

تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی ترکیبی*

محسنعلی شایانفر^(۱) ابراهیم ثنائی^(۲) سعید محمدزاده^(۳)

چکیده توانایی‌های فراوان روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو موجب کاربرد روزافزون آنها در حل مسایل مختلف قابلیت اعتماد سازه‌ها شده است. این روش‌ها بر پایه تولید نمونه‌هایی تصادفی به منظور شبیه‌سازی پیشامدها و برآورد نتایج آنها استواراند. دستیابی به دقتی معین مستلزم تعداد قابل توجهی از عملیات شبیه‌سازی می‌باشد. با اتخاذ رویکردهای مختلف می‌توان با تعداد کمتری از نمونه‌ها به دقت‌های قابل قبولی دست یافت. روش نمونه‌گیری با اهمیت (ISM) و روش امید ریاضی مشروط (CEM) از جمله این روش‌هاست که توانایی‌های بالایی در مسایل قابلیت اعتماد سازه‌ها از خود نشان داده‌اند. در این مقاله برای محاسبه قابلیت اعتماد سازه‌ها یک ترکیبی ارائه گردیده و با ترکیب ISM و CEM به ارائه الگوریتمی که از راندمان بالایی در محاسبه قابلیت اعتماد برخوردار است پرداخته شده است. در این روش با استفاده از توانایی‌های بالای ISM و با استفاده از الگوی شکل بهینه‌ی تابع نمونه‌گیری، عملیات نمونه‌گیری در CEM انجام و مقدار احتمال خرابی برآورد می‌گردد. مثال‌های ارائه شده در مقاله نشان‌دهنده راندمان بالای این روش ترکیبی پیشنهادی در حل مسایل قابلیت اعتماد می‌باشند. کارایی بسیار خوب این الگوریتم در حل مسایل قابلیت اعتماد تابع زمان سازه‌ها با حل یک مسأله واقعی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی قابلیت اعتماد سازه‌ها، روش مونت کارلو، نمونه‌گیری با اهمیت، امید ریاضی مشروط، زوال مقاومت، پل راه‌آهن.

Structural Reliability Assessment Using Hybrid Simulation Methods

M. Shayanfar

E. Senaee

S. Mohammadzadeh

Abstract High ability of Mont Carlo simulation techniques has been led to ever increasing application of such methods in a wide variety of different fields including structural reliability. This specific approach has been based on event simulation using random sample process and evaluation of their results. Accurate precision requires considerable amount of simulation operations. Using various strategies, one can obtain the acceptable precision with less samples. The Importance Sampling Method (ISM) and Conditional Expectation Method (CEM) are among the examples of such methods and have shown satisfactory performance in structural reliability during the past experiences. In this article a hybrid method has been used and combined with ISM and CEM approaches using a high efficient algorithm to calculate structural reliability. In this approach with the help of high ability of ISM and using the optimum sampling function configuration, the sampling operation could be done in CEM and the failure probability will be evaluated. Typical samples in the article reveal the high efficiency of this approach in solving the reliability problems. In this paper the acceptable ability of the algorithm in solving the time variant reliability of structures according to a real case has been shown.

Key Words Structural Reliability, Mont Carlo Approach, Importance sampling, Conditional Expectation, Resistance Deterioration, Railway Bridges.

* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۸۰/۱۱/۶ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۲/۶/۱۵ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) استادیار، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی عمران

(۲) استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی عمران

(۳) استادیار، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی راه آهن

مقدمه

به منظور استفاده از رابطه (۳)، می‌توان با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی مونت کارلو به تولید نمونه تصادفی اقدام نمود. شاید بتوان تنها نقطه ضعف روش مونت کارلو را حجم بالای عملیات مورد نیاز دانست. هنگام استفاده از این روش‌ها، دستیابی به یک دقت از پیش تعیین شده نیازمند تعداد مشخصی عملیات شبیه‌سازی می‌باشد و این تعداد با مقدار P_f نسبت عکس دارد [1]. از آنجا که به طور معمول مقدار P_f در سازه‌ها در حدود 10^{-4} و یا کمتر می‌باشد، برای حل یک مسئله ساده معمولاً تعداد خیلی زیادی نمونه‌سازی و عملیات شبیه‌سازی لازم می‌باشد. به طور خلاصه روش مونت کارلو عموماً روشی ساده بوده که می‌توان با آن به هر سطح دلخواهی از دقت دست یافت، اما هزینه انجام این روش بسیار زیاد است. این هزینه بالا و عملیات زیاد سبب می‌شود تا کاربرد روش‌های مونت کارلو معمولی در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها عملی و ممکن نباشد و معمولاً از این روش فقط در مسایل تحقیقی برای کنترل نتیجه و میزان دقت سایر روش‌ها (که از راندمانهای بالاتری برخوردارند) در مواردی که نتایج دقیق در اختیار نیست، استفاده شود.

روش‌های کاهش واریانس (Variance reduction methods) [2,3,4]، سبب می‌شوند تا کارایی روش‌های شبیه‌سازی به میزان بسیار زیادی بهبود یافته و این روش‌ها در حجم و سرعت عملیات با سایر روش‌ها قابل رقابت گردند. در بین روش‌های مختلف، دو روش نمونه‌گیری با اهمیت (ISM) و امید ریاضی مشروط (CEM) خود را در حل مسایل مختلف قابلیت اعتماد بویژه مسایل تابع زمان توانا تر نشان داده‌اند. در این مقاله، ضمن استفاده از روش‌های ISM و CEM، یک روش ترکیبی که از راندمان مناسبی در مقایسه با روش‌های موجود برخوردار است، ارائه شده است. در ادامه، ضمن تشریح مبانی ISM و CEM، روش یاد شده

توانایی‌های فراوان روش‌های شبیه‌سازی و بویژه روش مونت کارلو سبب شده است که این روش‌ها به صورت گسترده‌ای نه فقط در مهندسی قابلیت اعتماد، بلکه در سایر زمینه‌های مهندسی و ریاضیات مورد استفاده قرار گیرند. این روش‌ها که اساس روش‌های کلاس سه قابلیت اعتماد سازه‌ها را بنا می‌کنند، تلاش برای به دست آوردن بهترین تخمین و تقریب احتمال خرابی سازه می‌باشد. دقت بالای نتیجه حاصله، قابلیت برآورد و کنترل خطا، سهولت و سادگی روش، توانایی حل دقیق هر نوع مسئله‌ای اعم از مسایل قابلیت اعتماد جزء و یا سیستم، مسایل تابع زمان و یا مستقل از آن و عدم محدودیت در برخورد با شکل‌های پیچیده تابع حالت حدی از جمله نقاط برجسته روش‌های مونت کارلو می‌باشند. در حالت کلی، احتمال خرابی سازه در تحلیل قابلیت اعتماد را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$P_f = J = \int_D \dots \int_D f_X(x) dx \quad (1)$$

که در آن $f_X(x)$ تابع چگالی احتمال مشترک (Joint Probability density function) متغیرها و D ناحیه خرابی معین شده به وسیله یک یا چند تابع حالت حدی $G(X) \leq 0$ می‌باشد. با تعریف تابع نشانگر $I(x)$ به گونه‌ای که به ازای x های واقع در ناحیه خرابی $I(x) = 1$ و در سایر موارد $I(x) = 0$ ، رابطه (۱) به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$P_f = J = \int \dots \int_{\text{all } x} I(x) f_X(x) dx \quad (2)$$

رابطه (۲) لنگر اول تابع $I(x)$ بوده و یک برآوردگر نازیب (Unbiased) آن عبارت است از:

$$P_f = J \approx \tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I[G(x) \leq 0, i=1, \dots, m] \quad (3)$$

که در آن m تعداد توابع حالت حدی می‌باشد.

Archive of SID

نمونه‌ها مقدار دقیقی برای P_f را برآورد نماید. در مقابل انتخاب یک تابع نامناسب برای $h_v(v)$ (که چگالی آن در قسمتهای کم اهمیت ناحیه خرابی زیاد باشد) سبب می‌شود نتیجه بدست آمده دچار خطاهای بزرگی گردد. انتخاب $h_v(v)$ مهمترین قسمت این روش می‌باشد. واریانس و ضریب تغییرات P_f برآورده شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\text{Var}(\tilde{P}_f) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (I(v_i) \frac{f_X(v_i)}{h_v(v_i)} - \tilde{P}_f)^2 \quad (6)$$

$$\text{Cov}(\tilde{P}_f) = \frac{\sqrt{\text{Var}(\tilde{P}_f)}}{P_f} \quad (7)$$

ISDF ایده‌آل آنست که مقدار خطا را کمینه کند (به عبارت دیگر مقدار Cov احتمال خرابی برآورد شده را کمینه نماید). با توجه به رابطه (۶) ملاحظه می‌شود که انتخاب $h_v(v)$ مطابق رابطه زیر سبب می‌شود که مقدار ضریب تغییرات P_f محاسبه شده صفر شود.

$$h_{v(v)}^{\text{optimal}} = \frac{f_X(v)I(v)}{P_f} \quad (8)$$

تعیین این $h_v(v)$ ایده‌آل، مستلزم داشتن اطلاعات دقیق درباره ناحیه خرابی و مهمتر از آن مقدار P_f دقیق می‌باشد، در حالی که اساساً مسأله، یافتن همین P_f است. بنابراین محاسبه دقیق این تابع چگالی، غیرعملی می‌باشد. اما با استفاده از رابطه (۶) و رابطه (۷) می‌توان به انتخاب مناسبی برای $h_v(v)$ اقدام نمود (شکل ۱). یک نکته آشکار از رابطه (۶)، آن است که انتخاب نامناسب $h_v(v)$ به گونه‌ای که برای نمونه‌های انتخابی مقدار $h_v(v) \ll f_X(v)$ باشد، منجر به بروز خطاهای بزرگی خواهد شد.

رابطه (۸) نشان می‌دهد که یک تابع چگالی نمونه‌گیری خوب باید عمده نقاط نمونه را در ناحیه خرابی تولید نماید (در تابع ایده آل تمامی نمونه‌ها در

معرفی و طی مثال‌هایی راندمان آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

روش نمونه‌گیری با اهمیت (ISM)

ISM روشی است که برای افزایش تعداد نقاط نمونه‌گیری در ناحیه خرابی بکار می‌رود. این کار با استفاده از یک تابع چگالی که عمده توجه و تأکید آن بر روی ناحیه خرابی است، صورت می‌پذیرد [6,5]؛ به عبارت دیگر، به جای آنکه گستره نمونه‌گیری بر روی کل فضای متغیرها باشد، تمرکز نمونه‌گیری در روی ناحیه‌ای صورت می‌گیرد که بیشترین سهم را در احتمال مشترک خرابی ایفا می‌کند. بنابراین برای تولید و شبیه‌سازی نمونه‌ها، به جای استفاده از تابع توزیع احتمالی اصلی متغیرها، $f_X(x)$ ، از یک تابع چگالی احتمال جدید، $h_v(v)$ با عنوان تابع چگالی نمونه‌گیری با اهمیت (Importance sampling density function) (ISDF) استفاده می‌شود.

با بازنویسی رابطه (۲) به صورت زیر:

$$P_f = \int_{\text{all } v} \dots \int \left\{ I(v) \frac{f_X(v)}{h_v(v)} \right\} h_v(v) dv \quad (4)$$

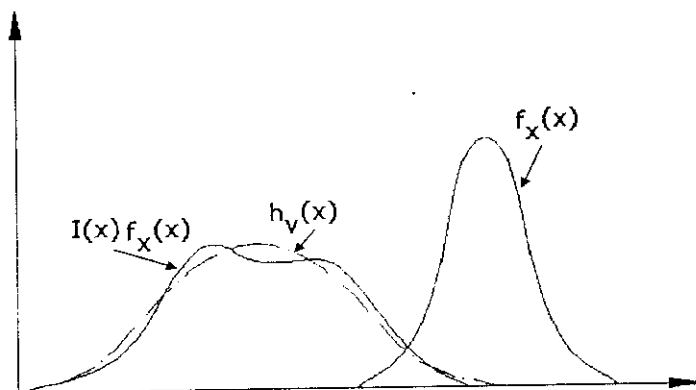
و با توجه به رابطه (۳) می‌توان مقدار P_f را به صورت زیر برآورد نمود:

$$P_f = E \left(I(v) \frac{f_X(v)}{h_v(v)} \right) \approx$$

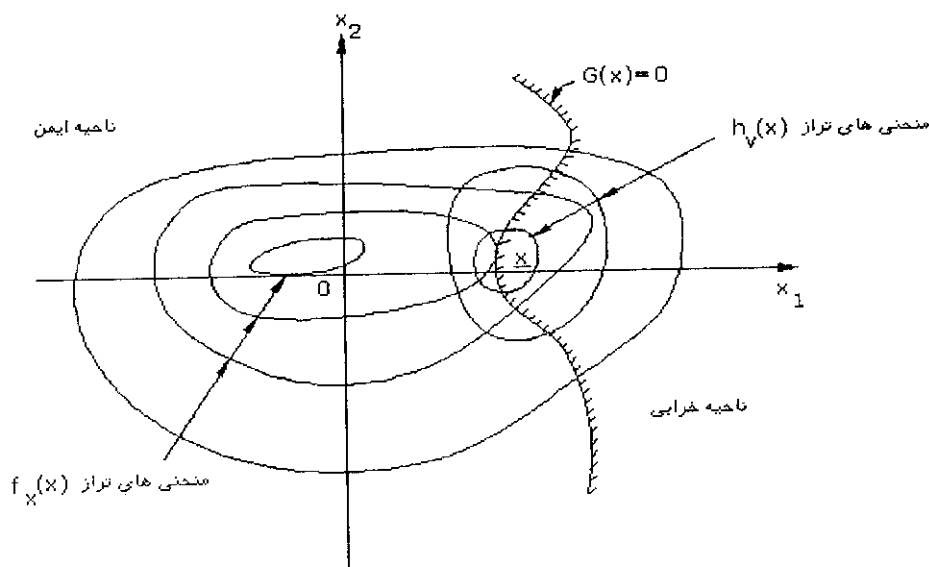
$$\tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(I(v_j) \frac{f_X(v_j)}{h_v(v_j)} \right) \quad (5)$$

که در آن نمونه تصادفی v_j با استفاده از تابع توزیع $h_v(v)$ تولید می‌شود.

ISM می‌تواند روش بسیار کارایی در تخمین P_f باشد. یک تابع توزیع خوب برای $h_v(v)$ (که تأکید آن بر ناحیه خرابی بوده و چگالی احتمال در آن ناحیه بیشتر از سایر نواحی است) می‌تواند با تعداد اندکی از



شکل ۱ توصیف شماتیک مفهوم نمونه‌گیری با اهمیت

شکل ۲ تابع نمونه‌گیری با اهمیت $hV(V)$ در فضای متغیرهای تصادفی

۲- بیشترین سهم نقاط نمونه‌ای که در ناحیه خرابی تولید می‌شوند، در قسمتی که چگالی احتمال نسبتاً بزرگ است قرار گیرند.

۳- برای آنکه نمونه‌ها بتوانند قسمت عمده ناحیه با چگالی احتمال نسبتاً زیاد را کاملاً پوشش دهند، باید انحراف معیار انتخابی برای ساختن تابع یاد شده به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود.

ناحیه خرابی واقع می‌شوند) و مقادیر آن در مناطقی از ناحیه خرابی که تابع چگالی اصلی نسبتاً بزرگ است، زیاد باشد (شکل ۲).

به طور خلاصه و بر اساس شناختی که نسبت به ISDF ایده‌آل وجود دارد می‌توان شرایط زیر را برای یک ISDF خوب برشمرد:

۱- بخش عمده‌ای از نقاط نمونه را در ناحیه خرابی تولید نماید.

Archive of SID

احتمال در آنها نسبتاً بزرگ است، قرار گیرد. علیرغم آنکه در شروع عملیات اطلاعات موجود از مسأله بسیار محدود است، لیکن با انجام نمونه‌گیری و پخش نمونه‌ها در قسمت‌های مختلف ناحیه خرابی، می‌توان به شناسایی قسمت‌های که چگالی احتمال در آنها بزرگ است اقدام نمود. بدین ترتیب با انتقال $h_v(v)$ در هر مرحله به نقاط مهم در ناحیه خرابی، سعی می‌شود تا به $h_v(v)$ بهینه نزدیک شد. از سوی دیگر برای جلوگیری از حذف شدن ناحیه‌های مهم (بویژه در مسایلی که دارای چندین نقطه حداکثر بوده و یا در مسایلی که چندین تابع حالت حدی وجود دارد) و نیز برای آنکه تا حد امکان تمام قسمت‌های موثر در p_f مورد استفاده قرار گیرد، در هر مرحله، از یک تابع چند مودی برای ساختن $h_v(v)$ استفاده می‌شود. الگوریتم این روش برای ساختن $h_v(v)$ و انجام عملیات نمونه‌گیری شامل مراحل زیر می‌باشد:

الف - ابتدا از یک تابع چگالی نمونه‌گیری مشابه شکل تابع چگالی اصلی متغیرها و با واریانس برابر با واریانس تابع اصلی که مرکز آن (نقطه میانگین تابع $h_v(v)$) در نقطه‌ای از ناحیه خرابی واقع شود استفاده می‌گردد.

ب - با انجام نمونه‌گیری به کمک تابع قسمت قبل، به ساختن یک تابع چند مودی با مرکزیت نقاط مهم در ناحیه خرابی اقدام می‌شود. با فرض اینکه در بین نقاط موجود تولید شده در ناحیه خرابی، مجموعه نقاط $\{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}\}$ مهمترین نقاط باشند، تابع چگالی $h_v(v)$ به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$h_v^i(x) = \sum_{j=1}^k \omega_j^i f_X^{(j)}(x) \quad (9)$$

$$\omega_j^i = \frac{f_X(x^{(j)})}{\sum_{r=1}^k f_X(x^{(r)})} \quad (10)$$

۴- شکلهایی که به میزان زیادی صاف و یکنواخت بوده و یا کجی زیادی داشته باشند توابع مناسبی برای $h_v(v)$ نیستند.

۵- تابع $h_v(v)$ باید تا حد امکان به صورت مناسبی منعکس‌کننده شکل تابع خرابی باشد. این نکته بویژه در مسایلی که دارای توابع حدی با متغیرهای بسیار زیاد و یا، شامل چند تابع حدی مختلف هستند، از اهمیت بالایی برخوردار می‌شود.

براساس نکات یاد شده، روش‌های مختلفی به منظور تعیین تابع مناسبی برای $h_v(v)$ ارائه شده است [10,9,8,7] ذیلاً به ارائه روش مورد استفاده در این مقاله پرداخته می‌شود.

روش نمونه‌گیری با اهمیت چند تابعی

جستجویی (MMSB - ISM)

در این دسته روش‌ها با شروع نمونه‌گیری در منطقه‌ای از ناحیه خرابی با مقدار بزرگی برای $f_X(x)$ ، سعی می‌شود که در هر مرحله تابع $h_v(v)$ به نقاطی که در آنها $f_X(x)$ مقدار بزرگتری داشته است، منتقل شود. در همین راستا Karamchandani و Cornet روشی ارائه نموده‌اند که از راندمان نسبتاً بالایی برخوردار است [8]. از آنجا که در این مقاله از الگوریتم یاد شده استفاده شده است، در این قسمت به آن پرداخته می‌شود.

این روش بر این پایه استوار است که حتی اگر هنگامی که در شروع عملیات نمونه‌گیری اطلاعات موجود از ناحیه خرابی و وضعیت آن محدود بوده و یا در دسترس نباشد، با انجام هر نمونه‌گیری به میزان اطلاعات افزوده می‌شود. بدین ترتیب می‌توان بر اساس اطلاعات و نمونه‌های جدید به تصحیح و بهبود $h_v(v)$ پرداخت. همانطور که در قسمت‌های قبل نیز آورده شد، هدف، یافتن تابعی است که بیشترین سهم نمونه‌های تولیدی آن در قسمتهایی از ناحیه خرابی که چگالی

Archive of SID

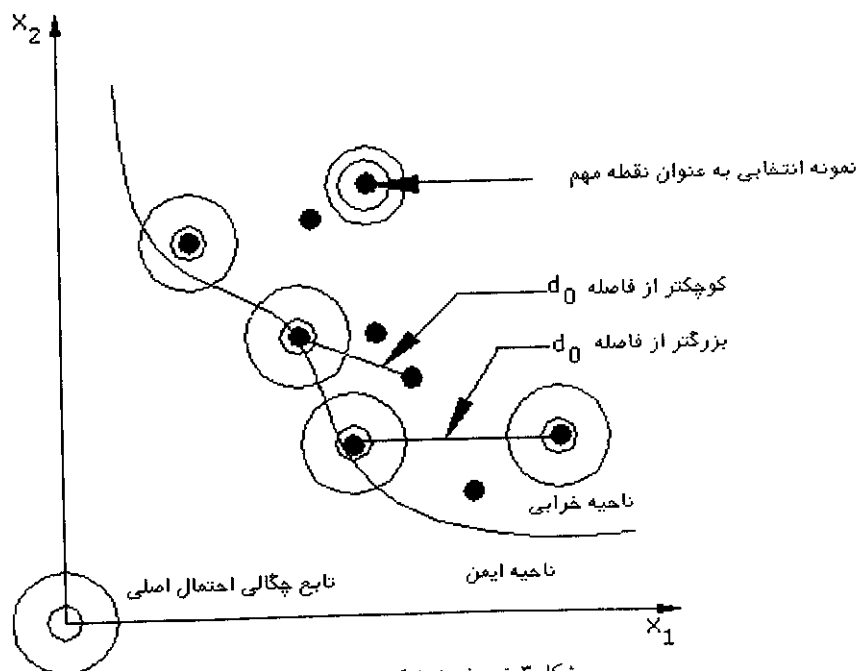
به عنوان d^0 توصیه شده است. شکل (۳) به صورت شماتیک نحوه کار این الگوریتم را نشان می‌دهد.

ج - پس از تولید نمونه‌ها در هر مرحله، احتمال خرابی \bar{P}_F و ضریب تغییرات آن $Cov(\bar{P}_F)$ مطابق روابط (۵) و (۷) تعیین می‌شوند. عملیات شبیه‌سازی تا هنگامی که ضریب تغییرات از اندازه معینی کمتر نشود، ادامه می‌یابد. معمولاً محدود نمودن حداکثر ضریب تغییرات در مسایل قابلیت اعتماد سازه‌ها به عدد $0/3$ می‌تواند به نتایج قابل قبولی منجر شود [11].

با افزایش تعداد نمونه‌ها و تصحیح $h_v(v)$ در هر مرحله، امید یافتن $h_v(v)$ بهینه افزایش می‌یابد. انتخاب مناسب d_0 و نیز واریانس $h_v(v)$ نقش مهمی را در دستیابی به جواب مناسب و عدم گرفتار شدن در قسمت‌های محدودی از ناحیه خرابی ایفا می‌کنند. عدم حساسیت این روش به چگونگی وضعیت تابع حالت حدی، مقدار P_F ، تعداد متغیرها و اهمیت نسبی آنها، نیز قابلیت بالای آن در حل مسایل شامل چندین تابع حالت حدی و مسایل قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای از جمله نقاط قوت این روش برشمرده می‌شوند.

و $f_X(x)$ تابع چگالی احتمال مشترک اصلی و $f_X^j(x)$ تابع چگالی احتمال اصلی با مرکزیت X^j می‌باشند. بعد از تعیین $h_v^j(x)$ ، به تولید نمونه‌های جدید پرداخته می‌شود و سپس بر اساس مجموعه جدید نمونه‌ها تابع $h_v^{j+1}(x)$ مجدداً ساخته می‌شود.

تعیین مجموعه نقاط مهم پایه در ساختن $h_v(v)$ بر یک سری عملیات دسته‌بندی و حذف استوار می‌باشد. برای این منظور با فرض اینکه مجموعه S شامل کلیه نقاط تولید شده واقع در ناحیه خرابی تا انتهای مرحله قبل باشند، نقطه $X^{(1)}$ که در بین نقاط بیشترین چگالی احتمال را داراست، انتخاب می‌شود. سپس به حذف کلیه نقاطی از S که در فاصله معین d_0 در اطراف $X^{(1)}$ قرار گرفته‌اند (شامل خود نقطه $X^{(1)}$) اقدام می‌شود. در میان نقاط باقیمانده، نقطه $X^{(2)}$ با بیشترین چگالی احتمال انتخاب می‌شود و مجدداً عملیات دسته‌بندی و حذف صورت می‌پذیرد. این کار تا هنگامی که هیچ نقطه‌ای بعد از آخرین حذف در مجموعه S باقی نماند، انجام می‌پذیرد. برای تعیین فاصله دسته‌بندی، استفاده از میانگین فاصله نقاط تا مبدأ



شکل ۳ توصیف شماتیک تابع نمونه‌گیری چند مدی

$$\tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{f|\tilde{X}=\tilde{x}^{(i)}} \quad (13)$$

که در آن نمونه $\tilde{x}^{(i)}$ با استفاده از تابع چگالی احتمال $f_{\tilde{X}}(\tilde{x})$ تولید شده و $P_{f|\tilde{X}=\tilde{x}^{(i)}}$ احتمال خرابی مشروط سازه با فرض $\tilde{x} = \tilde{x}^{(i)}$ می‌باشد. واریانس و ضریب تغییرات مقدار \tilde{P}_f عبارتند از:

$$\text{Var}(\tilde{P}_f) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (P_{f|\tilde{X}=\tilde{x}^{(i)}} - \tilde{P}_f)^2 \quad (14)$$

$$\text{Cov}(\tilde{P}_f) = \frac{\sqrt{\text{Var}(\tilde{P}_f)}}{\tilde{P}_f} \quad (15)$$

کارایی این روش به دو عامل: ۱- تعداد تحلیل سازه مورد نیاز برای محاسبه احتمال خرابی مشروط برای هر نمونه تولیدی و ۲- تعداد نمونه‌های لازم برای دستیابی به سطح مطلوبی از دقت، بستگی دارد. هنگامی که مجموعه متغیرهای مهم \hat{X} فقط شامل یک متغیر باشد، (بحرانی‌ترین بار و یا بحرانی‌ترین مقاومت) و تابع پاسخ حالت حدی سازه $G(\tilde{X}, \hat{X})$ به ازای هر مقدار مشخص \tilde{X} تابع یکنوایی از متغیر یاد شده باشد، احتمال خرابی مشروط بسادگی قابل محاسبه می‌باشد.

در این صورت به ازای یک نمونه مشخص $\tilde{X} = \tilde{x}^{(i)}$ ، لازم است مقدار \hat{X}^* به گونه‌ای تعیین شود که مقدار $G(\tilde{x}^{(i)}, \hat{X}^*)$ برابر با صفر شود. مقدار احتمال خرابی به شکل زیر برآورد می‌گردد:

اگر $G(\tilde{x}^{(i)}, \hat{X}^*)$ تابع نزولی یکنوا نسبت به \hat{X} باشد:

$$P_{f|\tilde{X}=\tilde{x}^{(i)}} = P\{\hat{X} \leq \hat{X}^* | \tilde{X} = \tilde{x}^{(i)}\} \quad (1-16)$$

اگر $G(\tilde{x}^{(i)}, \hat{X}^*)$ تابع نزولی یکنوایی نسبت به \hat{X} باشد:

روش امید ریاضی مشروط (CEM)

CEM یک روش شبیه‌سازی است که در آن سعی می‌شود تا با استفاده از تعداد کمی از نمونه‌ها، احتمال خرابی تخمین زده شود. این روش می‌تواند به عنوان ابزار بسیار کارآمدی در برآورد قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای و مسایل قابلیت اعتماد تابع زمان مورد استفاده واقع شود. این روش دارای چند مرحله است. نخست آنکه یک مجموعه از متغیرهای مهم تعیین و مشخص شوند. سپس به تولید N نمونه اقدام (که در هر کدام از آنها برای کلیه متغیرها به غیر از متغیرهای مهم به تولید نمونه پرداخته می‌شود) و برای هر کدام از نمونه‌های تولیدی احتمال خرابی مشروط محاسبه می‌شود. از آنجا که برای متغیرهای مهم هنگام تولید نمونه‌ها مقداری تعیین نمی‌شود، بنابراین برای هر کدام از نقاط تولیدی موقعیت واقعی نمونه‌ها مبنی بر اینکه آیا در ناحیه خرابی قرار می‌گیرند و یا خیر، بستگی به مقدار متغیرهای مهم دارد. احتمال خرابی مشروط عبارت است از احتمال آنکه مقدار متغیرهای مهم به گونه‌ای باشد که نمونه تولید شده در منطقه خرابی قرار گیرد. با محاسبه احتمال خرابی مشروط برای هر نمونه، احتمال خرابی سازه با استفاده از قضیه احتمال کل برآورد می‌شود.

با تقسیم بردار متغیرهای تصادفی X به دو مجموعه \tilde{X} و \hat{X} ، رابطه (۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$P_f = \int_{\tilde{X}} \left[\int_{\{\hat{X}: G(\tilde{X}, \hat{X}) \leq 0\}} f_{\hat{X}|\tilde{X}=\tilde{x}}(\hat{x}) d\hat{x} \right] f_{\tilde{X}}(\tilde{x}) d\tilde{x} \quad (11)$$

و یا:

$$P_f = \int_{\tilde{X}} P[G(\hat{X}, \tilde{X}) \leq 0 | \tilde{X} = \tilde{x}] f_{\tilde{X}}(\tilde{x}) d\tilde{x} \\ = \int_{\tilde{X}} P_{f|\tilde{X}=\tilde{x}} f_{\tilde{X}}(\tilde{x}) d\tilde{x} \quad (12)$$

بدین ترتیب احتمال خرابی به صورت زیر برآورد می‌شود:

کارایی CEM به میزان زیادی تحت تأثیر اهمیت نسبی متغیرها و مقدار P_f می‌باشد. از سوی دیگر نکته بسیار مهم و جالب توجه آن است که استفاده از تابع چگالی اصلی متغیرها در تولید و شبیه‌سازی نمونه‌ها شانس انتخاب نمونه‌ها از ناحیه‌های مهم و مؤثر فضای متغیرها را کم می‌کند و نیازمند تولید نمونه‌های زیاد برای دستیابی به سطح مورد نظری از دقت می‌باشد. با توجه به توانایی ISM و بکارگیری این روش در تولید نمونه‌های \bar{X} ، می‌توان راندمان CEM را به میزان قابل توجهی بهبود بخشید.

روش ترکیبی امید ریاضی مشروط و نمونه‌گیری با اهمیت

همانطور که بیان شد، ناحیه‌ای که نقش و سهم زیادی در مقدار انتگرال معادله (۱۲) دارد، از نقطه میانگین متغیرها (که مرکز تابع چگالی اصلی می‌باشد) فاصله داشته و همین امر سبب می‌شود تا هنگام استفاده از روش شبیه‌سازی برای محاسبه انتگرال یاد شده، تعداد زیادی نمونه که با استفاده از تابع $f_X(X)$ تولید می‌شوند، مورد نیاز باشد. از سوی دیگر می‌توان رابطه (۱۲) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$P_f = \int_{\bar{X}} \left[P_{f|\bar{X}=\bar{x}} \frac{f_{\bar{X}}(\bar{x})}{h_{\bar{X}}(\bar{x})} \right] h_{\bar{X}}(\bar{x}) d\bar{x} \quad (18)$$

که با استفاده از آن مقدار p_f را می‌توان به صورت زیر برآورد نمود:

$$\tilde{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{f|\bar{X}=\bar{x}^{(i)}} \frac{f_{\bar{X}}(\bar{x}^{(i)})}{h_{\bar{X}}(\bar{x}^{(i)})} \quad (19)$$

که در آن نمونه‌های $\bar{x}^{(i)}$ با استفاده از تابع چگالی نمونه‌گیری $h_{\bar{X}}(\bar{x})$ تولید می‌شوند.

واریانس و ضریب تغییرات مقدار \tilde{p}_f به صورت زیر برآورد می‌شوند:

$$P_{f|\bar{X}=\bar{x}^{(i)}} = 1 - P\{\hat{X} < \hat{x}^* | \bar{X} = \bar{x}^{(i)}\} \quad (2-16)$$

که در آن:

$$P\{\hat{X} \leq \hat{x}^* | \bar{X} = \bar{x}^{(i)}\} = \frac{\int_{-\infty}^{\hat{x}^*} f_{\hat{X}|\bar{X}=\bar{x}^{(i)}}(\hat{x}) d\hat{x}}{\int_{-\infty}^{\infty} f_{\hat{X}|\bar{X}=\bar{x}^{(i)}}(\hat{x}) d\hat{x}} \quad (17)$$

اگر متغیر تصادفی \hat{X} از سایر متغیرهای تصادفی مستقل باشد، مقدار تابع چگالی احتمال مشروط $f_{\hat{X}|\bar{X}=\bar{x}^{(i)}}(\hat{x})$ با چگالی احتمال حاشیه‌ای $f_{\hat{X}}(\hat{x})$ برابر شده و $P\{\hat{X} \leq \hat{x}^* | \bar{X} = \bar{x}^{(i)}\}$ به صورت ساده‌ی $F_{\hat{X}}(\hat{x}^*)$ خواهد بود.

تعداد تحلیل‌هایی که برای برآورد پاسخ سازه به منظور محاسبه \hat{x}^* لازم می‌باشد، به ساختار مسأله، فرمول‌بندی احتمالاتی آن و از همه مهمتر انتخاب مجموعه متغیرهای مهم \hat{x} بستگی دارد. در یک مسأله (همانند بسیاری از مسائل استاتیکی) ممکن است انجام یکبار تحلیل سازه و برآورد پاسخ آن کافی باشد و در مقابل، در برخی مسائل (همچون یک مسأله دینامیکی غیر خطی) امکان دارد یک سلسله عملیات تکرار و جستجو که شامل چندین بار محاسبات تحلیل سازه خواهد بود، لازم شود. در مورد اخیر، مقدار \hat{x}^* را می‌توان با استفاده از روش ساده‌ای که مبتنی بر نصف کردن بازه جستجو باشد در کمتر از ۱۰ تحلیل و برآورد پاسخ سازه، محاسبه نمود. استفاده از روش‌های جستجوی بهتری که از اطلاعات مسأله در هر گام برای بهبود نتایج گام بعد استفاده می‌کنند می‌تواند تعداد عملیات لازم را کاهش داده و سرعت یافتن \hat{x}^* را افزایش دهد.

تعداد نمونه‌های لازم در عملیات شبیه‌سازی به دقت مورد نظر برای P_f و نیز عواملی نظیر مقدار احتمال خرابی، تعداد متغیرهای تصادفی، اهمیت نسبی متغیرهای انتخابی به عنوان مجموعه متغیرهای مهم، بستگی دارد [12].

در مسایل قابلیت اعتماد سیستم‌ها دچار کاهش راندمان می‌شود.

MMSB - ISM و Mahadevan و Dey با استفاده از

کارایی روش ترکیبی یاد شده را بهبود بخشیده و کوشش کرده‌اند مشکل مزبور را مرتفع نمایند [14]. Mori و Ellingwood با استفاده از شکل $h_v(v)$ بهینه و با بکارگیری روش مونت کارلو از رابطه زیر برای برآورد میانگین $h_v(v)$ استفاده نموده‌اند [13]:

$$\mu_{h_v^{(i)}} = \frac{1}{N P_f} \sum_{k=1}^N \frac{x_k P_{f|\bar{X}=x_k} f_{\bar{X}}(\bar{X}_k)}{h_v(x_k)} \quad (23)$$

الگوریتم پیشنهادی در ترکیب CEM و ISM

در این مقاله با تلفیق ایده MMSB و استفاده از شکل $h_v(v)$ بهینه، تابع چگالی نمونه‌گیری $h_v(\bar{X})$ به صورت زیر پیشنهاد گردیده است:

$$h_{\bar{X}}^{(i)}(\bar{X}) = \sum_{j=1}^k \omega_j f_{\bar{X}}^{\mu_j}(\bar{X}) \quad (24)$$

که در آن:

$$\omega_j = \frac{P_{f|\bar{X}=\bar{\mu}_j} f_{\bar{X}}(\bar{\mu}_j)}{\sum_{r=1}^k P_{f|\bar{X}=\bar{\mu}_r} f_{\bar{X}}(\bar{\mu}_r)} \quad (25)$$

و

$$\mu_r = \frac{1}{N_r P_f} \sum_{l=1}^{N_r} \frac{x_l P_f |_{\bar{X}=x_l} f_{\bar{X}}(x_l)}{h(x_l)} \quad (26)$$

با استفاده از رابطه‌های (24) و (19) در هر مرحله مقدار P_f برآورد می‌شود.

بدین ترتیب استفاده از ترکیب ایده MMSB و

شکل بهینه $h_v(v)$ برای هر یک از مدهای تشکیل‌دهنده تابع $h_v(v)$ در هر گام، سبب می‌شود تا اولاً از حذف نقاط و قسمتهای مؤثر در هنگام نمونه‌گیری جلوگیری شود و ثانیاً هر یک از مدهای انتخابی در وضعیتی نزدیک به ایده‌آل‌ترین تابع انتخاب گردند.

$$\text{Var}(\tilde{P}_f) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (P_{f|\bar{X}=\bar{X}^{(i)}} \frac{f_{\bar{X}}(\bar{X}^{(i)})}{h_{\bar{X}}(\bar{X}^{(i)})} - \tilde{P}_f)^2 \quad (20)$$

$$\text{Cov}(\tilde{P}_f) = \frac{\sqrt{\text{Var}(\tilde{P}_f)}}{\tilde{P}_f} \quad (21)$$

راندمان روش ترکیبی اخیر به میزان زیادی تحت

تأثیر چگونگی انتخاب تابع چگالی نمونه‌گیری $h_{\bar{X}}(\bar{X})$ قرار دارد. تابع چگالی نمونه‌گیری ایده‌آل که به کمترین مقدار خطا (کمترین مقدار ضریب تغییرات \tilde{P}_f) منجر می‌شود، عبارت است از [13,12]:

$$h_{\bar{X}}^*(\bar{X}) = \frac{P_{f|\bar{X}=\bar{X}} f_{\bar{X}}(\bar{X})}{\int P_{f|\bar{X}=\bar{X}} f_{\bar{X}}(\bar{X}) d\bar{X}} \quad (22)$$

که به مقدار $P_{f|\bar{X}=\bar{X}}$ در تمامی فضای \bar{X} نیاز دارد. همچنین برای محاسبه این تابع لازم است مقدار ثابت مخرج - که عملاً همان مقدار دقیق احتمال خرابی است - معلوم باشد. لذا طبیعی است دستیابی به این تابع ممکن و عملی نباشد. اما مهم آن است که فرم تابع ایده‌آل می‌تواند درباره چگونگی یک تابع چگالی نمونه‌گیری \bar{X} خوب راهگشا بوده و ارائه طریق نماید. با دقت در این رابطه پیداست که شکل و مقدار تابع چگالی نمونه‌گیری باید از فرم $P_{f|\bar{X}=\bar{X}} f_{\bar{X}}(\bar{X})$ پیروی نماید و جایی که مقدار اخیر حداکثر است، باید مقدار تابع چگالی نمونه‌گیری نیز حداکثر باشد.

Karamchandoni و Cornel پیشنهاد نموده‌اند

که از شکل اولیه تابع چگالی احتمال در نقطه‌ای که در آن مقدار $P_{f|\bar{X}=\bar{X}} f_{\bar{X}}(\bar{X})$ حداکثر است استفاده شود و برای انجام این کار دو الگوریتم مختلف نیز ارائه نموده‌اند [12]. روش یاد شده در پاره‌ای از موارد همانند مسایلی که دارای چندین نقطه حداکثر محلی بوده و نیز

همگرایی لازم حاصل می‌گردد (در مرجع [12] این تعداد تکرار عموماً بین ۳۰ تا ۵۰ تکرار می‌باشد).

سرعت همگرایی بالای روش و حساسیت کم آن در انتخاب متغیرهای \hat{X} از جمله مزایایی است که در این مثال جلب توجه می‌نماید. نتایج مربوط به دو تابع خرابی ۱ و ۳ که در طی تکرارهای انجام شده توسط روش پیشنهادی و نیز روش ارائه شده در مرجع [12] به دست آمده است، در شکل‌های (۴) و (۵) ارائه شده است. با توجه به شکل‌های مزبور ملاحظه می‌شود همگرایی حاصله بسیار قابل توجه بوده و الگوریتم ارائه شده، کارایی محاسباتی خیلی خوبی را از خود نشان می‌دهد.

مثال ۲

تابع حالت حدی

$$G(x) = -x_1 + 0.25 \sum_{i=2}^4 (x_i - 2.65)^2$$

که در مراجع [12,13] مورد بررسی قرار گرفته است، با استفاده از الگوریتم پیشنهادی مورد تحلیل قرار گرفت. حصول همگرایی \tilde{P}_F با محدود نمودن ضریب تغییرات آن به عدد ۰/۳ در کمتر از ۲۰ تکرار در مقایسه با نتایج مراجع [12,13] که در آنها این سقف حداقل ۳۰ تکرار است - از نتایج جالب توجه می‌باشد. مقایسه‌ای بین نتایج بدست آمده در جدول (۲) انجام گردیده است؛ ملاحظه می‌شود روش اخیر با تعداد تکرار کمتری می‌تواند به دقت‌های مطلوبتری دست یابد.

به منظور ملاحظه بهتر کارایی الگوریتم ارائه شده و بررسی سرعت همگرایی آن، نتایج به دست آمده در طی تکرارهای مختلف حاصل از این روش در مقایسه با روش‌های موجود در شکل (۶) ارائه شده است. چنانچه از این شکل برمی‌آید، نرخ همگرایی روش و پایداری عددی آن، بسیار مناسب بوده و الگوریتم از کارایی خیلی خوبی برخوردار است.

داشتن همزمان این دو برتری سبب می‌شود تا سرعت همگرایی در رسیدن به $h_v(v)$ بهینه بسیار زیاد شده، الگوریتم بتواند بدون محدودیت و بدون نگرانی از عدم پوشش مناسب ناحیه خرابی P_F را بخوبی تخمین بزند. از آنجا که در هر بار نمونه‌گیری، عملاً اطلاعاتی بر مجموعه اطلاعات قبلی افزوده می‌شود، می‌توان برای تصحیح P_F در هر مرحله از مقادیر P_F ‌های قبلی نیز استفاده نمود. برای این کار رابطه زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\tilde{P}_F = \sum_{m=1}^i (\omega_{p_i}) \tilde{P}_{F_i} \quad (27)$$

که در آن

$$\omega_{p_i} = \frac{\alpha_i}{\sum \alpha_i}, \quad \alpha_i = \left(\frac{1}{\text{Cov}(\tilde{P}_{F_i})} \right)^{\sqrt{\text{Cov}(P_{F_i})}} \quad (28)$$

استفاده از رابطه اخیر به منظور نیل به مقادیر دقیقتر P_F موفقیت‌آمیز بود. در اینجا به منظور نشان دادن کارایی روش ترکیبی پیشنهادی فوق به حل چند مثال از مراجع مختلف و مقایسه نتایج آنها پرداخته می‌شود.

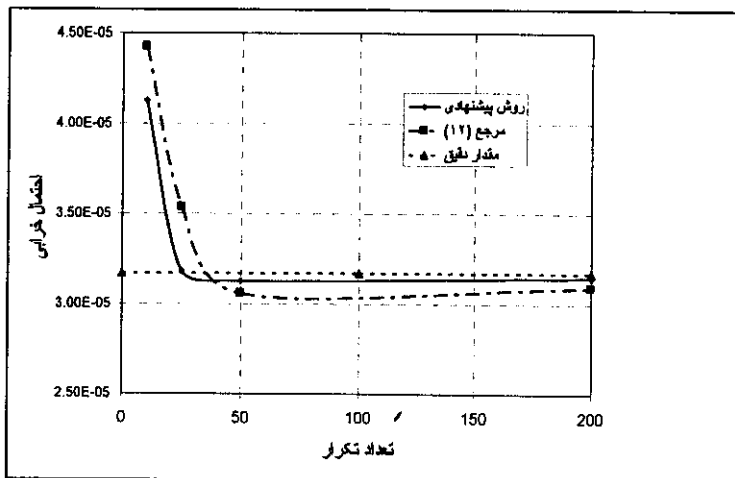
مثال ۱

سه تابع حالت حدی خطی به فرم کلی $G(x) = A - \sum_{i=1}^4 \alpha_i x_i$ که در مرجع [12] بررسی شده است، با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. X_i ‌ها متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد می‌باشند. در هر سه حالت X_4 به عنوان متغیر مهم (\hat{X}) انتخاب و برای شروع عملیات شبیه‌سازی از نقطه میانگین به عنوان نقطه شروع استفاده گردید. در هر حالت، سه بار عملیات شبیه‌سازی با ۲۰۰ نمونه انجام گردید. نتایج بدست آمده در جدول (۱) آورده شده است.

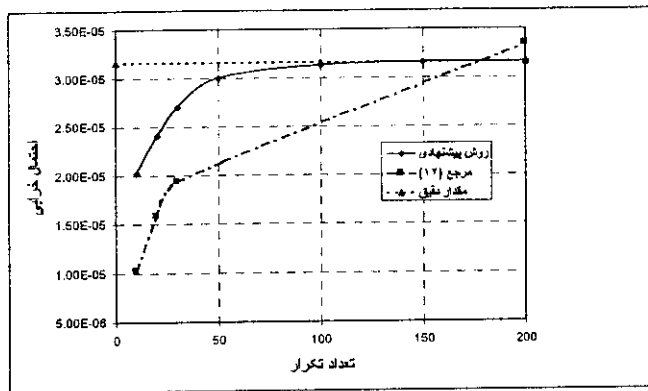
چنانچه در محاسبات برای حد عملی ضریب تغییرات از عدد ۰/۳ استفاده شود، با استفاده از الگوریتم فوق در تکرارهایی حداکثر در حدود ۲۰ الی ۳۰ تکرار

جدول ۱ مقایسه نتایج مثال ۱

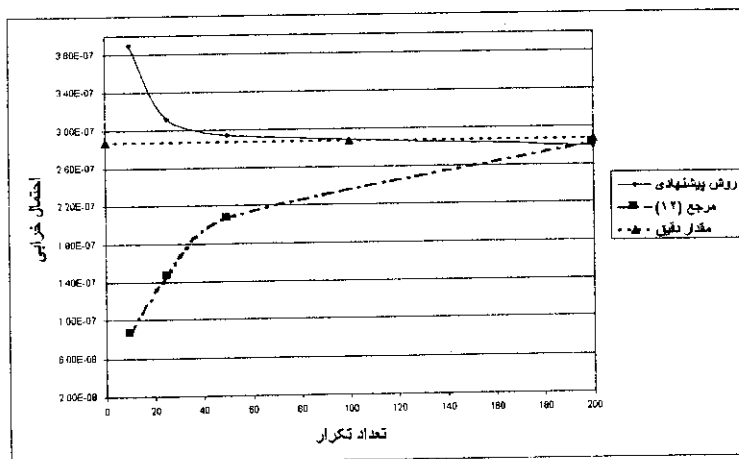
مقدار P_f دقیق	الگوریتم پیشنهادی مرجع [۱۲]		الگوریتم ترکیبی پیشنهادی		شماره اجرا
	$Cov(\tilde{P}_f)$	\tilde{P}_f	$Cov(\tilde{P}_f)$	\tilde{P}_f	
تابع خرابی ۱: $G(X)=\varepsilon-\alpha/\varepsilon x_1-\alpha/\varepsilon x_2-\alpha/\varepsilon x_3-\alpha/\sqrt{2}\varepsilon x_4$					
$3/17 \times 10^{-6}$	۰/۰۸	$2/91 \times 10^{-6}$	۰/۰۳	$3/07 \times 10^{-6}$	۱
	۰/۰۴	$3/08 \times 10^{-6}$	۰/۰۲	$3/11 \times 10^{-6}$	۲
	۰/۰۷	$3/28 \times 10^{-6}$	۰/۰۴	$3/14 \times 10^{-6}$	۳
تابع خرابی ۲: $G(x)=\varepsilon-\alpha/\varepsilon x_1-\alpha/\varepsilon x_2-\alpha/\varepsilon x_3-\alpha/\sqrt{2}\varepsilon x_4$					
$2/87 \times 10^{-7}$	۰/۰۵	$2/77 \times 10^{-7}$	۰/۰۲	$2/11 \times 10^{-7}$	۱
	۰/۰۵	$2/88 \times 10^{-7}$	۰/۰۲	$2/89 \times 10^{-7}$	۲
	۰/۰۷	$2/94 \times 10^{-7}$	۰/۰۱	$2/87 \times 10^{-7}$	۳
تابع خرابی ۳: $G(x)=\varepsilon-\alpha/\varepsilon x_1-\alpha/\varepsilon x_2-\alpha/\varepsilon x_3-\alpha/\varepsilon x_4$					
$3/17 \times 10^{-6}$	۰/۰۹	$3/03 \times 10^{-6}$	۰/۰۴	$3/13 \times 10^{-6}$	۱
	۰/۰۸	$3/05 \times 10^{-6}$	۰/۰۳	$3/19 \times 10^{-6}$	۲
	۰/۰۹	$3/12 \times 10^{-6}$	۰/۰۳	$3/15 \times 10^{-6}$	۳



شکل ۴ مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم ارائه شده و روش مرجع [۱۲] در تابع خرابی ۱ از مثال ۱



شکل ۵ مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم ارائه شده و روش مرجع ۱۲ در تابع خرابی ۳ از مثال ۱



شکل ۶ مقایسه سرعت همگرایی الگوریتم ارائه شده با روش مرجع [۱۲] در مثال ۲

Archive of SID

مثال ۳

به عنوان آخرین مثال کلاسیک، تابع حالت حدی که در

$$G(X) = x_1 - \left(\sum_{i=2}^{10} x_i^2\right) / 6 + 3$$

مراجع [13,14] ارائه شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل در جدول (۳) مورد مقایسه قرار گرفته است.

مطالعه مثال‌های فوق، نشانگر سرعت قابل قبول و دقت مناسب روش پیشنهادی می‌باشد. کارایی روش، عدم گرفتار شدن آن در مسایلی با چندین نقطه حداکثر

محلی، سرعت همگرایی خوب آن، و قابلیت استفاده در مسایلی شامل چندین تابع حالت حدی از جمله مزایای روش اخیر است که برخی از این برتری‌ها به نحوه انتخاب h_v بهینه و چند مودی بودن آن و نیز برخی دیگر به دلیل انتخاب نقاط مرکزی توابع یاد شده بر اساس شکل h_v می‌باشد. تصحیح P_f در هر مرحله و استفاده از آن در ساخت h_v مرحله بعد و استفاده از نتایج مراحل قبل در تولید P_f مرحله بعد، از جمله مسایلی است که راندمان روش اخیر را به مقدار قابل توجهی افزایش داده است.

از آنجا که فرمت و شکل مسایل قابلیت اعتماد تابع

جدول ۲ مقایسه‌ی نتایج مثال ۲

مقدار P_f دقیق [12]	مرجع [13]		مرجع [12]		الگوریتم پیشنهادی		شماره اجرا			
	تعداد نمونه‌ها	$Cov(\tilde{P}_f)$	\tilde{P}_f	تعداد نمونه‌ها	$Cov(\tilde{p}_f)$	\tilde{p}_f		تعداد نمونه‌ها	$Cov(\tilde{p}_f)$	\tilde{p}_f
$3/16 \times 10^{-5}$	۲۰۰	۰/۰۳	$3/07 \times 10^{-5}$	۲۰۰	۰/۰۶	$3/57 \times 10^{-5}$	۱۰۰	۰/۰۳	$3/11 \times 10^{-5}$	۱
		۰/۰۴	$3/09 \times 10^{-5}$		۰/۰۷	$3/25 \times 10^{-5}$		۰/۰۳	$3/17 \times 10^{-5}$	۲
		۰/۰۳	$3/13 \times 10^{-5}$		۰/۰۷	$3/21 \times 10^{-5}$		۰/۰۴	$3/19 \times 10^{-5}$	۳

جدول ۳ نتایج مثال ۳

مقدار P_f دقیق [14]	مرجع [14]		مرجع [13]		الگوریتم پیشنهادی		شماره اجرا			
	تعداد نمونه‌ها	$Cov(\tilde{P}_f)$	\tilde{P}_f	تعداد نمونه‌ها	$Cov(\tilde{p}_f)$	\tilde{p}_f		تعداد نمونه‌ها	$Cov(\tilde{p}_f)$	\tilde{p}_f
۰/۱۱۱	۵۰۰	۰/۱۲	۰/۱۰۱	۵۰۰	۰/۰۲	۰/۱۱۱	۴۰۰	۰/۰۳	۰/۱۱۲	۱
		۰/۱۰	۰/۱۱۰		۰/۰۳	۰/۱۰۹		۰/۰۴	۰/۱۱۱	۲
		۰/۰۷	۰/۱۱۶		۰/۰۲	۰/۱۱۶		۰/۰۲	۰/۱۱۴	۳

جدول ۴ مشخصات آماری متغیرهای تصادفی

سیستم	متغیر تصادفی	مقدار میانگین *	توزیع	ضریب تغییرات ***
پل	۱	عمق مؤثر میلگرد (d)	۱۰۴ (cm)	۰/۰۴
	۲	مساحت میلگرد (A _s)	۳۶۷۴ (cm ^۲)	۰/۰۲
	۳	مدول الاستیسیته بتن (E _c)	۵۰۰ (Mpa)	۰/۱۲
	۴	مدول برشی بتن (G _c)	۲۱۰۰ (Mpa)	۰/۱۴
	۵	مقاومت فشاری بتن (f' _c)	۳۰ (Mpa)	۰/۱۸
	۶	مقاومت تسلیم فولاد (f _y)	۳۰۰ (Mpa)	۰/۱۰
	۷	جرم واحد طول پل (ρ _c)	۱۱ (t/m)	۰/۱۰
	۸	خطای مدل سازی (B)	۱	۰/۰۵
	۹	ممان اینرسی دال (I _e)	۳۸/۴۴ × ۱۰ ^۶ (cm ^۴)	۰/۰۸
خط و روسازی راه آهن	۱۰	سختی بالاست (k _b)	۷۰ (MN/m)	۰/۳۰
	۱۱	استهلاک بالاست (C _b)	۱۸۰ (KN.Sec/m)	۰/۳۰
	۱۲	جرم حجمی بالاست (ρ _b)	۲ (ton/m ^۳)	۰/۲۰
	۱۳	سختی بالشتک زیر ریلی (k _p)	۲۴۰ (MN/m)	۰/۱۰
	۱۴	استهلاک بالشتک زیر ریلی (C _p)	۲۵۰ (KN.Sec/m)	۰/۱۰
قطار	۱۵	جرم قطار (M _c)	۵۰ (ton)	۰/۱۷
	۱۶	اینرسی دورانی بدنه قطار (J _c)	۱/۷ × ۱۰ ^۳ (ton.m ^۲)	۰/۱۷
	۱۷	سختی سیستم تعلیق اولیه (k _w)	۴۵۰۰ (KN/m)	۰/۱۲
	۱۸	استهلاک سیستم تعلیق اولیه (C _w)	۲۵۰ (KN.Sec/m)	۰/۱۲
	۱۹	سختی تماسی هر تزی چرخ و دیل (k _H)	۱۰ ^۳ × ۲/۴ (KN/m)	۰/۲۰
	۲۰	بار محوری قطار (P)	۲۲۰ (KN)	۰/۱۷
	۲۱	سرعت قطار (V _T)	۱۵۰ (Km/h)	۰/۱۳
	۲۲	عمق بریدگی چرخ و قطار (D _r)	۵ (mm)	۰/۲۰

* مقدار میانگین از حاصل ضرب نسبت Bias (نسبت میانگین به مقدار اسمی) در مقدار اسمی متغیرها به دست آمده است.

** مقدار ضریب تغییرات چند متغیر بر اساس اطلاعات محدود برآورد شده است.

*** نتایج حاصله بر مبنای تحلیل شبیه سازی مونت کارلو به دست آمده است.

Archive of SID

جمله نکات برجسته این روش پیشنهادی دانست. استفاده از نتایج P_f مراحل قبل (که هر کدام شامل اطلاعاتی از ناحیه خرابی هستند) در مراحل بعدی، نشان داد که می‌توان دقت نتیجه بدست آمده را افزایش بخشید.

به کمک روش ارائه شده، مثالی از تحلیل قابلیت اعتماد یک پل بتنی راه آهن در بالاترین سطح از روش‌های تئوری قابلیت اعتماد ارائه گردید. این تحلیل به خاطر کارایی بالا، پایداری عددی قابل توجه و دقت بسیار خوب الگوریتم ممکن گردید. با توجه به الگوریتم ارائه شده توسعه این روش در مطالعه انواع سطوح حالت حدی برای پل‌های مختلف راه آهن ممکن و میسر می‌باشد و بررسی تأثیر ناهمواری‌ها و آسیب‌های موجود در پل، سیستم خط و ناوگان بر ایمنی پل و کاهش قابلیت اعتماد پل در طول دوره‌های مختلف بهره‌برداری قابل برآورد می‌باشد [۱۶].

حسن روش اخیر در مقایسه با روش‌های موجود، هنگامی بیشتر خودنمایی می‌کند که همچون مثال‌های آورده شده، در حل مسایل بزرگ، سبب کاهش حجم عملیات به مقدار قابل توجه و افزایش دقت گردد.

سیستم کاهش و احتمال خرابی آن افزایش می‌یابد. این کاهش اعتماد بویژه در سنین نزدیک به عمر مفید سازه قابل توجه بوده و از این رو، احتمال بروز خرابی بسیار زیاد می‌شود. به کمک این تحلیل می‌توان در عمر معینی از سازه، تراز ایمنی را تخمین زده، عمر مفید سازه را برآورد نمود. نتایج این مطالعات می‌تواند در تخمین عمر مفید سازه و برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیر سازه پل مورد استفاده قرار گیرد.

نتیجه‌گیری

برای افزایش کارایی روش‌های شبیه‌سازی در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها از یک روش ترکیبی مبتنی بر استفاده توأم از ISM و CEM استفاده گردید. در ترکیب این دو روش با بهره‌گیری از مزایای قدرتمند آنها و با استفاده از شکل بهینه تابع نمونه‌گیری و نیز ایده MMSB، سرعت همگرایی افزایش قابل توجهی پیدا می‌نماید. عدم حساسیت الگوریتم پیشنهادی به میزان P_f ، پوشش یافتن تمامی قسمت‌های مؤثر ناحیه خرابی در مقدار P_f ، قابلیت کاربرد الگوریتم و سهولت استفاده از آن در مسایل قابلیت اعتماد سیستم‌های سازه‌ای و مسایل قابلیت اعتماد تابع زمان را می‌توان از

مراجع

1. Shooman, M. L., "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach", McGraw-Hill, New York, (1968).
2. Melchers, R. E., "Structural Reliability; Analysis and Prediction", Ellis Horwood, Chichester, UK, (1999).
3. Rubinstein, R. Y., "Simulation and the Monte Carlo Method", Wiley, New York, (1981).
4. Schueller, G. I., Bucher, C. G., Bourgund, U., and Ouyornprasert, W., "On efficient computational schemes to calculate structural failure probabilities", in: Lin, Y. K., and Schueller, G. I., (Eds.), Stochastic Structural Mechanics. Lecture Notes in Engineering, Vol. 31, Springer, Berlin, (1987).
5. Ibrahim, Y., "Observations in applications of importance sampling in structural reliability analysis", *Struct. Safety, Amsterdam*, 9, pp. 269-281, (1991).

6. Schueller, G. L., and Stix, R. A., "Critical appraisal of methods to determine failure probabilities", *Structural Safety*, 4, pp. 293-309, (1987).
7. Englund, S., Rackwitz, R., and Lange, C., "Approximations of first-passage times for differentiable processes based on higher-order threshold crossings", *Probabilistic Engineering Mechanics*, 10, pp. 53-60, (1995).
8. Karamchandani A., Bjerager, P., and Cornell, C. A., "Adaptive importance sampling", *Proc., ICOSSAR 89, Ang, A. H. S., Shinozuka, M., and Schueller, G.I. eds., ASCE, New York*, pp. 855-862, (1989).
9. Melchers, R. E., "Importance sampling in structural systems", *Structural Safety*, 6, pp. 3-10, (1989).
10. Melchers, R. E., "Search-based importance sampling", *Struct. Safety, Amsterdam*, 9, pp. 117-128, (1991).
11. Ditlevsen, O., and Madsen, H. O., "*Structural Reliability Methods*", John Wiley & Sons, Chichester, (1996).
12. Karamchandani, A., and Cornell, C. A., "Adaptive hybrid conditional expectation approaches for reliability estimation", *Struct., Safety. Amsterdam*, 11, pp. 59-74, (1991).
13. Mori, Y., and Ellingwood, B. R., "Time-dependent system reliability analysis by adaptive importance sampling", *Struct. Safety, Amsterdam*, 12, pp. 59-73 (1993).
14. Dey, A., and Mahadevan, S., "Reliability estimation with Time", 5, pp. 612-620, (2000).
15. Bucher, C. G., "Adaptive sampling - An iterative fast Monte Carlo Procedure", *Struct. Safety, Amsterdam*, 5, pp. 119-126, (1988).
16. محمدزاده، سعید، "تحلیل قابلیت اعتماد پل‌های بتنی راه‌آهن تحت بارهای ترافیکی" رساله دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران (۱۳۸۱).