

یک روش برای کنترل تطبیقی سیستمهای غیرخطی توسط شبکه عصبی با اثبات پایداری*

محمدباقر منهج^(۲)سیدمجتبی روحانی^(۱)

چکیده در این مقاله، یک الگوریتم جدید برای تطبیق وزن‌های یک کنترل‌کننده عصبی ارائه شده است. سیستم تحت کنترل غیرخطی می‌باشد. ساختار کنترل تطبیقی مستقیم و به صورت مدل مرجع است و پایداری سیستم حلقه بسته را برای شروع از هر خطای اولیه حالت و وزن‌های اولیه شبکه عصبی تضمین می‌نماید، مشروط بر اینکه ضرایب تطبیق قانون تنظیم نیرو کنترلر به اندازه کافی بزرگ انتخاب گردند. برای شروع الگوریتم نیازی به پیش‌تعلیم شبکه نیست.
واژه‌های کلیدی کنترل تطبیقی، شبکه عصبی، کنترل تطبیقی مدل مرجع، تحلیل پایداری.

A Method for Neural Adaptive Control of Nonlinear Systems

and its Stability Analysis

M. Rouhani

M. B. Menhaj

Abstract This paper presents a learning algorithm that guarantees stability for a class of closed loop neural network control systems. The underlying control system, "Plant", represents a nonlinear system. The neuro-controller, which indeed represents a direct adaptive controller, guarantees the closed loop stability for any arbitrary initial values of states and any initial neural network weight matrices, provided that the adaptive rates of neuro-controller be high enough. No pre-learning is required.

Key Words Nonlinear Adaptive Control, Neural Network, Model Reference Adaptive Control, Stability Analysis.

* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۷۹/۵/۱۸ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۰/۱۲/۲۵ به دفتر نشریه رسیده است.

۱ - دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی "مشهد"

۲ - دانشیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مقدمه

اگرچه شبکه‌های عصبی مصنوعی در دو دهه اخیر بشدت مورد استقبال قرار گرفته و در کاربردهای گوناگونی از آن استفاده شده است و نظریه کنترل نیز جزء اولین کاربردهای آن می‌باشد، اما بررسی پایداری کنترل‌کننده‌های عصبی تاکنون کمتر مورد توجه قرار گرفته است. در روشهای معمول طراحی کنترل‌کننده‌های عصبی (نظیر الگوریتم انتشار معکوس خطا و نسخه‌های تعمیم یافته آن)، کارایی شبکه عصبی پس از انجام طراحی، به میزان قابلیت تعمیم الگوهای ارائه شده به الگوریتم تعلیم بستگی دارد و به عبارتی، تضمینی در مورد صحت عمل شبکه عصبی در تمامی حالات وجود ندارد. و از این رو، طراح موظف است که به تمامی شرایط ممکن توجه کافی داشته باشد. اما از طرفی در بسیاری از مسایل کنترل، قابلیت اعتماد به نتایج از عوامل مهم تصمیم‌گیری در مورد یک کنترل‌کننده است و از این رو خواص کیفی یک کنترل‌کننده (نظیر تضمین پایداری) با اهمیت‌تر از خواص کمّی آن (نظیر سرعت میرایی نوسانات) تلقی می‌گردد. در چنین حالاتی روشهای کلاسیک که بر مبنای نظریه‌های قوی ریاضی استوارند، ترجیح داده می‌شوند. این واقعیت باعث می‌شود که تحلیل نظری خواص کنترل‌کننده‌های عصبی مورد توجه قرار گیرد.

در میان خواص متعدد یک کنترل‌کننده، بی‌شک پایداری سیستم حلقه بسته از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از این رو، تضمین تحلیلی پایداری کنترل‌کننده‌های عصبی بسیار ارزشمند خواهد بود اما متأسفانه، در سالهای اخیر تنها تعداد محدودی مقاله در این زمینه انتشار یافته است. واقعیت این است که با وجود مطالعات و مقالات قوی و منسجم در زمینه‌هایی مثل رفتارهای دینامیکی شبکه‌های عصبی برگشتی

(Recurrent) [4, 1] و یا تعداد نقاط تعادل و پایداری موضعی آنها [7, 5]، کارهایی که در زمینه بررسی پایداری کنترل‌کننده‌های عصبی انجام گرفته، اندک‌اند و تنها در سالهای اخیر مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از اولین کارها در این زمینه کار Fallside و Tzirkel-Hacoc [8] است. آنها از دو شبکه عصبی برای برآورد مشتقات خارجی نسبت به ورودی و حالت استفاده کرده‌اند و هدف کنترل نیز خطی‌سازی فیدبکی یک سیستم غیرخطی جداپذیر بوده است. نشان داده شده است که تحت شرایط خاص، مانند برآورد دقیق مشتقات، خطای تعقیب به سمت صفر می‌رود. در کارهایی که توسط Lewis و همکاران [9, 10] انجام گرفته است، یک شبکه عصبی به همراه یک کنترل‌کننده PD به مدل روبات اعمال شده است. شبکه عصبی بخش غیرخطی مدل روبات را حذف می‌کند و سیگنال کنترل توسط بخش PD تامین می‌گردد. اگر ماتریس‌های اینرسی و اصطکاک شرایط خاصی را برآورده سازد، با استفاده از الگوریتم تعلیم پس از انتشار خطا، خطای تعقیب به سمت صفر می‌رود. Kuntanapreeda و Fullmer [11] یک شبکه عصبی تک لایه را مستقیماً برای کنترل یک سیستم غیرخطی موضعاً پایدار، بکار برده و شرایطی را بر روی ماتریس وزن‌های شبکه عصبی بدست آورده‌اند که تحت آنها سیستم کلی پایدار موضعی باقی می‌ماند. در مرجع [12]، برای طراحی کنترل‌کننده شبکه عصبی تطبیقی به همراه تحلیل پایداری موضعی آن، روشی ارائه شده است. افزون بر اینها، می‌توان به کارهای Suykens و همکار [13] و Tanaka [14] نیز اشاره کرد. نتایج بدست آمده در مقالات اخیر، شرایطی را به صورت نامساویها و تساویهایی بر روی ماتریس‌های وزنی شبکه عصبی اعمال می‌نماید که تحت آن شرایط، سیستم کلی مرکب از یک کنترل‌کننده عصبی و یک سیستم دینامیکی بیان

چندمتغیره زمان گسسته جدپذیر (Separable) توسط شبکه عصبی GRBF پایدار می‌شود. به همراه شبکه عصبی از جملات اضافی دیگری نیز شامل یک PD و یک جمله کنترل ساختار متغیر (Variable Structure Control) استفاده شده است. دو شبکه عصبی نقش تخمین پارامترهای یک جمله خطی ساز فیدبکی را دارند. همچنین، در مرجع [21] نویسندگان از یک شمای کنترل خود-تنظیم عصبی با اثبات پایداری موضعی استفاده کرده‌اند.

در این مقاله سیستم غیرخطی پیوسته‌ای در نظر گرفته شده و با ارائه الگوریتمی متفاوت برای تطبیق وزن‌های شبکه، پایداری حلقه بسته تضمین شده است. در ادامه، ابتدا سیستم غیرخطی مورد نظر و شبکه عصبی کنترل کننده آن معرفی و برخی تعاریف و نمادگذاریهای مورد نیاز آورده شده است. سپس، قوانین تطبیق به همراه قضیه اصلی در مورد پایداری سیستم کلی ارائه گردیده و کارایی روش با شبیه‌سازی نشان داده شده است.

تعاریف اولیه

سیستم غیرخطی کلی مورد نظر به شکل زیر می‌باشد:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

⋮

$$\dot{x}_n(t) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + u(t) + d(t) \quad (1)$$

که در آن بردارهای $x_i(t)$, $i=1, \dots, n$ بردارهایی با ابعاد $m \times 1$ اند و بردار کلی حالت $x = [x_1' \ x_2' \ \dots \ x_n']$ یک بردار $n \times 1$ تایی است. تابع برداری غیرخطی $f(x)$ یک تابع عمومی و نامعلوم می‌باشد. $u(t)$ و $d(t)$ به ترتیب دو بردار $m \times 1$ تایی ورودیها و اغتشاش می‌باشد. فرض می‌کنیم $\bar{d} = s \ u \ p \ |d(t)|$ محدود است. می‌خواهیم سیستم فوق از دینامیک سیستم خطی زیر پیروی نماید:

شده توسط شبکه عصبی دیگر، پایدار خواهد بود. در این مقالات روشی برای طراحی ارائه نشده است.

همچنین، نتایج بدست آمده در مقالات [15, 16] از Jagannathan و همکاران در زمینه کنترل کننده شبکه عصبی پایدار برای دسته خاصی از سیستم‌های غیرخطی بسیار با اهمیت می‌باشند. در این مقالات یک روش برای تطبیق ماتریس‌های وزنی شبکه عصبی بدست آمده است که به عنوان کنترل کننده یک سیستم گسسته زمانی غیرخطی با ورودی خطی جدپذیر عمل می‌کند. همچنین، قضیه‌ای در مورد اثبات پایداری سیستم کلی آورده شده است، اما اثبات ارائه شده برای این قضیه ناقص بوده و در حالت کلی صحیح نمی‌باشد. در این مورد در بخشهای بعدی توضیح داده خواهد شد.

در مرجع [17] دو تقریب از مدل NARMA برای مدل‌سازی سیستمهای غیرخطی گسسته با بعد محدود ارائه شده است. هدف آن بوده است که این مدل به نحوی اصلاح گردد تا جمله کنترل در آن بصورت خطی ظاهر شود. اهمیت این موضوع در کنترل تطبیقی عصبی از آن رو است که در این حالت می‌توان خطا را از خروجی سیستم به ورودی آن انتشار معکوس داد. در مرجع [18]، Park و Park به تعمیم مختصری در نتیجه بدست آمده در مرجع [11] پرداخته‌اند. بدین ترتیب که با فرض متغیر با زمان بودن تابع لیاپانوف مورد نظر، امکان تطبیق همزمان پارامترها را نیز منظور داشته‌اند. در مرجع [19] از Kwan و Lewis و Dawson کار انجام شده در مقاله [15] برای حالت خاص تر روبات با فرمان الکتریکی که یک سیستم غیرخطی و پیوسته می‌باشد، تعمیم داده شده است. در اینجا نیز از شبکه عصبی به همراهی یک کنترل کننده PD و یک جمله پایدارساز استفاده گردیده است. مقاله دیگری که در این زمینه انتشار یافته از Sun, Woo و Sun [20] است. در این مقاله سیستم غیرخطی

$$N_i(y) = [n(y_1) \ n(y_2) \ \dots \ n(y_p)]^T; \quad i=1,2; \quad y \in \mathbb{R}^p \quad (5)$$

و برای تابع تک بعدی $n(\cdot)$ داریم:

$$|n(y)| < 1, \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad (6)$$

تابع ماتریسی قطری $\dot{N}(y)$ را نیز به فرم زیر تعریف می‌کنیم:

$$\dot{N}(y) = \text{diag} \left(\frac{dn}{dy_1}(y_1), \dots, \frac{dn}{dy_p}(y_p) \right) \quad (7)$$

همچنین داریم:

$$\left| \frac{dn}{dy} \right| < 1, \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad (8)$$

روابط (۶) و (۸) بسادگی توسط توابع فعالیت غیرخطی لگاریتمی مرسوم برآورده می‌گردند. در لایه مخفی اول شبکه عصبی هیچگونه وزن قابل تطبیقی در نظر گرفته نشده و در واقع، از این لایه صرفاً برای محدود کردن لایه بعدی استفاده شده است.

در آنچه در پی خواهد آمد، برای نرم اقلیدسی بردارها از نماد $|x|$ استفاده شده و هرجا از نرم یک ماتریس استفاده شده است، منظور نرم فریبینیوس (Frobenius norm) است که چنین تعریف می‌گردد:

$$\|A\|_F^2 = \text{tr}(A^T A) \quad (9)$$

همچنین فرض می‌کنیم که تابع $f(x)$ را بتوان توسط رابطه زیر در یک فضای گوی مانند فشرده $S = \{x \mid |x| < R\}$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{d1} &= x_{d2} \\ \dot{x}_{d2} &= x_{d3} \\ &\vdots \\ \dot{x}_{dn} &= \Lambda x_{dn} + r(t) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن ماتریس قطری Λ ماتریسی پایدار است که توسط طراح انتخاب می‌شود و قدر مطلق بزرگترین مقدار ویژه آن (و یا مقدار ویژه با کوچکترین قدر مطلق) را $\lambda_{\min} > 0$ می‌نامیم.

سیگنال کنترل توسط یک شبکه عصبی تامین می‌گردد:

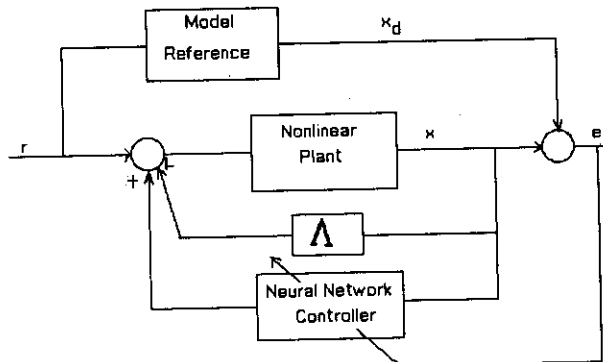
$$u(t) = \Lambda x_n(t) + u_{NN}(t) + r(t) \quad (3)$$

که در آن $u_{NN}(t)$ خروجی شبکه عصبی کنترل‌کننده می‌باشد. ساختار کلی سیستم در شکل (۱) آمده است.

شبکه عصبی مورد نظر شبکه‌ای پیش‌خوراند با دو لایه غیرخطی به صورت زیر است.

$$u_{NN} = W_2 N_2 (W_1 N_1(x)) \quad (4)$$

در رابطه فوق W_1 و W_2 ماتریس‌های وزنی شبکه عصبی‌اند و توابع غیرخطی $N_1(\cdot)$ نیز توابع فعالیت شبکه عصبی می‌باشند. همچنان‌که معمول است مقادیر آستانه‌ای هر نرون نیز جزء این ماتریس‌ها در نظر گرفته شده است. داریم:



شکل ۱ ساختار سیستم غیرخطی و کنترل‌کننده عصبی تطبیقی

$$\dot{W}_\gamma = -\eta_\gamma e N_\gamma' - \eta_\gamma \gamma_\gamma W_\gamma \quad (17)$$

که در آنها $\eta_\gamma > 0$ و η_γ ضرایب تطبیق شبکه بوده و $\alpha > 0$ ، γ_γ و γ_γ در این صورت، خطای تعقیب $e(t)$ و خطای وزن‌های شبکه عصبی $\|\tilde{W}_i\|$ "یکنواخت - نهایتاً محدود" (سیستمی را نهایتاً محدود یکنواخت Uniformly Ultimately Bounded گوئیم اگر، مقادیر ثابت مثبتی مانند b و c و برای هر $\alpha \in (0, c)$ یک ثابت مثبت $T = T(\alpha)$ موجود باشد، به قسمی که $\forall t \geq t_0 + T$ و $\|x(t)\| < b \Rightarrow \|x(t_0)\| < a$ [22]. باقی خواهند ماند، مشروط بر اینکه ضرایب تطبیق η_i و کوچکترین مقدار ویژه مدل مرجع λ_{\min} به اندازه کافی بزرگ انتخاب شوند. در قضیه فوق ضرایب $\eta_\gamma > 0$ و η_γ را ضرایب تطبیق شبکه می‌نامیم و $\alpha > 0$ ، γ_γ و γ_γ ضرایبی هستند که باعث محدود ماندن وزن‌های شبکه عصبی می‌شوند. $\alpha > 0$ نیز ضریب کوچکی است که در اثبات قضیه از آن استفاده خواهد شد و در واقع باعث می‌شود در شروع الگوریتم که خطای وزن‌های لایه دوم زیاد است، لایه اول دچار نوسان شدید نشود.

اثبات: برای بررسی پایداری سیستم حلقه بسته، تابع زیر را به عنوان کاندیدا برای تابع لیاپانوف در نظر می‌گیریم:

$$V(e, \tilde{W}_1, \tilde{W}_\gamma) = e'e + \frac{1}{\eta_1} \text{tr}(\tilde{W}'_1 \tilde{W}_1) + \frac{1}{\eta_\gamma} \text{tr}(\tilde{W}'_\gamma \tilde{W}_\gamma) = V_e + V_1 + V_\gamma \quad (18)$$

با محاسبه مشتق هر یک از این سه جمله خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -2e' \Lambda e + 2e'(W_\gamma N_\gamma - W_\gamma^* N_\gamma^*) + 2e'(\varepsilon + d) \\ &= -2e' \Lambda e + 2e' \tilde{W}_\gamma N_\gamma + 2e' W_\gamma^* (N_\gamma - N_\gamma^*) \\ &\quad + 2e'(\varepsilon + d) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\dot{V}_1 = \frac{-2}{1 + \alpha |e|} e' W_\gamma \dot{N}_\gamma \tilde{W}_1 N_\gamma - 2\gamma_1 \text{tr}(W'_1 \tilde{W}_1) \quad (20)$$

$$\dot{V}_\gamma = 2e' \tilde{W}_\gamma N_\gamma - 2\gamma_\gamma \text{tr}(W'_\gamma \tilde{W}_\gamma) \quad (21)$$

بیان نمود (R_γ شعاع این گوی است):

$$\varepsilon(x) = f(x) - W_\gamma^* N_\gamma (W_\gamma^* N_\gamma (x)), \quad x \in S \quad (10)$$

که در آن W_γ^* و N_γ^* ماتریس‌هایی نامعلوم اما محدود می‌باشند، بنحوی که داریم:

$$|\varepsilon(x)| < \bar{\varepsilon}, \quad \forall x \in S \quad (11)$$

و $\bar{\varepsilon}$ کران بالای خطای بازسازی در فضای S فرض می‌شود. همچنین کران‌های بالایی را نیز برای وزن‌های ایده‌آل در نظر می‌گیریم.

$$\|W_\gamma^*\| < \bar{W}_\gamma; \quad \|W_\gamma^*\| < \bar{W}_\gamma \quad (12)$$

برای خطای تعقیب حالت تعریف می‌کنیم:

$$e(t) = x_n(t) - x_{dn}(t) \quad (13)$$

بدین ترتیب برای دینامیک خطای تعقیب خواهیم داشت:

$$\dot{e} = \Lambda e + (W_\gamma N_\gamma - W_\gamma^* N_\gamma^*) + \varepsilon(t) + d(t) \quad (14)$$

و خطای پارامترها را نیز چنین در نظر می‌گیریم:

$$\dot{\tilde{W}}_i(t) = W_i(t) - W_i^* \quad i = 1, 2 \quad (15)$$

طراحی کنترل‌کننده عصبی تطبیقی

در این قسمت نشان خواهیم داد که می‌توان با اعمال الگوریتم تطبیقی ارائه شده خطای تعقیب و خطای وزن‌های شبکه عصبی را برای هر تابع $f(\cdot)$ و با هر اندازه خطای اولیه در بردار حالت و ماتریس‌های وزنی شبکه عصبی به داخل یک فضای فشرده محدود کرد. قضیه زیر نتایج اصلی را بیان می‌دارد.

قضیه: برای سیستم غیر خطی (1) به همراه مدل مرجع (2) و سیگنال کنترل داده شده در (3) و (4)، قوانین زیر برای تطبیق وزن‌های شبکه عصبی بکار می‌روند.

$$\dot{W}_1 = -\eta_1 \frac{1}{1 + \alpha |e|} e' W_\gamma N_\gamma \tilde{W}_1 N_\gamma + \eta_\gamma W_\gamma^* e N_\gamma \gamma_1 W_1 \quad (16)$$

و

بنابراین هرگاه یکی از روابط (۲۳) تا (۲۵) برقرار باشد، مشتق تابع لیاپانوف مورد نظر منفی خواهد بود. به عبارت دیگر اگر فضای فشرده S_∞ را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$S_\infty \equiv \left\{ (e, \bar{W}_1, \bar{W}_\gamma) \mid |e| \leq R_{e\infty}, \|\bar{W}_1\| \leq R_{W_1\infty}, \|\bar{W}_\gamma\| \leq R_{W_\gamma\infty} \right\} \quad (26)$$

آنگاه در داخل فضای S و خارج S_∞ (یعنی $S-S_\infty$) خواهیم داشت: $V \leq 0$ و $\dot{V} \leq 0$ ، مشروط بر آنکه این نضا تهی نباشد.

برای اثبات اینکه خطای حالت و خطای پارامتر کراندار خواهد بود، باید نشان دهیم که با شروع الگوریتم تطبیق از هر حالت اولیه‌ای، می‌توان یا انتخاب مناسب پارامترهای آن، نقطه شروع را در داخل ناحیه $S-S_\infty$ قرار داد. بدین منظور، S را بگونه‌ای انتخاب می‌کنیم که $e(t=0) \in S$. برای آنکه $S-S_\infty$ تهی نباشد، کافی است λ_{\min} را به اندازه کافی بزرگ انتخاب کنیم تا $R_e < R_\gamma$ باشد. افزون بر این، باید η_1 و η_2 را نیز به اندازه کافی بزرگ انتخاب نمود تا کانتور $R_\gamma^2 = V(e, \bar{W}_1, \bar{W}_\gamma)$ نقطه شروع الگوریتم $|_{t=0}$ $(e, \bar{W}_1, \bar{W}_\gamma)$ و کل فضای S_∞ را شامل گردد.

نکته ۱: روابط (۲۳) الی (۲۵) کرانهای بالایی را برای خطای نهایی تعقیب می‌کند و پارامتر بدست می‌دهد. این روابط بیان می‌کند که حد نهایی خطای تعقیب اساساً متأثر از خطای بازسازی شبکه عصبی، سطح اغتشاش و کران بالای نرم وزن‌های بهینه است. همچنین حد نهایی خطای پارامترها اساساً متأثر از کران بالای نرم وزن‌های بهینه بوده و هر چه ضرایب γ_1 و γ_2 بزرگتر انتخاب گردند، به آن نزدیکتر می‌شود. از طرف دیگر، افزایش ضرایب γ_1 و γ_2 منجر به افزایش $|e|$ می‌گردد.

نکته ۲: برای بدست آوردن یک سطح خاص از حداکثر خطای بازسازی \bar{e} ، ماتریس‌های وزنی بهینه

و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\gamma e' \Lambda e + \gamma e'(\varepsilon + d) + \gamma e' W_\gamma^* \bar{N}_\gamma + \\ & \frac{-\gamma}{1 + \alpha |e| \cdot \|W_\gamma\|} e' W_\gamma \bar{N}_\gamma \bar{W}_1 N_1 \\ & - \gamma \gamma_1 \text{tr}(\bar{W}'_1 \bar{W}_1) + \gamma \gamma_1 \text{tr}(\bar{W}'_\gamma \bar{W}_\gamma) - \gamma \gamma_2 \text{tr} \\ & (\bar{W}'_\gamma \bar{W}_\gamma) + \gamma \gamma_2 \text{tr}(\bar{W}'_\gamma \bar{W}_\gamma) \end{aligned}$$

با تعریف متغیرهای زیر:

$$E \equiv |e|$$

$$W_1 \equiv \|\bar{W}_1\|$$

$$W_\gamma \equiv \|\bar{W}_\gamma\|$$

خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \dot{V} \leq & -\lambda_{\min} E^2 + (\bar{\varepsilon} + \bar{d}) * E + \gamma \bar{W}_\gamma E + \frac{1}{\alpha} w_1 \\ & - \gamma_1 w_1^2 + \gamma_1 \bar{W}_1 w_1 - \gamma_2 w_\gamma^2 + \gamma_2 \bar{W}_\gamma w_\gamma \end{aligned} \quad (22)$$

در رابطه فوق می‌توان برای هر یک از سه متغیر E ، w_1 و w_γ یا مربعات دو جمله دیگر را کامل کرده و محدوده‌ای را برای آن متغیر بدست آورد که داشته باشیم $\dot{V} \leq 0$. بدین ترتیب:

$$|e| \geq \frac{1}{\lambda_{\min}} [c_1 + (c_1^2 + \lambda_{\min} c_\gamma)^{1/2}] \equiv R_{e\infty} \quad (23)$$

$$\|\bar{W}_1\| \geq c_\gamma + (c_\gamma^2 + c_\gamma \lambda_1)^{1/2} \equiv R_{e\gamma\infty} \quad (24)$$

$$\|\bar{W}_\gamma\| \geq c_\delta + (c_\delta^2 + c_\delta \lambda_\gamma)^{1/2} \equiv R_{e\gamma\infty} \quad (25)$$

که در روابط اخیر داریم:

$$c_1 \equiv \bar{\varepsilon} + \bar{d} + \gamma \bar{W}_\gamma$$

$$c_\gamma \equiv \gamma_1 \bar{W}_1^2 + \gamma_2 \bar{W}_\gamma^2 + 1/\alpha \gamma_1$$

$$c_\gamma \equiv \bar{W}_1 + 1/\alpha \gamma_1$$

$$c_\gamma \equiv C_\gamma^2 / \lambda_{\min} + \gamma_2 \bar{W}_\gamma^2$$

$$c_\delta \equiv \bar{W}_\gamma$$

$$c_\delta \equiv C_\delta^2 / \lambda_{\min} + \gamma_1 \bar{W}_1^2 + 1/\alpha \gamma_1$$

حال باید تاکید کرد انتخاب شبکه‌ای با ابعاد کوچک عموماً نمی‌تواند بهترین پاسخها را تامین نماید. نکته زیر در این مورد باید در نظر گرفته شود.

نکته ۵: در این قضیه بیان شده است که شرط کافی برای کراندار بودن خطا، انتخاب ضرایب تطبیق بالا است. از طرف دیگر، با دقت در قوانین تطبیق (۱۶) و (۱۷)، تشابه آنها با الگوریتم متعارف انتشار معکوس خطا واضح است و می‌توان انتظار داشت که با افزایش ضرایب تطبیق، شاهد نوسانات شدید حول وزن‌های بهینه باشیم. از این رو انتخاب مناسب ضرایب تطبیق اهمیت دارند.

نکته ۶: در مرجع [16] اثبات مشابهی برای یک الگوریتم تطبیقی متفاوت با روش حاضر ارائه شده است. در مرجع [23] نشان داده شده که این اثبات دارای اشکالی اساسی است. در مرجع [16] نیز برای خطای حالت و خطای پارامتر حدودی متناظر روابط (۲۳) الی (۲۵) بدست آمده است، اما اشکال در آنجاست که نمی‌توان این حدود را به‌طور دلخواهی کوچک انتخاب کرد و از این رو نمی‌توان مطمئن بود که فضای $S-S_{\infty}$ تهی نباشد.

شبیه‌سازی

برای روشن شدن کارایی روش معرفی شده در این مقاله، چند شبیه‌سازی ارائه می‌گردد.

مثال ۱: سیستم غیر خطی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (1 + x_1^2)x_1 + 0.5x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 = (1 + x_2^2)x_2 + u_2 \end{cases} \quad (30)$$

هدف آن است که این سیستم غیرخطی دو ورودی - دو خروجی ناپایدار را توسط یک شبکه عصبی تطبیقی به‌گونه‌ای کنترل کرد که از رفتار سیستم خطی مرجع زیر پیروی نماید:

یکتا نیستند. اما باید دقت داشت که الگوریتم ارائه شده هیچ وابستگی به انتخاب یک سری وزن‌های بهینه خاص ندارد و همچنانکه ذیلاً اشاره خواهد شد، حتی برای بدست آوردن کرانهای آن نیز نیازی به محاسبه یا پیش‌تعلیم شبکه عصبی نیست.

نکته ۳: برای هر تابع غیرخطی $f(\cdot)$ ، هر شبکه عصبی و هر فضای S ، می‌توان انتخاب کرد.

$$W_1^* = 0, W_2^* = 0$$

و

$$\bar{\varepsilon} = \sup_S |f(x)| \quad (27)$$

از طرف دیگر در صورتی که برای یک تابع غیرخطی خاص $f(\cdot)$ ، بتوان شبکه عصبی را به‌گونه‌ای انتخاب کرد که داشته باشیم:

$$\varepsilon = f(x) + W_1^* N_1^* = 0, \quad \forall x \in S \quad (28)$$

آنگاه خواهیم داشت:

$$\bar{W}_1 \propto \sup_S |f(x)| \quad (29)$$

از این رو دیده می‌شود که رابطه (۲۳) بیان‌کننده تقابلی بین $\bar{\varepsilon}$ و \bar{W}_1 است. همچنین، با در نظر گرفتن رابطه (۲۷) همواره می‌توان تخمینی از $\bar{\varepsilon}$ و \bar{W}_1 بدست آورد. نکته جالب آن است که برخلاف تصور، هرچه بخواهیم وزن‌ها را بهینه‌تر انتخاب کنیم و $\bar{\varepsilon}$ را کاهش دهیم، \bar{W}_1 بسیار بزرگتری بدست خواهد آمد؛ چرا که نرم فرینیسو W_1^* به ابعاد آن نیز وابسته است.

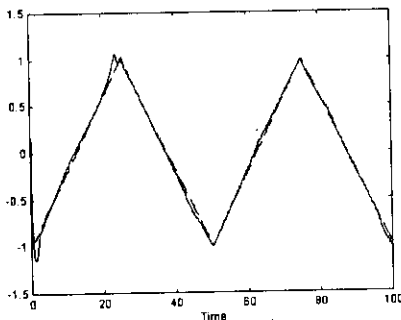
نکته ۴: یک نکته بسیار مهم در این روش آن است که در اینجا نیازی نیست که ابعاد شبکه عصبی را الزاماً به اندازه‌ای بزرگ انتخاب کنیم تا قادر به تقریب خوبی از تابع غیرخطی $f(\cdot)$ باشد. این مسئله را می‌توان یک وجه تمایز ویژه برای روش جدید دانست، چرا که در کارهای قبلی [9, 10, 13, 14] اساساً از شبکه عصبی به عنوان حذف‌کننده عامل غیرخطی استفاده شده است. در عین

این روش نیازی به شبکه عصبی با قابلیت تقریب بالا وجود ندارد. به عنوان مثال شکل (۳) نتایج اعمال الگوریتم تطبیقی را به مسئله قبلی نشان می‌دهد که در آن از شبکه عصبی با تنها یک نرون استفاده شده است. واضح است که چنین شبکه‌ای قادر به تقریب نگاشت غیرخطی (۳۰) نیست. همچنانکه این شکل نشان می‌دهد خطای حالت، هنوز هم بسرعت کاهش یافته و سپس محدود باقی می‌ماند، هرچند که مقدار آن بیش از حالت قبلی است. افزون بر این، در اینجا حتی پس از گذشت زمان طولانی نیز وزن‌های شبکه عصبی رفتار پایداری را نشان نمی‌دهند. به عبارت دیگر در اینجا شبکه عصبی تنها قادر به تقریب موضعی تابع غیرخطی می‌باشد.

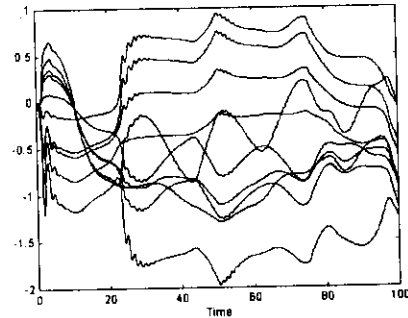
$$\begin{cases} \dot{x}_{d1} = -5x_{d1} + r_1 \\ \dot{x}_{d2} = -3x_{d2} + r_2 \end{cases} \quad (31)$$

شکل (۲) نتیجه اعمال روش تطبیقی (۱۶) و (۱۷) را برای $\eta_1 = \eta_2 = 50$ و $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.01$ نشان می‌دهد (این مقادیر براساس تحلیلی مشابه اثبات قضیه قابل تعیین است). شبکه عصبی دارای یک لایه مخفی با پنج نرون بوده است. همچنانکه دیده می‌شود خطای حالت در چند ثانیه اول سرعت از بین رفته است و سیستم حلقه بسته بخوبی از مدل مرجع پیروی می‌نماید. وزن‌های شبکه عصبی پس از گذشت زمانی طولانی (حدود ۱۰۰۰ ثانیه) نوسان کمی خواهند داشت.

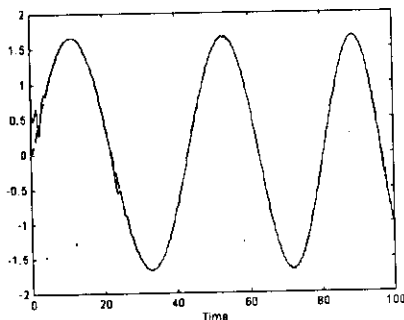
مثال ۲: همچنانکه قبلاً بیان گردیده است، یک نکته جالب توجه در مورد روش جدید آن است که در



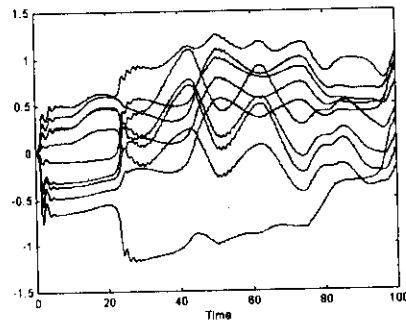
(الف)



(ب)

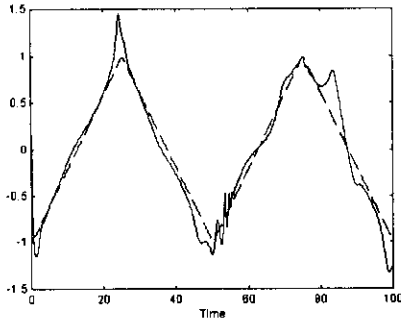


(ب)

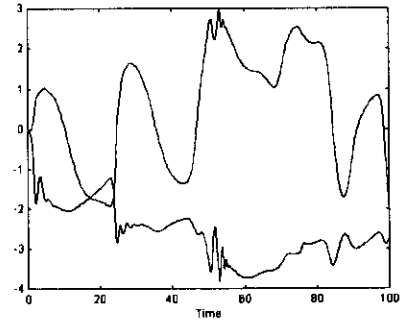


(ت)

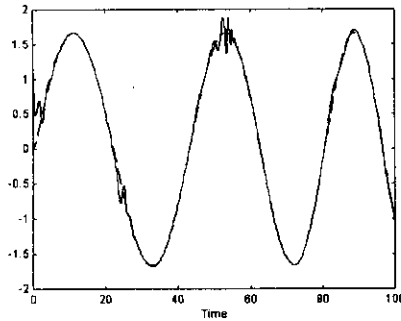
شکل ۲ سیستم غیرخطی کنترل شده با شبکه عصبی پنج نرون (الف) حالت‌های سیستم غیرخطی (خط پر)، (ب) حالت‌های مدل مرجع (خط چین)، (ب و ت) ماتریس‌های وزنی شبکه



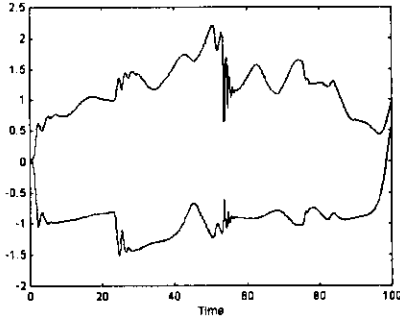
(الف)



(ب)



(ب)



(ت)

شکل ۳ سیستم غیرخطی کنترل شده با شبکه عصبی تک نرون (الف) حالت‌های سیستم غیرخطی (خط پر) (ب) حالت‌های مدل مرجع (خط چین) (پ و ت) ماتریس‌های وزنی شبکه

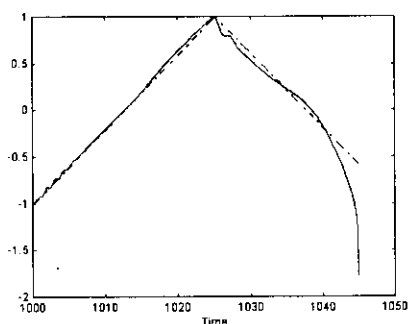
نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی جدید برای تطبیق وزن‌های شبکه عصبی جهت کنترل کلاس وسیعی از سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است. سیستم غیرخطی مورد نظر چند ورودی بوده و فرض خاصی در مورد تابع غیرخطی آن صورت نگرفته است. ثابت شده است که سیستم غیرخطی از رفتار یک سیستم مرجع تبعیت می‌کند و خطای حالت آن محدود باقی می‌ماند. همچنین، کران‌های بالایی برای حد نهایی خطای حالت و پارامتر بدست آمده است. در تحلیل از روش‌های متداول در سایر مقالات که براساس تقریب‌های موضعی استوارند، استفاده نشده است. ساختار کنترل ارائه شده بسیار ساده می‌باشد و نیازی به استفاده از

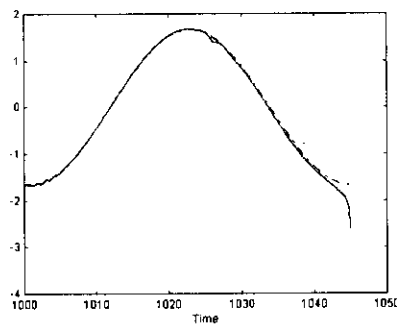
مثال ۳: نکته قابل توجه دیگر در این روش تاکید بر این مطلب است که ضرایب تطبیق باید به اندازه کافی بزرگ انتخاب گردند. در مثال اول اگر این ضرایب کمتر از ۵ باشند، الگوریتم قادر به پایدار ساختن سیستم غیرخطی نیست. اما جالب توجه است که حتی پس از مدت زمان طولانی که وزن‌های شبکه عصبی تقریباً همگرا شده و فقط دارای نوسانات کمی هستند نیز، اگر این ضرایب کاهش داده شوند ممکن است منجر به ناپایداری سیستم گردد. چنین وضعیتی در شکل (۴) نمایش داده شده است. در اینجا پس از گذشت ۱۰۱۰ ثانیه از شروع مثال اول، ضرایب تطبیق شبکه عصبی به تدریج کاهش داده شده‌اند. همچنانکه دیده می‌شود این امر به ناپایداری انجامیده است.

کامپیوتری انجام شده در شرایط مختلف و با سیستم‌های غیرخطی گوناگون نشان داده است که روش جدید قابلیت اعمال به انواع متفاوتی از سیستمهای غیرخطی را داراست. در این مقاله با ارائه برخی مثالها سعی شده است که خواص اساسی الگوریتم تطبیقی جدید بررسی گردد.

ترمهای کنترل اضافی برای پایدارسازی یا مقاوم کردن سیستم نیست و سیگنال کنترل مستقیماً توسط شبکه عصبی تامین می‌گردد. در اینجا تخمین پارامترهای کنترل‌کننده به صورت مستقیم و همزمان با اعمال کنترل صورت می‌گیرد و از این رو نیازی به هیچگونه پیش - تعلیم شبکه عصبی وجود ندارد. شبیه سازیهای



(الف)



(ب)

شکل ۴ کاهش تدریجی ضرایب تعلیم شبکه عصبی (الف) حالت‌های سیستم غیرخطی (خط پر)
 (ب) حالت‌های مدل مرجع (خط چین)

مراجع

1. M. A. Cohen and S. Grossberg, "Absolute stability of global pattern formation and parallel memory storage by competitive neural networks", *IEEE Trans. on sys. Man and Cyb.*, Vol. 13, No. 5, pp. 815-825, Sept./Oct (1983).
2. J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", *Proc. of the National Academy of Sciences, USA*, Vol. 9, pp. 2554-2558, (1982).
3. B. Kosko, "Structural stability of unsupervised learning in feedback neural networks", *IEEE Trans. on Auto. Cont.*, Vol. 36, No. 7, pp. 785-792, (1991).
4. A. Guez, V. Protopopescu and J. Barhen, "On the stability, storage capacity and design of nonlinear continuous neural networks", *IEEE trans. on Sys, Man and Cyb.*, Vol. 18, No. 1, pp. 80-87, (1988).
5. D. G. Kelly, "Stability in counteractive nonlinear neural networks", *IEEE Trans. on Biomedical Eng.*, Vol. 37, No. 3, pp. 231-242, Mar (1990).
6. M. Vidyasagar, "Location and stability of the high gain equilibria of nonlinear neural networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 660-672, (1993).

7. L. Jim, P. N. Nikiforuk, and M. M. Gupta, "Absolute stability conditions for discrete-time recurrent neural networks", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 5, No. 6, pp. 954-964, (1994).
8. E. Tzirkel - Hancock, and F. Fallside, "A stability based neural network control method for a class of nonlinear systems", *Inter. Joint Conf. on N. N.*, Vol. 2, pp. 1047-1052, (1991).
9. F. L. Lewis, a. Yesildirek, and K. Liu, "Neural net robot controller with guaranteed stability", *3rd Inter. Conf. on Indus. Fuzz. Cont.*, pp. 103-108, (1993).
10. "Multilayer neural net robot controller with guaranteed tracking performance", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 7, No. 2, pp. 388-399, (1996).
11. S. Kuntanapreeda, and R. R. Fullmer, "A training rule which guaranteed finite region stability for a class of closed-loop neural network control system", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 7, No. 3, pp. 629-642, May (1996).
12. N. Sadegh, "A perceptron network for functional identification and control of nonlinear systems", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 4, No. 6, pp. 982-988, Nov (1993).
13. J. A. K. Suykens, and J. Vandewalle, "Global asymptotic stability for multilayer recurrent neural networks with application to modeling and control", *Inter. Conf. on Neural Net work 95, Vol. 2, pp. 1065-1069, (1995).*
14. K. Tanaka, "An approach to stability criteria of neural-network control systems", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 7, No. 3, pp. 629-642, May (1996).
15. S. Jagannathan, and F. L. Lewis, "Multilayer discrete-time neural-net controller with guaranteed performance", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 7, pp. 107-130, (1996).
16. S. Jagannathan, F. L. Lewis, and O. Pasravanu, "Discrete-time model reference adaptive control of nonlinear dynamical systems using neural networks", *Int. J. Contr.*, Vol. 64, No. 2, pp. 217-239, (1996).
17. K. S. Narendra, and S. Mukhopadhyay, "Adaptive control using neural networks and approximate models", *IEEE Trans. Neural Network*, Vol. 8, No. 3, pp. 475-485, (1997).
18. S. Park and C. H. Park, "Comments on a training rule which guarantess finite-region stability for a class of closed-loop neural-network control systems",
19. C. Kwan, F. L. Lewis, and D. M. Dawson, "Robust neural-Network control of rigid-lik electrically driven robots", *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 9, No. 4, pp. 581-588, (1998).
20. F. Sun, Z. Sun, and P. Y. Woo, "Stable neural-network-based adaptive control for sampled-data nonlinear systems", *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 9, No. 5, pp. 956-968, (1999).

21. M. S. Ahmed, and M. Farooq Anjum, "Neural-net-based direct self-tuning control of nonlinear plants", *Int. J. Control*, Vol. 66, No. 1, pp. 85-104, (1997).

22. M. Vidyasagar, "*Nonlinear Systems Analysis*", 2nd edition, Prentice Hall, New Jersey, (1993).

۲۳. روحانی، سیدمجتبی "تحلیل پایداری کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی و پایدارسازی آن با استفاده از کنترل کننده عصبی"، پایان‌نامه دکتری برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران (۱۳۷۹).

۲۴. روحانی، سیدمجتبی و منہاج، محمدباقر "طراحی کنترل کننده عصبی پایدارساز برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی"، نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر، شماره ۴۸، پاییز ۱۳۸۰.