

بررسی و تعیین روابط سینماتیکی و پارامترهای طراحی در جعبه دنده های هارمونیک*

محمد شیشه ساز^(۱)

چکیده در آغاز، با معرفی جعبه دنده های نوع محرکه هارمونیک روابط سینماتیکی آنها بررسی و استخراج شده است. سپس، پوسته استوانه ای شکل چرخ دنده انعطاف پذیر که توسط اهرم موج سازی بارگذاری می شود مدل سازی شده و به ازای بار اعمال شده حداکثر جابه جایی های افقی و قائم آن بدست آمده است. نتایج حاصل نشان می دهند که به ازای همه مقادیر بار اعمال شده نسبت دو جابه جایی یاد شده ثابت بوده و اندازه آن فقط به ابعاد هندسی پوسته استوانه ای شکل بستگی دارد. از تجزیه و تحلیل سینماتیکی این چرخ دنده نتیجه یاد شده نیز تأیید شده و روابطی برای تعیین سرعت زاویه ای خروجی بر حسب سرعت زاویه ای ورودی به ازاء دو محرک مختلف حاصل شده است. همچنین، بر اساس نتایج بدست آمده نشان داده شده است که به منظور درگیری صحیح دندانه های حلقه خارجی (چرخ دنده رینگی) و چرخ دنده انعطاف پذیر، حداکثر تفاوت بین تعداد دندانه های حلقه خارجی و چرخ دنده انعطاف پذیر واقع بر پوسته انعطاف پذیر استوانه ای شکل می تواند برابر با چهار باشد که به طور مشخص اعداد ۲ و ۳ برای تفاضل دندانه ها قابل قبول است.

واژه های کلیدی محرکه هارمونیک، چرخ دنده انعطاف پذیر، اهرم موج ساز، چرخ دنده رینگی.

Determination of Kinematic Relations and Design Parameters in Harmonic Drive Gearboxes

M. Shishehsaz

Abstract While introducing harmonic gearbox drives, kinematic relations and design parameters are derived and studied. The flexible ring which is driven via a wave generator and loaded by a force of magnitude of P , is modeled and both horizontal and vertical displacements are determined. Results indicate that the ratio of the two displacements (vertical to horizontal) is constant for all values of P , provided the geometry of the flexible ring remains intact. The finite element results also support the relations derived for the two type of load generators adapted to the problem. The results also indicate that for a proper engagement of the ring gear and that of the flexible ring, the maximum tooth difference between the two gears can only be four, among which, only the values of 2 and 3 are acceptable.

Key Words Harmonic Drive, Flexible Ring, Wave Generator, Ring Gear.

* نسخه اولیه مقاله در تاریخ ۸۲/۳/۷ و نسخه نهایی آن در تاریخ ۸۳/۹/۱۴ به دفتر نشریه رسیده است.

(۱) دانشیار، دانشگاه شهید چمران، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک

مقدمه

از طریق دو غلطک حرکت را ایجاد می‌کند. دوران اهرم موج ساز باعث حرکت دندانه‌ها به سمت چرخ دنده رینگی شده و با لغزش دندانه‌ها بر روی هم حرکت محور خروجی حاصل می‌شود (شکل ۲). سرعتی که بدین ترتیب برای محور خروجی حاصل می‌شود به مراتب کمتر از سرعت شافت ورودی است. راندمان کاری این نوع چرخ دنده‌ها بالا بوده و با توجه به نحوه روغنکاری و طراحی دندانه‌ها از ۶۰٪ الی ۹۰٪ متغیر است. از آنجا که بیشتر دندانه‌های چرخ دنده انعطاف پذیر (که بر پوسته انعطاف پذیری قرار دارند) با دندانه‌های حلقه‌های خارجی درگیرند نسبت تماس در این چرخ دنده‌ها بسیار بالا بوده و در نتیجه عمر دندانه‌ها در مقایسه با چرخ دنده‌های معمولی به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. در این جعبه دنده‌ها می‌توان از موج سازهای مختلفی استفاده نمود که افزون بر مورد فوق، می‌توان از موج سازهای سیاره‌ای غلطکی، بادامکی بیضوی، و غلطکی سرعتی نام برد.

مکانیزم حرکت در جعبه دنده‌های هارمونیک

در این جعبه دنده‌ها، شکل دندانه و اختلاف بین دندانه‌های چرخ دنده رینگی و دندانه‌های چرخ دنده انعطاف پذیر عامل تعیین کننده در صد دندانه‌هایی است که با هم درگیر خواهند شد. با توجه به شکل (۲)، با حرکت اهرم موج ساز که شعاع آن اندکی از شعاع پوسته چرخ دنده انعطاف پذیر بزرگتر است، پوسته چرخ دنده انعطاف پذیر بیضی شکل شده و دندانه‌ها به سمت دندانه‌های چرخ دنده رینگی لغزانده می‌شوند. اگر فرض شود کلیه دندانه‌ها در خلال حرکت با هم درگیرند، در آن صورت با توجه به شکل (۳-الف)، ملاحظه خواهد شد که به ازاء موقعیتی از غلطک در حالت A، دندانه‌های چرخ دنده انعطاف پذیر به سمت چرخ دنده رینگی لغزیده و جفت دندانه‌ای که در این موقعیت قرار دارند به صورت صد در صد با هم درگیر می‌شوند (شکل ۳-ب). مسلماً، در این حالت به دلیل

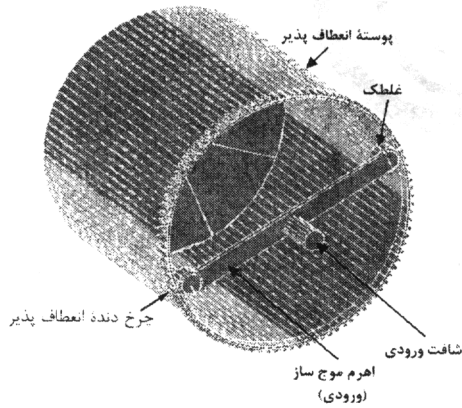
چرخ دنده‌های انعطاف پذیر از نوع محرکه هارمونیک گروهی از سیستم‌های انتقال قدرت و یا تبدیل سرعت محسوب می‌شوند که از آنها به منظور انتقال گشتاور همراه با تبدیل دور بالا استفاده می‌شود. این نوع جعبه دنده‌ها به دلیل اشغال حجم کم و تبدیل دور بسیار بالا همراه با دقت عمل ویژه، در صنایع مختلف اهمیت شایانی یافته‌اند. امروزه از این چرخ دنده‌ها به طور گسترده در صنایع مختلف به منظور کاهش سرعت و تبدیل حرکت خطی به دورانی (و برعکس) و یا دورانی به دورانی استفاده می‌شود. از جمله این موارد می‌توان بالا برها و پله‌های برقی، محرک آنتن‌ها و رادارهای مختلف، پاهای مصنوعی [1]، رباتها [2,5]، صنایع فضائی [6] و نظامی را نام برد. همچنین، به دلیل آب بندی بالای این جعبه دنده‌ها، از آنها به منظور انتقال توان در عملگرهای شیرهای آب بندی شده، محرک میله‌های کنترل راکتورهای هسته‌ای، و موارد پزشکی نیز استفاده می‌شود.

متأسفانه اطلاعات موجود در زمینه طراحی و کارکرد بهینه این نوع جعبه دنده‌ها یا ناقص بوده و یا به دلیل کاربردهای نظامی و هسته‌ای آنها بسیار محدود است به قسمی که اطلاعات انتشار یافته در زمینه نحوه عملکرد، تعیین پارامترهای مهم در طراحی و اثر مستقیم آنها بر عملکرد جعبه دنده، روابط سینماتیکی، و مسائل مشابه ناچیز است و مطالب به چاپ رسیده جنبه‌های کلی و تجاری را منظور نموده است [7,8]. بنابراین نیاز مبرم به تحقیقات در این زمینه و تجزیه و تحلیل این نوع جعبه دنده‌ها برای دستیابی به اهداف فوق ضروری به نظر می‌رسد.

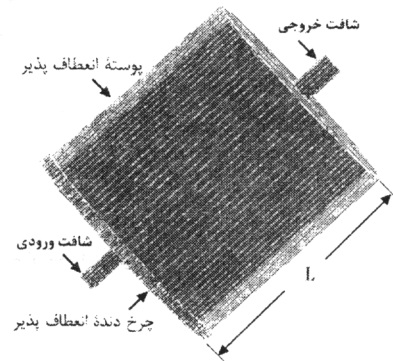
جعبه دنده‌های محرکه هارمونیک انواع مختلفی دارند که از آن جمله می‌توان نوع دو غلطکی را که در شکل (۱) نشان داده شده نام برد. در این جعبه دنده، محرکه اصلی محور ورودی اهرم موج سازی است که

با چرخش غلطک‌ها، موقعیت دندان‌های درگیر عوض شده و حرکت آنها به درون هم باعث دوران پوسته چرخ دنده انعطاف پذیر می شود.

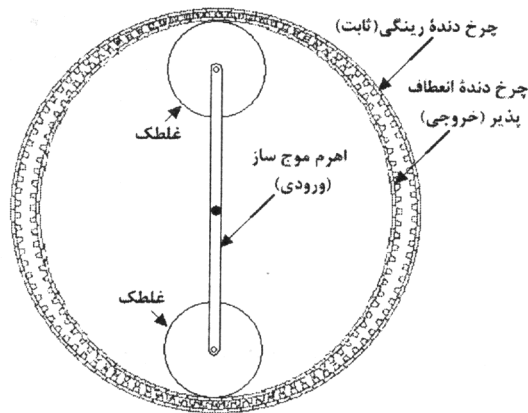
بیضی شدن پوسته چرخ دنده انعطاف پذیر، دندان‌های واقع بر قطر کوچک بیضی (موقعیت B) به طور کامل از هم جدا می شوند (شکل ۳-ب).



(ب)

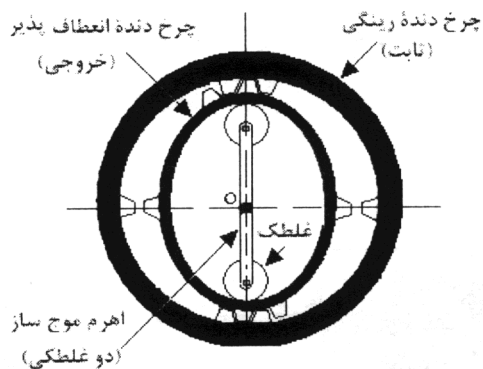


(الف)

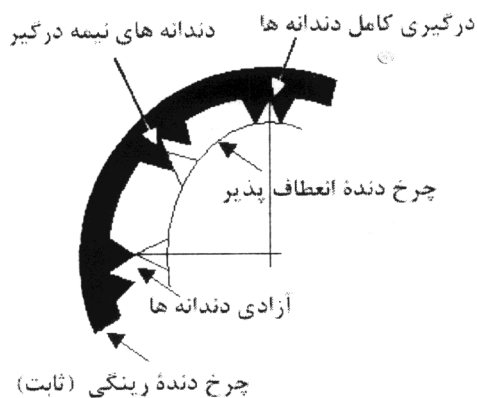


(ج)

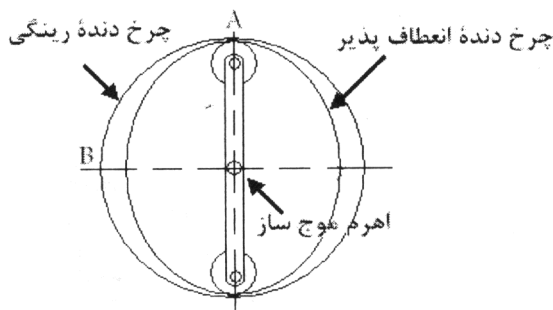
شکل ۱ جزئی از نمای روبرویی یک جعبه دنده هارمونیک



شکل ۲. نمای یک جعبه دنده هارمونیک با موج ساز دو غلطکی



(ب)



(الف)

شکل ۳. تئوری حرکت دندانه‌ها در چرخ دنده‌های هارمونیک دو غلطکی با فرض درگیری صد در صد دندانه‌ها

استخراج روابط سینماتیکی

شکل (۴) قسمتی از ابعاد چرخ دنده‌های یک جعبه دنده هارمونیک که در آن حلقه خارجی و چرخ دنده انعطاف پذیر بدون حضور غلطک‌ها و اثر آنها رسم شده‌اند، را نشان می‌دهد. با توجه به شکل می‌توان دریافت که:

$$R_r = R + W_v + h + t$$

در رابطه فوق R_r شعاع حلقه خارجی (چرخ دنده رینگ)، R شعاع چرخ دنده انعطاف پذیر، W_v حداکثر خیز مجاز این چرخ دنده در راستای قائم پس از بارگذاری (نقطه A در شکل ۵-الف)، h عمق دندانه، و t ضخامت پوسته چرخ دنده انعطاف پذیر می‌باشد.

مسلماً در اثر حضور غلطک در موقعیت قائم، چرخ دنده انعطاف پذیر به شکل بیضی در آمده و در موقعیت

$$a = m \quad (8)$$

$$b = 1/25m$$

در روابط فوق a برابر اندم (addendum) و b برابر دی ندنم (dedendum) هر دندانان است. شعاع دایره گام چرخ دنده انعطاف پذیر که همان شعاع پینیون می باشد برابر است با:

$$r_p = R + t + b \quad (9)$$

با توجه به روابط (8) می توان نوشت:

$$r_p = R + t + 1/25m \quad (10)$$

با توجه به آنکه شعاع دایره گام چرخ دنده رینگی برابر است با:

$$r_r = R_r - b \quad (11)$$

می توان نوشت:

$$r_r = R + t + m \left(\frac{3/25\alpha + 1}{\alpha + 1} \right) \quad (12)$$

به طور مشابه، با توجه به رابطه (7) می توان نشان داد که تعداد دندانانهای چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگی، به ترتیب، برابرند با:

$$N_p = \left(\frac{2(R+t)}{m} \right) + 2/5 \quad (13)$$

$$N_r = \left(\frac{2(R+t)}{m} \right) + 2 \left(\frac{3/25\alpha + 1}{\alpha + 1} \right) \quad (14)$$

اگر اختلاف بین دندانانهای چرخ دنده رینگی و چرخ دنده انعطاف پذیر ΔN باشد، در آن صورت از روابط (13) و (14) خواهیم داشت:

$$\Delta N = \left(\frac{8\alpha - 1}{2(\alpha + 1)} \right) \quad (15)$$

جدیدی که در شکل (5 - ب) نشان داده شده قرار می گیرد. با توجه به این شکل خواهیم داشت:

$$OA = R_r = R - W_h + h + \delta + t \quad (2)$$

در رابطه بالا δ حداکثر فاصله بین نوک دندانان چرخ دنده انعطاف پذیر و ریشه دندانان روبرو از چرخ دنده رینگی در حالت بارگذاری است. از روابط (1) و (2) نتیجه می شود که:

$$W_v + W_h = \delta \quad (3)$$

با توجه به شکل (5 - الف) ملاحظه می شود که در رابطه فوق δ مقداری ثابت است. اگر نسبت $\left| \frac{W_v}{W_h} \right|$ را α بنامیم می توان نشان داد که:

$$W_h = \frac{\delta}{1 + \alpha} \quad (4)$$

اگر در حالت بهینه اندازه δ با عمق دندانان برابر در نظر گرفته شود خواهیم داشت:

$$W_h = \frac{h}{1 + \alpha} \quad (5)$$

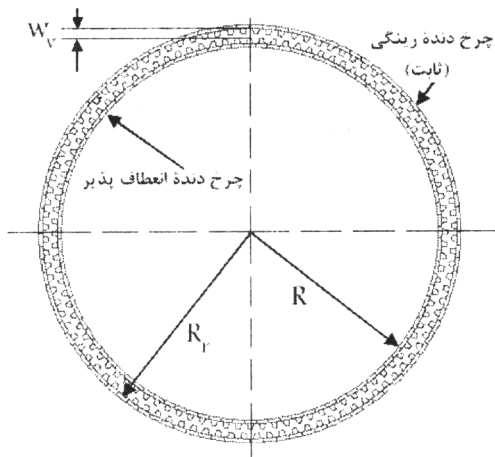
به عبارتی دیگر، به ازاء مقدار خاصی از بار اعمال شده، اندازه W_h فقط به ابعاد اجزاء بکار رفته در جعبه دنده هارمونیک بستگی دارد. می توان نشان داد که اندازه شعاع R_r بر حسب α از رابطه زیر بدست می آید:

$$R_r = (R + t) + h \left(\frac{2\alpha + 1}{\alpha + 1} \right) \quad (6)$$

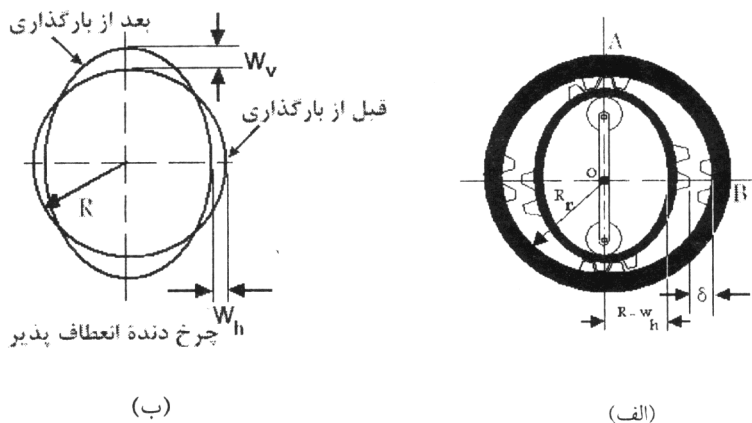
افزون بر این:

$$d = mN \quad (7)$$

در رابطه فوق، m مدول چرخ دنده و N تعداد دندانانها بر هر چرخ دنده است. چنانچه ابعاد دندانانها تابع استاندارد AGMA باشند [9] می توان نوشت:



شکل ۴ نمای ساده یک چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگی در غیاب اهرم موج ساز



شکل ۵ وضعیت چرخ دنده‌های انعطاف پذیر و رینگی در حضور اهرم موج ساز

نسبت سرعت زاویه ای شافت خروجی به شافت ورودی

دورگردش موج ساز ایجاد می کند (شکل ۶)، و نیز R_p شعاع چرخ دنده یاد شده منظور شود، در آن صورت می توان نشان داد که :

$$\beta = \frac{\Delta P}{R_p} \quad (17)$$

از روابط فوق می توان اثبات نمود که سرعت زاویه ای چرخ دنده انعطاف پذیر، ω_f بر حسب سرعت زاویه ای اهرم موج ساز، ω_{wg} ، برابر است با :

اگر محیط چرخ دنده رینگی با P_r و محیط چرخ دنده انعطاف پذیر با P_p نمایش داده شود در آن صورت اختلاف بین دو محیط یاد شده برابر است با ΔP به قسمی که :

$$\Delta P = \pi(D_p - D_r) \quad (16)$$

در این رابطه D_p و D_r به ترتیب قطر هر یک از چرخ دنده‌های انعطاف پذیر و رینگی می باشند. اگر β زاویه ای باشد که نقطه ای از چرخ دنده انعطاف پذیر به ازاء یک

می‌کند. از این‌رو، سرعت زاویه ای اهرم موج ساز معادل

$$\omega_{wg} = \frac{2v_m}{r_1 + r_2} = \frac{r_1 \omega_{in}}{r_1 + r_2} \quad (21)$$

با جایگزینی رابطه (21) در رابطه (18)، سرعت زاویه ای خروجی بر حسب سرعت زاویه ای ورودی برابر است با:

$$\omega_f = \omega_{in} \left(\frac{r_1}{r_1 + r_2} \right) \left(\frac{D_p - D_r}{D_p} \right) \quad (22)$$

یا

$$\omega_f = \omega_{in} \left(\frac{r_1}{r_1 + r_2} \right) \left(\frac{N_p - N_r}{N_p} \right) \quad (23)$$

اگر شعاع غلطک‌ها یکسان فرض شود خواهیم داشت:

$$\omega_f = 0.25 \omega_{in} \left(\frac{D_p - D_r}{D_p} \right) \quad (23-a)$$

یا

$$\omega_f = 0.25 \omega_{in} \left(\frac{N_p - N_r}{N_p} \right) \quad (23-b)$$

$$\omega_f = \omega_{wg} \left(\frac{D_p - D_r}{D_p} \right) \quad (18-a)$$

$$\omega_f = \omega_{wg} \left(\frac{N_p - N_r}{N_p} \right) \quad (18-b)$$

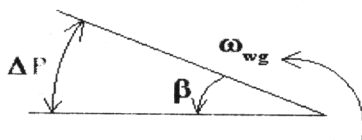
از رابطه فوق ملاحظه می‌شود که با توجه به تعداد زیاد دندانه‌ها بر هر چرخ دنده و تفاضل کم بین N_p و N_r ، نسبت تبدیل دور در این جعبه دنده‌ها بسیار بالا است. چنانچه محرک چرخ دنده انعطاف پذیر مطابق شکل (7) سه غلطک از نوع سیاره ای باشد و ω_{in} سرعت زاویه ای غلطک محرک (ورودی) محسوب شود، در آن صورت برای تعیین سرعت زاویه‌ای خروجی ω_f از شکل (7) داریم:

$$V_x = 2V_m \quad (19)$$

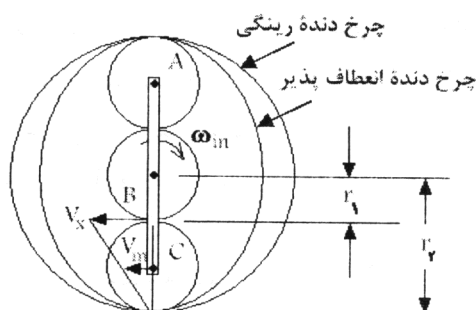
یا

$$V_m = \frac{1}{2} r_1 \omega_{in} \quad (20)$$

حال با مقایسه شکل‌های (7) و (3-الف) ملاحظه می‌شود که V_m همان سرعتی است که اهرم موج ساز برای مرکز هر یک از غلطک‌ها در شکل (3-الف) ایجاد



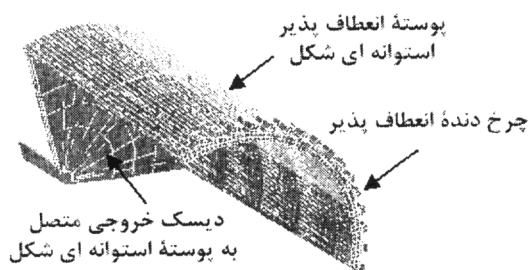
شکل 6 جابجائی نقطه ای بر محیط اهرم موج ساز



شکل 7 نمائی از یک جعبه دنده هارمونیک با محرک سه غلطکی

دندانهای چرخ دنده انعطاف پذیر و نیروی اعمال شده بر آن، طول پوسته انعطاف پذیر و شعاع آن تغییر داده شده و به ازاء تغییرات اعمال شده تأثیر هر پارامتر بر جابجائی‌ها و تنش‌های حاصل در پوسته و چرخ دنده مربوطه بررسی شده است.

در این تجزیه و تحلیل از نرم افزار ANSYS جهت دستیابی به نتایج مورد نیاز استفاده شده است. بدین منظور ابتدا مدل‌سازی چرخ دنده انعطاف پذیر در پیش پردازشگر مربوطه انجام شده و پس از اعمال بار و شرایط مرزی، مسئله به صورت استاتیکی حل شده است. به منظور اعمال بار بر پوسته محل تماس غلطک با پوسته نقطه A در نظر گرفته شده و نیروی P به صورت شعاعی (در راستای قائم) بر گره‌های مربوطه اعمال شده است. از طرف دیگر با توجه به تقارن، جابجائی کلیه گره‌هایی که در صفحه قائمی که از A عبور می‌کنند (شکل ۳-الف) در راستای افق برابر صفر و نیز جابجائی کلیه گره‌هایی که در صفحه افقی گذرا از B قرار دارند در راستای قائم برابر صفر منظور شده است. نتایج مربوط به جابجائی‌های افقی و قائم به ازاء مقادیر مختلفی از طول، تعداد دندان، و قطر چرخ دنده انعطاف پذیر به ازاء بارهای مختلف محاسبه و در جدول (۱) آورده شده است.

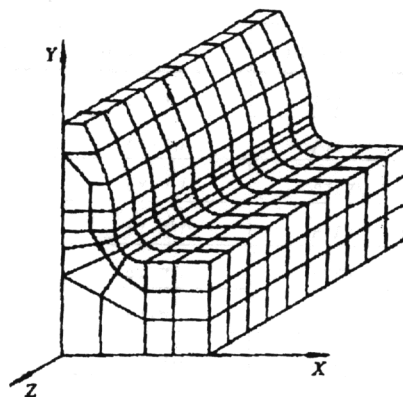


شکل ۸ مدل مورد استفاده در تجزیه و تحلیل چرخ دنده انعطاف پذیر و پوسته مربوطه

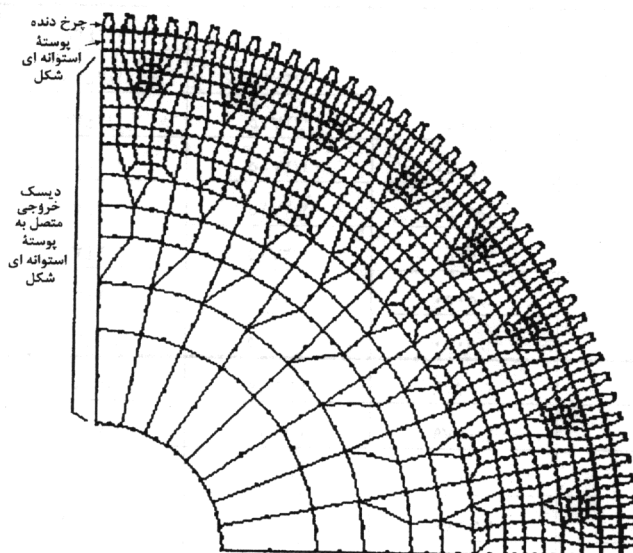
از مقایسه دو رابطه (۱۸) و (۲۳) ملاحظه می‌گردد که نسبت تبدیل دور در این نوع جعبه دنده‌ها در مقایسه با نوع مشابه که در آن از دو غلطک مطابق شکل (۳-الف) استفاده شده است ۰/۲۵ کمتر است (مشروط بر آنکه شعاع هر یک از غلطکها در شکل ۷ یکسان فرض شود). مثلاً اگر در جعبه دنده‌ای $N_p=202$ دندان باشد با توجه به آنکه N_r فقط می‌تواند یکی از دو عدد ۲۰۰ یا ۱۹۹ باشد (در بخش بررسی نتایج در این مورد بحث شده است)، در آن صورت نسبت تبدیل دور در حالت اهرم دو غلطکی ۰/۰۱ و در حالت اهرم سه غلطکی ۰/۰۰۲۵ است.

مدل‌سازی چرخ دنده انعطاف پذیر و پوسته مربوطه

به منظور بررسی پارامترهای مؤثر در نحوه عملکرد این نوع جعبه دنده‌ها، ابتدا پوسته انعطاف پذیر مربوطه به صورت استاتیکی تجزیه و تحلیل شده است. در مدل‌سازی پوسته و چرخ دنده انعطاف پذیر از منحنی اینولوت (involute) برای دندانها استفاده شده است. به دلیل تقارن، چرخ دنده انعطاف پذیر و پوسته مربوطه به چهار قسمت تقسیم شده و مطابق شکل (۸) فقط یک قسمت آن مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور مدل‌سازی مسئله از المان‌های سه بعدی مرتبه دوم استفاده شده است. شکل (۹) نیمی از یک دندان مدل‌سازی شده را نشان می‌دهد. پوسته متصل به چرخ دنده انعطاف پذیر نیز به همین صورت مدل‌سازی شده به قسمی که نمای روبرویی پوسته یاد شده که به محور خروجی متصل است، در شکل (۱۰) نشان داده شده است. جنس پوسته استوانه ای شکل و چرخ دنده انعطاف پذیر از فولاد در نظر گرفته شده و از ضخامت ۲ میلی‌متر برای پوسته استفاده شده است. به منظور بررسی جعبه دنده و تأثیر پارامترهای موجود، تعداد



شکل ۹ نمائی از نیمه یک دندانه المان بندی شده



شکل ۱۰ نمای روبرویی المان بندی شده پوسته انعطاف پذیر و چرخ دنده مربوطه

جدول ۱. تأثیر شعاع و طول‌های مختلف پوسته انعطاف پذیر بر α به ازاء بارهای مختلف

R (mm)	P (نیوتن)	$\alpha = \left \frac{W_v}{W_h} \right $			
		L=۵۰ mm	L=۸۰ mm	L=۱۰۰ mm	L=۱۲۰ mm
۲۴/۸۰	۱۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۱۰۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۸۴۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۱۴۰۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۲۸۰۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۴۲۰۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۵۶۰۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
	۷۰۰۰	۱/۲۶۲۹	۱/۳۰۲۵	۱/۳۳۹۷	۱/۳۶۳۵
۳۱/۷۲	۱۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۱۰۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۸۴۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۱۴۰۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۲۸۰۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۴۲۰۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۵۶۰۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
	۷۰۰۰	۱/۲۶۳۹	۱/۲۵۸۵	۱/۲۸۴۱	۱/۳۱۳۱
۵۰/۱۰۰	۱۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۱۰۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۸۴۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۱۴۰۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۲۸۰۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۴۲۰۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۵۶۰۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
	۷۰۰۰	۱/۵۰۵۰	۱/۲۷۱۵	۱/۲۴۳۸	۱/۲۴۲۹
۶۶/۳۰	۱۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۱۰۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۸۴۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۱۴۰۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۲۸۰۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۴۲۰۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۵۶۰۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳
	۷۰۰۰	۲/۰۳۷۹	۱/۴۳۱۳	۱/۳۰۷۹	۱/۲۶۱۳

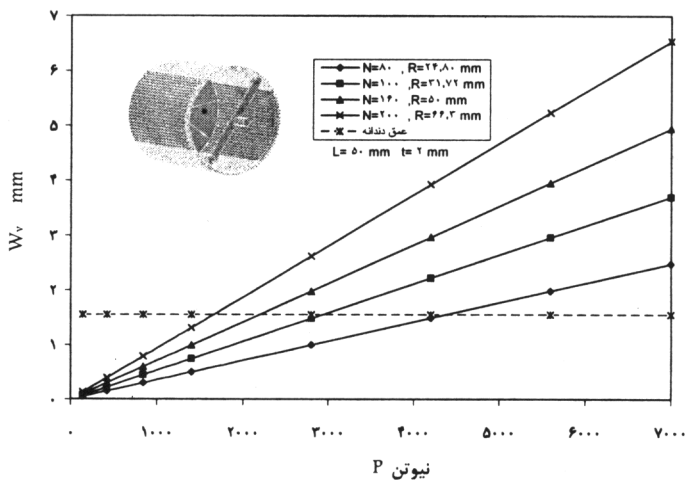
بررسی نتایج

نتایج حاصل از مدل‌سازی پوسته انعطاف پذیر (شامل چرخ دنده انعطاف پذیر، پوسته استوانه ای شکل، و دیسک متصل به آن) که تحت تأثیر بارگذاری استاتیکی قرار گرفته است، در شکل‌های (۱۱) تا (۱۷) آورده شده است. در تمام شکل‌ها مدول چرخ دنده ثابت و برابر 0.7 در نظر گرفته شده است. در شکل‌های (۱۱) تا (۱۳) منحنی تغییرات جابجائی یک دندانه در راستای قائم (موقعیت A در شکل (۵)) در اثر بارگذاری‌های مختلف (ناشی از غلطک) و به ازاء ابعاد مختلفی از چرخ دنده رسم شده است. به فرض آنکه اندازه δ با عمق دندانه برابر در نظر گرفته شود، حداکثر نیروی که نیاز است تا در اثر آن درگیری یک دندانه با دندانه دیگر که در بالای غلطک اهرم موج ساز قرار دارد، کامل شود از محل تلاقی هر یک از منحنی‌ها با خط نقطه چینی که در هر شکل رسم شده حاصل می‌شود. تحت چنین شرایطی، اعمال هر گونه نیروی بیش از اندازه بدست آمده هیچ تأثیری بر کاملتر نمودن درگیری دندانه‌ها نداشته بلکه به دلیل درگیر شدن کامل دندانه چرخ دنده انعطاف پذیر با دندانه چرخ دنده رینگ و عدم امکان جابجائی بیشتر، نیروی مازاد باعث ایجاد تنش‌های ناخواسته در قالب تنش لهیدگی در پوسته و دندانه خواهد شد. شکل (۱۴) معرف منحنی تغییرات تنش فون‌مایسز بر حسب بار اعمال شده در پوسته انعطاف پذیر است. این تنش‌ها از نیروی ناشی از حضور غلطک، که در اثر چرخش شافت ورودی حاصل می‌شود ناشی می‌شوند. در این شکل L معرف طول پوسته انعطاف پذیر بوده و برابر با 50 میلیمتر در نظر گرفته شده است. در این مرحله از تأثیر نیروی دو دندانه بر یکدیگر و نیز از اثرات دینامیکی حرکت دندانه‌ها بر هم چشم‌پوشی شده است. این دو اثر در تحقیقی جداگانه بررسی خواهند شد. خط نقطه چینی که در این شکل رسم شده معرف تنش تسلیم در فولاد با 0.7% کرن است که برای مقایسه بر روی

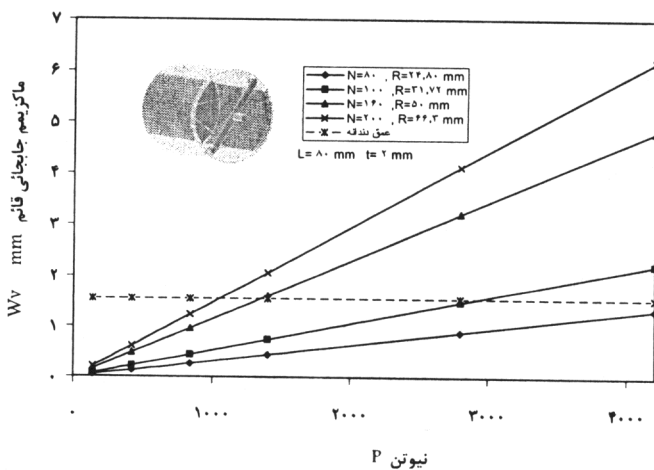
شکل آورده شده است [10]. از بررسی دقیق نتایج بدست آمده استنباط گردید که ماکزیمم مقادیر تنش‌های یاد شده به طور موضعی در پایه دندانه رخ داده (تمرکز تنش) و سرعت به مقادیر کوچکتر کاهش می‌یابند. نمونه ای از توزیع تنش‌های یاد شده در شکل (۱۵) نشان داده شده است. چنانچه معیار بار مجاز قابل اعمال بر پوسته انعطاف پذیر تنش تسلیم فوق باشد، می‌توان از شکل (۱۵) حداکثر بار قابل اعمال بر پوسته انعطاف پذیر را به ازاء ابعاد مختلف آن بدست آورد.

منحنی تغییرات ΔN بر حسب α در شکل (۱۶) نشان داده شده است. معادله این منحنی در رابطه (۱۵) استخراج شده است. بر اساس این رابطه (منحنی)، حداکثر تفاوت بین دندانه‌های چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگ می‌تواند چهار باشد. با توجه به نتایج بدست آمده از جدول (۱) که بر اساس آن به ازاء جمیع مقادیر بار اعمال شده و اندازه‌های مختلف R و L ، مقدار α یا نسبت $|W_v/W_h|$ پیوسته بزرگتر از 1 است، و نیز اینکه مقدار ΔN عددی صحیح است، می‌توان براحتی این نتیجه مهم را استخراج نمود که ΔN فقط می‌تواند یکی از اعداد 2 و 3 باشد. مسلماً مقدار α به ازاء مقادیری غیر از اعداد فوق، نکات یاد شده را نقض نموده و از این رو فقط می‌توان برای α مقادیر $1/25$ را به ازاء $\Delta N = 2$ ، و $3/5$ را به ازاء $3 = \Delta N$ در نظر گرفت. از جدول (۱) می‌توان دریافت که به ازاء R و L خاص، اندازه α به مقدار بار اعمال شده بستگی ندارد؛ به عبارت دیگر تأثیر بار اعمال شده بر ΔN صفر بوده و تفاضل مورد نیاز بین دندانه‌های چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگ فقط به ابعاد هندسی پوسته انعطاف پذیر جعبه دنده وابسته است. این نتیجه مهم می‌تواند یکی از اصول اولیه در طراحی این نوع جعبه دنده‌ها باشد. از طرف دیگر، با توجه به شکل (۱۷) چنین نتیجه‌گیری می‌شود که به ازاء ابعاد مختلف پوسته انعطاف پذیر، به شرط آنکه $R/L \leq 0.7$ باشد، مقدار α

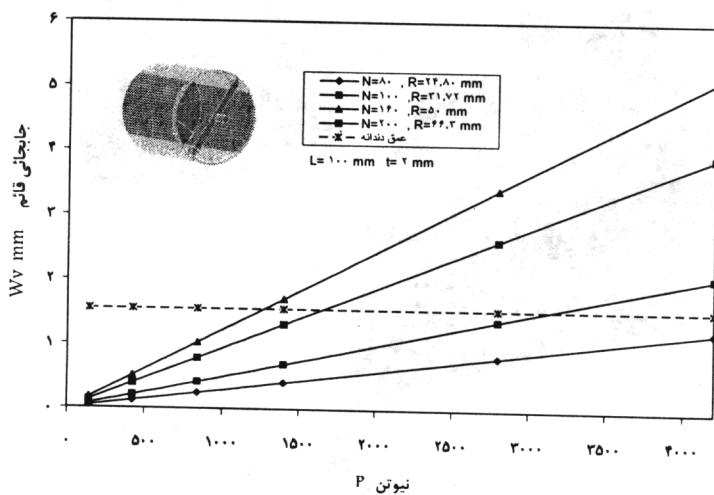
تقریباً ثابت بوده و به ازاء کلیه مقادیر بارهای اعمال شده تقریباً برابر $1/3$ و یا به عبارتی $1/25$ است.



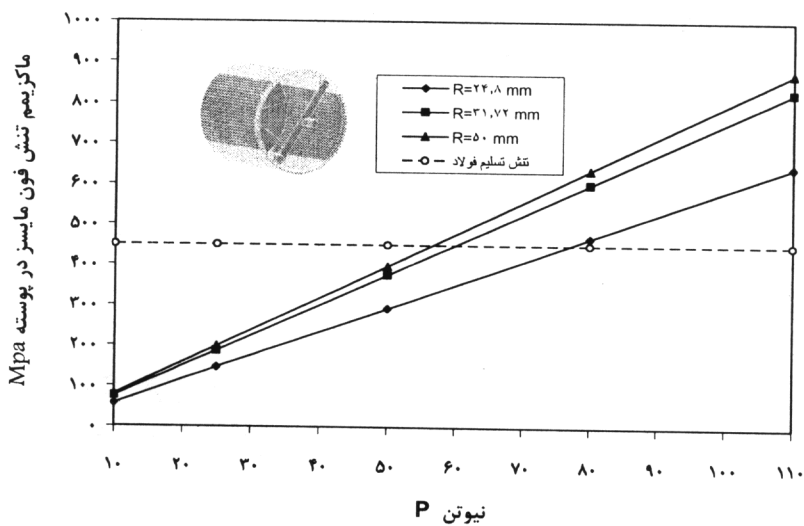
شکل ۱۱ منحنی تغییرات حداکثر خیز قائم نسبت به بار اعمال شده



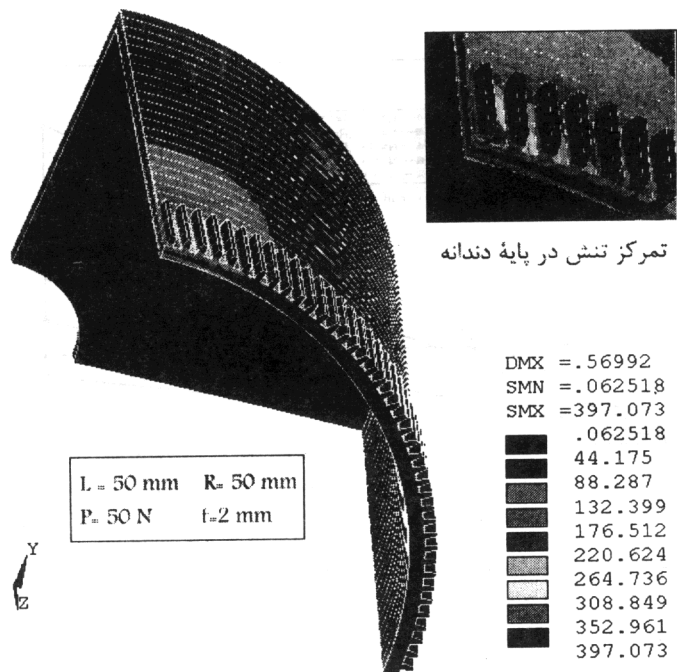
شکل ۱۲ منحنی تغییرات حداکثر خیز قائم نسبت به بار اعمال شده



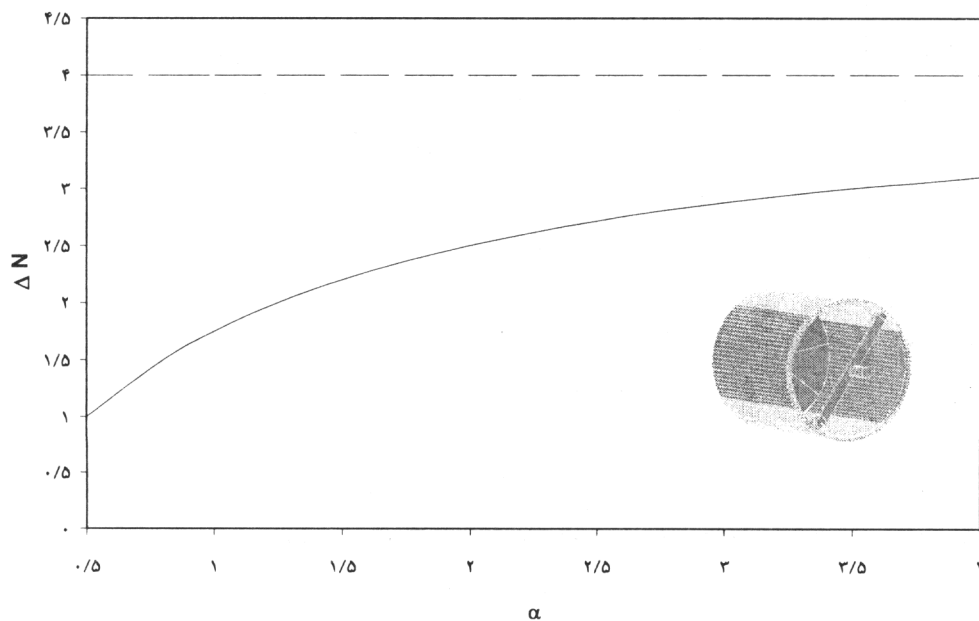
شکل ۱۳ منحنی تغییرات جابجائی بر حسب نیروی اعمال شده



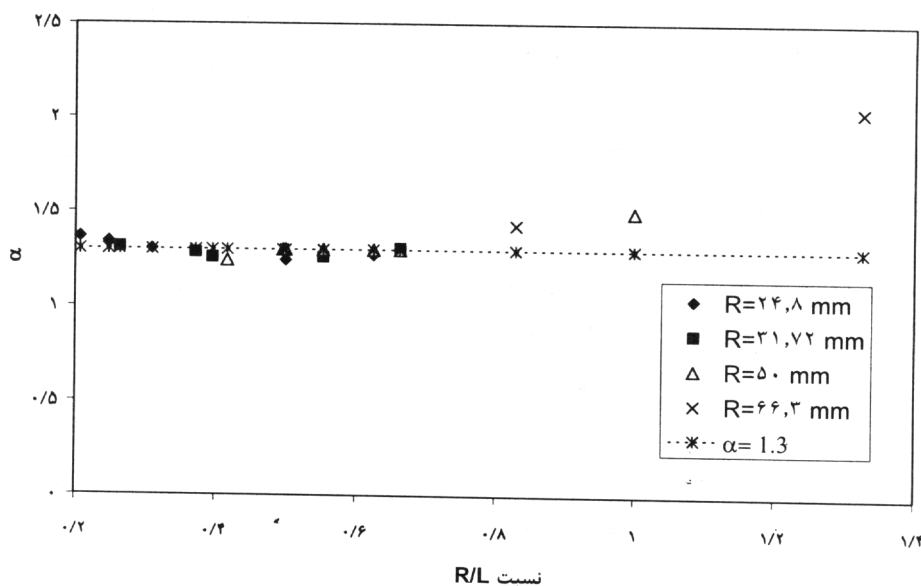
شکل ۱۴ منحنی تغییرات ماکزیم تنش فون مایسز در پوسته انعطاف پذیر بر حسب بار اعمال شده



شکل ۱۵ منحنی تغییرات تنش فون مایسز در پوسته انعطاف پذیر بر حسب MPa



شکل ۱۶ منحنی تغییرات تفاضل دندانه‌های چرخ‌دنده انعطاف‌پذیر و چرخ‌دنده رینگ نسبت به α



شکل ۱۷ منحنی تغییرات α بر حسب R/L

نتیجه گیری

۵- چنانچه $R/L \leq 0/6$ باشد به ازای همه مقادیر بار اعمال شده اندازه α تقریباً ثابت و مستقل از R و L بوده و برابر با $1/3$ و یا به عبارتی $1/25$ است. از این رو به منظور درگیری صحیح دندانه‌های چرخ دنده رینگی و چرخ دنده انعطاف پذیر عدد ۲ برای ΔN پیشنهاد می شود.

۶- به دلیل ماهیت درگیری دندانه‌ها، سرعت زاویه‌ای شافت خروجی از یکی از روابط (۱۸) یا (۲۲) بدست می آید (با توجه به نوع اهرم موج ساز).

۷- با توجه به نازک بودن ضخامت پوسته انعطاف پذیر، به منظور کاهش تنش در آن لازم است تا حد امکان برای چرخ دنده‌های رینگی و انعطاف پذیر از دندانه‌های ریز استفاده شود. بدین ترتیب عمق دندانه کوچکتر شده و جابجائی مورد نیاز و در نهایت تنش خمشی ناشی از آن برای درگیری کامل دندانه‌ها کاهش می یابد.

بر اساس نتایج بدست آمده از تجزیه و تحلیل پوسته استوانه ای شکل و نیز از روابط استخراج شده در این تحقیق نتایج زیر حاصل می شوند.

۱- حداکثر تفاوت بین دندانه‌های چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگی می تواند برابر با ۴ باشد.

۲- به ازای همه مقادیر R,P و L، مقدار α پیوسته بزرگتر از یک است.

۳- با توجه به دو نتیجه فوق و اینکه ΔN عددی صحیح است به منظور درگیری صحیح چرخ دنده رینگی و چرخ دنده انعطاف پذیر تفاوت بین دندانه‌های دو چرخ دنده یاد شده فقط می تواند یکی از دو عدد ۲ و یا ۳ باشد.

۴- α یا نسبت خیز در راستای قائم به پارامتر مشابه در راستای افق، به ازای همه مقادیر بار اعمال شده (بدون تغییر در R و L) مقداری ثابت است.

ΔN تفاضل بین دندان‌های چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگی
 N_p, N_r تعداد دندان‌های پینیون و چرخ دنده رینگی
 ΔP تفاضل بین محیط چرخ دنده انعطاف پذیر و چرخ دنده رینگی
 R شعاع ته دندان چرخ دنده انعطاف پذیر
 r_r, r_p شعاع دایره گام چرخ دنده‌های انعطاف پذیر و رینگی
 R_r شعاع ته دندان چرخ دنده رینگی
 t ضخامت پوسته استوانه ای شکل و دیسک متصل به آن
 W_v, W_h جابجایی افقی و قائم دندان‌های چرخ دنده
 انعطاف پذیر
 α نسبت $\left| \frac{W_v}{W_h} \right|$
 ω_{in}, ω_f سرعت زاویه‌ای خروجی و ورودی
 ω_{wg} سرعت زاویه‌ای اهرم موج ساز

۸- با توجه به اجبار ریز انتخاب نمودن دندان‌ها (و کثرت آنها)، و نیز با توجه به روابط (۱۸) یا (۲۲)، نسبت تبدیل (کاهش) دور در این جعبه دنده‌ها بسیار بالا است.
 ۹- از آنجا که چرخ دنده‌ها در حال حرکت می‌باشند باید تأثیر بار اعمال شده بر خستگی پوسته انعطاف پذیر نیز بررسی شود.

فهرست نشانه‌ها

b, a ادم و دی دندم
 d قطر دایره گام چرخ دنده
 h عمق دندان
 m مدول چرخ دنده
 N تعداد دندان‌های چرخ دنده

مراجع

- Fielding M. R., and Dunlop G.R., "Experimental Fields to Establish Inter-leg Influences for Omnidirectional Hexapod Gait", *proc. 4th International Conference on Climbing and Awalking Robots. CLAWAR*, pp 586-594, (2001).
- Yim M., Duff D., and Roufas K., "Polybot: a Modular Reconfigurable Robot", *proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April (2000).
- Dunlop G.R., and Wong T.P., "The Delta Walker", *Proc. 6th International Conference on Control Automation, Robotics and Vision*, ISBN 981-04-3445-6 #083, ICARCV (2000).
- Unsal C., Killiccotte H., and Khosla P., "A Modular Self-Reconfigurable Bipartite Robotic System : Implementation and Motion Planning", *Autonomous Robots*, pp. 23-40, Vol. 10, No. 1, (2001).
- Farritor S., and Dubowsky S., "On Modular Design of Field Robotic Systems", *Autonomous Robots*, pp.57-66, Vol. 10, No.1, (2001).
- Molendini P., Perrone M., Barbagelata A., Primavori, and M., "Spacegear – An Innovation Reduction Gearbox Based on Nutation", *Preparing for the Future*, Vol.10 ,No. 3, October (2000).
- Grill, J., "A new plastic Strain Wave Gearing", *International Conference on Gears, Germany*, March 13-15, (2002).
- Kayser A., "Component Oriented Modeling and Simulation of Harmonic Drive Gear Units", *International Conference on Gears, Germany*, March 13-15, (2002).
- Shigley J.E., Mishchke C.R., "Standard Handbook of Machine Design," Mc Graw-Hill Book Company, N.Y., N.Y., (1986).
- Popov E. P., "Engineering Mechanics of Solids," Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., (1990).