تحلیل غیرمخرب تنش پسماند در شمش‌ها به روش اولتراسونیک *

علی سینایی [۱] مهدی اسماعیلی [۲]

چکیده روش‌های شکلدهی فلزات از قبیل نورد، آهنگری، کشش عمیق و غیره و نیز عملیات حرارتی باعث ایجاد تنش پسماند و تغییر در بافت قطعات می‌شوند که در این صورت ماده از حالت ایزوتروپی خارج می‌گردد. از طرف دیگر، در مبحث اکوستوالاستیسیته بدون تحلیل بافت نمی‌توان تنش‌های پسماند موجود در جسم را بدرستی تعیین کرد. در پژوهش حاضر معادلات حرکت ذره در یک محیط الاستیک غیر ایزوتروپیک جزئی تحت تنش پسماند و با در نظر گرفتن اثر بافت در دو حالت متفاوت نورد بررسی شده است. با استفاده از تئوری انتشار امواج الاستیک در ماده، روابط میان سرعت انتشار موج با کرنش پسماند و پارامترهای بافت در صفحات مشخص بدست آمده‌اند. سپس این رابطه‌ها برای حالت تنش تک‌محوری برروی شمش‌های نورد شده ساده شده‌اند. همچنین آثار تنش پسماند و آثار بافت بر روی سرعت انتشار موج از یکدیگر تفکیک شده‌اند. نتایج تحلیلی بدست آمده برای حالت بارگذاری تنش به صورت یک بعدی در شمش‌ها با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند که مطابقت خوبی را نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی اولتراسونیک، غیرمخرب، تنش پسماند، کرنش پسماند، بافت، شمش، نورد، انیزوتروپیک.

Residual Stress Analysis in the Billets Using Nondestructive Ultrasonic Method

A. Sinaie M. Esmaily

Abstract *Heat treatment and production methods such as rolling, forging, deep drawing, etc, induce residual stresses as well as texture changes in the billets. These processes cause the billets to become anisotropic. In "Acoustoelasticity", residual stresses can not be determined unless the texture is already known apriori or determined simultaneously. In the present article, the equations of particle motion in an anisotropic elastic medium in the presence of residual stresses and texture is considered for two cases of rolling processes. Using elastic wave propagation in the medium, the relationships between the wave velocity and the residual strains as well as texture parameters in special planes are obtained for the general case and then simplified for rolled billets. The residual stress effects on the wave velocities are also discriminated from the effects of texture. The analytical results are discussed and compared with the experimental results for the case of one-dimensional stresses in billets, showing good agreement.*

Key Words Ultrasonic, Nondestructive, Residual stress, Residual strain, Texture, Billet, Rolling, Anisotropic.

---

* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۸۰/۱۰/۹ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۰/۱۱/۱۴ به دفتر نشریه رسیده است.

۱ - استاد بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۲ - کارشناس ارشد بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

عوامل به طور جداگانه باید بررسی شوند.

در یک میله فلزی داغ که با فرو بردن در آب به سرعت سرد می‌شود، سطح قطعه زودتر از مرکز آن سرد و منقبض می‌شود. این انقباض باعث ایجاد تغییر شکل پلاستیک در ناحیه داخلی که داغتر و نرمتر است می‌گردد تا اتصال بین نواحی مجاور میله حفظ شود. پس از سرد شدن سطح میله قسمت‌های داخلی با کاهش تدریجی دما به انقباض ادامه می‌دهند. این انقباض داخلی، وقتی که لایه‌های سطحی و قسمت‌های داخلی جسم هر دو بتوانند تحت تنش‌های زیاد قرار گیرند، در سطح میله تنش‌های فشاری تولید می‌کند. مقدار تنش طولی در سطح قطعه که به وسیله سرمادهی به وجود می‌آید حدود $-20\times10^{7}\ N/m^{2}$ برای آهن و حدود نصف این مقدار برای فلزات غیرآهنی مثل آلومینیوم می‌باشد. سرد کردن ملایمتر قطعه، همانطور که انتظار می‌رود، با تنش‌های پسماند کمتری همراه است. این اثر بخصوص در آلومینیوم، که از سرد کردن آن در روغن تقریباً هیچ تنش پسماندی بوجود نمی‌آید، بسیار مهم است.

به عنوان نمونه‌ای از عامل تغییر فاز، می‌توان تشکیل مارتنزیت از آستنیت را در موقع سرد کردن سریع فولاد (آبدهی مارتنزیتی) نام برد. با استدلالی مشابه با بالا، برای سرد شدن می‌توان نشان داد که انبساط ناشی از تشکیل مارتنزیت منجر به تولید تنش‌های پسماند کششی در لایه‌های سطحی و تنش‌های فشاری در قسمت‌های داخلی می‌شود. این شبکه را می‌توان به صورت تجربی، در حالتی که آثار ناشی از انقباض گرمایی به حداقل برسد، به وجود آورد. در این حالت حداکثر مقدار تنش کششی در سطح در حدود $55\times10^{7}\ N/m^{2}$ است. در فرآیند سخت گردانی فولاد، شبکه نهایی *تنش‌های پسماند* به وسیله ترکیبی از انقباض گرمایی و انبساط مارتنزیتی تعیین می‌شود. در نتیجه، این شبکه‌ها بسته به نوع فولاد و جزئیات عملیات حرارتی مورد استفاده، به شدت تغییر می‌کنند و لایه‌های سطحی می‌توانند تحت کشش یا فشار قرار گیرند.

هرچند تنش‌های سطحی حتی در اشکال ساده‌ای مانند یک میله استوانه‌ای نیز به وجود می‌آیند، آنها را می‌توان به علت وجود نایکنواختی در مقطع قطعه فولادی آبداده بشدت افزایش داد. گوشه‌های تیز، زاویه‌های تند و تغییرات ناگهانی در سطح مقطع از علل پیدایش ترک یا شکست قطعات فولادی هنگام عملیات حرارتی می‌باشند. تنش‌های پسماند در قطعات فولادی آبداده به وسیله عملیات بازپخت در دمای بالا مثلاً $600^{\circ}C$، به طور قابل ملاحظه‌ای از بین می‌روند. اگرچه تنش‌های پسماند موجود در هر آلیاژ را می‌توان به وسیله عملیات حرارتی تنش‌زدایی که طی آن، آلیاژ تا دمای تغییر شکل پلاستیک موضعی گرم می‌شود، تا حد زیادی کاهش داد، اما در شرایط واقعی همواره مقداری تنش پسماند در ماده باقی می‌ماند.

تحلیل تنش

با استفاده از بیان لاگرانژی، شکل کلی معادلات حرکت برای یک ذره مادی، بدون در نظر گرفتن نیروهای حجمی را می‌توان بصورت زیر بیان کرد.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho_{0}\frac{\partial^{2} u_i}{\partial t^{2}} \quad ; \quad i = 1,2,3 \qquad (۱)$$

قرارداد جمع روی اندیس تکراری برقرار می‌باشد و σ_{ij} تانسور تنش، ρ_{0} چگالی در حالت تغییر شکل نیافته و u_i جابجایی ذره است.

$$u_i = x_i - X_i \qquad (۲)$$

X_i مختصات جسم در حالت تغییر شکل نیافته و $x_i = x_i(X_1, X_2, X_3)$ مختصات جسم در حالت تغییر شکل یافته می‌باشد. تنش و کرنش محدود در جسم از

دیدگاه لاگرانژی، توسط مورناگان [5] بـه صـورت زیـر تعریف می‌شوند:

$$\sigma_{ij} = (\delta_{ik}+u_{i,k}) \frac{\partial\varphi}{\partial E_{kj}} \qquad (۳)$$

$$E_{kj} = \frac{۱}{۲}\left[(\delta_{kl}+u_{l,k})(\delta_{jl}+u_{l,j})\right] - \delta_{kj} \qquad (۴)$$

$$i = ۱,۲,۳ \;;\quad k=۱,۲,۳ \;;\quad j = ۱\ ۲,۳$$

که در روابط فوق، δ_{ij} دلتای کرونکر است. همچنین نشانه کاما (،) بـین انـدیس‌ها عـلامت مشتق جزئی مـی‌باشد. مورناگان نشان داد که چگالی انرژی کـرنشی الاسـتیک φ، برای یک جامد ایزوتروپیک تابعی از سـه تـامتغیر کـرنش $I_۱,I_۲,I_۳$ از تانسور کرنش‌های لاگرانـژی E_{ij} مـی‌باشد و در غیاب کرنش‌های اولیه بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$\varphi=\frac{\lambda+۲\mu}{۲} I_۱^۲ - ۲\mu I_۲ + \frac{۱+۲m}{۳} I_۱^۳ - ۲mI_۱I_۲ + nI_۳ \qquad (۵)$$

$$I_۱ = E_{jj}$$

$$I_۲ = \frac{۱}{۲} (E_{kk}\, E_{jj} - E_{kj}\, E_{kj})$$

$$I_۳ = \det(E_{kj})$$

$$J = ۱,۲,۳, \;;\; k = ۱,۲,۳$$

با بسط دادن φ بر حسب E_{kj} و محاسبه ۹ مشتق جزئی $\frac{\partial\varphi}{\partial E_{kj}}$ موجود در معادله (۳) و جایگزینی آنها در هـمان معادله، می‌توان σ_{ij} را بدست آورد و سپس از آن نسبت به X_i ها مشتق گرفت و در معادله (۱) قرار داد.

در حالت $i=۱$ معادله حرکت در جهت $X_۱$ بـدست خواهد آمد که به علت طولانی بودن، در پیوست ارائـه شده است. با تعویض چرخشی اندیس‌ها در آن، می‌توان معادله حرکت در جهات $X_۲$ و $X_۳$ را بدست آورد. ایـن معادلات غیرخطی با مشتقات جزئی بر حسب ۲۷ متغیر $u_{i,j}$ و $u_{i,jk}$ بوده که در آنها $u_{i,jk} = u_{i,kj}$ می‌باشد.

جابجایی کل در هر نقطه از محیط، ترکیبی از دو بخش استاتیکی و دینامیکی است. بخش استاتیکی در اثر تـنش پسماند و بخش دینامیکی به علت انتشار موج الاسـتیکی ایجاد می‌شود. جابجایی دینامیکی در مقایسه با جابجایی استاتیکی، بسیار کوچک است.

$$u_n = u_n^s + u_n^d,\; u_n^s >> u_n^d,\; n = ۱,۲,۳ \qquad (۶)$$

با استفاده از بسط تیلور می‌توان معادله حرکت را حول موقعیت تغییر شکل استاتیکی آن خطی نمود. برای این منظور لازم است برخی فرضیات مقدماتی درباره بخش تغییر شکل دینامیکی در نظر گرفته شود. با فرض انتشار موج کم دامنه با جبهه تخت در یک محیط ایزوتروپ، مولفه‌های جابجایی در مختصات کارتزین را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$u_n = \varepsilon_n X_n + m_n A e^{i(\omega t-k_j x_j)}, \quad n = ۱,۲,۳ \qquad (۷)$$

در رابطه فوق ε_n کرنش‌های اصلی و A دامنه موج است. قرارداد جمع‌بندی روی اندیس مکرر j صادق بوده ولی روی اندیس n صادق نمی‌باشد. x_i را می‌توان بر حسب مختصات اولیه X_n بصورت زیر نوشت:

$$x_j = (۱ + \varepsilon_j)\, X_j \,,\; j = ۱,۲,۳ \qquad (۸)$$

که در آن، قاعده جمع‌بندی بر روی اندیس مکرر j برقرار نیست. مولفه‌های بردار موج k_j را نیز می‌توان بر حسب عدد موج K و کسینوسهای هادی بردار موج l_j نوشت:

$$k_j = \frac{۲\pi}{\lambda}\, l_j = kl_j \;;\; j = ۱,۲,۳ \qquad (۹)$$

با قراردادن معادلات (۸) و (۹) در معادله (۷)، سه مولفه جابجایی (u_n) را می‌توان بر حسب کرنش‌های اصلی (ε_n) و کسینوس‌های هادی بردار پلاریزاسیون (m_n) نوشت که نسبت به دستگاه مختصات اولیه می‌باشند.

$$u_n = \varepsilon_n X_n + m_n e^{i\omega t}.\, F \;,\; n = ۱,۲,۳ \qquad (۱۰)$$

$$F = A e^{-ik\left[(۱+\varepsilon_۱)X_۱ l_۱ + (۱+\varepsilon_۲)X_۲ l_۲ + (۱+\varepsilon_۳)X_۳ l_۳\right]}$$

معادله (۱۰) فرم نهایی جابجایی‌های دیـنامیکی بسیار

کوچکی را نشان می‌دهد که به جابجایی‌های استاتیکی محدود اضافه می‌شوند. اکنون با استفاده از بسط تیلور، شکل مناسبی از مولفه‌های جابجایی را می‌توان برای جایگزینی در معادلات حرکت ایجاد کرد. معادله حرکت در راستای X_i، همانطور که در پیوست دیده می‌شود، تابعی از ۲۷ متغیر است که با چشم‌پوشی از اختلاف جزئی میان $\rho_\circ$ و ρ، می‌توان آن را بصورت زیر بیان کرد:

$$\rho \ddot{u}_i = f(u_{1,1},...,u_{2,1},...,u_{1,11},u_{1,12},...,u_{3,33})$$

این تابع، یک تابع تحلیلی است و می‌توان آن را حول موقعیت تغییر شکل استاتیکی بصورت زیر بسط داد:

$$\rho \ddot{u}_1 = f(u^s_{1,1},...,u^s_{2,1},...,u^s_{1,11},u^s_{1,12},...,u^s_{3,33})$$
$$+\left[\left(d_{11}\frac{\partial}{\partial u_{1,1}}+d_{12}\frac{\partial}{\partial u_{1,2}}+d_{13}\frac{\partial}{\partial u_{1,3}}+d_{21}\frac{\partial}{\partial u_{2,1}}+...+d_{111}\frac{\partial}{\partial u_{1,11}}+d_{112}\frac{\partial}{\partial u_{1,12}}+d_{333}\frac{\partial}{\partial u_{3,33}}\right)f\right]\Big|_{stat} + H.O.T \qquad (11)$$

علامت $|_{stat}$ نشان میدهد که مشتقات در موقعیت استاتیکی محاسبه می‌شوند. با استفاده از معادله (۶)، d_{11} و d_{12} و ... را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$d_{ij} = u_{i,j} - u^s_{i,j} = u^d_{i,j}$$
$$d_{ijk} = u_{i,jk} - u^s_{i,jk} = u^d_{i,jk} \qquad (12)$$

در نهایت پس از قراردادن روابط و انجام ساده‌سازی‌ها و با در نظر گرفتن $(\omega^2/K^2)=V^2$، مولفه خطی شده معادله حرکت در جهت X_1 به صورت زیر بدست می‌آید.

$$m_1\{-\rho V^2 + l_1^2[\lambda + 2\mu + (4\lambda + 10\mu + 4m)\varepsilon_1 + (\lambda + 2l)\theta] + l_2^2[\mu + 2\mu\varepsilon_2 - (2\mu + \tfrac{1}{2}n)\varepsilon_3 + (\lambda + 2\mu + m)\theta] + l_3^2[\mu - (2\mu + \tfrac{1}{2}n)\varepsilon_2 + 2\mu\varepsilon_3 + (\lambda + 2\mu + m)\theta]\}$$
$$+ m_2\{l_1l_2[\lambda + \mu + 2(\lambda + \mu)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + (\tfrac{1}{2}n - 2m)\varepsilon_3 + (2l + m)\theta]\} + m_3\{l_1l_3[\lambda + \mu + 2(\lambda + \mu)(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + (\tfrac{1}{2}n - 2m)\varepsilon_2 + (2l + m)\theta]\} = 0 \qquad (13)$$

که در آن،

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

اکنون با تعویض چرخشی اندیس‌ها در معادله (۱۳)، دو مولفه دیگر معادله حرکت بدست می‌آیند. این معادلات، سه مولفه معادله حرکت را در جهات X_1 و X_2 و X_3 نشان میدهند که بر جهات کرنش‌های اصلی منطبق می‌باشند. تفاوت جزئی بین جهات کرنش‌های اصلی و تنش‌های اصلی به خاطر غیر ایزوتروپی جزئی ناشی از تنش و بافت قابل اغماض است. با فرض انتشار امواج در صفحات مشخص، می‌توان این معادلات را ساده‌تر نیز نمود.

انتشار امواج در صفحه (۳-۱) برای تحلیل تنش

اگر موج در صفحه (۳-۱) به نمونه تابانده شود، (شکل ۱)، در این حالت کسینوس‌های هادی بردار موج دارای مقادیر زیر می‌باشند :

$$l_1^2 + l_3^2 = 1 , \quad l_2 = 0 \qquad (14)$$

با توجه به رابطه (۱۴)، معادلات حاصله برای حرکت ذره (رابطه (۱۳)) در جهات ۱ و ۲ و ۳ را می‌توان به شکل زیر نیز بازنویسی کرد .

$$\begin{bmatrix} G_{11}-\rho\nu^2 & 0 & G_{13} \\ 0 & G_{22}-\rho\nu^2 & 0 \\ G_{31} & 0 & G_{33}-\rho\nu^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} = 0 \qquad (15)$$

$$G_{11} = l_1^2\{[\lambda + 2\mu + (4\lambda + 10\mu + 4m)\varepsilon_1 + (\lambda+2l)\theta] + l_3^2[\mu - (2\mu + \tfrac{n}{2})\varepsilon_2 + 2\mu\varepsilon_3 + (\lambda + 2\mu + m)\theta]\}$$

$$G_{13} = l_1 l_3 \{[\lambda + \mu + 2(\lambda + \mu)(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + (\tfrac{1}{2} n - 2m)\varepsilon_2 + (2l + m)\theta]\}$$

$$G_{22} = l_1^2 \{[\mu + 2\mu\varepsilon_1 - (2\mu + \tfrac{n}{2})\varepsilon_3 + (\lambda + 2\mu + m)\theta] + l_3^2 [\mu - (2\mu + \tfrac{n}{2})\varepsilon_1 + 2\mu\varepsilon_3 + (\lambda + 2\mu + m)\theta]\}$$

$$G_{33} = l_1^2 \{[\mu + 2\mu\varepsilon_1 - (2\mu + \tfrac{n}{2})\varepsilon_2 + (\lambda + 2\mu + m)\theta] + l_3^2 [\lambda + 2\mu + (4\lambda + 10\mu + 4m)\varepsilon_3 + (\lambda + 2l)\theta]\} \qquad (16)$$

می‌باشند، پس از حل، مقادیر ویژه معادله (۱۵) عبارتند از:

$$\rho V_1^2 = \frac{1}{2}[G_{11} + G_{33} + ((G_{11} - G_{33})^2 + 4G_{13}^2)^{1/2}]$$
(۱۷ الف)

$$\rho V_2^2 = G_{22}$$
(۱۷-ب)

$$\rho V_3^2 = \frac{1}{2}[G_{11} + G_{33} - ((G_{11} - G_{33})^2 + 4G_{13}^2)^{1/2}]$$
(۱۷-پ)

در روابط (۱۷)، V_1 از نوع امواج شبه طولی، V_2 از نوع امواج شبه عرضی SH و V_3 از نوع امواج شبه عرضی SV است. رابطه (۱۹ ج) با استفاده از سری تیلور، به صورت زیر بسط داده شده و خطی می‌شود:

$$\Gamma_2^{(1-3)} = f(0) + \{[\frac{\partial f}{\partial G_{11}} \frac{\partial G_{11}}{\partial \varepsilon_i} + \frac{\partial f}{\partial G_{13}} \frac{\partial G_{13}}{\partial \varepsilon_i} + \frac{\partial f}{\partial G_{33}} \frac{\partial G_{33}}{\partial \varepsilon_i}]\}\varepsilon_i$$
$$i = 1,2,3, \quad f(0) = \mu \qquad (18)$$

پس از انجام مشتق‌گیری و ساده‌کردن روابط، معادله زیر حاصل می‌شود.

$$\Gamma_2^{(1-3)} = \rho V_2^2 = \mu + \{l_3^2[5\lambda + 10\mu + 4m + 2l + l_3^2[-4\lambda - 8\mu - 3m - 2l]] - 2l_3^2(1 - l_3^2)[2\lambda + 2\mu + 2l + m] + (1 - l_3^2)[4\mu + \lambda + m + l_3^2[-4\mu + 2l - m]]\}\varepsilon_1$$
$$+ \{l_3^2[\lambda + 2l + l_3^2[m - \tfrac{n}{2} - 2l] - 2l_3^2(1 - l_3^2)(\tfrac{n}{2} - m + 2l) + (1 - l_3^2)[\lambda + m - \tfrac{n}{2} + l_3^2[2l - m + \tfrac{n}{2}]]\}\varepsilon_2$$
$$+ \{l_3^2[\lambda + 2l + l_3^2[4\mu - 2l + m] - 2l_3^2(1 - l_3^2)[2\lambda + 2\mu + 2l + m] + (1 - l_3^2)[\lambda + 2\mu + m + l_3^2[4\lambda - 8\mu + 2l + 3m]]\}\varepsilon_3 \qquad (19)$$

انتشار امواج در صفحه (۳-۲) برای تحلیل تنش

اگر موج در صفحه (۳-۲) به نمونه تابانده شود شکل (۱)، در این حالت کسینوس‌های هادی بردار موج دارای مقادیر زیر می‌باشند.

$$l_1 = 0; \quad l_2^2 + l_3^2 = 1 \qquad (20)$$

ادامه روند حل، کاملاً شبیه مرحله قبل است و در نهایت فرم خطی شده معادله حرکت در صفحه (۳-۲) بر حسب کرنش‌های اصلی، به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\Gamma_3^{(2-3)} = \rho V_3^2 = \mu + \{l_3^2[\lambda + 2l + l_3^2[-2\lambda + m - \tfrac{n}{2}]] - 2l_3^2(1 - l_3^2)(2l - m + \tfrac{n}{2}) + (1 - l_3^2)[\lambda + m - \tfrac{n}{2} + l_3^2[2\lambda - m + \tfrac{n}{2}]]\}\varepsilon_1$$
$$+ \{l_3^2[5\lambda + 10\mu + 2l + 4m + l_3^2[-4\lambda - 8\mu - 2l - 3m]] - 2l_3^2(1 - l_3^2)[2\lambda + 2\mu + 2l + m] + (1 - l_3^2)[\lambda + 4\mu + m + l_3^2[-4\mu + 2l - m]]\}\varepsilon_2$$
$$+ \{l_3^2[\lambda + 2l + l_3^2[4\mu - 2l + m] - 2l_3^2(1 - l_3^2)[2\lambda + 2\mu + 2l + m] + (1 - l_3^2)[\lambda + 2\mu + m + l_3^2[4\lambda - 8\mu + 2l + 3m]]\}\varepsilon_3 \qquad (21)$$

روابط تنش - کرنش

هنگامی که معادلات حرکت به صورت معادلات خطی درآیند، تنش کوشی قابل تبدیل به تنش مهندسی بوده[4] و کرنش‌های اویلری به کرنش‌های لاگرانژی تبدیل می‌شوند و روابط تنش - کرنش، به شکل روابط

ساده متداول برای حالت کرنش کوچک درمی‌آیند. با چشم‌پوشی از تفاوت جزئی میان جهات تنشهای اصلی باکرنش‌های اصلی، روابط تنش -کرنش به صورت زیر نوشته می‌شوند :

$$\partial_1 = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_1$$
$$\partial_2 = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_2$$
$$\partial_3 = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_3 \qquad (۲۲)$$

که در آن،

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

تحلیل بافت

در یک جسم جامد الاستیک بدست آمده از نورد یک یا دو جانبه(شمش)، که قبل از عملیات مکانیکی ایزوتروپ بوده است، بر اثر نورد، تغییراتی در ریز ساختار آن بوجود می‌آید و در اقع بافت ماده دگرگون می‌شود. در این حالت شمش به طور جزئی از حالت ایزوتروپی خارج می‌شود و مدول الاستیک آن نیز به صورت زیر دچار تغییر می‌شود [6].

$$C_{ij} = C^{\circ}_{ij} + \Delta_{ij}\;; \quad i,j = 1,2,\ldots,6 \qquad (۲۳)$$

که $C\circ_{ij}$ ماتریس ضرایب الاستیک ماده در حالت ایزوتروپیک و Δ_{ij} تغییرات ضرایب الاستیک ماده است. در رابطه بالا همواره ارتباط $\Delta_{ij} << C\circ_{ij}$ برقرار می‌باشد. بنابراین، ماتریس ضرایب الاستیک به صورت زیر تغییر خواهد کرد.

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} 2\mu+\lambda+\Delta_{11} & \lambda+\Delta_{22} & \lambda+\Delta_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda+\Delta_{12} & 2\mu+\lambda+\Delta_{22} & \lambda+\Delta_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda+\Delta_{13} & \lambda+\Delta_{23} & 2\mu+\lambda+\Delta_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu+\Delta_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu+\Delta_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu+\Delta_{66} \end{bmatrix} \qquad (۲۴)$$

که Δ_{ij} به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\Delta_{ij} = C\,\delta_{ij} \qquad (۲۵)$$

ضریب ثابت C و ضرایب لامه λ و μ نیز به صورت زیر بدست می‌آیند[7].

$$C = C'_{11} - C'_{12} - 2C'_{44}$$

$$\mu = C'_{44} + \frac{1}{5}C, \quad 2\mu + \lambda = C'_{11} - \frac{2}{5}C \qquad (۲۶)$$

در نورد یک جانبه شمش، شکل (۱)، δ_{ij} ها نیز به صورت توابعی از پارامترهای بافت توسط سیرز [8] تعریف شده‌اند :

$$\delta_{11} = \frac{12\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400} - \frac{2\sqrt{10}}{3}W_{420} + \frac{\sqrt{70}}{3}W_{440}\right)$$

$$\delta_{22} = \frac{12\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400} + \frac{2\sqrt{10}}{3}W_{420} + \frac{\sqrt{70}}{3}W_{440}\right)$$

$$\delta_{33} = \frac{32\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400}\right)$$

$$\delta_{44} = \delta_{23} = \frac{-16\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400} + \sqrt{\frac{5}{2}}W_{420}\right)$$

$$\delta_{55} = \delta_{13} = \frac{-16\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400} - \sqrt{\frac{5}{2}}W_{420}\right)$$

$$\delta_{66} = \delta_{12} = \frac{4\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400} - \sqrt{70}\,W_{440}\right) \qquad (۲۷)$$

در نورد دوجانبه شمش نیز، δ_{ij} ها به صورت توابعی از پارامترهای بافت تعریف شده‌اند[۹] :

$$\delta_{11} = \frac{24\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(W_{400} - \frac{2\sqrt{10}}{3}W_{420} + \frac{\sqrt{70}}{3}W_{440}\right)$$

$$\delta_{22} = \delta_{33}\frac{12\sqrt{2\pi^2}}{35}\left(\frac{11}{3}W_{400} + \frac{2\sqrt{10}}{3}W_{420} + \frac{\sqrt{70}}{3}W_{440}\right)$$

$$\delta_{44} = \delta_{23} = \frac{-32\sqrt{2\pi^2}}{35} (W_{400} + \sqrt{\frac{5}{2}} W_{420})$$

$$\delta_{55} = \delta_{13} = \delta_{66} = \delta_{12} = \frac{-16\sqrt{2\pi^2}}{35}$$

$$(\frac{3}{4} W_{400} - \sqrt{\frac{5}{2}} W_{420} + \frac{\sqrt{70}}{4} W_{440} \qquad (۲۸)$$

قبلاً اشاره شد که انتشار امواج در اجسام باعث ایجاد تغییر شکل‌های کوچک دینامیکی در آن‌ها می‌شود. با در نظر گرفتن یک المان به ابعاد δx_1 و δx_2 و δx_3 در مختصات کارتزین، با توجه به تعادل نیروها در امتدادهای x_1 و x_2 و x_3، و ساده کردن روابط فوق و بدون در نظر داشتن نیروهای حجمی، معادله کلی حرکت بصورت رابطه (۱) بدست می‌آید. با در نظر داشتن رابطه (۱) و روابط تنش - کرنش، رابطه کرنش - جابجایی و نیز با تعریف تابع جابجایی دینامیکی ذرات موج u_i، [4]، روابط زیر موسوم به روابط کریستوفل [10]، برای انتشار امواج الاستیک در مواد غیر ایزوتروپیک حاصل می‌شوند.

$$(C_{ijkl}\, l_j\, l_l - \rho V^2 \delta_{ik})\, m_k = 0 \qquad (۲۹)$$

m_k می‌تواند همه مقادیر اختیاری را دارا باشد و نه لزوماً مقادیر برابر صفر را، پس با توجه به رابطه (۲۹)، ضریب m_k باید برابر با صفر باشد. بنابراین،

$$|C_{ijkl}\, l_j\, l_l - \rho V^2 \delta_{ik}| = 0 \qquad (۳۰)$$

فرض می‌شود که،

$$G_{ik} = C_{ijkl} \qquad (۳۱)$$

با استفاده از روابط (۲۴) و (۳۱) و استفاده از الگوی فشرده‌نویسی ویت [4]، مولفه‌های G_{ik} بدست آمده و با قراردادن آنها در رابطه (۲۹)، مقادیر ویژه (سرعت‌های موج) بدست می‌آیند. روابط بدست آمده به دلیل پیچیده بودن چندان قابل استفاده نمی‌باشند. از این‌رو، با فرض انتشار موج در صفحات مشخص، آنگونه که معمولاً در آزمایشگاه‌ها انجام می‌شود، می‌توان آنها را ساده‌تر کرد.

انتشار امواج در صفحه (۳-۱) برای تحلیل بافت

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد، در این حالت کسینوس‌های هادی بردار موج (l_i) بصورت رابطه (۱۴) می‌باشند که با توجه به آن، مقادیر G_{ik} به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$G_{11} = C_{11} + (C_{55} - C_{11}) l_3^2$$

$$G_{22} = C_{66} + (C_{44} - C_{66}) l_3^2$$

$$G_{33} = C_{55} + (C_{33} - C_{55}) l_3^2$$

$$G_{13} = (C_{13} + C_{55}) l_3 \sqrt{1 - l_3^2}$$

$$G_{12} = G_{23} = 0 \qquad (۳۲)$$

با جایگذاری مؤلفه‌های G_{ik} از روابط (۳۲) در رابطه (۲)، مقادیر ویژه (سرعت‌های موج) به صورت روابط (۱۹) بدست می‌آیند. در این مورد نیز، V_1 از نوع امواج شبه‌طولی، V_2 از نوع امواج شبه عرضی SH و V_3 از نوع امواج شبه عرضی SV است. به منظور ساده‌تر نوشتن فرض می‌شود که:

$$W_3 = W_{440}\,,\; W_2 = W_{420},\; W_1 = W_{400} \qquad (۳۳)$$

اکنون روابط فوق با استفاده از سری تیلور، به صورت زیر بسط داده می‌شوند.

$$\Gamma_3^{(1-3)} = \rho V_3^2 = g(W_1, W_2, W_3) = g(0,0,0) + \frac{\partial g}{\partial W_n}\Big|_{(0,0,0)} W_n \;;\quad n = 1,2,3 \qquad (۳۴)$$

با توجه به روابط (۲۳)، (۲۵)، (۲۷)، (۲۸)، (۳۲) و (۱۷پ)، معادله (۳۴) به معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$\rho V_3^2 = \mu + \frac{\partial g}{\partial G_{mk}} \frac{\partial G_{mk}}{\partial C_{ij}} \frac{\partial C_{ij}}{\partial \Delta_{ij}} \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial W_n}\Big|_{(0,0,0)} W_n$$

$$i,j = 1,2,\ldots,6, \quad m,n = 1,2,3 \qquad (۳۵)$$

در شمش نورد یک جانبه شده برای حالت انتشار امواج در صفحه (۳-۱)، با توجه به رابطه (۳۵) و بدست آوردن هر یک از مؤلفه‌های مشتقات فوق، با استفاده از روابط (۲۳)، (۲۵)، (۲۷)، (۳۲) و (۱۷ پ) و قراردادن آنها در رابطه (۳۵)، رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\Gamma_3^{(1-3)} = \rho V_3^2 = \mu + C_1^*[-4+35 l_3^2(1-l_3^2)]W_{400} + C_2^*[-1-7 l_3^2(1-l_3^2)]W_{420} + C_3^*[l_3^2(1-l_3^2)]W_{440} \qquad (36)$$

در مورد شمش نورد دو جانبه شده نیز، با توجه به رابطه (۳۵) و بدست آوردن هر یک از مؤلفه‌های مشتقات فوق، با استفاده از روابط (۲۳)، (۲۵)، (۲۸)، (۳۲) و (۱۷ پ) و قراردادن آنها در رابطه (۳۵)، رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\Gamma_3^{(1-3)} = \rho V_3^2 = \mu + C_1^*[-3+35 l_3^2(1-l_3^2)]W_{400} + C_2^*[1-7 l_3^2(1-l_3^2)]W_{420} + C_3^*[-1+9 l_3^2(1-l_3^2)]W_{440} \qquad (37)$$

انتشار امواج در صفحه (۳-۲) برای تحلیل بافت

همانند قبل، در این حالت کسینوس‌های هادی بردار موج (l_i) به صورت رابطه (۲۰) می‌باشند. ادامه روند حل، کاملاً شبیه مرحله قبل بوده و در نهایت فرم خطی شده معادله حرکت در صفحه (۳-۲) بر حسب پارامترهای بافت، به صورت زیر برای شمش نورد یک جانبه شده بدست می‌آید.

$$\Gamma_3^{(2-3)} = \rho V_3^2 = \mu + C_1^*[-4+35 l_3^2(1-l_3^2)]W_{400} + C_2^*[-1+7 l_3^2(1-l_3^2)]W_{420} + C_3^*[l_3^2(1-l_3^2)]W_{440} \qquad (38)$$

معادله حرکت برای شمش نورد دو جانبه شده نیز، برحسب پارامترهای بافت، به شکل زیر بدست می‌آید.

$$\Gamma_3^{(2-3)} = \rho V_3^2 = \mu + C^*{}_1[-8+70 l_3^2(1-l_3^2)]W_{400}$$
$$C_2{}^*+[-2+16 l_3^2(1-l_3^2)]W_{420} + C^*{}_3[2 l_3^2(1-l_3^2)]W_{440} \qquad (39)$$

مقادیر C_1^* , C_2^* , C_3^* در کلیه روابط (۳۶)، (۳۷)، (۳۸) و (۳۹)، از قرار زیر می‌باشند :

$$C_1^* = \frac{4\sqrt{2\pi^2 C}}{35}$$

$$C_2^* = \frac{16\sqrt{5\pi^2 C}}{35}$$

$$C_3^* = \frac{8\sqrt{35\pi^2 C}}{35} \qquad (40)$$

روابط نهایی

اندازه‌گیری تنش پسماند بدون تحلیل بافت، بدرستی میسر نمی‌باشد. تغییرات ناشی از تنش پسماند در سرعت انتشار امواج طی روابط (۱۹) و (۲۱) بصورت روابط سرعت - کرنش بدست آمده‌اند. با استفاده از این روابط، کرنش‌های پسماند بدون در نظر داشتن اثرات بافت محاسبه می‌شوند. فرم کلی روابط (۱۹) و (۲۱) را می‌توان بصورت زیر در نظر گرفت :

$\rho V^2 = \mu +$ (تغییرات ناشی از تنش پسماند)

تحلیل بافت نیز به وسیله روابط (۳۶) تا (۳۹) میسر بوده که دارای شکل کلی زیر می‌باشند :

$\rho V^2 = \mu +$ (تغییرات ناشی از بافت)

اکنون با توجه به نوع عملیات نورد (یک جانبه یا دو جانبه بودن آن) و همچنین، صفحه مورد نظر برای انتشار امواج (صفحهٔ (۳-۱) یا صفحهٔ(۳-۲)) می‌توان روابط مناسب برای تحلیل تنش پسماند و بافت را گزینش و بصورت زیر بسادگی با هم ترکیب نمود :

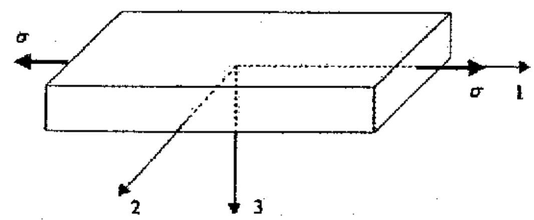
$\rho V^2 = \mu +$ (تغییرات ناشی از تنش پسماند)

$+$ (تغییرات ناشی از بافت) (۴۱)

به عنوان مثال در مورد شمش نورد یک جانبه شده، برای بدست آوردن رابطه میان تغییرات سرعت انتشار امواج عرضی QSV با کرنش و پارامترهای بافت در صفحه (۳-۱)، کافی است که روابط (۲۹) و (۳۶) را با توجه به

رابطه (۴۱) با هم ترکیب نمود. البته در این حالت، با در نظرگرفتن شمش به عنوان یک جسم یک بعدی می‌توان رابطه (۱۹) را ساده‌تر کرد. با فرض تنش یک بعدی در شمش و با استفاده از ضریب پواسان، کرنش‌ها به صورت زیر ساده می‌شوند (شکل (۲)).

$$\varepsilon_1 = \varepsilon,\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\upsilon\varepsilon \qquad (42)$$



شکل ۲ میدان تنش یک بعدی در شمش

در نهایت، رابطه بین تغییرات سرعت انتشار امواج عرضی QSV با کرنش پسماند و پارامترهای بافت در صفحه (۳-۱) برای شمش نورد یک جانبه شده بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\Gamma_3^{(1-3)} = \rho V_3^2 = \mu + \{l_3^2[5\lambda + 10\mu + 4m + 2l - \upsilon(2\lambda + 4l)] + l_3^2[-4\lambda - 8\mu - 3m - 2l - \upsilon(4\mu + 2m - 4l - \frac{n}{2})]\} - 2l_3^2(1 - l_3^2)\{[2\lambda + 2\mu + 2l + m - \upsilon(2\lambda + 2\mu + 4l + \frac{n}{2}]\} + (1 - l_3^2)[4\mu + \lambda + m - \upsilon(2\mu + 2\lambda + 2m - \frac{n}{2})] + l_3^2[-4\mu + 2l - m - \upsilon(8\mu + 4\lambda + 4l + 2m + \frac{n}{2})]\}\}\varepsilon\} + \{C_1^*[-4 + 35l_3^2(1 - l_3^2)]W_{400} + C_2^*[1 - 7l_3^2)]W_{420} + C_3^*[l_3^2(1 - l_3^2)]W_{440}\} \qquad (43)$$

C_1^*، C_2^* و C_3^* در روابط (۴۰) تعریف شده‌اند. برای بدست آوردن رابطه میان تغیرات سرعت انتشار امواج عرضی QSV با کرنش پسماند و پارامترهای بافت در صفحه (۳-۲) نیز کافی است روابط (۲۱) و (۳۸) را با توجه به رابطه (۴۱) با هم ترکیب نمود. کرنش‌های اصلی نیز طبق رابطه (۴۲) ساده می‌شوند.

بطور کلی، زوایایی که در آزمایشات تابش مورب در محدوده زوایای بحرانی اول و بحرانی دوم قابل اندازه‌گیری هستند، عبارتند از زاویه تابش ϕ که از محور ۳ اندازه‌گیری می‌شود و زاویه γ که زاویه میان صفحه انتشار موج و محور ۱ است که زاویه دوران ترانسدیوسر می‌باشد.

در قسمت‌های قبل روابط میان سرعت انتشار موج در مواد با کرنش پسماند و پارامترهای بافت بدست آمدند و نحوه ترکیب آنها نیز در این قسمت بررسی شد. اکنون نمودارها و توضیحات بیشتری در زمینه کاربرد این روابط ارائه می‌شود. اگرچه برای ترسیم نمودارها از خواص مکانیکی آلیاژ آلومینیوم استفاده شده اما روابط بدست آمده برای سایر فلزات و آلیاژها نیز به همین صورت قابل استفاده می‌باشند. مقدار ثابت‌های الاستیک مرتبه دوم و سوم برای آلومینیوم چنین اندازه‌گیری و ارائه شده‌اند[11]:

$\lambda = 57\text{GPa}, \qquad \mu = 27\text{GPa}, \qquad l = 185\text{GPa},$

$m = -316\text{GPa}, \qquad n = -350\text{GPa}$

پارامترهای بافت (W_{400}, W_{420}, W_{440}) و ضرایب الاستیک کریستال مکعبی (C'_{11},C'_{12},C'_{44}) نیز به صورت زیر ثبت شده‌اند [12]:

$\rho = 2730\ \text{kg/m}^3$

$W_{400} = 0/001358$

$W_{420} = 0/00190$

$W_{440} = -0/005590$

$C'_{11} = 10/82 \times 10^{10}(\text{Pa})$

$C'_{12} = 6/13 \times 10^{10}(\text{Pa})$

$C'_{44} = 2/85 \times 10^{10}(\text{Pa})$

تغییرات سرعت انتشار موج QSV با کرنش پسماند بر حسب مقادیر مختلف زاویه تابش، طبق رابطه (۴۳) در صفحه (۳-۱)، با چشم‌پوشی از اثرات بافت در شکل (۳) و با در نظر گرفتن اثرات بافت در شکل (۴) رسم شده است. برای مقایسه بهتر، تغییرات سرعت انتشار موج QSV با کرنش پسماند در صفحه‌های (۳-۱) و (۳-۲) نیز، به ترتیب، بدون در نظر گرفتن اثرات بافت و همچنین، با در نظر گرفتن اثرات بافت، در شکل‌های (۵) و (۶) رسم شده‌اند. با مقایسه شکل‌های فوق مشاهده می‌شود که وجود اثرات بافت باعث می‌گردد که منحنی‌های سرعت در $\varepsilon=0$ در شکل‌های (۴) و (۶) از یک نقطه مشترک آغاز نشوند. به این ترتیب، در تحلیل تنش پسماند به روش اولتراسونیک، برای کسب نتایج دقیق، باید اثرات بافت را نیز مورد ارزیابی قرار داد.

خطای ناشی از خطی کردن معادلات حرکت (سرعت - کرنش) نیز در شکل (۷) ارائه شده است که بسیار ناچیز بوده و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. خطای ناشی از خطی کردن روابط سرعت - بافت نیز بسیار کم بوده [۹] و قابل صرفنظر کردن می‌باشد.

تعیین روابط بر حسب زمان

اندازه‌گیری زمان عبور موج از جسم یا تاخیر زمانی (Time delay) یکی از اهداف اصلی انجام ارزیابی‌های فراصوتی می‌باشد و این امر نیازمند اندازه‌گیری بسیار دقیق ضخامت و همچنین جرم حجمی نمونه است که ضمن دشوار بودن، همواره با خطا نیز همراه می‌باشد.

با تبدیل روابط بر حسب زمان، می‌توان ضمن تفکیک اثر تنش پسماند و بافت بر روی سرعت انتشار امواج از یکدیگر، نیاز به اندازه‌گیری ضخامت و جرم حجمی را از معادلات حذف نمود. فرم کلی معادله حرکت در صفحه (۳-۱) را با توجه به رابطه (۴۱)، می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

$$\rho V^{2}_{(1-3)} = \mu + S_i^{(1-3)} \varepsilon_i + T_i^{(1-3)} W_i \qquad (۴۴)$$

بر همین منوال، در صفحه (۳-۲).

$$\rho V^{2}_{(2-3)} = \mu + S_i^{(2-3)} \varepsilon_i + T_i^{(2-3)} W_i \qquad (۴۵)$$

S_i ها بر حسب ثابت‌های الاستیک مرتبه دوم و سوم از روابط سرعت - کرنش (روابط (۱۹) و (۲۶)) حاصل می‌شوند و T_i ها نیز توابعی از C_i^* (روابط (۴۰)) و μ هستند که از روابط سرعت - بافت بدست می‌آیند (روابط (۳۶) و (۳۸) برای شمش نورد یک جانبه شده و روابط (۳۷) و (۳۹) برای شمش نورد دوجانبه شده).

در رابطه (۴۴)، شش مجهول وجود دارد که با اندازه‌گیری سرعت QSV در هر نقطه با شش زاویه تابش مختلف در بازه زوایای بحرانی اول و دوم برای هر آلیاژ خاص می‌توان مقادیر مجهولات ε_i و W_i را در آن نقطه به دست آورد. به این ترتیب پارامترهای بافت از کرنش‌های اصلی پسماند جدا خواهند شد. پس از محاسبه کرنش‌های اصلی، می‌توان تنش‌های اصلی پسماند را با استفاده از روابط (۲۲) محاسبه کرد. مولفه‌های تانسور تنش در آن نقطه نیز به وسیله مسئله مقادیر ویژه برای تنش‌ها و یا بسادگی از طریق دایره مور بدست می‌آیند. همچنین مجموع مقادیر ویژه طبق روابط (۴۴) و (۴۵) بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\rho V^{2}_{(1-3)} + \rho V^{2}_{(2-3)} = \Sigma\, S_i\varepsilon_i + \Sigma T_i W_i + 2\mu \qquad (۴۶)$$

$$\Sigma S_i = S_i^{(1-3)} + S_i^{(2-3)} \quad ; \quad i=1,2,3$$

$$\Sigma T_i = T_i^{(1-3)} + S_i^{(2-3)} \quad ; \quad i=1,2,3$$

معادله (۴۶) بر $\mu = \rho_\circ V_\circ^2$ که مقدار ویژه ماده ایزوتروپ می‌باشد، با چشم‌پوشی از اختلاف جزئی میان $\rho_\circ$ و ρ، تقسیم می‌شود. بنابراین :

$$\frac{V^2_{(1-3)} + V^2_{(2-3)}}{V_0} = \frac{1}{\mu}\left(\Sigma S_i\varepsilon_i + \Sigma T_i W_i + 2\mu\right) \qquad (47)$$

با توجه به اینکه $V_0 = \frac{1}{2}(V_{(1-3)} + V_{(2-3)})$ است، نتیجه می‌شود که،

$$\frac{V^2_{(1-3)}+V^2_{(2-3)}}{(V_{(1-3)}+V_{(2-3)})^2} = \frac{1}{4\mu}\left(\Sigma S_i\varepsilon_i+\Sigma T_i W_i\right)+\frac{1}{2} \qquad (48)$$

البته رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر نیز ساده کرد.

$$1 - \frac{V^2_{(1-3)}+V^2_{(2-3)}}{(V_{(1-3)}+V_{(2-3)})^2} = \frac{1}{4\mu}\left(\Sigma S_i\varepsilon_i+\Sigma T_i W_i\right)+\frac{1}{2} \qquad (49)$$

از آنجا که در روش اولتراسونیک، زمان حرکت موج اندازه‌گیری می‌شود و نه سرعت انتشار آن، اصطلاح تاخیر زمانی توسط اگلی و کوشتی [13] به صورت زیر تعریف شده است.

$$\Delta t = \frac{2h\cos\phi}{V_s} \qquad (50)$$

در رابطه بالا، ϕ زاویه تابش و V_s سرعت موج در نمونه است. پس با توجه به ارتباط میان Δt و سرعت، رابطه (۴۹) را می‌توان به صورت زیر تغییر داد :

$$\frac{1}{4} - \frac{\Delta t_{(1-3)}\Delta t_{(2-3)}}{(\Delta t_{(2-3)}+\Delta t_{(1-3)})^2} = \frac{1}{8\mu}\left(\Sigma S_i\varepsilon_i+\Sigma T_i W_i\right) \qquad (51)$$

با استفاده از روابط (۱۹) و (۲۱) نتیجه می‌شود که :

$$\Sigma S_1 = 2\lambda + 4\mu + 2m - \frac{n}{2}\, 2\mu l_3^2 + n l_3^4$$
$$\Sigma S_2 = \Sigma S_1$$
$$\Sigma S_3 = 2\lambda + 4\mu + 2m + 2\mu l_3^2$$
$$(52)$$

همچنین با استفاده از روابط (۳۶) و (۳۸) در مورد شمش نورد یک جانبه شده چنین نتیجه گرفته می‌شود:

$$\Sigma T_1 = 2C_1^*[-4 + 35 l_3^2(1 - l_3^2)]W_{400}$$
$$\Sigma T_2 = 0$$
$$\Sigma T_3 = 2C_3^*[l_3^2(1 - l_3^2)]W_{440} \qquad (53)$$

در نهایت با ترکیب روابط بالا، رابطه تاخیر زمانی موج بر حسب کرنش پسماند و پارامترهای بافت به صورت زیر برای شمش نورد یک جانبه شده بدست می‌آید.

$$\frac{1}{4} - \frac{\Delta t_{(1-3)}\Delta t_{(2-3)}}{(\Delta t_{(1-3)}+\Delta t_{(2-3)})^2} = 2\lambda + 4\mu + 2m - \frac{n}{2}$$
$$-2\mu l_3^2 + n l_3^4)\,(\varepsilon_1+\varepsilon_2)+(2\lambda + 4\mu + 2m+4\mu l_3^2)\varepsilon_3$$
$$+ \frac{1}{8\mu}\,[2C_1^*[-4 + 35 l_3^2(1 - l_3^2)]W_{400}$$
$$+ \; 2C_3^*[l_3^2\,(1 - l_3^2)]\; W_{440}] \qquad (54)$$

مراحل بدست آوردن رابطه مستقل از زمان برای شمش نورد دوجانبه شده نیز کاملاً مشابه مراحل فوق می‌باشد.

اگلی و کوشتی [13] به طور تجربی آثار کرنش بر روی تاخیر زمانی موج، در زمینه انتشار موج QSV در صفحه (۳-۱) با (γ=۰°) و صفحه (۳-۲) با (γ=۹۰°) را بررسی کردند. نتایج آنها که در شکل (۸) نشان داده شده است، یک ارتباط خطی بین تاخیر زمانی و کرنش اعمال شده را نشان می‌دهد. نتایج تحلیلی نیز با چشم‌پوشی از آثار بافت در شکل (۹) و همچنین با در نظر گرفتن آثار بافت در شکل (۱۰) ارائه شده‌اند. نتایج تجربی (شکل (۸)) حاکی از آن است که خطوط T(۰°) و T(۹۰°) در کرنش صفر، از یک نقطه آغاز نمی‌شوند (به خاطر آثار بافت یا تنش‌های پسماند یا ترکیبی از آنها) لیکن نتایج تحلیلی ارائه شده بدون در نظر گرفتن آثار بافت (شکل (۹)) در تضاد با آن است، اما نتایج تحلیلی ارائه شده با در نظر گرفتن آثار بافت (شکل (۱۰)) آن را تائید می‌کنند. همچنین از مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی مشاهده می‌شود که زمان تاخیر در صفحه (۳-۱) که در امتداد راستای تنش تک محوری قرار دارد، همراه با تنش تک محوری افزایش پیدا می‌کند ولی در صفحه (۳-۲) کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری

عوامل مختلفی از قبیل تنش پسماند، اثرات بافت و انتقال حرارت باعث تغییر سرعت انتشار امواج در جسم می‌شوند. در تحلیل تنش پسماند به روش اولتراسونیک، بدون بررسی بافت نمی‌توان تنش‌های پسماند موجود در جسم را بدرستی و با دقت تعیین کرد. همچنین با داشتن اطلاعاتی در زمینه پارامترهای بافت، می‌توان از امتدادهای مقاوم‌تر قطعات در طراحی استفاده نمود.

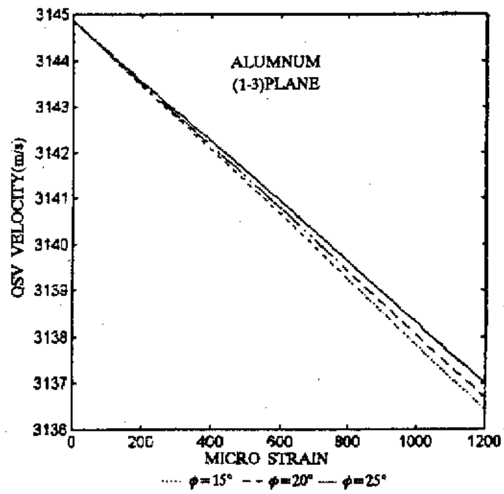
با تابش امواج در صفحات (۳-۱) و (۳-۲)، می‌توان معادلات حرکت را خطی کرد. خطای ناشی از خطی کردن معادلات سرعت - کرنش پسماند و سرعت - بافت در این صفحات بسیار کم و قابل چشم‌پوشی است. تاثیر قانون اسنل نیز بر این روابط بسیار جزئی و قابل اغماض می‌باشد. با ترکیب روابط فوق، در حالت کلی رابطه سرعت انتشار امواج در اجسام را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$\rho V^2 = \mu +$ (تغییرات ناشی از تنش پسماند) + (تغییرات ناشی از بافت)

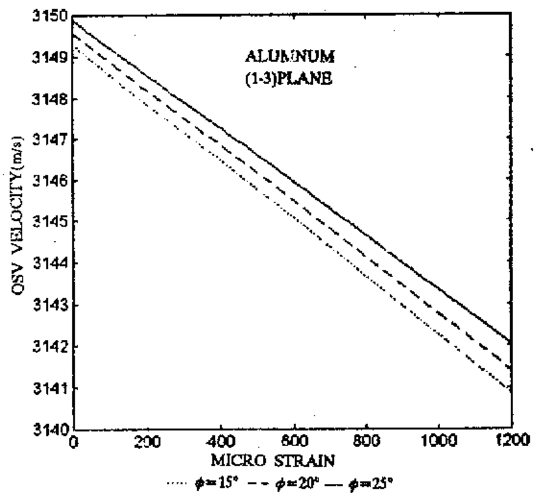
اندازه‌گیری زمان عبور موج از جسم یا تاخیر زمانی (Time delay) یکی از اهداف اصلی انجام ارزیابی‌های فراصوتی می‌باشد و این امر نیازمند به اندازه‌گیری بسیار دقیق ضخامت و همچنین جرم حجمی نمونه است که ضمن دشوار بودن همواره با خطا نیز همراه می‌باشد. با در نظر گرفتن اختلاف میان مقادیر ویژه در صفحات (۳-۱) و (۳-۲)، می‌توان با تبدیل روابط بر حسب زمان، نیاز به اندازه‌گیری ضخامت و جرم حجمی را نیز از معادلات حذف نمود.

تشکر و قدردانی

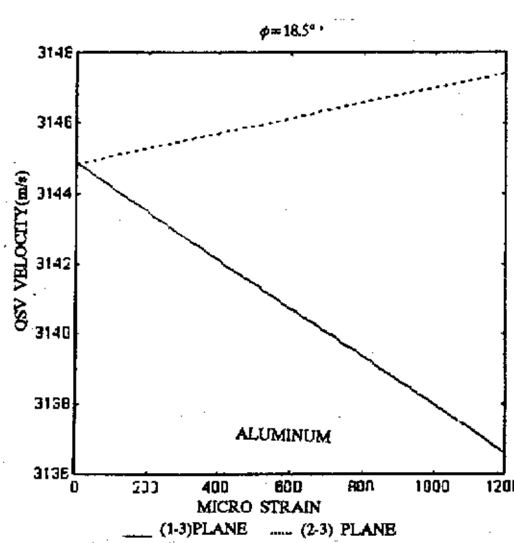
نویسندگان مقاله به این وسیله مراتب تشکر و قدردانی خود را از حمایت مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی ابراز می‌دارند.



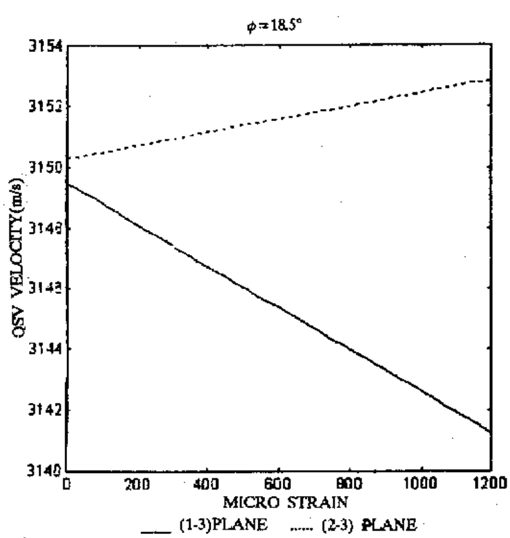
شکل ۳ تغییرات سرعت انتشار موج QSV با کرنش پسماند بر حسب مقادیر مختلف زاویه تابش، طبق رابطه (۴۶) با چشم‌پوشی از اثرات بافت



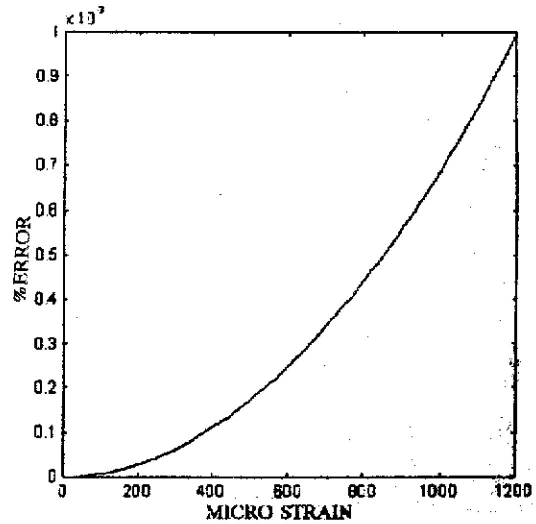
شکل ۴ تغییرات سرعت انتشار موج QSV با کرنش پسماند بر حسب مقادیر مختلف زاویه تابش، طبق رابطه (۴۶) با در نظر گرفتن آثاربافت



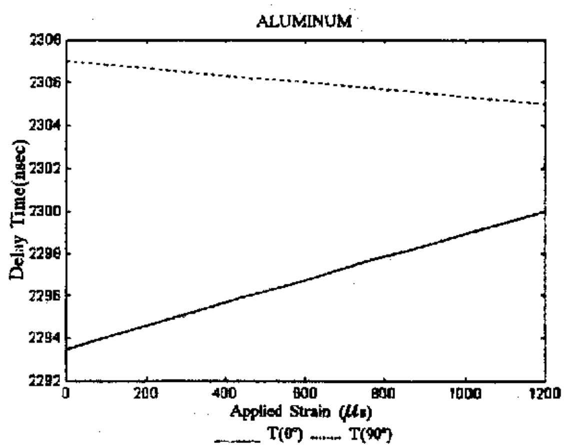
شکل ۵ تغییرات سرعت انتشار موج QSV با کرنش پسماند در صفحات (۳-۱) و (۳-۲) چشم‌پوشی از اثرات بافت



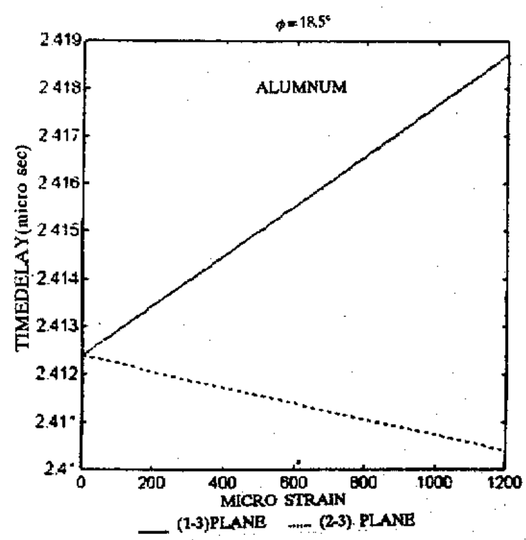
شکل ۶ تغییرات سرعت انتشار موج QSV با کرنش پسماند در صفحات (۲-۱) و (۳-۲) با در نظر گرفتن آثار بافت



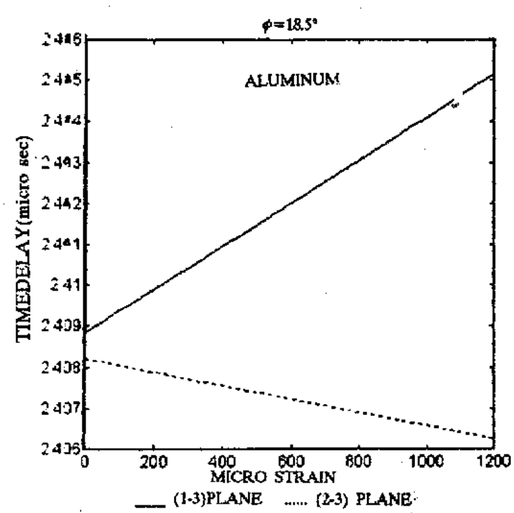
شکل ۷ خطای ناشی از خطی کردن معادلات حرکت (سرعت -کرنش) در صفحات (۲-۱)و (۳-۲)



شکل ۸ تغییرات تاخیر زمانی با کرنش پسماند برای انتشار امواج در صفحات (۳-۱) و (۳-۲) [13]



شکل ۹ تغییرات تاخیر زمانی با کرنش پسماند برای انتشار امواج درصفحات (۳-۱)و(۳-۲) با چشم‌پوشی از اثرات بافت



شکل ۱۰ تغییرات تاخیر زمانی با کرنش پسماند برای انتشار امواج در صفحات (۳-۱) و (۳-۲) با در نظر گرفتن آثار بافت

پیوست

معادله حرکت در جهت $X_۱$:

$$\rho \ddot{u}_i = (۲\mu + \lambda)[u_{۱,۱۱} + u_{۲,۱۲} + u_{۳,۱۳} + u_{۱,۱} (۳u_{۱,۱۱} + u_{۱,۲۲} + u_{۱,۳۳} + u_{۲,۱۲} + u_{۳,۱۳} + u_{۲,۱}u_{۲,۱۱}$$

$$+ u_{۳,۱}u_{۳,۱۱} + u_{j,۲} (u_{۲,۲۲} + ۲u_{۱,۱۲} + u_{۳,۲۳}) + u_{۲,۲} (u_{۱,۱۱} + u_{۱,۲۲} + u_{۱,۳۳} + u_{۲,۱۲}) + u_{۳,۲}u_{۳,۱۲}$$

$$+ u_{۱,۳}(u_{۳,۳۳} + ۲u_{۱,۱۳} + u_{۲,۲۳}) + u_{۲,۳}u_{۲,۱۳} + u_{۳,۳}(u_{۱,۱۱} + u_{۱,۲۲} + u_{۱,۳۳} + u_{۳,۱۳})]$$

$$\mu = [u_{۱,۲۲} + u_{۱,۳۳} - u_{۲,۱۲} - u_{۳,۱۳} - u_{۱,۱}(u_{۲,۱۲} + u_{۳,۱۳}) + u_{۲,۱} (u_{۲,۲۲} + u_{۲,۳۳} + ۲u_{۱,۱۲}) + u_{۳,۱}$$

$$+ (u_{۳,۲۲} + u_{۳,۳۳} + ۲u_{۱,۱۳}) + u_{۱,۲} (u_{۲,۱۱} + u_{۲,۳۳} - u_{۳,۲۳}) + u_{۲,۲} (-۲u_{۱,۱۱} - ۲u_{۱,۳} - u_{۲,۱۲}) + u_{۳,۲}$$

$$+ (۲u_{۱,۲۳} - u_{۳,۱۲})+u_{۱,۳}(u_{۳,۱۱} + u_{۳,۲۲} - u_{۲,۲۳})+u_{۲,۳}(۲u_{۱,۲۳} - u_{۲,۱۳})+u_{۳,۳}(-۲u_{۱,۱۱} - ۲u_{۱,۲۲}-u_{۳,۱۳})]$$

$$m = [u_{۱,۱} (u_{۱,۲۲} + u_{۱,۳۳} - ۳u_{۲,۱۲} - ۳u_{۳,۱۳}) + (u_{۱,۲} + u_{۲,۱})(u_{۲,۱۱} + u_{۲,۲۲} + ۲u_{۱,۱۲} + ۲u_{۳,۳۲}) + u_{۳,۱}$$

$$(u_{۳,۱۱} + u_{۳,۳۳} + ۲u_{۱,۱۳} + u_{۲,۲۳}) + u_{۲,۲} (-۴u_{۱,۱۱} + u_{۱,۲۲} - u_{۱,۳۳}) (-۵u_{۳,۱۳} - ۳u_{۲,۱۲}) + u_{۳,۲}$$

$$(u_{۱,۱۳} + u_{۳,۱۲}) + u_{۱,۳} (u_{۳,۱۱} + u_{۳,۳۳} - ۲u_{۱,۱۳} + u_{۲,۲۳}) + u_{۲,۳} (u_{۲,۱۳} + u_{۳,۱۲}) + u_{۳,۳}(-۴u_{۱,۱۱}$$

$$+ u_{۱,۲۲} + u_{۱,۳۳} - ۳u_{۳,۱۳} - ۵u_{۲,۱۲})] + \frac{۱}{۴}n [(u_{۱,۲} + u_{۲,۱})(u_{۲,۳۳} - u_{۳,۲۳}) + (u_{۱,۳} + u_{۳,۱})(u_{۳,۲۲} - u_{۲,۲۳})$$

$$+ (u_{۲,۳} + u_{۳,۲})(۲u_{۱,۲۳} - u_{۲,۱۳} - u_{۳,۱۲}) + ۲u_{۲,۲} (u_{۳,۱۳} - u_{۱,۳۳}) + ۲u_{۳,۳} (u_{۲,۱۲} - u_{۱,۲۲})]$$

مراجع

1. Hurtos, E., and Rodriguesz- Viejo, J."Residual stress and texture in poly-SiC films grown by lowpressure organometallic chemicalvapor deposition", *J. Appl. Phys.* 87, 4, pp. 1748-1758, (2000).
2. Rangaswamy, P., and Daymond, M. R., and Bourke, M. A. M, "Texture and residual strain in two SiC/Ti-6-2-4-2 titanium composites", *Metallurgical and materials transaction. part a, physical metallurgy and materials science*, 31A, 3A, pp. 889-898, (2000).
3. Toupin, R. A., and Bernstein, B, "Sound waves in deformed perfectly elastic materials. Acoustoelastic effect", *J. Acoust. Soc. Amer,* 33, pp. 216-225, (1961).
4. Green Jr, R. E, "*Ultrasonic investigation of mechanical properties*", Vol. 3, Treaties on materials science and technology, Ed; Ierman, H., Academic Press, (1973).
5. Murnaghan, T. D, "*Finite defomation of an elastic solid*", John wiley and sons, Inc, (1951).
6. Marzari, N., and Ferrari, M, "Texture and micromorphological effects on the overall elastic response of macroscopically anisotropic composites", *J. of Applid Mechanics,* Vol. 59, pp. 269-275, (1992).
7. Hirao, M, Aoki, K., and Fukuika. H, "Texture of polycrystalline metals characterized by ultrasonic velocity measurements", *J. Acoust. Soc. Am.* 81, pp. 1434-1440, (1987).
8. Sayers, C. M, "Ultrasonic velocities in anisotropic polycrystalline aggregates", *J. Phys.* D15, pp. 2157-2167, (1982).

۹. حسنی. نورمحمد، "بررسی بافت مواد با استفاده از آزمون‌های غیرمخرب (امواج اولتراسونیک)"، هفتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک انجمن مهندسان مکانیک، ایران دانشگاه سیستان و بلوچستان، ص ۱۳۹۵-۱۴۰۲، ۲۵ لغایت ۲۷ فروردین ماه (۱۳۷۸).

10. Rokhlin, S. I., and Wang, W. "Double through-transmission bulk wave method for ultrasonic phase velocity measurement and determination of elastic constants of composite materials", *J. Acoust. Soc. Am.* 91(6), pp. 3303-3312, (1992).
11. Victor Hauk, "*Structural and residual stress analysis by nondestructive methods*", Elsevier Science B.V., Amsterdam, the Netherlands, pp. 536, (1997).
12. Allen, D. R, Langman, R., and Sayers, C. M, "Ultrasonic SH wave velocity in textured aluminum plates", *Ultrasonics*, 23, pp. 215-222, (1985).
13. Egle, D. M., and Koshti, A. M, "Stress measurement via the acoustoelastic effect and watercoupled ultrasonic waves", paper presented in *Conference on nondestructive for manufacturing and construction,* U. of Illinois at Urbana-Champaign, Aug, 9-12, (1988).