

تعیین ابعاد قلمرو محاسباتی در شبیه سازی عددی جریان سیال همراه با انتقال حرارت بر روی یک استوانه*

(یادداشت پژوهشی)

سید محمود ابوالحسن علوی^(۱)

علی عارف منش^(۱)

چکیده موقعیت مرزهای جانبی که به طور معمول محل اعمال شرایط مرزی جریان آزاد و یا گرا دیان صفر می باشند، در شبیه سازی عددی جریان های خارجی بر روی اجسام از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در این تحقیق، تاثیر موقعیت مرزهای جانبی بر حل عددی جریان آرام، دو بعدی، غیر قابل تراکم و غیر همدمای اطراف یک استوانه در محدوده ای از اعداد پرانتل و رینولدز مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. معادلات حاکم به روش اجزاء محدود حل شده و ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط محاسبه شده اند. نتایج بیانگر آن هستند که با کاهش عدد پرانتل اهمیت میدان دما و با کاهش عدد رینولدز اهمیت میدان جریان در تعیین موقعیت مرزهای جانبی بیشتر می شود. نتایج این تحقیق برای انتخاب قلمرو محاسباتی در شبیه سازی جریان های خارجی اطراف اجسام مفید خواهد بود.

واژه های کلیدی اجزاء محدود، مرزهای جانبی، استوانه، جریان سیال، عدد ناسلت.

On Choosing the Computational Domain for Non-isothermal Flow Past a Cylinder

A. Arefmanesh

M. A. Alavi

Abstract The location of the lateral boundaries, where free-stream or zero-gradient boundary conditions are usually applied, has special importance in the numerical simulation of external flows over bodies. The influence of the location of the lateral boundaries on the numerical solution of a two-dimensional, laminar, incompressible, and non-isothermal flow past a circular cylinder for a range of Prandtl and Reynolds numbers is investigated. The governing equations are solved using the finite element method through which the drag coefficient and the Nusselt number are calculated. The results show that the influence of the flow field on the location of the lateral boundaries increases with decreasing the Reynolds number, while the effect of the temperature field on these boundaries decreases with increasing the Prandtl number. The results of this study should be useful for choosing the computational domain in the numerical simulation of external flows over bodies.

Key Words Finite Elements, Lateral Boundaries, Circular Cylinder, Fluid Flow, Nusselt Number.

* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۸۲/۴/۹ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۲/۱۱/۱۱ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) استادیار واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی تهران

(۲) دانشجوی دکتری، واحد علوم و تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی تهران

مقدمه

در تجزیه و تحلیل عددی جریان‌های خارجی بر روی اجسام یکی از نکات مهم انتخاب صحیح ابعاد حوزه محاسباتی است. ابعاد حوزه محاسباتی باید به اندازه‌ای بزرگ در نظر گرفته شوند تا شرایط مرزی اعمال شده، که معمولاً شرایط مرزی جریان آزاد و یا گردایان صفر هستند، دقت لازم را دارا باشند. از طرف دیگر بزرگ انتخاب کردن بیش از حد نیاز حوزه محاسباتی از نظر اقتصادی و زمان انجام محاسبات مطلوب نخواهد بود. بنابراین، انتخاب بهینه ابعاد حوزه محاسباتی همواره مدنظر می‌باشد. در این تحقیق تاثیر موقعیت مرزهای جانبی بر روی میدان جریان و میدان دمای اطراف یک استوانه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. برای این منظور جریان دو بعدی غیرقابل تراکم همراه با انتقال حرارت، بر روی یک استوانه به روش اجزاء محدود حل شده است و ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط محاسبه گردیده‌اند. تاثیر موقعیت مرزهای جانبی بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط مورد بررسی قرار گرفته است و کمترین ابعاد حوزه محاسباتی برای ثابت باقی ماندن آنها در حالت پایا تحت شرایط مختلف تعیین شده‌اند.

جریان خارجی بر روی یک استوانه توسط پژوهشگران زیادی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. در اکثریت قریب به اتفاق این پژوهش‌ها به نحوه انتخاب قلمرو محاسباتی و تاثیر آن بر روی نتایج بدست آمده هیچ اشاره‌ای نشده است. به عنوان یکی از کارهای اولیه انجام گرفته در این زمینه می‌توان به مقاله Dennis و همکارش اشاره کرد. آنها جریان پایای اطراف یک استوانه را تا عدد رینولدز ۱۰۰ به روش تفاوت‌های محدود حل نمودند [1]. Braza و همکارانش میدان‌های فشار و سرعت را در نزدیکی دنباله یک استوانه به روش حجم محدود حل

نمودند [2]. آنها جریان گردابه‌ای (vortex shedding) و اثر آن را بر روی ضرایب برآ و پسا در جریان‌های گذرا، لایه‌ای و غیرقابل تراکم اطراف یک استوانه برای اعداد رینولدز ۱۰۰، ۲۰۰ و ۱۰۰۰ مورد بررسی قرار دادند. Eaton جریان گردابه‌ای را در پشت یک استوانه برای عدد رینولدز ۱۱۰ به روش اجزاء محدود و با استفاده از ضریب پنائلی مورد تجزیه و تحلیل قرار داد [3]. حوزه محاسباتی مورد استفاده وی تقریباً ۴ برابر قطر استوانه به سمت بالا، پایین و بالا دست جریان و ۱۵ برابر قطر استوانه به طرف پائین دست جریان امتداد داشت. در تحقیقات بالا حل معادله انرژی و تأثیر موقعیت مرزهای جانبی بر روی میدان جریان و دما لحاظ نگردیده است.

از سوی دیگر Tezduyar و همکارانش اثر موقعیت مرز پائین دست را در جریان دو بعدی و غیرقابل تراکم در حالت گذرا اطراف یک استوانه مورد بررسی قرار دادند [4]. آنها معادلات ناویر - استوکس را در حالت گذرا به روش اجزاء محدود با فرمول‌بندی متغیرهای اولیه و با اعمال شرط مرزی بردار تنش صفر (traction-free) در مرز پائین دست حل نمودند و اثر موقعیت مرز پائین دست را بر روی تاریخچه ضرایب برآ، پسا و عدد استروهال (Strouhal No.) بررسی نمودند. نتایج آنها نشان می‌دهد که در صورتی که حل میدان - نزدیک (near-field)، عدد استروهال و ضرایب برآ و پسا مدنظر باشند، می‌توان مرز پائین دست را بدون آنکه تغییر محسوسی در نتایج رخ دهد، تا حداقل ۱۴/۵ برابر قطر استوانه از مرکز آن انتخاب نمود. فاصله مرزهای بالا، پایین و بالادست جریان نسبت به مرکز استوانه در تحقیق آنها ۸ برابر قطر استوانه در نظر گرفته شد. در تحقیق دیگری در این زمینه، Behr و همکارانش اثر موقعیت مرزهای جانبی بر روی پدیده جریان گردابه‌ای از یک استوانه را به روش اجزاء

مقاله بر روی اثر موقعیت مرزهای جانبی می‌باشد، لیکن تاثیر موقعیت مرزهای بالادست و پایین دست بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرد و نتایج بدست آمده با نتایج تحقیقات دیگر محققان مقایسه می‌گردد.

معادلات حاکم

قلمرو حل برای جریان آرام و غیر قابل تراکم سیال نیوتنی اطراف یک استوانه در حالت دو بعدی در شکل (۱) نشان داده شده است. معادلات پیوستگی، حرکت و انرژی برای این جریان در حالت گذرا به شکل بدون بعد، به ترتیب، عبارتند از:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2 \quad (3)$$

که در آنها مولفه‌های تنش بدون بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

متغیرهای بدون بعد در این معادلات به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$t = t^* \frac{D}{u_\infty} \quad , \quad u_i = u_i^* / u_\infty \quad , \quad p = p^* / \rho u_\infty^2 \quad (5)$$

$$x_i = x_i^* / D \quad , \quad \tau_{ij} = \tau_{ij}^* / \rho u_\infty^2$$

$$T = (T^* - T_\infty) / (T_w - T_\infty)$$

که در آنها مقادیر ستاره‌دار مقادیر با بُعد، D قطر استوانه، u_∞ سرعت جریان آزاد قبل از برخورد با استوانه، ρ چگالی سیال، T_∞ درجه حرارت جریان

محدود مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند [5]. آنها به این نتیجه رسیدند که موقعیت مرزهای جانبی در مقایسه با موقعیت مرز پائین دست بر روی جریان گردابه‌ای اثر تعیین کننده تری دارد و برای بدست آوردن جواب‌های قابل قبول لازم است مرزهای جانبی حداقل ۱۲ برابر قطر استوانه از آن فاصله داشته باشند. شایان ذکر است که در تحقیق آنها فاصله مرزپایین دست جریان ۲۲/۵ برابر قطر استوانه، و مرزبالادست جریان ۸ برابر قطر استوانه نسبت به مرکز آن در نظر گرفته شدند.

از جمله تحقیقات انجام گرفته در مورد جریان اطراف چند استوانه می‌توان به مقاله Mittal و همکارانش اشاره کرد که جریان گردابه‌ای را بر روی دو استوانه برای دو آرایش مختلف در اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۱۰۰۰ به روش اجزاء محدود مطالعه کردند [6]. Chen و همکارانش حل همزمان روش اجزاء محدود معادلات حرکت و انرژی را برای جریان آرام هوا بر روی سه و چهار لوله در حالت پایا ارائه کردند [7]. ابعاد قلمرو مورد استفاده آنان در بالادست جریان ۵ برابر قطر استوانه، پایین دست جریان ۱۶ برابر قطر استوانه و در مرزهای جانبی بالادست ۸ برابر قطر استوانه بودند. در عین حال، آنها در مورد تاثیر موقعیت مرزها بر روی میدان‌های جریان و دما انجام ندادند.

شایان توجه است که در اعداد پراتل بزرگ، ابعاد حوزه محاسباتی تنها توسط میدان جریان تعیین می‌گردد و میدان دما تاثیری به روی آن ندارد. در عین حال برای اعداد پراتل خیلی کوچک، همانند جریان فلزات مذاب، میدان دما تاثیر تعیین کننده‌ای در انتخاب قلمرو حل خواهد داشت. هدف از این تحقیق تعیین حداقل ابعاد حوزه محاسباتی مورد نیاز و تاثیر موقعیت مرزها بر روی نتایج حل همزمان معادلات حرکت و انرژی در جریان آرام و غیر قابل تراکم بر روی یک استوانه در محدوده‌ای از اعداد پراتل و رینولدز می‌باشد. با وجود اینکه تاکید

فرمول‌بندی اجزاء محدود

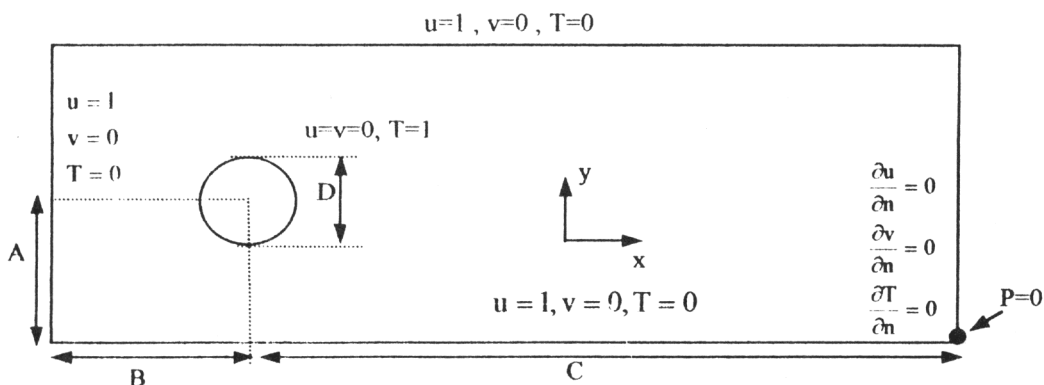
برای حل معادلات حاکم از روش اجزاء محدود استفاده می‌شود. روش اجزاء محدود مورد استفاده برای حل معادلات حرکت براساس متغیرهای اولیه، یعنی مولفه‌های سرعت و فشار، استوار است. شبکه‌ای متشکل از اجزاء دوزنقه‌ای شکل با چهار گره بر روی قلمرو ایجاد می‌گردد. سرعت و درجه حرارت به صورت دو خطی بر روی اجزاء تقریب زده می‌شوند. در هر جزء فشار ثابت در نظر گرفته می‌شود. جایگزینی این تقریب‌ها در معادلات حرکت و استفاده از روش باقی‌مانده وزنی به یک دستگاه معادلات جبری به هم وابسته غیرخطی منجر می‌شود. به منظور بدست آوردن جواب‌های عددی پایدار برای معادلات حرکت از روش SU/PG استفاده می‌شود [8]. در این روش، همزمان با افزایش نسبت جابجایی به پخش، توابع وزنی مورد استفاده در روش گلرکین به نحوی تغییر داده می‌شوند که وزنشان در جهت خطوط جریان در گره‌های بالادست نسبت به گره‌های پایین دست، افزایش یابد. برای حل معادله انرژی از روش تیلور-گلرکین استفاده می‌شود [9]. این روش برای محدوده وسیعی از

آزاد و T_w درجه حرارت سطح استوانه می‌باشند. به این ترتیب، اعداد بدون بعد رینولدز، پکله و پراتل، به ترتیب، عبارت خواهند بود از:

$$Re = \rho u_{\infty} D / \mu, Pe = \rho c u_{\infty} D / k, Pr = \mu c / k \quad (6)$$

که در آنها μ ، c و k ، به ترتیب، لزجت، ظرفیت گرمایی و ضریب هدایت سیال هستند.

سرعت جریان آزاد در جهت محور x برابر با $u_{\infty} = 2 \frac{m}{s}$ می‌باشد. به این ترتیب، مولفه x سرعت در ورودی و بر روی مرزهای جانبی برابر با سرعت جریان آزاد و مولفه y آن برابر با صفر می‌باشد. بر روی سطح استوانه شرط عدم لغزش اعمال می‌گردد. در مرز خروجی مشتق مولفه‌های سرعت در جهت عمود بر سطح برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود شکل (۱). درجه حرارت جریان آزاد برابر با $T_{\infty} = 700 \text{ K}$ می‌باشد. درجه حرارت در ورودی و بر روی مرزهای جانبی برابر درجه حرارت جریان آزاد است. درجه حرارت سطح استوانه برابر $T_w = 300 \text{ K}$ فرض می‌شود. در مرز خروجی مشتق درجه حرارت در جهت عمود بر سطح برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. فشار در یک گره در مرز خروجی به عنوان مقدار مبنا برابر با صفر قرار داده می‌شود.



شکل ۱ حوزه محاسباتی همراه با شرایط مرزی برای جریان سیال اطراف استوانه

PCRM استفاده می‌شود [11]. در این روش همانند روش سیمپل [12] در تفاوت‌های محدود، ابتدا یک میدان فشار حدس زده می‌شود و سپس میدان جریان از حل معادلات حرکت بدست می‌آید. لازم است میدان جریان حاصل در معادله پیوستگی صدق نماید که بدین طریق میدان فشار تصحیح می‌گردد تا جواب‌ها همگرا شوند.

پس از محاسبه میدان‌های سرعت، فشار و درجه حرارت، ضریب پسا، C_D ، و عدد ناسلت، Nu ، محاسبه می‌شوند. ضریب پسا از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$C_D = 2 \int (-pd_x + \frac{1}{Re} (2 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} dx_2 + (\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}) dx_1)) \quad (13)$$

برای سیال روی جداره استوانه، با توجه به برابر بودن نرخ هدایت حرارت با نرخ انتقال حرارت جابجایی آن، ضریب جابجایی h برابر می‌شود با:

$$h = -\frac{k}{D} \frac{\partial T}{\partial n} \quad (14)$$

که در آن n بردار یکه عمود بر سطح استوانه است. به این ترتیب، عدد ناسلت موضعی برابر می‌شود با:

$$Nu = \frac{hD}{k} = -\frac{\partial T}{\partial n} = -\sum_{j=1}^4 \frac{\partial N_j}{\partial n} T_j \quad (15)$$

عدد ناسلت متوسط به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu d\theta \quad (16)$$

آزمایش‌های عددی

در این بخش نتایج یک سلسله آزمایش‌های عددی که با هدف بررسی تاثیر نسبت‌های A/D ، B/D و C/D بر روی میدان‌های جریان و درجه حرارت محاسبه شده در اطراف استوانه صورت می‌گیرند، ارائه می‌شوند. حوزه محاسباتی و شرایط مرزی مورد استفاده در این آزمایش‌ها در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. معادلات

اعداد پکله جواب‌های پایدار می‌دهد [10]. در این روش بسط سری تیلور برای درجه حرارت برحسب زمان به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$T^{n+1} = T^n + \Delta t \left(\frac{\partial T^n}{\partial t} \right) + \left(\frac{\Delta t^2}{2} \right) \left(\frac{\partial^2 T^n}{\partial t^2} \right) + O(\Delta t^3) \quad (7)$$

که در آن n و $n+1$ ، به ترتیب، معرف دو گام زمانی متوالی هستند. جایگزینی مشتق‌های زمانی در طرف راست معادله (۷) با استفاده از معادله انرژی (۳) و اعمال روش اجزاء محدود گلرکین بر معادله حاصل منجر به شکل گسسته زیر برای معادله انرژی برای یک جزء نمونه (e) شبکه می‌گردد:

$$\begin{aligned} & (M^{(e)} / \Delta t + k_{ij}^{(e)} / 2) \{T^{(e)}\}^{n+1} \\ & = (M^{(e)} / \Delta t - k_{ij}^{(e)} / 2 - (k_{ii}^{(e)} + k_{dd}^{(e)})) \{T^{(e)}\}^n \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن $M^{(e)}$ و $K_d^{(e)}$ ، به ترتیب، ماتریس جرمی و ماتریس سختی جزء (e) هستند که عناصرشان توسط روابط زیر داده شده‌اند:

$$M_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} N_j^{(e)} d\Omega^{(e)} \quad (9)$$

$$K_{d_{ij}}^{(e)} = \frac{1}{Pe} \int_{\Omega^{(e)}} (N_{i,S_1}^{(e)} N_{j,S_1}^{(e)} + N_{i,S_2}^{(e)} N_{j,S_2}^{(e)}) d\Omega^{(e)} \quad (10)$$

عناصر ماتریس جابجایی $K_a^{(e)}$ و ماتریس پخش $K_{bd}^{(e)}$ عبارتند از:

$$K_{a_{ij}}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} (u_1 N_{i,S_1}^{(e)} N_j^{(e)} + u_2 N_{i,S_2}^{(e)} N_j^{(e)}) d\Omega^{(e)} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} K_{bd_{ij}}^{(e)} = & \frac{\Delta t}{2} \int_{\Omega^{(e)}} [(u_1^n)^2 N_{i,S_1}^{(e)} N_{j,S_1}^{(e)} + (u_2^n)^2 N_{i,S_2}^{(e)} N_{j,S_2}^{(e)} \\ & + u_1 u_2 (N_{i,S_1}^{(e)} N_{j,S_2}^{(e)} + N_{i,S_2}^{(e)} N_{j,S_1}^{(e)})] d\Omega^{(e)} \end{aligned} \quad (12)$$

که در آنها N_i و N_j توابع شکل هستند و انتگرال‌ها بر روی جزء (e) محاسبه می‌شوند $(d\Omega^{(e)} = dx_1^{(e)} dx_2^{(e)})$. برای محاسبه مولفه‌های سرعت از روش TDMA و برای محاسبه فشار از روش

نسبت‌های B/D و C/D می‌باشند. در این آزمایش‌ها عدد رینولدز برابر با ۱۰۰ و عدد پراتل برابر با ۰/۰۰۳ در نظر گرفته شده‌اند. جدول (۱) مقادیر ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط را برای ۹ حوزه محاسباتی مختلف که نسبت A/D برای آنها از ۳ الی ۱۸ تغییر می‌کند، نشان می‌دهد. نتایج این جدول به صورت منحنی تغییرات ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط برحسب A/D در شکل (۲) نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که برای $A/D \geq 12$ ضریب پسا ثابت می‌شود. در عین حال، عدد ناسلت متوسط برای $A/D \geq 14$ ثابت باقی خواهد ماند. خاطر نشان می‌سازد در همه این آزمایش‌ها همزمان با تغییر ابعاد حوزه محاسباتی و به تبع آن تغییر شبکه، سعی شده است شبکه مبنا بدون تغییر باقی بماند. در عین حال مقادیر پیشنهادی $B/D=8$ و $C/D=12$ انتخاب شده در این آزمایش‌ها که از مراجع [4,5] گرفته شده‌اند هنوز در حد مطلوب نیستند و به طوری که در آزمایش‌های بعدی نشان داده خواهد شد، تغییر آنها منجر به تغییر ضریب پسا و عدد ناسلت می‌شود.

۲- برای بررسی اثر نسبت B/D بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت چهار آزمایش با مقادیر مختلف B/D از ۷ الی ۱۱ انجام شد. در این آزمایش‌ها عدد رینولدز

پیوستگی، حرکت و انرژی به صورت گذرا با گام زمانی بی بعد ۰/۰۱ حل می‌شوند. به دلیل ثابت فرض نمودن خواص ترابرد، در هر گام زمانی، ابتدا معادلات پیوستگی و حرکت حل می‌شوند و سپس با استفاده از میدان سرعت حاصله، معادله انرژی حل شده و میدان دما بدست می‌آید. این محاسبات در گام‌های زمانی متوالی تکرار می‌شوند تا نتایج حالت پایا بدست آیند. حداقل ۱۰۰۰ گام زمانی برای رسیدن به حالت پایا مورد نیاز می‌باشد و در هر گام زمانی تعداد تکرار به اندازه‌ای است که مجموع تغییرات نسبی هر کدام از درجات آزادی برای تمام گره‌های شبکه از ۰/۰۰۰۱ کمتر شود. سپس ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط، به ترتیب، از روابط (۱۳) و (۱۶) محاسبه می‌شوند. آزمایش‌های عددی در ۵ بخش به شرح زیر انجام شده‌اند:

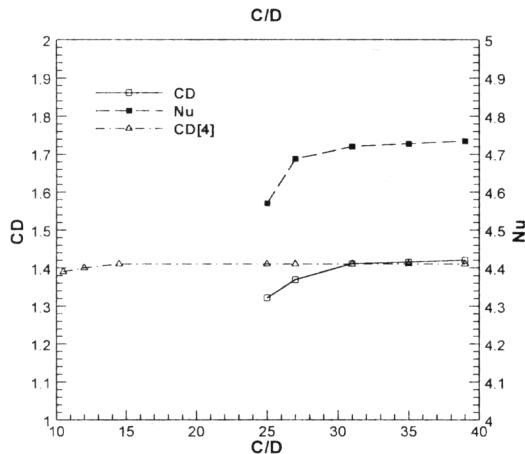
۱- از هدف‌های عمده این تحقیق تاثیر موقعیت مرزهای جانبی، یعنی تاثیر نسبت A/D، بر روی میدان‌های جریان و دما است که با شاخص‌های ضریب پسا و عدد ناسلت مشخص می‌شوند. در آزمایش‌های انجام گرفته در این بخش نسبت فاصله‌های بالا دست جریان به قطر استوانه، B/D، برابر با ۸ و پائین دست جریان به قطر استوانه، C/D، برابر با ۲۲ انتخاب شده‌اند که مقادیر پیشنهادی در مراجع [4,5] برای

جدول ۱ نتایج آزمایش‌های بخش (۱) برای تخمین اولیه حداقل فاصله $\frac{A}{D}$

شماره آزمایش	فاصله			تعداد گره	تعداد المان	C _D	\bar{Nu}
	$\frac{C}{D}$	$\frac{B}{D}$	$\frac{A}{D}$				
1	22	8	3	2005	1934	1.921	6.325
2	22	8	4	2102	2036	1.792	5.772
3	22	8	6	3032	2551	1.598	5.333
4	22	8	8	3202	3106	1.495	5.119
5	22	8	10	5160	5053	1.525	4.998
6	22	8	12	5702	5647	1.432	4.941
7	22	8	14	5810	5720	1.422	4.854
8	22	8	16	6224	6122	1.415	4.845
9	22	8	18	6472	6351	1.413	4.841

شد که در آنها $Re=100$ ، $Pr=0.003$ ، $A/D=16$ و $B/D=9$ می‌باشند. نتایج حاصله به صورت منحنی تغییرات C_D و Nu بر حسب C/D در شکل (۴) نشان داده شده‌اند. ملاحظه می‌شود که مقادیر C_D و Nu برای $C/D \geq 31$ ثابت می‌شوند. شایان ذکر است که مقدار پیشنهادی برای نسبت C/D در مراجع [3-6]، بین $14/5$ تا 16 متفاوت بوده و بانتهای بدست آمده در این بخش تفاوت نسبتاً قابل ملاحظه‌ای دارد. ضمناً ضریب بسابندست آمده از مرجع [4] نیز برای مقایسه در شکل (۴) آورده شده است.

۴- در این بخش، با توجه به نتایج بدست آمده از

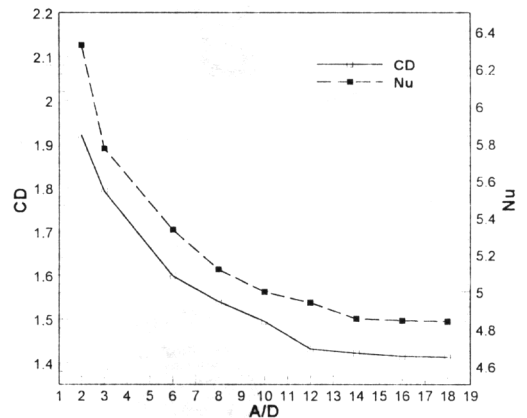


شکل ۴ تأثیر تغییر نسبت C/D بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط برای $B/D=9$ ، $A/D=16$ ، $Pr=0.003$ ، $Re=100$ و مقایسه بانتهای [4]

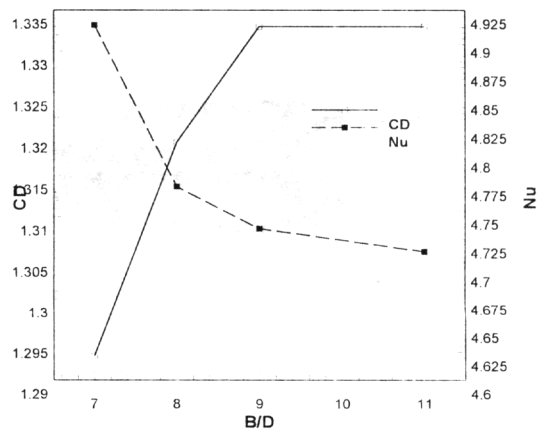
بخش‌های (۲) و (۳)، آزمایش‌های بخش (۱) با مقادیر $B/D=9$ و $C/D=31$ تکرار شدند. در این آزمایش‌ها اعداد رینولدز و پرانتل مقادیر به کار رفته در بخش (۱) هستند. نتایج این آزمایش‌ها که در شکل (۵) نشان داده شده‌اند بر آن دلالت دارند که مقادیر C_D برای $A/D \geq 12$ و Nu برای $A/D \geq 10$ ثابت می‌شوند. این موضوع بیانگر آن است که نسبت‌های A/D ، B/D و C/D به صورت مستقل از یکدیگر انتخاب نمی‌شوند.

برابر با 100 ، عدد پرانتل برابر با $Pr=0.003$ ، $A/D=16$ (قدری بزرگتر از نتایج بخش (۱)) و $C/D=22$ انتخاب شده‌اند. نتایج این آزمایش‌ها در شکل (۳) که تغییرات ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط را بر حسب B/D نشان می‌دهد، ارائه شده‌اند. به طوری که ملاحظه می‌شود، مقادیر C_D و Nu برای $B/D \geq 9$ تقریباً ثابت می‌شوند. خاطر نشان می‌سازد مقدار پیشنهادی برای نسبت B/D در مراجع [3-6] متفاوت بوده و از 4 تا 8 تغییر می‌کند.

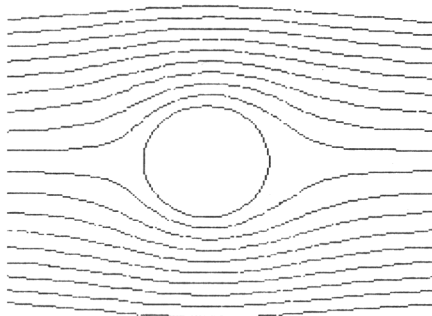
۳- برای تعیین اثر نسبت C/D به روی C_D و Nu پنج آزمایش با مقادیر مختلف C/D از 25 الی 39 انجام



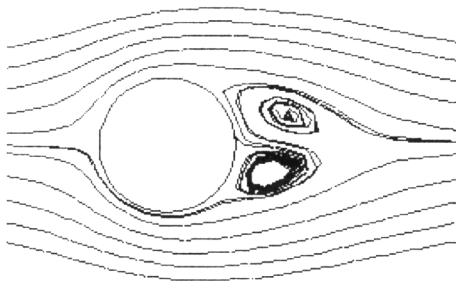
شکل ۲ تأثیر تغییر نسبت A/D بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط برای $C/D=22$ و $B/D=8$ ، $Pr=0.003$ ، $Re=100$



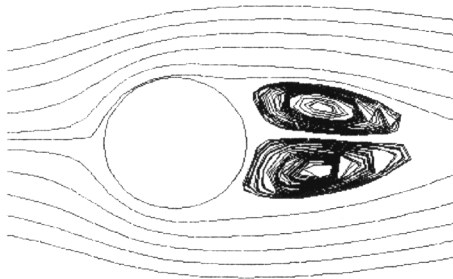
شکل ۳ تأثیر تغییر نسبت B/D به روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط برای $C/D=22$ و $A/D=16$ ، $Pr=0.003$ ، $Re=100$



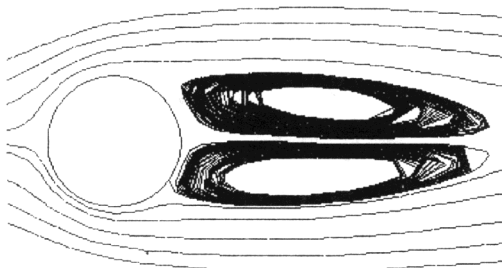
t=0.4



t=3



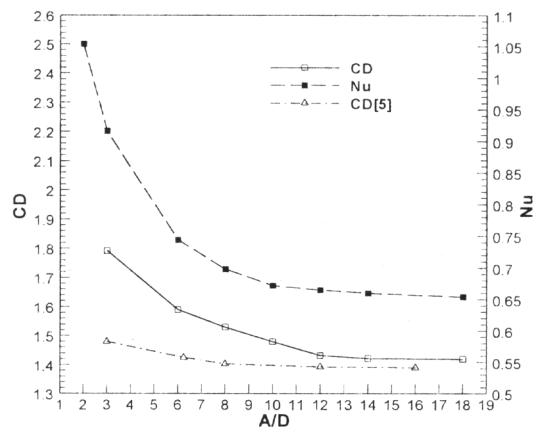
t=6



steady state

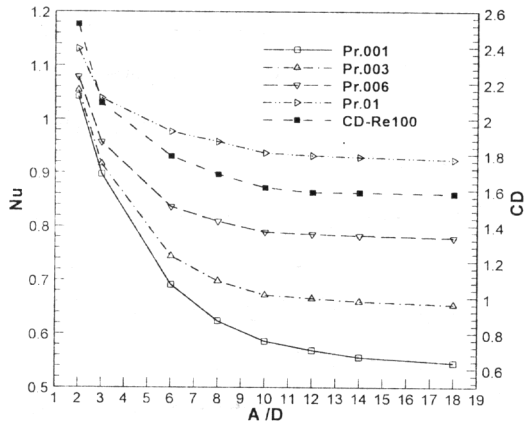
شکل ۶ نمودار خطوط جریان در چهار زمان مختلف برای

$Pr=0.003$ و $Re=100$

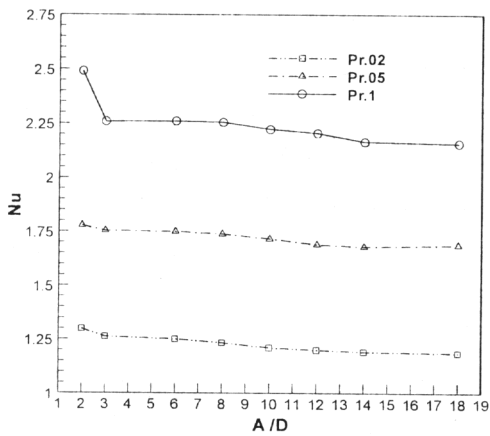


شکل ۵ تاثیر تغییر نسبت A/D بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط برای $Re=100$ ، $Pr=0.003$ ، $B/D=9$ ، $C/D=31$ و مقایسه بانایج مرجع [۵]

شایان ذکر است که مقدار پیشنهادی برای A/D در مراجع [3-6] متفاوت بوده و از ۴ تا ۱۲ تغییر می‌کند. در عین حال ضریب پسابدست آمده از مرجع [5] نیز برای مقایسه در این شکل نشان داده شده است. به طوری که ملاحظه می‌شود مقادیر نهایی و همگرا شده ضریب پسابدقت خوبی به یکدیگر نزدیک هستند. شکل‌های (۶) و (۷)، به ترتیب، نمودار خطوط جریان و خطوط همدمای را در چهار زمان مختلف برای شرایط بکاررفته در این بخش نشان می‌دهند. روند تغییرات میدان‌های جریان و دمایی یکنواخت اولیه به سوی میدان‌های جریان و دمایی حالت پایا را می‌توان در این شکل‌ها ملاحظه نمود. ۵- در این بخش تاثیر عدد پرانتل بر روی ابعاد حوزه محاسباتی مورد بررسی قرار می‌گیرد. هفت آزمایش برای اعداد $pr=0.001$ ، $pr=0.003$ ، $pr=0.006$ ، $pr=0.01$ ، $pr=0.02$ ، $pr=0.05$ و $pr=0.1$ انجام شد. در همه این آزمایش‌ها $Re=100$ ، $B/D=9$ و $C/D=31$ انتخاب شدند و تاثیر A/D بر روی عدد ناسلت و C_D مورد بررسی قرار گرفت. نتایج در شکل‌های (۸) و (۹) نشان داده شده اند. به علت ثابت بودن خواص تراکم ضریب C_D برای هر چهار آزمایش یکسان بوده و

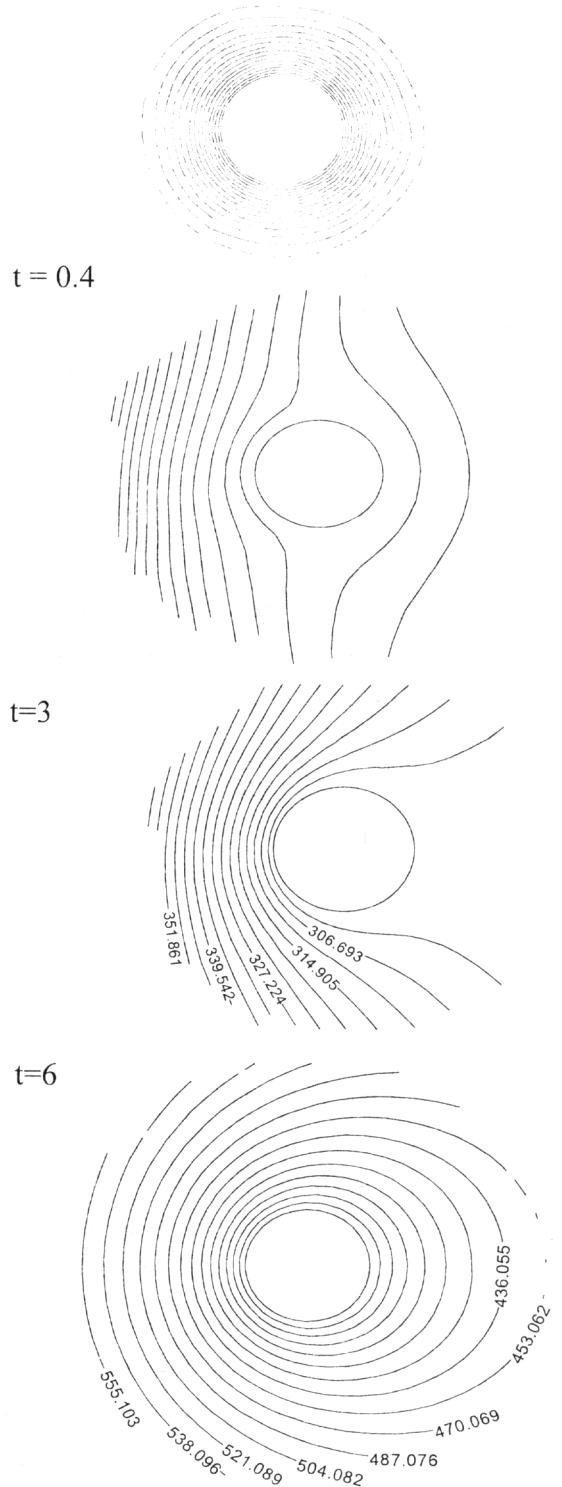


شکل ۸ تاثیر عدد پراتل بر روی نسبت A/D برای $Re=100$ ، $C/D=31$ و $B/D=9$



شکل ۹ تاثیر عدد پراتل بر روی نسبت A/D برای $Re=100$ ، $C/D=31$ و $B/D=9$ (ادامه شکل ۶)

به ازاء $A/D \geq 12$ ثابت می شود. این در حالی است که عدد ناسلت متوسط برای $Pr=0.001$ ، به ازاء $A/D \geq 14$ ، برای $Pr=0.01$ به ازاء $A/D \geq 10$ و برای $Pr=0.1$ به ازاء $A/D \geq 3$ ثابت می شود. با افزایش عدد پراتل در یک رینولدز ثابت اثر پخش اندازه حرکت نسبت به پخش حرارت افزایش می یابد و به این ترتیب ابعاد حوزه محاسباتی را باید از روی میدان جریان و ضریب پسا تعیین نمود. به طوری که ملاحظه می شود



steady state

شکل ۷ نمودار خطوط همدمای در چهار زمان مختلف برای

$Pr=0.003$ و $Re=100$

به عنوان نمونه برای عدد رینولدز ۲۵۰ ضریب C_D به ازاء $A/D \geq 6$ و برای عدد رینولدز ۵۰ ضریب C_D به ازاء $A/D \geq 10$ ثابت باقی می‌ماند. علت این امر بزرگتر شدن لایه مرزی سرعت با کاهش عدد رینولدز می‌باشد (شکل ۱۱). در ادامه ضریب پسا و عدد ناسلت بدست آمده به روش عددی، برای قلمروی که ابعاد آن براساس نتایج آزمایش‌های عددی بالا انتخاب شده‌اند، با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. شکل (۱۲) مقایسه نتایج تجربی ضریب پسا برای استوانه [13] با نتایج عددی را در رینولدزهای مختلف نشان می‌دهد. به طوری که ملاحظه می‌شود نتایج ازدقت خوبی برخوردارند و روند تغییرات ضریب پسا بر حسب رینولدز باروند تغییرات نتایج تجربی یکسان می‌باشد. و بالاخره شکل‌های (۱۳ و ۱۴) مقایسه نتایج تجربی عدد ناسلت برای استوانه را با نتایج عددی، به ترتیب در رینولدزها و پراپرتل‌های مختلف نشان می‌دهند. شایان ذکر است که نتایج تجربی نشان داده شده در این شکل‌ها از رابطه ذیل پیروی می‌کند [14].

$$\overline{Nu} = 0.3 + \frac{0.62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}}$$

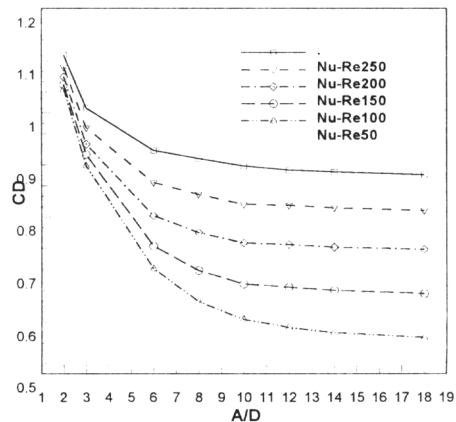
$$\left[1 + \left(\frac{Re}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad (17)$$

بحث و نتیجه‌گیری

اندازه قلمرو محاسباتی در شبیه‌سازی جریان خارجی اطراف اجسام از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ چرا که از یک سو بزرگ انتخاب کردن بیش از حد قلمرو محاسباتی غیراقتصادی است و از سوی دیگر در صورتی که محل اعمال شرایط مرزی جریان آزاد به اندازه کافی دور از جسم انتخاب نشوند، نتایج بدست آمده از دقت کافی برخوردار نخواهد بود. در این تحقیق تأثیر موقعیت مرزهای جانبی در شبیه‌سازی عددی جریان لایه‌ای، دوبعدی، غیرقابل تراکم همراه با انتقال

برای $Pr=0.01$ ضریب C_D به ازاء $A/D \geq 12$ ثابت می‌شود در حالی که عدد ناسلت به ازاء $A/D \geq 10$ بدون تغییر باقی می‌ماند. با کاهش عدد پراپرتل، به عنوان مثال برای $Pr=0.001$ ، لایه مرزی حرارتی از لایه مرزی سرعت بزرگتر شده و ابعاد حوزه محاسباتی براساس میدان دما انتخاب می‌شوند. در این حالت عدد ناسلت برای $A/D \geq 14$ و ضریب C_D برای $A/D \geq 12$ ثابت می‌شوند.

۶- در این بخش تأثیر عدد رینولدز بر روی ابعاد حوزه محاسباتی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. پنج آزمایش برای اعداد رینولدز ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰ و ۲۵۰ انجام شد. در این آزمایش‌ها $Pr=0.003$ ، $B/D=9$ و $C/D=31$ انتخاب شدند و تأثیر تغییر A/D بر روی C_D و \overline{Nu} مورد بررسی قرار گرفت. بدیهی است افزایش عدد رینولدز در این حالت منجر به افزایش عدد پکله شده و در پی آن ضخامت لایه مرزی حرارتی کاهش خواهد یافت. در منحنی‌های عدد ناسلت متوسط بر حسب A/D ، برای $Re=100$ تا $Re=250$ عدد ناسلت به ازاء $A/D \geq 10$ و برای $Re=50$ عدد ناسلت به ازاء $A/D \geq 14$ ثابت می‌شود (شکل ۱۰).

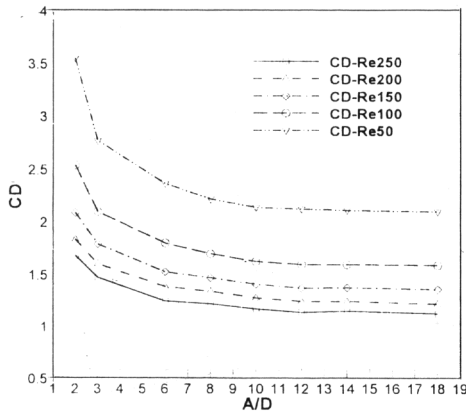


شکل ۱۰ تأثیر نسبت A/D بر روی عدد ناسلت در رینولدزهای

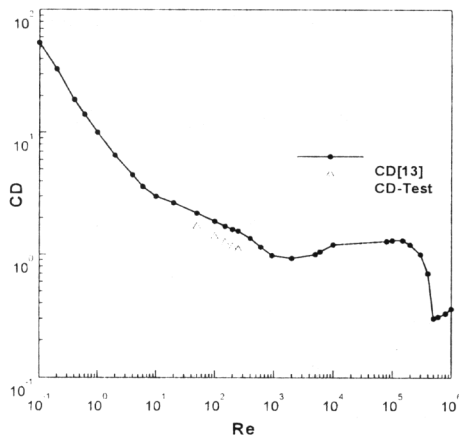
مختلف: $Pr=0.003$ ، $B/D=9$ و $C/D=31$

در عین حال با کاهش عدد رینولدز حد پائینی نسبت A/D برای ثابت باقی ماندن C_D افزایش می‌یابد.

شده‌اند. از نتایج بدست آمده در این تحقیق می‌توان برای انتخاب قلمرو محاسباتی هنگام شبیه‌سازی جریان‌های خارجی اطراف اجسام استفاده نمود.



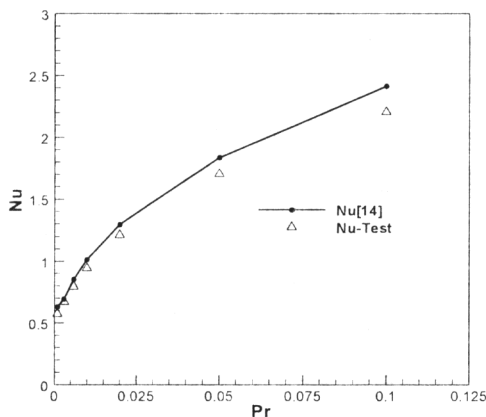
شکل ۱۱ تاثیر نسبت A/D بر روی ضریب پسا در رینولدزهای مختلف: $Pr = 0.003$ ، $B/D=9$ و $C/D=31$



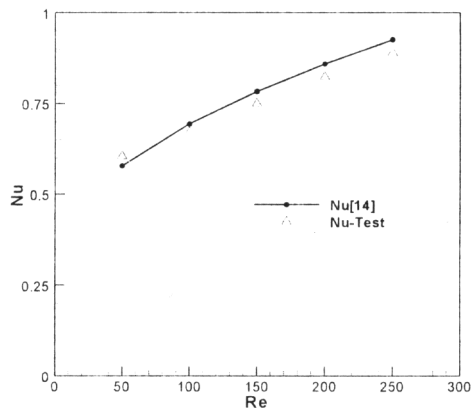
شکل ۱۲ مقایسه مقادیر تجربی ضریب پسا برای جریان عبوری از روی یک استوانه در رینولدزهای مختلف [13] با نتایج آزمایشات عددی

حرارت از روی یک استوانه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. از روش اجزاء محدود برای حل معادلات بقاء جرم و حرکت استفاده شده است. معادلات به شکل گذرا حل شده اند و نتایج حالت پایا بدست آمده‌اند. همچنین حل معادله انرژی به روش تیلور-گلرکین صورت گرفته است. با انجام یک سلسله آزمایش‌های عددی تأثیر اندازه قلمرو محاسباتی بر روی ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که حداقل نسبت‌های A/D، B/D و C/D مورد نیاز، برای بدست آوردن جواب‌های قابل قبول، به ترتیب، برابر با ۱۴، ۹ و ۳۱ می‌باشند که از مقادیر پیشنهادی توسط دیگر پژوهشگران بیشتر است. در مراجع [3-6] مقدار A/D پیشنهادی، به ترتیب، برابر با ۴، ۱۲، ۸ و ۸؛ مقدار B/D پیشنهادی، به ترتیب، ۴، ۸، ۸ و ۵؛ و بالاخره مقدار C/D پیشنهادی، به ترتیب برابر با ۱۴، ۱۴/۵، ۲۲/۵ و ۱۶ بوده است.

مهم‌ترین هدف تحقیق حاضر تعیین اثر اندازه A/D بر روی میدان‌های جریان و دما می‌باشد. نتایج آزمایش‌ها در این مورد گویای آن است که برای عدد پرا نسل ثابت ($pr=0.003$) در اعداد رینولدز کمتر از ۲۵۰ حداقل نسبت A/D مورد نیاز براساس میدان جریان تعیین می‌شود، و مقدار آن با کاهش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. در عین حال در یک رینولدز مشخص ($Re=100$) در اعداد پرا نسل کوچک ($Pr \leq 0.1$) حداقل نسبت A/D مورد نیاز براساس میدان دما تعیین می‌شود، و مقدار آن با کاهش عدد پرا نسل افزایش می‌یابد. براساس نتایج بدست آمده برای $A/D \geq 14$ شبیه‌سازی جریان آرام اطراف استوانه برای $pr \geq 0.001$ و $Re \geq 50$ پیشنهاد می‌شود. مقایسه نتایج بدست آمده برای ضریب پسا و عدد ناسلت متوسط برای قلمروی که ابعاد آن براساس معیارهای پیشنهادی در بالا انتخاب شده‌اند، با نتایج تجربی گواه بر آن است که ابعاد قلمرو به درستی انتخاب



شکل ۱۴ مقایسه نتایج تجربی عدد ناسلت برای جریان عبوری از روی یک استوانه [14] با نتایج آزمایشات عددی در پراتل‌های مختلف برای $Re = 100$



شکل ۱۳ مقایسه نتایج تجربی عدد ناسلت برای جریان عبوری از روی یک استوانه [14] با نتایج آزمایشات عددی در رینولدزهای مختلف برای $Pr = 0.03$

مراجع

1. Dennis, S. C. R., and Chang, G., "Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100", *J. Fluid Mech.*, Vol. 42, PP. 471-489, (1970).
2. Braza, M., Chassaing, P., and Minh, H. H., "Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder", *J. Fluid Mech.*, Vol., 165, PP. 79-130, (1986).
3. Eaton, B. E., "Analysis of laminar vortex shedding behind a circular cylinder by computer-aided flow visualization", *J. Fluid Mech.*, Vol. 180, PP. 117-145, (1987).
4. Tezduyar, T. E., and Shih, R., "Numerical experiments on downstream boundary of flow past cylinder". *J. Engrn, Mech.* Vol. 117, No. 4, (1991).
5. Behr, M., Hastreiter, D. S., Mittal, S., and Tezduyar, T. E., "Incompressible flow past a circular cylinder: dependence of the computed flow field on the location of the lateral boundaries"., *Computer Methods in Applied Mech. and Engrn.*, Vol. 123, PP. 309-316, (1995).
6. Mittal, S., Kumar, V., and Raghuvanshi, A., "Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements", *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, Vol. 25, PP. 1315-1344, (1997).
7. Chen, C. K., wong, K. L., and Cleaver, J. W., "Finite element solutions of laminar flow and heat transfer of air in a staggered and an in-line tube bank", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, No.4, (1986).

8. Brooks, A. N., and Hughes, T. J. R., "Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations", *Computer Methods in Applied Mech. and Engn.*, Vol. 32, PP. 199-259, (1982).
9. Usmani, A. S., Cross, J. T., and Lewis, R. W., "A finite element model for the simulations of mould filling in metal casting and the associated heat transfer", *Int. J. Num. Meth in Engn.*, Vol. 35, PP. 787-806, (1992).
10. Arefmanesh, A., and Afkhami, S., "A Taylor-Galerkin/control volume model for the simulation of heat transfer with phase change in a fluid flow", *5th International and 9th Annual Mechanical Engineering Conference*, PP.393-396, (2001).
11. Elman, H. C., "Preconditioned conjugate gradient methods for nonsymmetric systems of linear equations", *Advances in Computer Methods for Partial Differential Equations IV*, Vichnevetsky, R., Stepleman, ed., IMACS, PP. 409-413, (1981).
12. Patankar, S. V., "Numerical heat transfer and fluid flow", MacGraw-Hill, (1980).
13. Schlichting, H., "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, New York, (1979).
14. Churchill, S. W., and Bernstein, M., "A Correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in cross flow", *J. Heat Transfer*, Vol. 99, PP. 300-306, (1977).