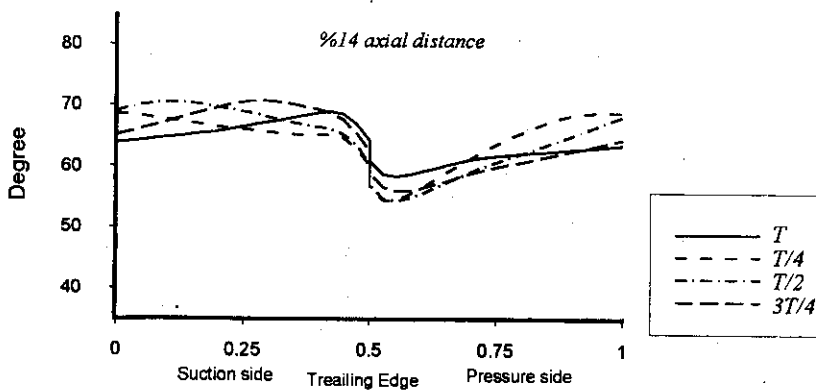
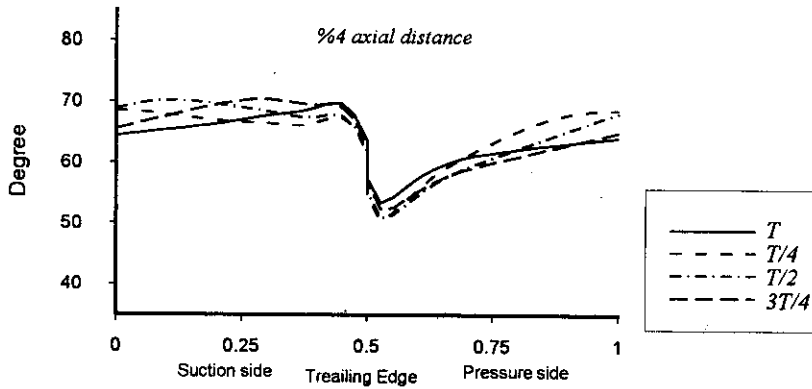
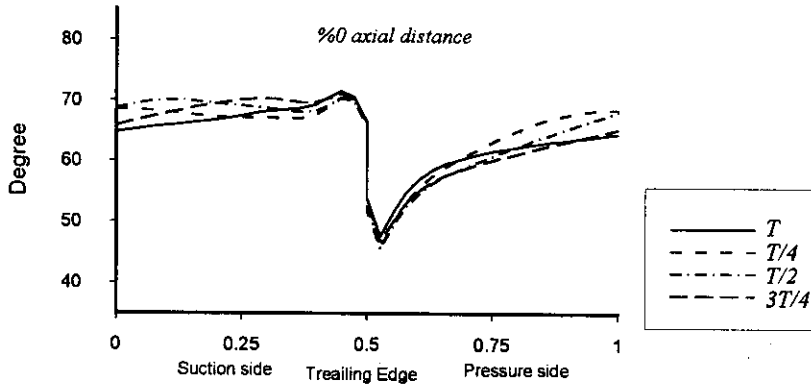


شکل ۱۱ کانتورهای لحظه‌ای فشار در لحظات ( $T/5, 2T/5, 3T/5, 4T/5, T$ ) در یک پرپود

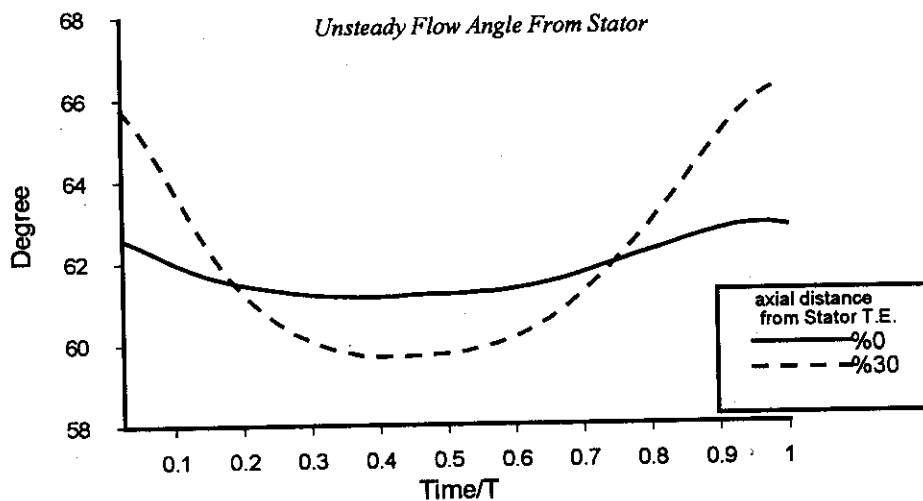


شکل ۱۲ کانتورهای لحظه‌ای عدد ماخ در لحظات ( $T/5$ ,  $2T/5$ ,  $3T/5$ ,  $4T/5$ ,  $T$ ) در یک پریود

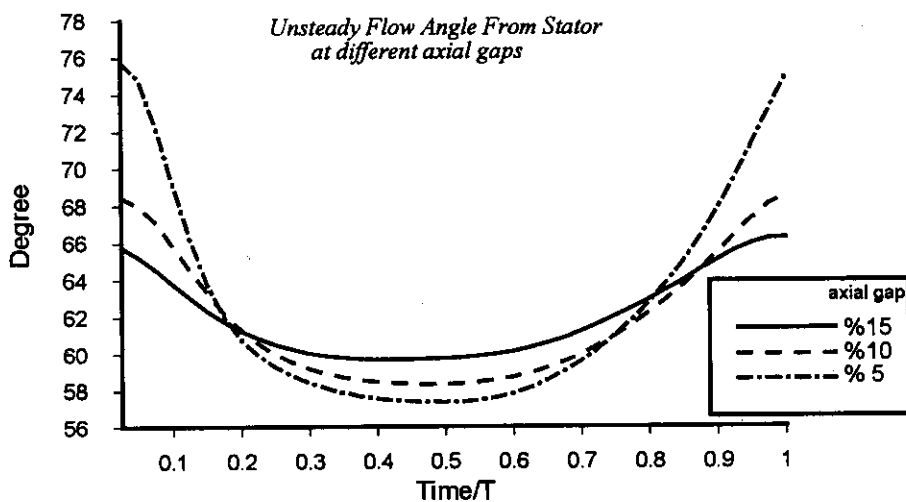




شکل ۱۳ زوایای غیردائم جریان در یک پرپود در فواصل محوری متفاوت از خروجی استاتور  
الف) ۰٪، ب) ۴٪، ج) ۱۴٪



شکل ۱۴ زوایای متوسط جریان در یک پرپود در دو فاصله محوری از خروجی



شکل ۱۵ زاویه متوسط جریان در یک پرپود در سه حالت مختلف با فواصل پره‌های استاتور و روتور متفاوت

1. R. P. Dring., L. W. Hardin. and J. H. Wagner., "Turbine rotor - stator interaction", *ASME Journal of Eng. for Power*, Vol. 104, pp. 729-742, (1982).
2. J. I. Erdos., E. Alzner. and W. McNally., "Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage", *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 11, pp. 1559-1568, (1972).
3. M. M. Rai., "Navier - Stokes simulation of rotor - stator interaction using patched and over laid grid", *AIAA Journal, of propulsion and power*, Vol. 3, No. 5, pp. 396-887, (1987).
4. M. M. Rai., "Unsteady three dimensional navier - stokes simulation of turbine rotor - stator interaction", *AIAA paper*, No. 87-2058, (1987).
5. M. M. Rai. N. K. Madaran., "Multi-airfoil navier - stokes simulation of turbine rotor - stator interaction", *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 383-577, (1990).
6. M. A. Sadri., "Numerical Modelling of rotor - Stator Interaction in Turbomachinery", PhD Thesis, University of London, (1997).
7. A. Jameson, W. Senmidt and E. Turkel., "Numerical solution of euler equation by finite volume method using runge-kutta time - stepping scheme", *AIAA paper*, No. 81-1259, (1981).
8. A. Jameson "Time dependent calculations using multigrid with application to unsteady flow past airfoil and wings", *AIAA paper*, No. 91-1596, (1991).
9. C. E. Jorgenson., and V. Cuina., "Explicit runge - kutta method for unsteady rotor - stator interaction", *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 6, pp. 743-749, (1989).
10. A. Arnon., R. C. Swanson., "A turbomachinery application", *ASME Journal, of turbomachinery*, Vol. 115, pp. 305-313, (1993).
11. A. Arnon., "Viscous analysis of three dimensional rotor flow using a multigrid method", *ASME Journal, of turbomachinery*, Vol. 116, pp. 435-445, (1994).
12. A. Arnon., R. Paccinin., "Rotor - stator interaction analysis using the navier - stokes equation and a multigrid method", *ASME Journal, of turbomachinery*, Vol. 114, pp. 679-689, (1996).
13. A. Arnon., R. Paccini., "IGV-Rotor interaction analysis in a transonic compressor using the navier-stokes equations", *ASME Journal, of turbomachinery*, Vol. 120, pp. 147-153, (1998).