

بهینه‌سازی گسسته سازه‌های فضاکار با روش توابع جریمه و باکمک

تحلیل تقریبی سازه*

(یادداشت پژوهشی)

جواد سلاجقه^(۱) عیسی سلاجقه^(۲)

چکیده در این مقاله، نخست خلاصه روشهای تقریب‌سازی که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته، آورده می‌شود و سپس برای افزایش دقت و نیز کاهش تعداد مراحل تحلیل سازه یک روش تقریب‌سازی جدید ارائه می‌گردد. برای طراحی بهینه روش توابع جریمه مورد استفاده قرار می‌گیرد و در مرحله بهینه‌یابی گسسته یک تابع جدید نمایی معرفی می‌شود. در خاتمه با طرح بهینه‌سازه فضاکار نتایج ارزیابی می‌گردد.

واژه‌های کلیدی طرح بهینه، تقریب‌سازی، متغیرهای گسسته، سازه‌های فضاکار، توابع جریمه

Discrete Optimization of Space Structure via

Penalty Approaches

J. Salagegheh

E. Salagegheh

Abstract In this paper, some of the existing methods of approximation are presented. Then to reduce the computational time, a new method for approximation of the structural responses is outlined. For optimization, method of penalty function is used and a new penalty function is introduced for discrete optimization. Some space structures are optimized and results are compared with other methods.

Key Words Optimization, Approximation, Discrete Variables, Space Structures, Penalty Function.

* - نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۷/۵/۷۹ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸/۸/۸۰ به دفتر نشریه رسیده است.

۱ - استادیار بخش عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲ - استادیار بخش عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان

گسسته، تابع جریمه دیگری مانند $Q(X)$ به تابع قبلی اضافه می‌شود و تابع شبه هدف اصلاح شده به دست آمده حداقل می‌گردد.

$$\text{Minimize } \bar{\Phi}(X) = \Phi(X) + s_p Q(X) \quad (3)$$

تاکنون تابع $Q(X)$ یعنی تابع جریمه بهینه‌سازی گسسته، به صورت تابعی سینوسی [2-6] و تابع ۶ درجه دوم [7,9] مورد استفاده واقع گردیده است. s_p نیز کمیتی عددی است که در روند بهینه‌سازی گسسته توسط ضریبی افزایش می‌یابد. در این قسمت، r_p ثابت فرض می‌شود.

از آنجا که در اکثر مسائل مهندسی، توابع محدودیتها به صورت صریح در دسترس نبوده و توابعی ضمنی می‌باشند، محاسبه این توابع بدون استفاده از محاسبات تقریبی نیاز به تحلیل مکرر سازه داشته و کاری پرهزینه و وقت‌گیر است. همچنین، هرچه این توابع تقریبی دقیقتر باشند مسئله بهینه‌سازی در تکرارهای کمتری حل می‌گردد. در اینجا خلاصه تحقیقات انجام شده در این زمینه به شرح زیر جمع‌بندی می‌گردد.

تقریب‌سازی یک نقطه‌ای خطی با کمک دو جمله اول سری تیلور، یک نقطه‌ای معکوس با استفاده از متغیر واسطه $y_i = \frac{1}{x_i}$ و با کمک دو جمله اول سری تیلور و تقریب‌سازی یک نقطه‌ای ترکیبی در مراجع [10 و 13] مورد استفاده قرار گرفته است.

تقریب‌سازی یک نقطه‌ای معکوس که در محاسبه تغییر مکان گره‌های سازه‌های فضاکار از عملکرد خوبی برخوردار می‌باشد هنگامی که محدودیت‌ها به سمت صفر میل نمایند با مشکل مواجه است. برای رفع این نقیصه، تقریب‌سازی دو نقطه‌ای معکوس اصلاح شده در مرجع [14] آورده شده است.

برای افزایش دقت، با کمک متغیر واسطه $y_i = x_i^{p_i}$ استفاده از دو جمله اول سری تیلور تقریب‌سازی دو نقطه‌ای توانی ارائه شده است [15 و 16]. در این تغییر

مقدمه

در طراحی بهینه سازه‌ها متغیرهای طراحی شامل سطح مقاطع، شکل هندسی و غیره بایستی به نحوی تعیین گردند که وزن و یا قیمت سازه کمینه شده و کلیه محدودیت‌های طراحی ارضاء گردند. همچنین، مقادیر متغیرهای طراحی بر یکی از اعضا بردار متغیرهای گسسته آن متغیر (یعنوان مثال سطح مقاطع جداول استاندارد) منطبق گردند. یعنی:

$$\text{Minimize : } F(X)$$

$$\text{Subject to : } g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, m$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u, \quad i = 1, n$$

$$x_i \in D_i \text{ or } x_i \in \{d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}, \dots, d_{iq}\} \quad i = 1, nd$$

(۱)

در روابط (۱)، $F(X)$ تابع هدف، $g_j(X)$ محدودیت‌ها نامساوی x_i^l و x_i^u پایین و بالای متغیر x_i ، n تعداد متغیرها، m تعداد محدودیت‌ها، X بردار متغیرهای طراحی، nd تعداد متغیرهای گسسته، و q تعداد کمیت‌های انتخابی برای هر یک از متغیرهای گسسته که می‌تواند برای متغیرهای مختلف مقادیر متفاوت دارا باشد، می‌باشند.

در مرحله اول طراحی بهینه، یعنی طراحی بهینه پیوسته با روش توابع جریمه، نخست تابع هدف و محدودیت‌ها به یک تابع بدون محدودیت تبدیل می‌شود و آنگاه تابع شبه هدف حاصله حداقل می‌گردد.

$$\text{Minimize } \Phi(X) = F(X) + r_p P(X) \quad (2)$$

در رابطه (۲)، $P(X)$ تابع جریمه طراحی بهینه پیوسته می‌باشد که برای محاسبه آن روشهای متعددی وجود دارد [1]. در این مقاله از تابع جریمه درجه دوم داخلی توسعه یافته استفاده شده است [1-5]. r_p کمیتی عددی که در مراحل مختلف طراحی بهینه مقدار آن توسط ضریبی کاهش می‌یابد [1].

پس از طراحی بهینه پیوسته، در مرحله طراحی بهینه

متغیر P_i توان است که باید محاسبه شود.

برای کاهش حجم محاسبات مربوط به P_i ها در روش تقریب سازی دو نقطه ای توانی در مرجع [15]، P_i ها برای کلیه متغیرها یکسان فرض شده و روش تقریب سازی توانی با توان ثابت مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین، در این مرجع استفاده از سه جمله اول سری تیلور پیشنهاد شده است که ماتریس هسیان یا ماتریس مشتقات مرتبه دوم یک ماتریس قطری با اعضای مساوی روی قطر فرض گردیده است.

در مرجع [17] تقریب سازی سه نقطه ای توانی با استفاده از سه جمله اول سری تیلور و با فرض قطری بودن ماتریس هسیان و با کمک متغیر واسطه $y_i = x_i^{P_i}$ ارائه شده است.

تقریب سازی سه نقطه ای توانی نیز با ماتریس هسیان کامل ولی تقریبی بیان شده است، اعضای ماتریس مشتقات مرتبه دوم با کمک مشتقات و اختلاف مشتقات مرتبه اول و اختلاف متغیرها و همچنین بردار جهت جستجو (Search) به صورت تقریبی محاسبه می گردد [18].

دو روش دیگر تقریبی برای محاسبه مشتقات مرتبه دوم در مراجع [۱۹ و ۲۰] بررسی گردیده و به ترتیب در طراحی بهینه سدهای بتنی وزنی با محدودیت تنش و تغییر مکان و طرح بهینه قابها و خرپاها با محدودیت تنش و تغییر مکان و فرکانس مورد استفاده واقع شده است.

چنانچه سازه تحت اثر بارهای دینامیکی باشد و محدودیت اندازه پاسخ دینامیکی سازه در مقابل زلزله مدنظر باشد، در مرجع [۲۱] یک روش موثر و تقریبی برای محاسبه اندازه پاسخ دینامیکی سازه آورده شده است.

با توجه به موارد فوق امکان طراحی بهینه سازه‌ها تحت اثر بارهای استاتیکی یا دینامیکی میسر می‌باشد ولی

در طراحی بهینه سازه‌های بزرگ دقت و سرعت عملیات بهینه‌یابی به دقت روابط تقریب سازی بستگی دارد. بدین منظور در این مقاله در روابط ارائه شده از ۴ جمله اول سری تیلور استفاده گردیده است. نتایج و بررسی‌ها نشان دهنده کاهش تعداد مراحل آنالیز سازه و وقت لازم برای طرح بهینه سازه‌های فضاکار می‌باشد.

روش جدید محاسبات تقریبی

برای محاسبه نیروها و تغییر مکانهای تقریبی سازه‌های فضاکار، در خلال محاسبات بهینه در هر مرحله یکبار سازه آنالیز و آنگاه براساس روابط تقریبی پیشنهاد شده زیر مقادیر نیروها و تغییر مکانها محاسبه می‌گردند.

تقریب سازی نیروها. برای افزایش دقت و نهایتاً کاهش تعداد مراحل آنالیز سازه که در سازه‌های بزرگ اهمیت اساسی دارد، در روابط پیشنهادی از چهار جمله اول سری تیلور استفاده گردیده است.

$$F(X) = F(X_p) + \sum_{i=1}^n F_i(X_p)(x_i - x_{pi}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n A_i(x_i - x_{pi})^2 + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n B_i(x_i - x_{pi})^3 \quad (4)$$

تقریب سازی تغییر مکان گره‌ها. با بررسی‌های انجام شده برای محاسبه تغییر مکان گره‌های سازه‌های فضاکار، بهترین متغیر واسطه $y_i = \frac{1}{x_i}$ می‌باشد. بنابراین، رابطه مورد استفاده برای محاسبه تغییر مکان گره‌ها با کمک چهار جمله اول سری تیلور بصورت زیر ارائه می‌شود:

$$F(X) = F(X_p) + \sum_{i=1}^n F_i(X_p)(x_i - x_{pi}) \frac{x_{pi}}{x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n A_i \left(\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_{pi}} \right)^2 + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n B_i \left(\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_{pi}} \right)^3 \quad (5)$$

در این روش، محاسبه ماتریس مشتقات مرتبه دوم و

برای تقریب سازی تغییر مکان گره‌ها، چنانچه مقادیر مشتقات نقاط قبلی طراحی (X_1, X_0) در رابطه (۵) جایگزین شود خواهیم داشت:

$$B_i = \frac{\gamma u_i x_{1i}^{\gamma} x_{\gamma i} x_{0i}}{(x_{1i} - x_{\gamma i})(x_{0i} - x_{1i})} - \frac{\gamma w_i x_{0i}^{\gamma} x_{1i} x_{\gamma i}}{(x_{0i} - x_{\gamma i})(x_{0i} - x_{1i})} \quad (11)$$

$$A_i = \frac{u_i x_{1i}^{\gamma} x_{\gamma i}}{x_{1i} - x_{\gamma i}} - \frac{B_i}{\gamma x_{1i} x_{\gamma i}} (x_{1i} - x_{\gamma i}) \quad (12)$$

در روابط (۱۱) و (۱۲) مقادیر u_i و w_i برابر می‌باشد با:

$$u_i = F_i(X_1) - \left(\frac{x_{\gamma i}}{x_{1i}}\right)^{\gamma} F_i(X_{\gamma}) \quad (13)$$

$$w_i = F_i(X_0) - \left(\frac{x_{\gamma i}}{x_{0i}}\right)^{\gamma} F_i(X_{\gamma}) \quad (14)$$

در این حالت نیز در سیکل دوم مقدار $B_i = 0$ و A_i برابر خواهد بود با:

$$A_i = \frac{u_i x_{0i}^{\gamma} x_{1i}}{x_{0i} - x_{1i}} \quad (15)$$

که در این صورت u_i برابر است با:

$$u_i = F_i(X_0) - \left(\frac{x_{1i}}{x_{0i}}\right)^{\gamma} F_i(X_1) \quad (16)$$

طراحی بهینه گسسته سازه‌ها

همانطور که در روابط (۱) آمده است در مرحله طراحی بهینه گسسته بایستی هر یک از اعضا بردار متغیرهای طرح بر یکی از اعضای بردار متغیرهای گسسته آن متغیر یعنی D_i ، منطبق گردد. روشهای مختلفی که برای طراحی بهینه گسسته کاربرد دارند، عبارتند از:

- ۱- روش شاخه و کران (Branch and Bounds)
- ۲- روش بازپخت (Simulated Annealing)
- ۳- روش ژنتیک (Genetic Algorithms)
- ۴- روش دوگانه (Duality Methods)
- ۵- روش توابع جریمه (Penalty Functions)

سوم بصورت تقریبی و با کمک مشتقات مرتبه اول نقاط قبلی طراحی محاسبه می‌گردند. در سازه‌های بزرگ به دلیل تعداد زیاد محدودیتها امکان محاسبه و ذخیره این ماتریس‌ها وجود نداشته و محاسبه مکرر درایه‌های این ماتریس‌ها در خلال محاسبات وقت بسیار زیادی را می‌طلبد. برای برطرف نمودن این مشکلات، ماتریسهای (B_i, A_i) قطری در نظر گرفته شده‌اند. در هر مرحله بهینه‌یابی پس از آنالیز دقیق سازه و محاسبه مشتقات مرتبه اول اعضای قطری این ماتریس‌ها محاسبه و ذخیره می‌گردند. ضمناً اثرات ثابت مشتقات مرتبه دوم و سوم ناشی از جایگزینی متغیر واسطه $y_i = \frac{1}{x_i}$ در جملات رابطه (۵) در مقادیر ماتریسهای تقریبی مرتبه دوم و سوم مستتر می‌باشند.

بدیهی است در سیکل اول محاسبات بایستی از دو جمله اول روابط (۴) و (۵) و در سیکل دوم از سه جمله اول این روابط استفاده گردد. در روابط فوق $F_i(X_{\gamma})$ مشتق تابع در نقطه X_{γ} به ازاء متغیر i می‌باشد. برای تقریب‌سازی نیروها پس از جایگزینی مشتقات مرتبه اول دو نقطه قبلی یعنی X_0 و X_1 در رابطه (۴) مقادیر A_i و B_i برابر خواهند بود با:

$$B_i = \frac{\gamma u_i}{(x_{1i} - x_{\gamma i})(x_{1i} - x_{0i})} - \frac{\gamma w_i}{(x_{0i} - x_{\gamma i})(x_{1i} - x_{0i})} \quad (6)$$

$$A_i = \frac{u_i}{x_{1i} - x_{\gamma i}} - \frac{B_i}{\gamma} (x_{1i} - x_{\gamma i}) \quad (7)$$

در روابط (۶) و (۷) مقادیر u_i و w_i برابرند با:

$$u_i = F_i(X_1) - F_i(X_{\gamma}) \quad (8)$$

$$w_i = F_i(X_0) - F_i(X_{\gamma}) \quad (9)$$

در سیکل دوم، $B_i = 0$ و A_i برابر است با:

$$A_i = \frac{F_i(X_0) - F_i(X_1)}{x_{0i} - x_{1i}} \quad (10)$$

در روابط فوق d_1^u و d_1^l مقادیر متغیرهای گسسته حد بالا و پائین هر متغیر می باشد.

ج - در این مقاله از یک تابع جریمه نمایی جدید برای محاسبات بهینه یابی گسسته استفاده شده است. نتایج مثالهای عددی نشان دهنده عملکرد بهتر این تابع نسبت به توابع فوق می باشد.

$$Q(X) = \sum \{ \gamma e^{q(x)} (e^{q(x)} - 1) \}^\beta, \quad \beta > 1, \gamma > 1 \quad (19)$$

$$q(x) = a(x_i - d_1^l)(d_1^u - x_i), \quad a > 1 \quad (20)$$

پارامترهای α و β و γ ثابت بوده و اغلب دارای مقادیر واحد می باشند. در صورتی که متغیرهای گسسته کوچک بوده و یا فاصله آنها خیلی کم باشد، به طوری که مقدار تابع $Q(X)$ خیلی کوچک باشد (کمتر از ۱۰ درصد تابع $\phi(X)$) می توان برای جلوگیری از سیکلهای اضافی طراحی بهینه، مقادیر آنها را بزرگتر از یک انتخاب نمود.

مثالهای عددی

مثال ۱: خرابی ده عضوی. خرابی شکل (۱) مفروض است؛ چنانچه $E = 10^7$ psi، تغییر مکان گره های ۱ الی ۴ حداکثر ± 2 in، تنش مجاز تمام اعضاء به جز عضو شماره ۹ مساوی 25000 psi و تنش مجاز عضو شماره ۹، 50000 psi باشد و بردار متغیرهای گسسته $D_i \in \{0/1$ و $0/5$ و 1 و $1/5$ و 2 و $...$ in^2 طراحی بهینه پیوسته و گسسته این مثال انجام شده و نتایج به صورت ارائه شده در جدول (۱) می باشد. به منظور امکان مقایسه نتایج از واحدهای غیر متریک استفاده شده است. علت انتخاب این مثال کنترل صحت عملکرد برنامه می باشد.

مثال ۱ در مرجع [۲] با محاسبات تقریبی خطی و تابع جریمه سینوسی و در مرجع [۳] با محاسبات تقریبی درجه دوم و تابع نمایی ارائه شده حل شده است.

محاسن و معایب این روشها در مرجع [1] به اختصار آورده شده است.

در روش توابع جریمه، هر مسئله بهینه سازی نخست بهینه سازی پیوسته می شود و پس از خاتمه بهینه پیوسته مرحله طراحی بهینه گسسته انجام می گردد. در این مقاله برای تبدیل توابع با محدودیت به توابع بدون محدودیت در بهینه یابی پیوسته از روش تابع جریمه داخلی توسعه یافته درجه دوم استفاده شده است [1].

پس از حداقل یابی تابع رابطه (۲) یا اتمام طراحی بهینه پیوسته، طراحی بهینه گسسته شروع می گردد. در مرحله بهینه یابی گسسته با کمک توابع جریمه، تابع جریمه دیگری مانند $Q(X)$ به تابع شبه هدف رابطه (۲) اضافه می گردد و تابع شبه هدف اصلاح شده رابطه (۳) حداقل می شود.

در این رابطه تابع $Q(X)$ یا تابع جریمه بهینه یابی گسسته، باید برحسب متغیرهای طراحی بنحوی تعریف گردد که در نقاط گسسته هر متغیر جزء مربوط به آن متغیر صفر گردد. پارامتر s ضریبی است که در شروع محاسبات مقدار آن فرض شده $(s = 1/5 - 10)$ و در خلال محاسبات بهینه، در هر مرحله مقدار آن توسط ضریبی مانند γ' اضافه می گردد ($s = \gamma' s$ و $\gamma' = 3 - 10$).

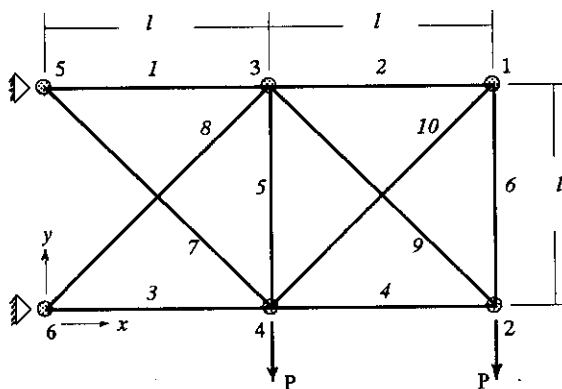
تاکنون تابع $Q(X)$ به دو صورت زیر معرفی شده است:
الف - تابع سینوسی که در مراجع [2-6] مورد استفاده واقع شده است.

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\gamma} \left[\sin \frac{\gamma \pi [x_i - 0 / 25 (d_1^u + 3d_1^l)]}{d_1^u - d_1^l} + 1 \right] \quad (17)$$

ب - رابطه درجه دوم که در مراجع [7,9] استفاده گردیده است.

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n \left\{ \gamma \left(\frac{x_i - d_1^l}{d_1^u - d_1^l} \right) \left(1 - \frac{x_i - d_1^l}{d_1^u - d_1^l} \right) \right\}^\beta; \quad \beta > 1 \quad (18)$$

$l = 360$ in
 $P = 100$ kips
 $E = 10^7$ psi



شکل ۱ خرابی ۱۰ عضوی مثال ۱

جدول ۱ نتایج طراحی بهینه گسسته مثال ۱

متغیرهای طراحی یا سطح مقطع اعضا (اینج مربع)				
شماره اعضا	سطح اولیه	نتایج مرجع [۲]	نتایج مرجع [۳]	نتایج این مقاله
۱	۲۰	۳۰	۲۸	۲۵
۲	۲۰	۰/۱	۲	۴
۳	۲۰	۲۵	۲۵	۲۴
۴	۲۰	۱۴/۵	۱۲/۵	۱۲/۵
۵	۲۰	۰/۱	۱/۵	۳
۶	۲۰	۰/۱	۰/۵	۰/۱
۷	۲۰	۸۰/۵	۱۱/۵	۱۳/۵
۸	۲۰	۲۰/۵	۱۷/۵	۱۷
۹	۲۰	۲۰/۵	۱۸	۱۷/۵
۱۰	۲۰	۰/۵	۳/۵	۳
وزن سازه (پوند)	۸۳۹۲/۹	۵۰۷۲	۵۰۷۳	۵۰۶۶
تعداد آنالیز		۱۷	۱۰	۹
زمان عملیات (sec)			۷۸۰	۷۰

Archive of SID

۲ سانتیمتر بیشتر نباشد)، حل شده و نتایج آن در جدول (۲) آورده شده است.

مثالهای (۲) و (۳) با تقریب‌سازی درجه دوم (ماتریس هسیان تقریبی) ارائه شده در مرجع [۱۹] طرح بهینه شده است. تعداد مراحل آنالیز به ترتیب ۱۱ و ۱۲ مرحله و زمان عملیات ۶۲۰ و ۶۵۵ ثانیه می‌باشد.

نتیجه‌گیری

۱ - به کمک محاسبات تقریبی حجم محاسبات کامپیوتری به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد به طوری که حدوداً با ۱۰ بار آنالیز سازه طراحی بهینه پیوسته و گسسته میسر می‌گردد.

۲ - دقت نتایج و تعداد سیکل‌های بهینه بستگی تام به دقت روابط تقریبی دارد.

۳ - روابط تقریبی ارائه شده در این مقاله نسبت به سایر روشها از دقت و سرعت بیشتری برخوردار است.

۴ - تابع جریمه گسسته پیشنهاد شده در این مقاله از عملکردی بهتر از توابع قبلی برخوردار می‌باشد.

مثال ۲: شبکه دو لایه. یک شبکه دو لایه که لایه بالای آن $12m \times 12m$ و لایه پایین آن $16m \times 8m$ می‌باشد، در گره‌های ۵ و ۷ و ۲۶ و ۲۸ روی ستون قرار داشته و بار 150 kg/m^2 را تحمل می‌کند. تنش‌های مجاز اعضا $1260 \leq \sigma_p \leq 1260$ - بوده و متغیرهای گسسته سطح مقطع که لوله‌هایی به قطر:

$\{1/5, 2, 2/5, 3, 4, 5, 6, 6/5, 7/6, 25\}$ in می‌باشند، عبارتند از:

و $D_1 \in \{4/6, 6/5, 8/3, 10/8, 15/5, 20/5, 24/4, 28/1, 33/9, 41/6\} \text{ cm}^2$

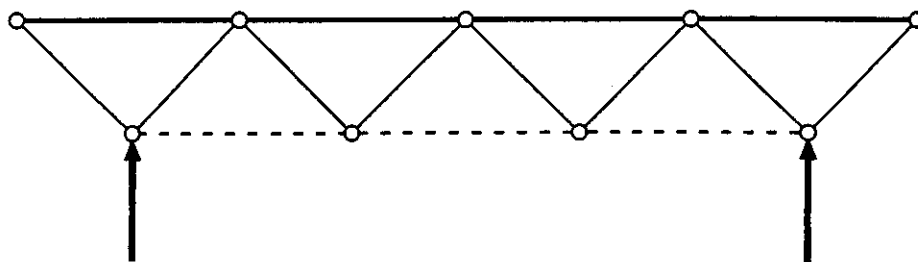
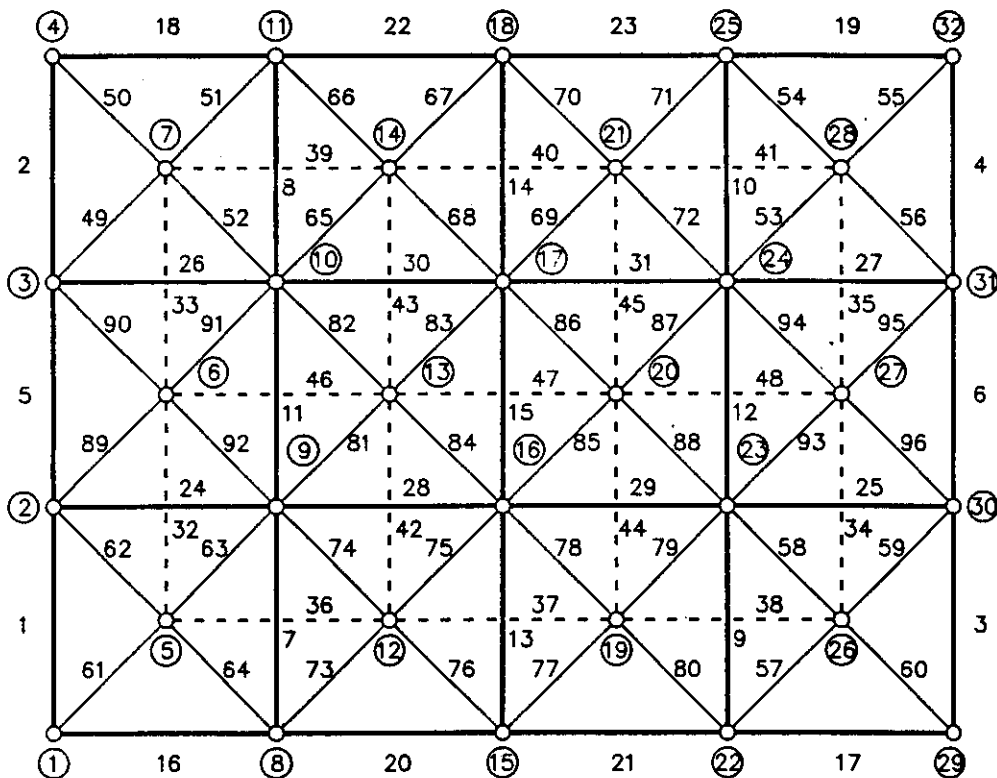
وزن مخصوص فولاد 0.008 kg/cm^3 است.

نتایج طرح بهینه این شبکه در جدول (۲) آورده شده است. ضمناً این مثال در مرجع [۳] با تقریب‌سازی درجه دوم (محاسبه ماتریس هسیان) تقریبی کامل حل شده است.

مثال ۳: مثال (۲) با در نظر گرفتن محدودیت‌های تنش ذکر شده و نیز، در نظر گرفتن محدودیت تغییر مکان (یعنی تغییر مکان هیچکدام از گره‌ها در راستای قائم (بار) از

جدول ۲ نتایج طرح بهینه مثال ۲ و مثال ۳

شماره متغیر	شماره اعضا	سطح مقطع اعضا cm^2	
		مثال ۲	مثال ۳
۱	۳۶-۴۱	۲۴/۴	۵۵/۳
۲	۳۲-۳۵	۴/۶	۱۵/۵
۳	۴۲-۴۵	۴/۶	۱۵/۵
۴	۴۶ و ۴۷	۸/۳	۱۰/۸
۵	۴۸	۸/۳	۴۱/۶
۶	۱۶-۱۹	۴/۶	۴/۶
۷	۲۰-۲۳	۸/۳	۳۳/۹
۸	۱-۴	۴/۶	۴/۶
۹	۵ و ۶	۴/۶	۱۰/۸
۱۰	۲۴-۲۷	۴/۶	۴/۶
۱۱	۲۸-۳۱	۸/۳	۴۶/۶
۱۲	۷-۱۰	۴/۶	۴/۶
۱۴	۱۵	۴/۶	۴/۶
۱۵	۱۱ و ۱۲	۴/۶	۲۰/۵
۱۶	۴۹-۶۴	۱۰/۸	۲۸/۱
۱۷	۶۵-۸۰	۴/۶	۱۵/۵
۱۸	۸۱-۸۸	۴/۶	۱۰/۸
۱۹	۸۹-۹۶	۴/۶	۴/۶
وزن حداقل (kg)		۱۹۵۲	۵۰۹۶
تعداد آنالیز		۹	۱۰
زمان عملیات با پنتیوم ۴۰۰ (sec)		۱۰۰	۱۱۰



شکل ۲ شبکه دولایه، مثال‌های ۲ و ۳

1. Vanderplaats, G.N., "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", VR & D, Inc, CO, USA, (1999).
۲. سلاجقه، عیسی و سلاجقه، جواد "طراحی بهینه پیوسته و گسسته دریچه‌های خروجی سدها با روش توابع جریمه و محاسبات تقریبی"، مجله امیرکبیر، شماره ۲۹، صفحات ۲۱-۳۴، (۱۳۷۵).
۳. سلاجقه، عیسی و سلاجقه، جواد "طرح بهینه سازه‌ها". مجموعه مقالات اولین کنفرانس علمی و تخصصی انجمن مهندسان راه و ساختمان ایران، شماره ۱، صفحات ۲۳-۳۷، (۱۳۷۸).
4. Salagegheh, E., and Salagegheh, J., "Discrete optimization via force approximation and penalty approaches", *Proceedings of the 26th Annual Iranian Mathematics Conference, Kerman, Iran*, PP. 355-361, (1995).
5. Salagegheh, E. and Salagegheh, J., "Efficient discrete synthesis of skeletal structures with reference to an outlet Gate", *Proceedings of the Sixth International Conference on Civil and Structural Engineering, Civil-Comp. Press, Edinburgh, Scotland, B.H.V. Topping (ed.), Developments in Computational Technique for Civil Engineering*, PP. 221-226, (1995).
6. Shin D.K. Gurdal, Z., and Griffin, O.H., "A penalty approach for nonlinear optimization with discrete design variabls", *Journal of Engineering Optimization*, 16, PP. 29-42, (1990).
7. Salagegheh, E., "Discrete variable optimization of plate structures using penalty approaches and approximation concepts", *Journal of Engineering Optimization*, 26, PP. 195-205, (1996).
8. Cai, J., and Thierauf, G., "Discrete optimization of structures using an improved penalty function method", *Journal of Engineering Optimization*, 21, PP. 293-306, (1993).
9. Rao, S.S., "Optimization Theory and Applications", Wiley Eastern Limited, India, (1990).
10. Haftka, R.T., "First and second order constraint approximation in structural optimization", *Journal of Computational Mechanics*, 3, PP. 89-98, (1988).
11. Vanderplaats, G. N., and Salagegheh. E., "A new approximation method for stress constraints in structural synthesis", *Journal of ALAA*, 27(3), PP. 352-358, (1989).
12. Salagegheh, E., "Structural optimization using response approximation and optimality criteria methods", *Journal of Engineering Structures*, 19(7), PP. 527-532, (1997).
13. Salagegheh, E., and Vanderplaats, G.N., "An efficient approximation method for structural synthesis with reference to space structures", *Journal of Space Structures*, 2, PP. 165-175, (1986/1987).
14. Haftka, R.T., and Shore, C.P., "Approximation Method for Combined Thermal/Structural Design", NASA, TP-1428, (1979).

15. Wang, L.P. and Grandhi R.V., "Improved two-point function approximations for design optimization", *Journal of AIAA*, 33(9), PP. 1720-1727, (1995).
16. Fadel, G.M., Rily, F. and Barthelemy, J.F.M., "Two-point exponential approximation method for structural optimization", *Journal of Structural Optimization*, 5, PP. 117-124, (1990).
17. Salagegheh, E., "Optimum design of plate structures using three-point approximation", *Journal of Structural Optimization*, 13, PP. 142-147, (1997).
18. Salagegheh, E., "Optimum shape design of 3-D continuum structures using second order approximation", *Proceedings of the 4th International Conference on Civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran*, 1, PP. 20-27, (1997).
۱۹. رحمانی فیروزجائی، علی، "بهینه سازی سد بتونی وزنی با محدودیت تنش و تغییر مکان"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید باهنر، بخش عمران، (۱۳۷۷).
۲۰. ستار شیخی، غلامرضا، "طرح بهینه سازه‌ها با محدودیت فرکانس با استفاده از تقریب درجه دوم"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید باهنر، بخش عمران، (۱۳۷۸).
۲۱. سلاجقه، عیسی و حیدری، علی "روشی مؤثر جهت طرح بهینه سازه‌ها در مقابل زلزله با استفاده از تحلیل تقریبی دینامیکی"، مجموعه مقالات هفتمین کنفرانس سالانه مهندسی مکانیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، ۲، صفحات ۷۹۱-۷۹۸، (۱۳۷۸).