

شرایطی اصطلاحاً شرایط "پویای احتمالی" اطلاق می‌گردد.

در این مقاله، با ارائه یک مدل غیرخطی عددصحيح، مسأله تولید سلولی در شرایط پویای احتمالی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. از مزایای مدل ارائه شده، تشکیل همزمان خانواده قطعات و گروه‌های ماشین و همچنین امکان جا به جایی ماشین‌ها می‌باشد. مدل پیشنهادی در هر دوره سلول‌های بهینه را ایجاد کرده و در صورت نیاز جا به جایی بین دوره‌های ماشین‌ها را نیز در نظر می‌گیرد. جا به جایی ماشین‌ها ممکن است به این دلیل صورت گیرد که سلول‌های بهینه ایجاد شده در دوره اول لزوماً برای سایر دوره‌ها بهینه نباشند.

مروری بر ادبیات موضوع

دوره عمر کوتاه محصول، تولیدات با تنوع زیاد، تقاضای غیرقابل پیش‌بینی و زمان توزیع کوتاه محصولات امروزه سیستم‌های تولیدی را بر آن داشته تا در شرایط عدم اطمینان به صورت پویا فعالیت کنند [1,3]. سیستم‌های تولیدی باید با این عدم اطمینان و تغییرات در سرمایه‌گذاری و هزینه عملیاتی منطقی سرعت سازگار شده و به آنها پاسخ دهند. برای بررسی و تحقیقات در زمینه طرح‌های پویا [4,5]، انعطاف پذیر [3,6] و تولید سلولی پویا [2,5] تلاش‌های فراوانی صورت گرفته و روش‌هایی پیشنهاد شده تا بتوان با نیازمندی‌های تولید نامعین و پویا رو به رو شد.

ایده‌ای که مبنای روش SA را شکل داد برای اولین بار توسط متروپولیس و همکاران [6] منتشر شد. سی سال بعد کریک پاتریک و همکاران [7]، روش SA ارائه شده توسط متروپولیس را به عنوان تکنیکی برای جستجوی جواب‌های قابل قبول در مسایل بهینه‌سازی پیشنهاد کردند. همچنین اگلز [8]، SA را به عنوان ابزاری کارا در علم پژوهش عملیاتی معرفی کرد.

مقدمه

صنایع تولیدی از سوی بازار رقابت جهانی تحت فشار شدیدی می‌باشند. کوتاهتر شدن چرخه عمر کالا، زمان مورد نیاز برای بازاریابی و نیازهای متفاوت مشتریان، تولید کنندگان را وادار نموده است که کارآیی و بهره‌وری فعالیت‌های تولیدی خود را بهبود بخشند. سیستم‌های تولید باید قادر به تولید محصول با هزینه پایین تولید و کیفیت بالا در کمترین مدت ممکن باشند تا محصولات را به موقع به مشتریان تحویل دهند. افزون بر این، سیستم‌های تولید باید قادر به تطبیق یا پاسخ سریع به تغییرات در طرح و تقاضای محصولات باشند، بدون اینکه به سرمایه‌گذاری عمده ای نیاز باشد. سیستم‌های تولید سنتی، همچون تولید کارگاهی (Job shop production) و تولید محصولی (Flow shop production)، قادر به تامین و برآورد این نیازها و الزامات نیستند؛ چرا که سیستم‌های تولید باید قابلیت تغییر و طرح‌ریزی مجدد برای پاسخ به تغییرات در طرح و تقاضای محصول را داشته باشند. در نتیجه تولید سلولی (Cellular Manufacturing) CM که کاربرد تکنولوژی گروهی (Group Technology) GT می‌باشد، به عنوان یک سیستم تولیدی امیدوار کننده و چاره‌ساز پدید آمده است.

در بیشتر تحقیقات گذشته مسأله تولید سلولی (CM) در شرایط تولید ثابت یا تک دوره‌ای مورد بررسی قرار می‌گرفت؛ در حالی که در عمل تولید پویا می‌باشد. به عبارت دیگر، در بسیاری از سیستم‌های تولیدی، مانند تولید محصولات فصلی، افق برنامه‌ریزی را می‌توان به چند دوره یا پرپود تقسیم کرد به طوری که تقاضای محصولات از یک دوره به دوره دیگر تغییر یابد. از طرفی ممکن است مقدار تقاضای محصولات در هر دوره از قبل معین نباشد، ولی می‌توان با توجه به تجارب و اطلاعات گذشته، توزیع احتمال تقاضای محصولات را تخمین زد و در نتیجه دورنمایی از تقاضای محصولات در آینده را بدست آورد. به چنین

اطمینان به عنوان محدودیت به مدل اضافه می‌گردند. از طرفی با توجه به پویا بودن شرایط تولید سلول‌های بهینه در دوره جاری لزوماً در دوره بعد بهینه نمی‌باشند؛ بدین معنی که امکان تغییر گروه‌های ماشین از دوره‌ای به دوره دیگر وجود خواهد داشت. این امر ممکن است منجر به جابه‌جایی برخی ماشین‌ها از سلولی به سلول دیگر در بین دوره‌ها گردد. از این رو، مدل پیشنهادی انتقالات بین سلولی ماشین‌ها را نیز بایستی مدنظر قرار دهد. در نهایت با فرض وجود توالی عملیات فراوانی ماشین، انعطاف‌پذیری جریان، انعطاف‌پذیری ماشین و قابلیت انتقال بین سلولی ماشین، لازم است مدل ارائه شده دستیابی به هدف‌های زیر را امکان‌پذیر نماید:

- ۱- تشکیل همزمان خانواده قطعات و گروه‌های ماشین،
- ۲- انتخاب یک برنامه پردازشی برای هر قطعه بگونه‌ای که کمترین هزینه انتقالات بین سلولی را داشته باشد،
- ۳- تخمین تقاضای بهینه قطعات،
- ۴- کاهش هزینه استهلاک ماشین‌ها و یا جا به جایی بین سلولی آنها از پرودی به پرودی دیگر در صورت نیاز.

فرض‌های مدل

- ۱- زمان عملیات برای همه قطعات روی هر نوع ماشین معلوم می‌باشد و هر قطعه می‌تواند چند برنامه پردازشی مختلف داشته باشد که تنها از یکی از آنها استفاده می‌کند (انعطاف‌پذیری جریان)،
- ۲- نوع قطعات و تابع توزیع احتمالی هر قطعه در هر دوره معلوم است،
- ۳- قابلیت و ظرفیت هر نوع ماشین معین و ثابت است،
- ۴- هزینه استهلاک هر نوع ماشین در ابتدای دوره اول معلوم است،
- ۵- هزینه عملیاتی هر نوع ماشین در هر ساعت مشخص است،

بکتر [9] یک مدل غیرخطی باینری برای مسأله CM ارائه کرده و از SA جهت حل آن استفاده نمود. نتایج نشان داد که SA در $64/4\%$ موارد قادر به یافتن حل بهینه می‌باشد. چن و همکاران [10] یک روش ابتکاری بر مبنای SA برای مسایل CM ارائه دادند. سوفیاناپوالوا [11] از SA برای حل طراحی تولید با فرض وجود برنامه‌های پردازشی متنوع برای قطعات و یا کپی ماشین (Machine Duplication) استفاده کرد. واخاریا و چنگ [12] دو روش ابتکاری بر مبنای SA و جستجوی ممنوع (Tabu Search) (TS) برای بدست آوردن حل‌های شدنی در مسأله CM ارائه کردند. وناگوپال و نارندران [13] از SA برای حل گروه‌بندی ماشین‌ها به عنوان جنبه مهمی از مسأله CM استفاده کردند. عبدالغنی سیلا [14] از یک رویکرد ابتکاری چهار مرحله‌ای با کمک SA برای تشکیل سلول استفاده کرد. هارالاکیس و پرد [15]، طراحی سلول‌های تولیدی با استفاده از SA را در یک کاربرد صنعتی نشان دادند.

مدل CMS در شرایط پویای احتمالی

شرایط پویای احتمالی تعمیم یافته شرایط پویای معین می‌باشد که در آن تقاضای محصولات در هر دوره معین نبوده بلکه به صورت متغیرهای تصادفی با توزیع احتمال مشخص بر حسب تجارب گذشته وارد مدل می‌گردند. هدف، تعیین مقدار بهینه تقاضای هر محصول در یک سطح اطمینان مشخص می‌باشد به گونه‌ای که مقدار تقاضا افزون بر کمینه‌سازی برخی از هزینه‌های تولید با مقدار ارزش انتظاری خود حداقل اختلاف را نیز داشته باشد. این امر بخصوص درحالت آرمانی موجب کاهش هزینه نگهداری کالاهای تکمیل شده و هزینه کمبود موجودی می‌گردد. در این مقاله با در نظر گرفتن یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای تقاضای قطعات مجموع قدر مطلق انحراف از میانگین تقاضای قطعات به عنوان هزینه و حد بالا و حد پایین فاصله

مدل اعمال نمود. در این مقاله، اهداف مطرح در طراحی CMS پویای معین و احتمالی با در نظر گرفتن انعطاف پذیری جریان در تابع هدف وارد می‌شوند. هدف‌ها عبارتند از مجموع هزینه‌های زیر:

هزینه سرمایه‌گذاری ماشین. بیانگر هزینه استهلاک ماشین‌ها در هر دوره می‌باشد.

هزینه عملیاتی. هزینه عملیات برای تولید قطعات می‌باشد که وابسته به نوع ماشین و زمان مورد نیاز برای هر عملیات می‌باشد.

هزینه انتقال بین سلولی مواد. این هزینه زمانی ایجاد می‌شود که همه عملیات یک قطعه در یک سلول به اتمام نرسد و قطعه به سلول دیگری انتقال یابد.

هزینه جا به جایی ماشین. هزینه تغییر محل یک ماشین از یک سلول به سلول دیگر، چرا که در بین دوره‌ها ممکن است با جا به جایی ماشین‌ها رو به رو شویم. در یک مدل تولید پویا بهترین شیوه تولید سلولی ممکن است نتواند بهترین شیوه در همه دوره‌ها باشد. بنابراین با تغییرات تقاضا ناگزیر به تغییر آرایش و ماشین‌های موجود در سلول‌های مختلف خواهیم بود. این جا به جایی باعث توقف تولید و ایجاد هزینه خواهد شد.

جریمه مجموع انحراف از میانگین تقاضای قطعات. این هزینه زمانی ایجاد می‌شود که در شرایط پویای احتمالی مقدار تقاضای تخمین زده شده توسط مدل با مقدار ارزش انتظاری که برای آن پیش بینی شده اختلاف داشته باشد. هر چقدر تقاضای تخمین زده شده با ارزش انتظاری خود اختلاف داشته باشد، ممکن است سایر هزینه‌ها کاهش یابند ولی این جزء از هدف افزایش خواهد یافت. در مدل ارائه شده به ازاء هر

۶- قطعات به صورت دسته‌ای بین سلول‌ها حرکت می‌کنند و هزینه حرکت بین سلولی دسته‌ها معلوم و ثابت است،

۷- تعداد سلول‌ها طی تمام دوره‌ها معین و ثابت است،
۸- حداکثر و حداقل تعداد ماشین‌های موجود در سلول‌ها در دوره برنامه‌ریزی معین و ثابت است (حد بالا و پایین ظرفیت سلولی)،

۹- تغییر مکان ماشین‌ها از یک سلول به سلول دیگر بین دوره‌ها انجام می‌شود و زمان آن صفر است،

۱۰- هزینه جا به جایی هر نوع ماشین مستقل از مکان اولیه موجود آن بوده و مقدار آن معین است،

۱۱- هر نوع ماشین یک یا چند عملیات را می‌تواند انجام دهد و هر عملیات می‌تواند با زمان‌های متفاوت روی ماشین‌های مختلف انجام گیرد (انعطاف‌پذیری ماشین)،

۱۲- هزینه انتقال بین سلولی مواد ثابت و مستقل از فاصله می‌باشد،

۱۳- موجودی اضافه بین دوره‌ها صفر است و سفارش به تاخیر افتاده مجاز نبوده و تقاضای هر دوره بایستی در همان دوره تامین گردد،

۱۴- زمان راه اندازی (Setup time) صفر می‌باشد،
۱۵- زمان شکست برای ماشین‌ها در نظر گرفته نمی‌شود،

۱۶- راندمان ماشین‌ها و تولید ۱۰۰٪ می‌باشد،

۱۷- بزرگی دسته‌ها برای همه محصولات و در همه دوره‌ها ثابت است،

۱۸- ارزش زمانی پول در نظر گرفته نمی‌شود،

۱۹- ماشین‌ها در شروع هر پریود برای استفاده در دسترس می‌باشند (زمان نصب صفر است).

هدف‌های مدل

همچنان که در قسمت قبل توضیح داده شد، در یک نگاه جامع، لازم است در هدف طراحی سیستم چندین هزینه مد نظر قرار گیرد. اما بخاطر پیچیدگی و مشکلات محاسباتی همه هدف‌ها را نمی‌توان در هدف

در این مقاله، ورودی مدل برای محاسبه پارامترهای فوق برحسب سه نوع توزیع احتمالی صورت می‌پذیرد:

۱- وقتی تقاضای محصولات به صورت پیوسته فرض شده و از طبیعت توزیع نرمال پیروی می‌کنند. در این حالت پارامترهای ورودی مدل همان میانگین و واریانس توزیع نرمال می‌باشند.

۲- وقتی تقاضاها گسسته فرض شوند و از طبیعت توزیع دو جمله‌ای پیروی کنند. در این حالت پارامترهای ورودی مدل، احتمال تقاضا برای هر محصول (p) و تعداد تقاضای هر محصول با توجه به دوره‌های پیشین (n) می‌باشند. بنابراین میانگین و انحراف استاندارد توزیع تقاضا توسط روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$ED_{ph} = np \quad (1)$$

$$SD_{ph} = \sqrt{np(1-p)} \quad (2)$$

۳- وقتی تقاضاها پیوسته باشند و از طبیعت توزیع β پیروی کنند. در این حالت پارامترهای ورودی مدل عبارتند: از خوشبینانه ترین مقدار تقاضا (H)، بدبینانه ترین مقدار تقاضا (L) و محتمل ترین مقدار تقاضا (M). بنابراین میانگین و انحراف استاندارد توزیع تقاضا توسط روابط زیر محاسبه می‌گردند:

$$ED_{ph} = \frac{L + 4M + H}{6} \quad (3)$$

$$SD_{ph} = \frac{H - L}{6} \quad (4)$$

توجه به این نکته ضروری است که انتخاب نوع توزیع‌های احتمالی فوق به دلیل کاربرد زیاد آنها در صنعت است ولی هر نوع توزیع دیگری را برای بیان تقاضای محصولات با توجه به نظر طراح می‌توان بکار برد.

B: بزرگی دسته برای نقل و انتقالات بین سلولی مواد.

واحد اختلاف یک واحد جریمه در نظر گرفته شده است.

محدودیت‌های مدل

برای مدل ارائه شده باید محدودیت‌های زیر را در نظر گرفت:

۱- ظرفیت ماشین‌ها برای تولید هر مخلوط محصول در سطح تقاضای معین در هر دوره بایستی کافی باشد،
۲- بزرگی سلول‌ها بایستی معین باشد، یعنی حداقل و حداکثر تعداد ماشین‌های موجود در هر سلول بایستی محدود باشد.

۳- تعداد سلول‌های سیستم باید معین باشد،

۴- هزینه جا به جایی انتقال بین سلولی مواد بایستی یکسان باشد،

۵- سطح اطمینان برای تقاضای احتمالی قطعات باید معین و مشخص باشد،

معرفی نمادهای مدل

برای مدل سازی مسأله فوق نمادهایی به شرح زیر بکار می‌روند:

زیر نویس‌ها

c: نماد سلول‌های تولید (c = 1, 2, ..., C)

m: نماد انواع ماشین (m = 1, 2, ..., M)

p: نماد انواع قطعات (p = 1, 2, ..., P)

h: نماد انواع دوره (h = 1, 2, ..., H)

j: نماد عملیاتی قطعه (j = 1, 2, ..., Op)

ورودی‌های مدل

t_{jpm} : زمان مورد نیاز برای انجام عملیات j ام از قطعه p روی ماشین m ام.

ED_{ph} : ارزش انتظاری تابع توزیع تقاضای قطعه P در دوره h ام.

SD_{ph} : انحراف معیار تابع توزیع تقاضای قطعه P در دوره h ام.

طراحی سیستم تولید سلولی در شرایط ...

R_{mh} : تعداد جا به جایی های ماشین نوع m در دوره h می باشد. در نتیجه مقدار R_{mh} را به صورت رابطه (۹) می توان محاسبه نمود:

$$R_{mh} = \min \left\{ \sum_{c=1}^C K_{mch}^+, \sum_{c=1}^C K_{mch}^- \right\} \quad (9)$$

مدل ریاضی

مدل سازی ریاضی برای طراحی CMS به قسمی انجام می گیرد که خانواده قطعات و سلول ماشین ها به طور همزمان ایجاد شود. گروه بندی همزمان ماشین - قطعه به نتایج بهتری نسبت به استراتژی متناوب انتخاب گروه ها و سپس تخصیص ماشین ها منجر می شود. اما این نتایج در مسایل بزرگ افزون بر پیچیدگی به زمانی طولانی برای حل نیازمند است. با استفاده از نمادهای مطرح شده در قسمت های قبل، مدل ریاضی برای طراحی CMS در شرایط پویای احتمالی به صورت مدل زیر بدست می آید.

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M \alpha_m N_{cmh} \\ & + \sum_{h=1}^H \sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^{Op} X D_{ph} t_{jpm} X_{jpmch} \beta_m \\ & + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^H \sum_{p=1}^P \left| \frac{X D_{ph}}{B} \right| \times \sum_{j=1}^{Op-1} \sum_{c=1}^C \gamma |Z_{(j+1)pch} - Z_{jpch}| \\ & + \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M R_{mh} \delta_m + \sum_{h=1}^H \sum_{p=1}^P |X D_{ph} - E D_{ph}| \end{aligned} \quad (10)$$

محدودیت ها

$$\sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M a_{jpm} X_{jpmch} = 1 \quad \forall j, p, h \quad (I)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^{Op} X D_{ph} t_{jpm} X_{jpmch} \leq T_m N_{mch} \quad \forall m, c, h \quad (II)$$

$$\sum_{m=1}^M N_{mch} + \sum_{m=1}^M K_{mch}^+ - \sum_{m=1}^M K_{mch}^- \geq LB \quad \forall c, h \quad (III)$$

$$\sum_{m=1}^M N_{mch} + \sum_{m=1}^M K_{mch}^+ - \sum_{m=1}^M K_{mch}^- \leq UB \quad \forall c, h \quad (IV)$$

$$N_{mc(h-1)} + K_{mch}^+ - K_{mch}^- = N_{mch} \quad \forall m, c, h \quad (V)$$

α_m : هزینه استهلاک ماشین نوع m ام.
 β_m : هزینه عملیاتی هر ساعت ماشین نوع m ام.
 γ : هزینه جا به جایی بین سلولی یک دسته.
 δ_m : هزینه جا به جایی ماشین نوع m ام.
 T_m : ظرفیت ساعتی موجود برای ماشین نوع m ام.
 LB: حداقل ظرفیت هر سلول.
 UB: حداکثر ظرفیت هر سلول.

$$\left. \begin{aligned} & 1 \text{ اگر } j \text{ امین عملیات قطعه } p \text{ ام روی ماشین نوع} \\ & m \text{ قابل انجام باشد} \\ & 0 \text{ در غیر این صورت} \end{aligned} \right\} = \alpha_{jpm}$$

متغیرهای تصمیم مدل

N_{mch} : تعداد ماشین نوع m مورد استفاده در سلول c طی دوره h ام.

K_{mch}^+ : تعداد ماشین نوع m اضافه شده به سلول c طی دوره h ام.

K_{mch}^- : تعداد ماشین نوع m کم شده از سلول c طی دوره h ام.

$X D_{ph}$: مقدار تولید قطعه P در دوره h ام.

برای تخمین بهینه تولید قطعات یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای $X D_{ph}$ ها به صورت رابطه (۵) تعریف شده و سپس حد بالا و حد پایین آن به عنوان محدودیت به مدل اضافه شده است.

$$D_{ph} - 1.96 SD_{ph} \leq X D_{ph} \leq E D_{ph} + 1.96 SD_{ph} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} & 1 \text{ اگر } j \text{ امین عملیات قطعه } p \text{ در سلول } c \\ & \text{ توسط ماشین نوع } m \text{ طی دوره } h \text{ انجام شود.} \\ & 0 \text{ در غیر این صورت} \end{aligned} \right\} = X_{jpmch}$$

$$\left. \begin{aligned} & 1 \text{ اگر } j \text{ امین عملیات قطعه } p \text{ در سلول } c \\ & \text{ طی دوره } h \text{ انجام شود} \\ & 0 \text{ در غیر این صورت} \end{aligned} \right\} = Z_{jpch}$$

محدودیت‌های سوم و چهارم برای عدم تجاوز تعداد ماشین‌های مورد استفاده از حداکثر و حداقل ظرفیت سلول‌ها می‌باشد. محدودیت پنجم توازن ماشین‌های موجود در هر سلول با ماشین‌های اضافه شده و کم شده را برقرار می‌کند. محدودیت ششم تعیین می‌کند که آیا یک عملیات خاص در یک سلول خاص پردازش می‌شود یا خیر. این دسته محدودیت‌ها برای محاسبه هزینه انتقالات بین سلولی مواد در جزء سوم تابع هدف بکار می‌روند. محدودیت‌های هفتم و هشتم هزینه‌ها را به جایی بین سلولی ماشین‌ها را از دوره‌ای به دوره دیگر نشان می‌دهند به گونه‌ای که رابطه (۹) برقرار باشد. محدودیت‌های نهم و دهم نشان می‌دهند که تقاضای بهینه تخمین زده شده توسط مدل نباید از حدود بالا و پایین فاصله اطمینان ۹۵ درصدی که با توجه به تابع توزیع مربوطه تشکیل شده، تجاوز نماید.

الگوریتم SA

مشاهده می‌شود که مدل فوق بسیار پیچیده است و برای مسایل بزرگ عملاً قابل استفاده نمی‌باشد. بنابراین برای حل آن بایستی از یکی از رویکردهای فراابتکاری استفاده کنیم. یکی از متداولترین رویکردهای فراابتکاری SA می‌باشد. SA رویکردی است بر مبنای مدل مونت کارلو که برای مطالعه رابطه بین ساختار اتمی، آنروپی و دما در طول ذوب یک ماده مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرآیند فیزیکی ذوب که هدف از آن کاهش دمای ماده به پایین‌ترین سطح انرژی می‌باشد، تعادل گرمایی نامیده می‌شود.

فرآیند ذوب با ماده‌ای در وضعیت گداخته آغاز می‌شود و سپس بتدریج دمای آن کاهش می‌یابد. در هر دمایی جسم مجاز به رسیدن به تعادل گرمایی می‌باشد. دما نباید خیلی سرعت کاهش یابد بویژه در مراحل اولیه، در غیر این صورت برخی کاستی‌ها در ماده پدیدار شده و ماده به وضعیت انرژی کمینه نخواهد رسید.

$$Z_{jpc} = \sum_{m=1}^M X_{jpmch} \quad \forall j, p, c \quad (VI)$$

$$R_{mh} \leq \sum_{c=1}^C K_{mch}^+ \quad \forall m, h \quad (VII)$$

$$R_{mh} \leq \sum_{c=1}^C K_{mch}^- \quad \forall m, h \quad (VIII)$$

$$XD_{ph} \geq ED_{ph} - 1.96SD_{ph} \quad \forall p, h \quad (IX)$$

$$XD_{ph} \leq ED_{ph} + 1.96SD_{ph} \quad \forall p, h \quad (X)$$

$$X_{jpmch} = 0 \text{ or } 1$$

$$N_{mch}, K_{mch}^+, K_{mch}^-, R_{mh}, XD_{ph} \geq 0 \text{ and Integer}$$

مسئله مدل شده فوق یک مسئله غیر خطی عدد صحیح می‌باشد. جمله اول هزینه استهلاک ماشین مورد نیاز دوره‌ها است. جمله دوم هزینه عملیاتی ماشین‌ها است. این هزینه از جمع تقاضای محصولات در زمان عملیات با احتساب هزینه عملیاتی هر نوع ماشین بدست می‌آید. جمله سوم هزینه‌ها را به جایی بین سلولی مواد است. این هزینه از مجموع حاصلضرب تعداد دسته قطعات جا به جا شده بین سلول‌ها در هزینه انتقال یک دسته از هر نوع قطعه بدست می‌آید. جمله چهارم هزینه جا به جایی ماشین است. این هزینه برای هر ماشین در هر دوره به صورت حاصلضرب هزینه جا به جایی آن ماشین در تعداد جا به جایی‌های بین سلولی آن محاسبه می‌شود. جمله آخر هزینه اختلاف تقاضای تخمین زده شده توسط مدل از ارزش انتظاری آن می‌باشد به طوری که هر واحد اختلاف بین مقدار بهینه تقاضای هر محصول و ارزش انتظاری آن یک واحد هزینه را افزایش می‌دهد.

محدودیت اول ایجاب می‌کند که هر عملیات در یک سلول و به یک ماشین اختصاص یابد. محدودیت دوم ظرفیت ماشین مورد نیاز برای انجام تقاضای موجود در هر دوره را ایجاب می‌کند.

δ : عدد مثبت کوچک که نرخ سرمایش (Cooling) را کنترل می‌کند. این پارامتر در به هنگام‌سازی دما در هر تکرار دخیل می‌باشد.

ϵ_1 : عدد مثبت کوچکی که تعیین می‌کند آیا سیستم در یک دمای خاص T_f در تعادل است یا خیر. این پارامتر معیاری برای خروج از حلقه داخلی می‌باشد.

ϵ_2 : عدد مثبت کوچکی که نقطه انجماد (Freezing) را کنترل می‌کند. این پارامتر معیاری برای خروج از حلقه خارجی می‌باشد.

$C_i(T_f)$: هزینه وضعیت i وقتی دما T_f می‌باشد.
 $\bar{C}_e(T_f)$: متوسط مقادیر هدف وضعیت‌های پذیرفته شده تا اندازه مبدا در دمای T_f .

$\bar{C}_G(T_f)$: متوسط مقادیر هدف وضعیت‌هایی که تا کنون پذیرفته شده‌اند در دمای T_f .

$\bar{C}(T_f)$: متوسط مقادیر هدف وضعیت‌های پذیرفته شده برای رسیدن به تعادل در دمای T_f .

$V(T_f)$: واریانس مقادیر هدف وضعیت‌های پذیرفته شده برای رسیدن به تعادل در دمای T_f که به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود.

$$V(T_f) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_i(T_f) - \bar{C}(T_f))^2 \quad (11)$$

ب) شرح الگوریتم

گام ۱. (مقدار دمی اولیه شمارنده‌ها).

قرار دهید $n = 0$ و $r = 0$.

گام ۲. (مقدار دمی اولیه دما)

دمای اولیه T_f را وارد کنید.

گام ۳. (تولید یک وضعیت اولیه یا جواب قابل قبول)

برای تولید جواب قابل قبول به طوری که کلیه محدودیت‌های مدل پیشنهادی را ارضاء کند، از یک الگوریتم تخصیص تصادفی که بر اساس قواعد سیستم‌های خبره نوشته شده استفاده می‌شود. این الگوریتم ابتدا به هر سلول تعداد LB ماشین نامتشانابه

کاهش دما شبیه به کاهش مقدار هدف (در مسایل کمینه‌سازی) می‌باشد که توسط یک سری تغییرات بهبود دهنده انجام می‌گیرد. برای اینکه اجازه دهیم تا دما به آهستگی کاهش یابد، باید تغییرات غیر بهبود دهنده تابع هدف نیز با احتمال معینی انتخاب شوند به طوری که وقتی مقدار هدف کاهش می‌یابد این احتمال نیز تقلیل یابد. این امر در واقع یکی از جنبه‌های سودمند SA می‌باشد که آن را از سایر رویکردهای فراابتکاری متمایز می‌سازد؛ چرا که انتخاب تغییرات غیر بهبود دهنده، احتمال همگرایی الگوریتم به بهینه‌های موضعی را کاهش می‌دهد.

بنابراین در مسایل بهینه‌سازی، دما به عنوان یک پارامتر کنترلی عمل خواهد کرد. برای حل مسأله CMS توسط الگوریتم SA، در ابتدا یک دمای اولیه در نظر گرفته می‌شود و سپس در هر دما تا رسیدن به تعادل بطور متوالی وضعیت‌های (حل‌های) جدید تولید می‌شود. وضعیت‌هایی که موجب بهبود تابع هدف می‌شوند را می‌پذیریم. هرگاه تعداد وضعیت‌های پذیرفته شده از حد معینی گذشت دما را کاهش می‌دهیم. این کار را تا زمانی که تعداد تغییرات یا انتقالات دما از حد معینی تجاوز نکند تکرار می‌کنیم. بعد از توقف الگوریتم، بهترین جواب بدست آمده در بین جواب‌های پذیرفته شده مربوط به آخرین دما، جواب مطلوب خواهد بود.

الگوریتم SA پیشنهادی برای مساله CMS

الف) معرفی پارامترها

n : تعداد حرکت‌های پذیرفته شده در هر دما

r : تعداد انتقالات دما

T_0 : دمای اولیه

T_f : دمای نهایی

e : مبدا (Epoch): حداقل وضعیت‌های پذیرفته شده که برای تعیین شرایط تعادل استفاده می‌شود که در واقع یک پارامتر کنترلی می‌باشد برای بررسی اینکه سیستم به تعادل رسیده است یا خیر.

کلیه بار تخصیص یافته به آن، به سلول دیگری انتقال داده می‌شود.

استراتژی تغییر تقاضا. در این استراتژی مقدار تقاضای یک یا چند محصول را در فاصله اطمینان تعیین شده برای آنها، تغییر می‌دهیم.

(a) حل شدنی جدید را بر طبق یکی از استراتژی‌های فوق تولید کنید. سپس تغییرات مقدار هدف را طبق رابطه (۱۲) محاسبه کنید.

$$\Delta C(T_r) = C_j(T_r) - C_i(T_r) \quad (12)$$

اگر $\Delta C(T_r) \leq 0$ ، به گام ۵(c) بروید.

(b) یک متغیر تصادفی $u(0 و 1)$ را انتخاب کنید. اگر $y > e^{-\frac{\Delta C(T_r)}{T_r}}$ سپس به گام ۵(a) بروید.

(c) حل جدید را قبول کنید، زیرا تابع هدف را بهبود بخشیده است.

قرار بده $n - n + 1$ و اگر $n < e$ به گام ۵(a) بروید.

گام ۶. (آزمون برای حالت تعادل)

قرار دهید $n = 0$ ، اگر $|\bar{C}_e(T_r) - C_G(T_r)| > \varepsilon_1$ یا اگر سیستم برای مقدار n در دمای جاری ساکن نباشد به گام ۵(a) بروید.

گام ۷. (آزمون برای حالت انجماد)

(a) $\bar{C}(T_r)$ و $v(T_r)$ را محاسبه کنید. اگر $r = 0$ به گام

$$v(c) \text{ بروید، اگر } \frac{v(T)}{T(\bar{C}(T_0) - \bar{C}(T))} \leq \varepsilon_2$$

(b) توقف کنید زیرا شرایط توقف برآورده شده است.

(c) دما را طبق رابطه (۱۳) به هنگام کنید.

$$T_{r+1} = \frac{T_r}{1 + \frac{\ln(1 + \delta)T_r}{3V(T_r)}} \quad (13)$$

قرار دهید $r = r + 1$ و به گام ۵(a) بروید.

به صورت تصادفی اختصاص می‌دهد سپس عملیات مربوط به هر قطعه را با توجه به نیاز پردازشی آنها به گونه‌ای به سلولها تخصیص می‌دهد که هر قطعه حتی‌المقدور در کمترین تعداد سلولها پردازش گردد. در طول این روند در صورت نیاز ماشین‌های دیگری نیز با رعایت مقدار UB به سلولها تخصیص می‌یابند. با توجه به اینکه مقدار تقاضای محصولات نامعین می‌باشد، هر جواب شدنی بایستی مقادیر قابل قبولی را برای تقاضای محصولات نیز ارائه کند. برای انجام این کار با توجه به محدودیت‌های (X) و (IX) مدل ارائه شده، یک مقدار تصادفی برحسب توزیع نرمال در فاصله اطمینان تعیین شده برای تقاضای هر محصول تعیین می‌گردد.

گام ۴. (محاسبه انرژی)

$C_i(T_r)$ (مقدار تابع هدف به ازای جواب جاری i در دمای T_r) را طبق تابع هدف (۱۰) محاسبه کنید.

گام ۵. (تولید حل همسایه)

برای حرکت در فضای شدنی مدل، به تولید حل همسایه نیاز می‌باشد. با توجه به ماهیت مسأله مورد بررسی، برای تولید حل همسایه، یکی از استراتژی‌های زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

استراتژی جا به جایی عملیاتی. در این استراتژی،

قطعه خاصی به تصادف انتخاب می‌گردد و یکی از عملیات‌های آن به سلولی دیگر تخصیص می‌یابد. این امر در صورتی امکان‌پذیر می‌باشد که در سلول جدید، ماشین شدنی برای آن عملیات وجود داشته باشد.

استراتژی جا به جایی ماشین. در این استراتژی با

رعایت محدودیت‌های حداقل و حداکثر ظرفیت سلولی، یک ماشین به تصادف انتخاب شده و به همراه

نتایج محاسباتی

در این قسمت نتایج حاصل از حل مدل ارائه شده توسط الگوریتم SA با حل Lingo از نظر اختلاف مقدار هدف و زمان دستیابی به حل نهایی در ابعاد پایین ماتریس قطعه - عملیات - ماشین مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه حل مدل ارائه شده بر روی کامپیوتر شخصی (PC) مستلزم صرف زمان بسیار زیادی می‌باشد، در نتیجه در اکثر مسایل نمونه از حل حد پایین LB (Lower Bound) بر اساس توزیع β استفاده شده است. برای بدست آوردن حل LB، اندیس دوره حذف شده و در نتیجه مدل به فرم ایستا (غیر پویا) تبدیل می‌شود. با این کار انتقال بین دوره‌ای ماشین‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. در این حالت برای تقاضا هر محصول سه الگوی بدبینانه‌ترین، محتمل‌ترین و خوشبینانه‌ترین مقدار در نظر گرفته و به ازای هر الگو مدل ایستا را حل می‌کنیم و سپس میانگین و واریانس

سه نتیجه بدست آمده را طبق روابط (۳) و (۴) به عنوان خروجی در جدول (۱) وارد می‌کنیم. نتایج مقایسه در جدول (۱) نشان داده شده است. عبارت Lingo-LB در جدول (۱) مبین استفاده از حل LB می‌باشد و از این رو زمان پردازش برای آنها در نظر گرفته نشده بلکه به دلیل استفاده از رویکرد توزیع β ، مجموع انحراف از معیار برای آنها درج شده است. کلیه مسایل نمونه با توجه به منابع بدست آمده از ادبیات موضوع به صورت تصادفی تولید شده که یک نمونه از آن در شکل (۳) نشان داده شده است.

برای بررسی عملکرد الگوریتم SA، در ابعاد بالای ماتریس قطعه - ماشین، دو مسأله نمونه نسبتاً بزرگ توسط SA حل شده که نتایج بدست آمده در جدول (۲) نشان داده شده است. در این حالت معیار توقف الگوریتم، زمان می‌باشد؛ به طوری که نتایج نشان داده شده در جدول (۲) مبین بهترین حل بدست آمده

جدول ۱ مقایسه حل Lingo با حل SA در شرایط پویای احتمالی (ابعاد پایین)

مشخصات مسأله نمونه	مقدار اختلاف (درصد)	مجموع انحراف از معیار تقاضا	زمان اجرا	مجموع انحراف از میانگین تقاضا	هزینه جابه‌جایی بین سلولی مواد	هزینه عملیاتی ماشین	هزینه استهلاک ماشین	مقدار تابع هدف	هزینه‌ها و زمان رویکرد
P=5, M=4 H=2, C=2	٪۰	-	۰۰:۳۰:۱۷	۱۰۲	۷۱۵۶	۱۱۰۳۱	۵۲۴۰	۲۳۵۳۰	Lingo SA
P=6, M=5 C=2, H=2	٪۰/۵	-	۰۰:۰۱:۵۹	۱۱	۷۲۹۲	۱۱۲۴۶	۶۲۸۰	۲۴۸۲۹	Lingo-LB SA
P=8, M=6 C=3, H=2	٪۰	۵۷۱۶	-	-	۱۸۱۲۳	۱۹۴۵۴	۵۵۶۴	۴۳۱۴۱	Lingo-LB SA
P=9, M=7 C=3, H=3	٪۰	۱۶۹۸	-	-	۱۸۸۲۸	۲۰۰۸۵	۵۳۷۰	۴۵۲۳۹	Lingo-LB SA
P=8, M=6 C=3, H=2	٪۴	-	۰۰:۰۰:۴۱	۳۵۳	۹۸۶۷	۲۸۶۱۹	۱۲۲۰۰	۵۱۰۳۸	Lingo-LB SA
P=9, M=7 C=3, H=3	٪۰	۳۴۴۳	-	-	۱۵۳۹۳	۱۹۰۷۳	۹۹۸۶	۴۴۴۵۲	Lingo-LB SA
P=1, M=8 C=3, H=3	٪۱۷	-	۰۰:۰۹:۱۵	۱۲۵۰	۱۹۶۱۰	۱۸۸۴۶	۹۴۲۰	۴۹۱۲۵	Lingo-LB SA
P=1, M=8 C=3, H=3	٪۰	۵۸۱	-	-	۱۲۶۱۹	۱۲۷۰۲	۸۶۵۰	۳۳۹۷۱	Lingo-LB SA
P=1, M=8 C=3, H=3	٪۲/۳	-	۰۰:۰۹:۰۵	۲۲۳	۱۲۶۲۱	۱۳۲۳۹	۸۶۵۰	۳۴۷۸۶	Lingo-LB SA

نمی‌باشد؛ اگرچه احتمال این امر با غیرخطی شدن مدل نیز افزایش می‌یابد. هزینه هر واحد انتقالات بین سلولی مواد برای تمام مسایل ثابت و برابر $\gamma=40$ در نظر گرفته شده است. در مسایل با ابعاد پایین حداقل ظرفیت سلولی برابر $LB=2$ و حداکثر آن برابر $UB=M$ در نظر گرفته شده است، به طوری که M مبین تعداد ماشین‌ها می‌باشد.

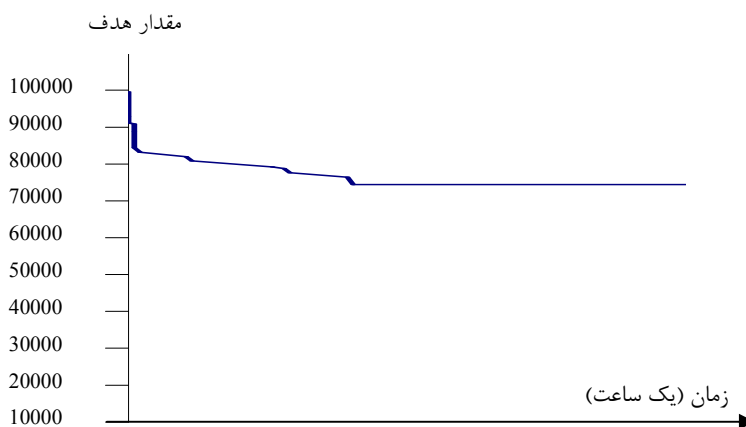
نتیجه‌گیری و پیشنهادها

نتایج بدست آمده از این مقاله را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

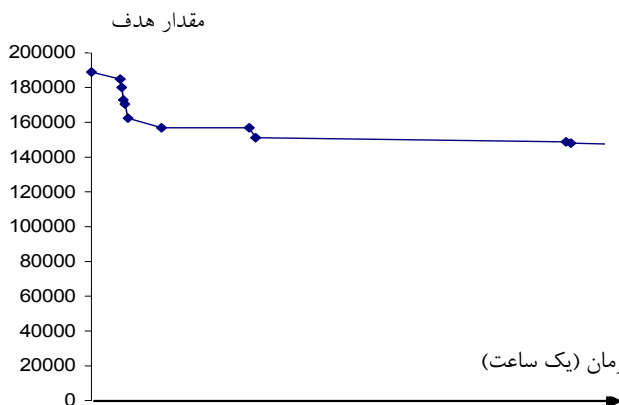
۱- در ابعاد پایین ماتریس قطعه - ماشین، میانگین اختلاف حل SA با حل Lingo برابر با $4/6\%$ و زمان

در طول یک ساعت می‌باشند. همچنین، روند همگرایی SA برای دو مسأله فوق در شکل‌های (۱) و (۲) نشان داده شده است.

سیستم مورد استفاده برای حل مدل یک PC حاوی پردازنده Pentium III 1.1Gz می‌باشد. برای بدست آوردن حل بهینه و حل LB، مدل با نرم‌افزار Lingo نسخه 6 نوشته و حل شده است. همچنین ساختار الگوریتم SA توسط Visual Basic توسعه داده شده است. با توجه به مستندات نرم‌افزار، Lingo برای حل مدل‌های عدد صحیح از روشی آمیخته (تلفیقی) با رویکرد شاخه و کران استفاده می‌کند، به همین دلیل نتیجه دستیابی به جواب‌های موضعی دور از انتظار



شکل ۱ روند همگرایی SA برای مسأله اول جدول شماره ۲



شکل ۲ روند همگرایی SA برای مسأله دوم جدول شماره ۲

ماتریس قطعه - عملیات - ماشین

	P1	P2	P2	P3	P4	P4	P5	P5	P6
Op	1	1	2	1	1	2	1	2	1
M ₁	0	.89	0	0	0	0	.48	.29	76
M ₂	.4	84	0	0	.25	0	0	0	0
M ₃	.73	0	0	.41	.54	0	0	0	0
M ₄	0	0	0	0	0	.99	.14	92	0
M ₅	0	0	.34	14	0	.4	0	0	.42

تقاضای دوره‌های محصولات با توزیع نرمال (واریانس، میانگین)

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
h ₁	0,0	517,79	609,78	641,68	929,68	0,0
h ₂	908,88	598,81	545,97	0,0	707,85	556,94

هزینه‌های مربوط به ماشین

	α_m	β_m	δ_m	T_m
M ₁	1150	50	760	1000
M ₂	1430	90	600	1000
M ₃	1750	50	720	1000
M ₄	1390	60	870	1000
M ₅	1800	30	680	1000

شکل ۳ داده‌های مربوط به اولین مسأله نمونه ارائه شده در جدول (۱).

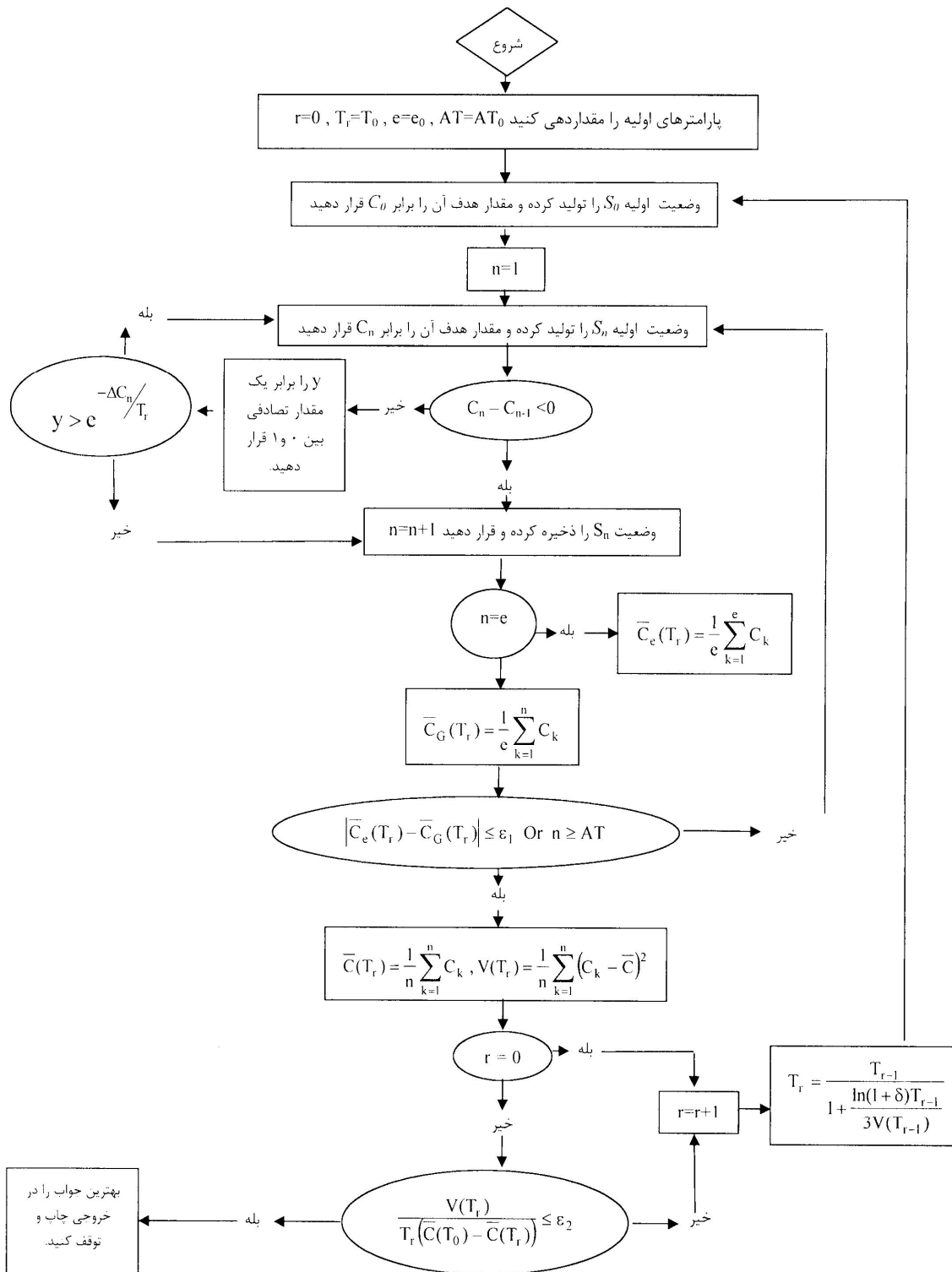
جدول ۲ بهترین حل بدست آمده از SA در شرایط پویای احتمالی (ابعاد بالا).

مشخصات مسأله نمونه	مجموع انحراف از میانگین تقاضا	هزینه انتقال ماشین	هزینه جابه‌جایی بین سلولی مواد	هزینه عملیاتی ماشین	هزینه استهلاک ماشین	مقدار تابع هدف	هزینه‌ها زمان SA
P=20, M=15 H=3, C=4 LB=2, UB=10	۲۸۱	۰	۲۰۷۲۰	۴۹۶۷۱	۱۸۷۳۲	۸۹۴۰۳	لحظه صفر بعد از یک ساعت
P=30, M=20 H=3, C=4 LB=5, UB=10	۸۴۵۸	۷۰۵۵	۱۹۹۶۰	۱۰۰۲۸۴	۵۲۷۵۸	۱۸۸۵۱۵	لحظه صفر بعد از یک ساعت

همگرایی زودرس آن به بهینه‌های موضعی نیز کاهش می‌یابد. کاهش سریع مقدار هدف مسایل بزرگ در کمتر از یک ساعت در شکل‌های (۱) و (۲) نشان‌دهنده عملکرد خوب الگوریتم می‌باشد. پراکندگی نقاط در شکل (۲) به این دلیل است که مقادیر LB و C به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که در هر سلول بایستی ۵ ماشین موجود باشد و از این رو بدست آوردن جواب قابل قبول مشکلتر بوده و مستلزم زمان بیشتری خواهد بود. بدین ترتیب با گذشت زمان روند بهبود جواب در چنین رویکردهایی محسوس خواهد بود. خاطر نشان می‌سازد با افزایش کیفیت الگوریتم و تولید جواب‌های اولیه و همسایه می‌توان به نتایج بهتری دست یافت.

دستیابی SA بسیار کمتر از زمان دستیابی جواب Lingo می‌باشد، ولی به دلیل محدود بودن فضای شدنی در ابعاد پایین، الگوریتم SA دچار همگرایی زودرس شده است. با توجه به اینکه حل LB همواره کوچکتر یا مساوی حل بهینه می‌باشد، نتایج بدست آمده بسیار مطلوب می‌باشد.

۲- در ابعاد بالای ماتریس قطعه - ماشین، حتی بدست آوردن حل LB نیز بسیار زمان بر می‌باشد. زمان حل اولین مسأله جدول شماره (۱) مؤید همین موضوع می‌باشد، چرا که حل کوچکترین حالت برای مدل پیشنهادی، بالغ بر ۳۰ دقیقه بطول انجامیده است. در حالی که روش SA از ابتدا جواب قابل قبول در اختیار طراح قرار داده و با افزایش فضای شدنی مسأله، احتمال



مراجع

1. Chen, M., "A mathematical programming model for systems reconfiguration in a dynamic cellular manufacturing environment", *Annals of Operations Research*, Vol. 77 No. 1, pp 109-128, (1998).
2. Benjaafar, S. and Sheikhzadeh, M., "Design of flexible plant layouts, *IIE Transactions*, Vol. 32, pp. 309-322, (2000).
3. Montereuil, B. and Laforge, A., "Dynamic layout design given a scenario tree of probable futures", *European Journal of Operational Research*, Vol. 63, pp. 271-286, (1992).
4. Yang, T. and Peters, B. "Flexible machine layout design for dynamic and uncertain production environments", *European Journal of Operational Research*, Vol. 108, pp 49-64 (1998).
5. Song, S. and Hitomi, K., "Integrating the production planning and cellular, layout for flexible cellular manufacturing", *Production Planning and Control*, Vol. 7, No. 6, pp 585-593, (1996).
6. Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H. and Teller, E. "Equation of state calculation by fast computing machines", *Journal of Chem. Phys.*, Vol. 21 pp 1087-1091 (1953).
7. Kirkpatrick, S., Gellat, C.D. and Vecchi, M.P., "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, Vol. 220, pp. 671-680, (1983).
8. Eglese, R.W., "Simulated Annealing: A Tool for Operation Research", *European Journal of Operation Research*, Vol. 46 pp. 271-281, (1990).
9. Boctor, F. "A linear formation of the machine-part cell formation problem", *International of Production Research*, Vol. 29 No. 2, pp. 343-356, (1991).
10. Chen, C., Cortuvo, N. and Beak, W., "A Simulated Annealing solution to the cell formation problem", *International of Production Research*, Vol. 77 No. 1, pp. 109-128, (1999).
11. Sofanopoulou, S., "Manufacturing cells design with alternative process plans and/or replicate machines", *International of Production Research*, Vol. 37 No. 3, pp. 707-720, (1999).
12. Vakharia, A. and Chang, Y., "Cell formation in group technology: a combinatorial search approach", *International of Production Research*, Vol. 35, No. 7, pp. 2025-2043, (1997).
13. Venugopal, V. and Narendran, T. "Cell Formation in Manufacturing Systems through Simulated Annealing an Experimental Evaluation". *European Journal of Operation Research*, Vol. 63, pp. 409-422, (1992).
14. Souilah, A., "Simulated Annealing for Manufacturing Systems Layout Design", *European Journal of Operation Research*, Vol. 82 pp. 592-614, (1993).
15. Haralakis, G. and Proth, G.M. and Xe, X.L., "Manufacturing Cell Design by Simulated Annealing: An Industrial Application", *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 1, pp. 185-191 (1990).