Archive of SID

ترکیب روش‌های اجزای محدود و المان‌های مرزی در تحلیل اندرکنش سد قوسی و سنگ پی*

احمد آفتابی ثانی[1] وحید لطفی[2]

چکیده *برای دستیابی به پاسخ لرزه‌ای هر چه دقیقتر سدهای قوسی در حوزه فرکانس، باید تحلیل دینامیکی آنها را با در نظر گرفتن اثرات اندرکنشی سد و سنگ پی به انجام رساند. در این میان، می‌توان اثرسنگ پی را به یاری ماتریس امپدانس آن و با بهره‌جویی از روش زیرسازه وارد تحلیل ساخت. در این مقاله، ماتریس مزبور در حالت استاتیکی و با به کارگیری روش اجزای مرزی سه‌بعدی که توانایی مدلسازی هر نوع هندسه دلخواه دره سد قوسی را داراست، به دست می‌آید و بدین ترتیب، اثر انعطاف‌پذیری سنگ پی در تحلیل دینامیکی سد قوسی وارد می‌شود. در بخش نتایج عددی که به کمک برنامه رایانه‌ای به نگارش درآمده توسط نویسندگان مقاله استخراج شده، برای نشان دادن درستی راهکار پیشنهادی، به مقایسه آن با فن اجزای محدود پرداخته شده و در ادامه، پاره‌ای از عوامل مؤثر بر پاسخ سد مورد بررسی قرار گرفته است.*

واژه‌های کلیدی سد قوسی، روش اجزای مرزی، روش اجزای محدود، اندرکنش سد و سنگ پی، ماتریس امپدانس، تحلیل دینامیکی.

Combination of Finite Element and Boundary Element Methods in the Analysis of Arch Dam-Foundation Rock Interaction

A. Aftabi Sani Vahid Lotfi

Abstract *To obtain the more accurate response of the arch dam in frequency domain, the dynamic analysis should be carried out by imposing the dam-foundation rock interaction effects. To do so, the foundation rock is usually considered as a substructure, and its impedance matrix is computed separately. In this article, the impedance matrix for the static case is obtained by utilizing the three-dimensional boundary element method, and so, the flexibility effect of the foundation rock is imposed. In this approach, the geometry of canyon could be quite arbitrary and this has become possible due to the fact that a 3D boundary element formulation is applied for foundation rock domain. In the results section, the seismic responses of a real arch dam are presented, and they are verified by the results of the well-known finite element method. It should be mentioned that the analyses are performed by the special purpose program developed.*

Key Words Arch dam, Boundary element, Finite element, Dam-foundation rock interaction, Impedance matrix, Dynamic analysis.

* نسخه‌اولیه مقاله در تاریخ 84/10/18 و نسخه نهایی آن در تاریخ 85/9/25 به دفتر نشریه رسیده‌است.

(1) دانشجوی دکتری سازه، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده عمران و محیط زیست

(2) استاد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده عمران و محیط زیست

www.SID.ir

Archive of SID

مقدمه

سدهای بتنی، از جمله سازه‌هایی به شمار می‌روند که رفتار آنها، وابستگی زیادی به خواص محیط اطرافشان دارد و اثرات اندرکنشی محیط مجاور (مانند سنگ پی) بر روی آنها، تأثیر بسزایی در پاسخ سازه و به ویژه محتوای فرکانسی آن خواهد گذاشت. به سخن دیگر، مدلسازی و تحلیل مجزای سازه بدون در نظر گرفتن محیط‌های پیرامون آن، پاسخ‌های نه چندان مناسب و بعضاً نادرستی به دست می‌دهد که نمی‌توانند ملاک و معیار خوبی برای بررسی رفتار سازه و یا طراحی آن باشند. خاطر نشان می‌کند، آسیب‌دیدگی چند سد بزرگ در دهه هفتاد میلادی، توجه بسیاری از پژوهشگران را به مسأله تحلیل اندرکنشی سدها جلب نمود و به دنبال آن، کارهای تحقیقاتی فراوانی در زمینه تحلیل دینامیکی سدهای بتنی با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش سد- مخزن ـ سنگ پی صورت گرفت که مجموعه آنها، درستی ادعای فوق را که همانا مهم بودن اثرات اندرکنشی در تحلیل دینامیکی سدهاست، به اثبات می‌رساند.

با وجود این، در کنار اهمیت موضوع لحاظ نمودن این اثرات، دشواری روند وارد ساختن نیروهای اندرکنشی ناشی از مخزن سد و سنگ پی آن و پیچیدگی‌های موجود در فرایند محاسبه آنها، سبب گردید که تلاش‌های فراوانی در جهت ارائه راهکارهایی دقیق، مناسب و کارا برای تحلیل کامل مجموعه به انجام رسد تا هر یک از آنها، بتوانند بر بخشی از موانع موجود در روند تحلیل چیره شوند. در این میان، شیوه‌های گوناگونی برای در نظر گرفتن اندرکنش سد و سنگ پی پیشنهاد گردیده که در ادامه، به مرور پاره‌ای از آنها پرداخته می‌شود.

در نخستین کارهای پژوهشی صورت گرفته که عموماً بر روی مدل‌های دو بعدی سدهای وزنی بوده و به سال‌های پایانی دهه هفتاد میلادی برمی‌گردد، اثرات اندرکنشی سنگ پی، با حل دقیق و غیر عددی معادلات حاکم بر پی و وارد ساختن نیروهای ناشی از آن، در مدل اجزای محدود سد لحاظ می‌گردید [1،2]. آشکار است، هندسه بسیار ساده سنگ پی سدهای وزنی این امکان را فراهم می‌آورد که با اندکی ساده‌سازی، بتوان از پاسخ‌های دقیق محیط کشسان همگن نیمه بینهایت، برای تحلیل مجموعه استفاده نمود. اما پس از گذشت مدتی، لزوم تحلیل دقیق سدهای قوسی و عدم امکان بهره‌جویی از پاسخ‌های دقیق برای تحلیل سنگ پی به دلیل هندسه پیچیده آن، راه را برای به کارگیری روش‌های عددی تحلیل هموار نمود و در این میان، راهکار اجزای محدود، بیش از سایر فنون عددی مورد توجه قرار گرفت [3].

در یکی از بهترین کارهای انجام شده که بر پایه روش زیرسازه استوار می‌باشد، محدوده پیرامون دره سد قوسی تا فاصله معقولی از محل قرارگیری سد، به وسیله اجزای حجمی سه بعدی مدلسازی گردیده و ماتریس سختی متراکم شده مجموعه که تنها درجه‌های آزادی محل اتصال سد وسنگ پی را در خود جای می‌دهد، به دست آمد [4]. در ادامه، به کمک این ماتریس، شکل‌های مود مجموعه و در پایان، پاسخ دینامیکی سد با در نظر گرفتن اثر اندرکنش سد و سنگ پی تعیین گردید. باید دانست، هر چند در این روش، تحلیل محدوده سنگ پی به صورت استاتیکی انجام شده و اثر جرم و میرایی آن لحاظ نگردیده است، اما ماتریس سختی به دست آمده که همان ماتریس امپدانس پی بدون جرم و میرایی به ازای فرکانس صفر می‌باشد، نقش بسزایی در تحلیل دینامیکی سیستم سد قوسی ـ سنگ پی داشته و با وجود ارائه روش‌های گوناگونی برای محاسبه ماتریس امپدانس واقعی پی با در نظر گرفتن اثر جرم و میرایی [5]، هنوز هم در فرایند تحلیل و به ویژه در یافتن شکل‌های مود مجموعه به کار

www.SID.ir

Archive of SID

می‌رود. شایان توجه است، الزام در بسته بودن محدوده سنگ پی در اغلب مدل‌های عددی و به دنبال آن، دشواری‌های موجود در مدل‌های بسته دینامیکی مانند بکارگیری مرزهای جاذب موج و یا اجزای نیمه‌بینهایت، تفاوت فاحش میان پاسخ روش‌های گوناگون استفاده از مرزهای مجازی، مختلط و تابع فرکانس بودن درایه‌های ماتریس امپدانس واقعی پی و در نتیجه، پیچیده و زمانبر بودن روند محاسبه بردارهای شکل مود و ...، شماری از دلایل بهره‌جویی از ماتریس امپدانس استاتیکی سنگ پی در بسیاری از روش‌های تحلیل دینامیکی سدهای بتنی در حوزه فرکانس است.

باید دانست، یکی از بهترین شیوه‌های برخورد با این مسأله و در حالت کلی، تحلیل محیط‌های نیمه‌بینهایت، استفاده از فن اجزای مرزی می‌باشد. این شیوه عددی که در شمار روش‌های باقیمانده وزندار به حساب می‌آید، توانایی حل معادلات الاستودینامیک سه بعدی در محیط‌های نیم‌فضا، با هر هندسه دلخواه برای مرز فوقانی را داراست. این راهکار توانمند، بدون به کارگیری هرگونه مرز مجازی و تنها با شبکه‌بندی مرز فوقانی محیط و به دلیل ارضای خودکار شرط تشعشع در رابطه‌سازی و معادلات بنیادی خود، به تحلیل دینامیکی محدوده مورد نظر پرداخته و پاسخ بسیار مناسبی در دسترس قرار می‌دهد. با وجود این، همانگونه که در بند پیشین بدان اشاره شد، دشواری‌های موجود در روند کار با ماتریس امپدانس دینامیکی $[S_f(\omega)]$، خود مانع بزرگی است که حتی پس از چیره گشتن بر موانع موجود در فرایند محاسبه آن، می‌تواند استفاده از ماتریس امپدانس استاتیکی را توجیه‌پذیر نماید.

در این مقاله، با توجه به مطالب بیان شده و بر پایه روش اجزای مرزی، راهکاری برای محاسبه ماتریس امپدانس استاتیکی سنگ پی در تحلیل سیستم سد قوسی ـ سنگ پی و یا هر مجموعه سه بعدی اندرکنشی خاک و سازه دیگر ارائه می‌گردد. آشکار است، برای محاسبه این ماتریس که از این پس $[S_f]$ نامیده می‌شود، تنها ضرائب کشسانی و پواسون محدوده سنگ پی که محیطی همگن و نیمه‌بینهایت پنداشته می‌گردد، به کار آمده و ویژگی‌های جرم و میرایی آن مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. همچنین، به دلیل صفر بودن ضریب میرایی هیسترتیک، تمامی درایه‌های $[S_f]$، اعدادی حقیقی‌اند.

رابطه‌سازی اثرات اندرکنشی

یادآوری می‌کند، هدف از وارد ساختن اثرات اندرکنش سد و سنگ پی، تحلیل دینامیکیِ هر چه دقیقترِ سد و پیش‌بینیِ هر چه واقعی‌ترِ پاسخ آن به تحریک تکیه‌گاهی است. برای این منظور، نخست باید به رابطه‌سازی مسأله پرداخت و اثر انعطاف‌پذیری پی را، به گونه‌ای در معادلات حاکم بر رفتار سد بتنی وارد نمود. آشکار می‌باشد، در صورت چشم‌پوشی از این اثر مهم و در پاره‌ای موارد قابل توجه، تحلیل دینامیکی سازه در روش اجزای محدود، با صلب پنداشتن تکیه‌گاه و حذف درجات آزادی مربوط به آن، صورت می‌پذیرد. اما با لحاظ کردن اثر اندرکنش خاک و سازه، نه تنها دیگر نمی‌توان به حذف درجات آزادی تکیه‌گاهی پرداخت، بلکه باید اثرات ناشی از وجود خاک (در اینجا سنگ پی) را نیز توسط آنها در تحلیل وارد ساخت. خاطر نشان می‌سازد، یکی از بهترین شیوه‌ها برای این کار، بهره‌جویی از راهکار زیرسازه می‌باشد [6].

در این روش، تحلیل سازه ثانویه که در اینجا همان دره سد قوسی است، در آغاز و به صورت جداگانه انجام شده و از نتایج آن در تحلیل سازه اصلی استفاده می‌گردد. باید دانست، مهمترین نتیجه به دست آمده از این تحلیل نخستین، ماتریس سختی استاتیکی و یا دینامیکی سنگ پی می‌باشد. این ماتریس، حلقه ارتباط میان تغییرمکان‌ها و نیروهای موجود در محل اتصال سد و سنگ پی بوده و در واقع شرط مرزی

www.SID.ir

Archive of SID

جدیدی را برای مرز مشترک سد و دره بیان می‌دارد. به سخن دیگر، با به کارگیری این ماتریس، به جای استفاده از شرط مرزی تغییرمکان صفر در مرز مزبور، از شرط مرزی ترکیبی و دقیقتری که رابطه میان نیروها و تغییرمکان‌های مرز را معلوم می‌کند، بهره‌جویی می‌گردد. این شرط مرزی جدید را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$[S_f]\{D_i^f\} = \{R_i^f\} \quad i \in \text{مرز مشترک سد و پی} \qquad (1)$$

در این رابطه، $\{D_i^f\}$ و $\{R_i^f\}$، به ترتیب، بردارهای تغییرمکان و نیروهای گرهی در مرز مشترکند که در اینجا و پیش از تحلیل سازه اصلی، هنوز مجهولند. تنها بخش معلوم برابری (1)، همان ماتریس امپدانس سنگ پی یا $[S_f]$ است که باید برای محاسبه آن، چاره‌ای اندیشید. در این مقاله، ماتریس مزبور با بهره‌جویی از روش اجزای مرزی و برای هر نوع هندسه دلخواه دره سد قوسی، به دست می‌آید. در ادامه و پیش از پرداختن به روند برپایی ماتریس امپدانس استاتیکی سنگ پی، چگونگی وارد شدن آن در معادلات حاکم بر سازه سد مرور می‌گردد.

تحلیل دینامیکی سدهای قوسی. مشابه هر سازه دیگر، تحلیل دینامیکی مدل اجزای محدود سد قوسی را می‌توان با حل معادله دیفرانسیل ماتریسی زیر به انجام رساند که مجهولات اصلی آن، همانا تغییرمکان‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌های گرهی و عامل‌های معلوم آن، افزون بر مشخصات هندسی و مکانیکی سازه، بارهای وارد به آن است:

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = -[M][J]\{a_g\} + \{R\} \qquad (2)$$

در رابطه کنونی، $[M]$، $[C]$ و $[K]$، به ترتیب ماتریس‌های مشخصه جرم، میرایی و سختی مربوط به تمامی درجات آزادی سازه و از جمله گره‌های تکیه‌گاهی و $\{D\}$، بردار تغییرمکان‌های نسبی گرهی آن می‌باشد. سمت راست رابطه (2) را بارهای وارد به سازه تشکیل می‌دهند که شامل نیروی ناشی از تحریک تکیه‌گاهی با شتاب معلوم $\{a_g\} = \{a_g^x \;\; a_g^y \;\; a_g^z\}^T$ و سایر بارهای خارجی و از جمله، نیروهای ناشی از در نظر گرفتن اثر اندرکنش خاک و سازه است. یادآوری می‌کند، تحریک تکیه‌گاهی را می‌توان به یاری ماتریس مستطیلی $[J]$ که در ازای هر گره سازه، یک ماتریس یکه 3×3 را در خود جای می‌دهد، به بارهای معادل گرهی تبدیل نمود. خاطر نشان می کند، در صورتی که تنها بارهای خارجی وارد به مدل سازه مورد بررسی، نیروهای ناشی از اثر اندرکنش سد با مخزن خالی و سنگ پی باشد، بردار نیرویی $\{R\}$ به قرار زیر در می‌آید:

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ R_i^s \end{Bmatrix} \quad i \in \text{مرز مشترک سازه و خاک} \qquad (3)$$

رابطه (3)، بیانگر صفر بودن بارهای خارجی در تمامی گره‌های سازه، بجز در محل اتصال آن با محیط اطراف که در اینجا، همان مرز مشترک سد قوسی و دره پیرامون آن است، می‌باشد. یادآور می‌گردد، نیروهای موجود در این مرز مشترک، پیش از این و در رابطه (1)، با رونویس f (مربوط به فونداسیون) معرفی شدند که ارتباط میان آنها و $\{R_i^s\}$ را می‌توان، به یاری اصل تعادل به دست آورد:

$$\{R_i^f\} + \{R_i^s\} = \{0\} \qquad (4)$$

ناگفته نماند، به دلیل تحلیل مجموعه سد و سنگ پی در حوزه فرکانس، باید معادلات حاکم را نیز بجای حوزه زمان، در محدوده فرکانس بر پا نمود. برای این منظور، کافی است توابع تحریک تکیه‌گاهی زمین و تغییرمکان‌ها را به صورت $\{a_g(t)\} = \{a_g(\omega)\}e^{i\omega t}$ و $\{D(t)\} = \{D(\omega)\}e^{i\omega t}$ پنداشت که با این کار، معادله (2)، با تبدیل تمامی توابع زمانی آن به توابعی فرکانسی،

www.SID.ir

Archive of SID

به شکل زیر در می‌آید:

$$\left(-\omega^2[M]+(1+2\beta i)[K]\right)\{D\} = -[M][J]\{a_g\}+\begin{Bmatrix}0\\R_i^s\end{Bmatrix} \qquad (5)$$

در این رابطه، β ضریب میرایی هیسترتیک مصالح سد قوسی است.

باید دانست، تحلیل دینامیکی سدها در حوزه فرکانس، به دو روش مستقیم و مودال صورت می‌پذیرد. هر دو راهکار یاد شده به حل دستگاه معادلات (5) برای مقادیر گوناگون ω می‌پردازند و به طور معمول، با فرض مقدار واحد برای یکی از درایه‌های بردار $\{a_g(\omega)\}$ و عدد صفر برای دو درایه دیگر، پاسخ دستگاه که همان بردار تغییرمکان‌ها به ازای فرکانس تحریک ω است را به دست می‌آورند. به عنوان نمونه، در مورد سد قوسی مورد بحث در این نوشتار که محورهای x، y و z آن به ترتیب منطبق با جهت عمود بر جریان، در راستای جریان و امتداد قائم است، بردارهای سه‌گانه شتاب زمین $\{a_g\}=\{1\ \ 0\ \ 0\}^T$، $\{a_g\}=\{0\ \ 1\ \ 0\}^T$ و $\{a_g\}=\{0\ \ 0\ \ 1\}^T$، به ترتیب بیانگر تحریک عمود بر جهت جریان، تحریک در راستای جریان و تحریک قائمند.

در شیوه حل مستقیم که مورد نظر این مقاله نیز می‌باشد، به ازای هر مقدار معلوم ω، دستگاه معادلات (5) به یاری یکی از روش‌های حل معادلات خطی (در اینجا تجزیه LU) یک بار حل شده و بردار $\{D\}$ که درایه‌هایی مختلط دارد، در دسترس قرار می‌گیرد. اما در راهکار مودال، با بسط بردار $\{D\}$ بر حسب بردارهای شکل مود، ابعاد دستگاه معادلات (5) کوچکتر گشته و مشابه حالت مستقیم، ولی با سرعت بیشتر، پاسخ سازه به دست می‌آید. با وجود این، هنگام به کارگیری شیوه مودال، چگونگی محاسبه بردارهای شکل مود، به ویژه در حالت وجود محیط‌های مجاور مانند خاک و یا آب و همچنین، زمان مورد نیاز برای انجام این کار را نباید از نظر پنهان داشت.

اینک پس از آشنایی اجمالی با فرایند تحلیل دینامیکی سدهای قوسی در حوزه فرکانس، مراحل محاسبه نیروهای اندرکنشی سد ـ سنگ پی که تنها عامل باقیمانده در طرف راست رابطه (5) بوده و نقش وارد ساختن اثر انعطاف‌پذیری پی در تحلیل را دارند، تشریح می‌گردد. یادآوری می‌کند، آنچه در ادامه می‌آید، روند محاسبه ماتریس امپدانس استاتیکی پی یا همان $[S_f(\omega)]$ به ازای $\omega=0$ است که بر اساس دلایل آورده شده در مقدمه نوشتار، در تحلیل دینامیکی سازه و در کنار $\omega\neq 0$ آن، به کار می‌رود.

برپایی ماتریس امپدانس پی. همانگونه که از رابطه (1) بر می‌آید، ماتریس امپدانس پی، نقش پیوند میان تغییرمکان‌های به وجود آمده در پی بر اثر نیروهای وارد به آن را دارا می‌باشد. این ماتریس، در حالت استاتیکی، همانا ماتریس سختی متراکم شده پی برای درجات آزادی مرز مشترک سازه و پی و در حالت دینامیکی، ماتریس ترکیبی سختی ـ جرم ـ میرایی آن است. بنابراین، به نظر می‌رسد که یکی از بهترین روش‌ها برای محاسبه آن، استفاده از مفهوم ماتریس‌های مشخصه و به نوعی، بهره‌جویی از همان رابطه (1) باشد. یادآور می‌گردد، برای این منظور، کافی است با اعمال تغییرمکان یکه در تنها یکی از درجات آزادی مرز مشترک و مقید نگاه‌داشتن سایر آنها، نیروهای به وجود آمده در درجات آزادی مزبور را محاسبه کرد که این نیروها، خود ستون مربوط به آن درجه آزادی (با تغییرمکان واحد) را، در ماتریس امپدانس پی تشکیل می‌دهند. آشکار می‌باشد، با تکرار این روند برای تمامی درجه‌های آزادی مرز مشترک، می‌توان یکایک ستون‌های ماتریس مزبور را به دست آورد و آن را به طور کامل برپا نمود.

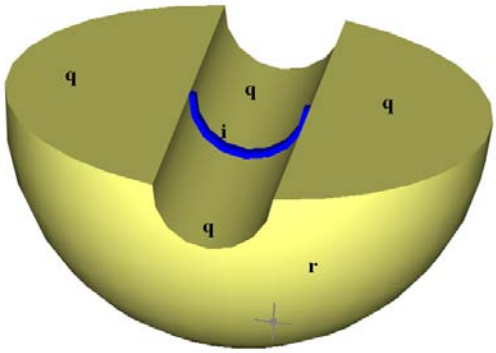
www.SID.ir

Archive of SID

خاطر نشان می‌سازد، فرایند باز و بسته نمودن درجات آزادی تغییرمکانی، تنها به مرز مشترک سد و سنگ پی مربوط شده و شرط مرزی سایر گره‌های مرز فوقانی سنگ پی که در مجاورت فضای آزادند، همانا ترکشن (مؤلفه‌های تنش در جهت محورهای مختصات) برابر صفر خواهد بود. همچنین، شرط مرزی گره‌های موجود در شبکه‌بندی سطح زیرین سنگ پی که به فاصله معقولی از سد قرار گرفته و سبب بسته شدن مدل شده‌اند، تغییرمکان صفر می‌باشد.

بنا بر آنچه آورده شد، نواحی مختلف موجود در مدل بسته سنگ پی و به تبع آن، گره‌ها و درجات آزادی موجود در آنها را می‌توان به سه دسته تقسیم نمود و هر یک را با نمایه‌ای نشان داد. این سه ناحیه که در شکل (1) نمایانند، به قرار زیر تعریف می‌شوند:

- مرز مشترک سد قوسی و سنگ پی (i)
- مرز مشترک سنگ پی و فضای آزاد (q)
- سطح زیرین سنگ پی در محیط نیمه‌بینهایت (r)



شکل **1** نواحی سه گانه در مدل‌سازی سنگ پی

تاکنون مشخص گردید که برای یافتن هر یک از ستون‌های ماتریس امپدانس، باید معادله دیفرانسیل حاکم بر محیط سنگ پی را با شرایط مرزی بیان شده در مرزهای i، q و r، حل نمود. آشکار است، به دلیل هندسه بسیار پیچیده مرزهای مسأله، امکان حل دقیق و غیر عددی آن فراهم نبوده و به کارگیری یکی از روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل، اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. در این نوشتار، راهکار مورد استفاده، روش اجزای مرزی خواهد بود که در بخش آتی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تحلیل سه‌بعدی به کمک اجزای مرزی. فن اجزای مرزی، همانند سایر روش‌های موسوم به باقیمانده وزندار، با انتگرالگیری از حاصلضرب معادله دیفرانسیل در یک تابع وزنی و کمینه کردن آن، تابعی به دست می‌دهد که با دقت خوبی، همان پاسخ معادله دیفرانسیل است [7]. در این میان، همانند راهکار اجزای محدود، کار انتگرالگیری به صورت عددی و بر روی بخش‌هایی به نام جزء یا المان انجام می‌پذیرد. اما بر خلاف آن، این اجزاء تنها بر روی مرزهای حوزه مورد نظر واقعند و نیازی به شبکه‌بندی محدوده درون آن نمی‌باشد. زیرا روش اجزای مرزی، با بهره‌جویی از قضیه معروف گرین، انتگرال‌های درون حوزه را به انتگرال‌هایی مرزی تبدیل می‌کند که آنها را نیز، به شکلی عددی محاسبه می‌نماید. تفاوت دیگر این شیوه با فن اجزای محدود را می‌توان در انتخاب تابع وزن آن دانست که بر خلاف توابع چندجمله‌ای و سادهٔ روش مزبور، توابعی پیچیده و بعضاً بد رفتارند.

این توابع، حل اساسی (Fundamental Solution) یا تابع گرین نام دارند و با حل همان معادله دیفرانسیل حاکم بر مسأله، اما در محیطی بیکران و با طرف راستی، برابر تابع دلتای دیراک به دست می‌آیند. در مسائل کشسان، چنین پاسخی را می‌توان، با قرار دادن یک بار متمرکز واحد در نقطه‌ای مانند ξ و محاسبه مقادیر تغییرمکان در نقطه‌ای مانند X تعیین نمود. این کار که با حل غیر عددی معادلات ناویر در یک محیط همگن بدون مرز و به یاری روش‌هایی مانند تجزیه هلمولتز صورت می‌پذیرد، تابع تغییرمکان استاتیکی را به شکل زیر در دسترس قرار می‌دهد [8]:

www.SID.ir

Archive of SID

$$u_{ij}^{*} = \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)}\frac{1}{r}\times [(3-4\nu)\delta_{ij} + \frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_j}] \quad i,j=1,2,3 \tag{6}$$

در این رابطه، u_{ij}^{*} مؤلفه جهت x_j تابع تغییرمکان (حل اساسی) در نقطه X، به خاطر اعمال بار یکه در نقطه ξ و در جهت x_i می‌باشد که فاصله دو نقطه مزبور نیز برابر r است. ویژگی‌های مکانیکی محیط را، مدول برشی و ضریب پواسون آن که به ترتیب با μ و ν نشان داده شده‌اند، بیان می‌دارند. دیگر عامل به کار رفته در رابطه (6) که همانند سایر عوامل، سبب تقارن معادله و برابری u_{ij}^{*} با u_{ji}^{*} می‌گردد، δ_{ij} یا همان دلتای کرونکر می‌باشد که در صورت برابری i و j، مساوی یک و در غیر این صورت، برابر صفر خواهد بود.

مقادیر ترکشن (مؤلفه‌های تنش در جهت محورهای مختصات) نیز با قرار دادن تابع به دست آمده برای تغییرمکان در روابط تنش ـ تغییرمکان موجود در تئوری الاستیسیته به دست می‌آیند:

$$p_{ij}^{*} = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)}\frac{1}{r^2}\times \{\frac{\partial r}{\partial n}[(1-2\nu)\delta_{ij} + 3\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_j}] + (1-2\nu)(n_i\frac{\partial r}{\partial x_j} - n_j\frac{\partial r}{\partial x_i})\} \tag{7}$$

در رابطه کنونی نیز همان عوامل موجود در معادله (6)، به همراه n_i که مؤلفه i ام بردار یکه عمود بر مرز در نقطه X است، قابل مشاهده می‌باشد. خاطر نشان می‌نماید، با مشخص بودن دو عامل u_{ij}^{*} و p_{ij}^{*}، تغییرمکان هر نقطه دلخواه از محدوه مورد نظر مسأله مانند k را می‌توان، به یاری انتگرال مرزی زیر محاسبه کرد [9]:

$$c_{ij}^{k}\, u_j^{k} = \int_{\Gamma} u_{ij}^{*}\, p_j\, d\Gamma - \int_{\Gamma} p_{ij}^{*}\, u_j\, d\Gamma \tag{8}$$

عامل c_{ij}^{k}، برای نقاط درون حوزه برابر δ_{ij} و در صورت قرار داشتن نقطه k بر روی مرزهای هموار و بدون شکستگی حوزه، برابر $0.5\delta_{ij}$ است. در سایر موارد نیز می‌توان مقدار آن را، با بهره‌جویی از مفهوم حرکت جسم صلب به دست آورد. اما همانگونه که در رابطه (8) مشخص می‌باشد، برای محاسبه تغییرمکان در نقطه k، باید مقادیر تغییرمکان و ترکشن در تمامی نقاط مرزی معلوم باشد و این در حالی است که این مقادیر، تنها در پاره‌ای از نقاط و آن هم به کمک شرایط مرزی موجود در مسأله، قابل دستیابی‌اند. بنابراین، برای تعیین آنها و در اصطلاح، تکمیل شرایط مرزی، باید نخست معادله (8) را برای تمامی نقاط مرزی برپا نمود و با حل توأم آنها، مقادیر u_j^{k} و p_j^{k} را برای هر $k \in \Gamma$ به دست آورد. ناگفته نماند، در اغلب مسائلی که به کمک روش اجزای مرزی حل می‌شوند، هدف، تنها محاسبه مقادیر مرزی تغییرمکان و تنش بوده و نیازی به محاسبه آنها در نقاط درون حوزه نمی‌باشد. بنابراین، تکمیل شرایط مرزی که نخستین گام یافتن پاسخ است، گام پایانی اینگونه مسائل و از جمله مسأله مورد بحث تلقی می‌گردد.

همانگونه که پیش از این نیز بیان شد، دشواری محاسبه انتگرال‌های رابطه (8)، استفاده از یک راهکار عددی، به همراه شبکه‌بندی مرز حوزه و تقسیم آن به پاره‌ای جزء محدود را گریزناپذیر می‌نماید. این کار که همانند شیوه اجزای محدود، با بهره‌جویی از مفهوم توابع درونیاب و جایگزینی یک تابع پیوسته، با مقادیر گسسته آن در نقاطی به نام گره صورت می‌پذیرد، معادله (8) را به یک دستگاه معادلات جبری تبدیل می‌نماید:

$$[H]\{U\} = [G]\{P\} \tag{9}$$

در این رابطه، $[H]$ و $[G]$، به ترتیب ماتریس‌های شبه‌سختی و شبه‌نرمی محیطند که درایه‌های آنها، با انتگرالگیری از حاصلضرب توابع درونیاب در پاسخ اساسی ترکشن و تغییرمکان به دست می‌آید. بردارهای $\{U\}$ و $\{P\}$ نیز به ترتیب، مقادیر

www.SID.ir

Archive of SID

گرهی تغییرمکان و ترکشن نقاط مرزی را در خود جای داده‌اند که تنها پاره‌ای از درایه‌های آنها مجهول می‌باشد. آشکار است، با اعمال اندکی تغییر در چیدمان معادلات (9) و انتقال ماتریس ضرایب ومقادیر مجهول به یک طرف و سایر عوامل به سوی دیگر، می‌توان دستگاهی جبری برپا نمود که پاسخ آن، همان مقادیر تغییرمکان و ترکشن گره‌های مرزی خواهد بود. این جا به جایی معادلات که تنها به شرایط مرزی داده شده در مسأله بستگی دارد، موضوع اصلی بحث در بخش بعد می‌باشد.

برپایی و حل دستگاه معادلات. در ادامه، روند برپایی و حل دستگاه معادلات (9)، برای محیط سنگ پیِ به نمایش درآمده درشکل (1) مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، سطوح خارجی یا همان مرزهای بیرونی شکل مزبور که شامل سه ناحیه i، q و r می‌گردد، به یاری اجزای ایزوپارامتریک هشت گرهی، شبکه‌بندی می‌گردد. با این کار، رابطه (9) را می‌توان به صورت تفکیک شده زیر نشان داد:

$$\sum_{i+q+r}[H^e]\{U^e\} = \sum_{i+q+r}[G^e]\{P^e\} \qquad (10)$$

دو ماتریس موجود در رابطه بالا، همان ماتریس‌های بنیادین روش اجزای مرزی‌اند که رونویس e آنها، سهم مربوط به جزء e ام را بیان می‌دارد. برای محاسبه این دو عامل، باید بار واحد را در هر سه جهت x، y و z و همچنین، در تمامی گره‌های مدل (مانند k) قرار داد و هر بار، ماتریسی 3×24 به دست آورد و آن را در سه سطر مربوط به گره k ام جای داد. یادآوری می‌نماید، رابطه کلی محاسبه ماتریس‌های مشخصه المان هشت‌گرهی e ام با توابع درونیاب $[N^e]$، به خاطر قرارگیری بار واحد در گره k ام به قرار زیر است:

$$\begin{aligned}[H^{e,k}] &= \int_{\Gamma^e}[N^e]_{24\times3}[p^*|_{\xi=k}]_{3\times3}\,d\Gamma^e \\ [G^{e,k}] &= \int_{\Gamma^e}[N^e]_{24\times3}[u^*|_{\xi=k}]_{3\times3}\,d\Gamma^e\end{aligned} \qquad (11)$$

پس از $N\times NE$ بار محاسبه انتگرال‌های موجود در رابطه (11) برای یک مدل N گرهی با NE المان، اینک نوبت به اعمال شرایط مرزی مسأله می‌رسد. در این مدل، شمار گره‌های موجود در هر یک از نواحی i، q و r به ترتیب برابر N_i، N_q و N_r بوده و رابطه $N_i+N_q+N_r=N$ برقرار می‌باشد. خاطر نشان می‌کند، شرایط مرزی لازم برای به دست آوردن ستون mام ماتریس امپدانس، با توجه به نواحی سه‌گانه شکل (1) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}\{U_i\} &= \{\overset{1}{0}\ \overset{2}{0}\cdots\ \overset{m-1}{0}\ \ \overset{m}{1}\ \ \overset{m+1}{0}\cdots\ \overset{3N_i-1}{0}\ \ \overset{3N_i}{0}\}^T \\ \{P_q\} &= \{0\}_{3N_q\times1} \\ \{U_r\} &= \{0\}_{3N_r\times1}\end{aligned} \qquad (12)$$

آشکار است، سه بردار دیگر یعنی $\{P_i\}$، $\{U_q\}$ و $\{P_r\}$، مجهولند و بایستی با حل معادله (10) محاسبه گردند که در این میان، تنها بردار نخست که دربردارنده ترکشن‌های گرهی مرز مشترک سد و سنگ پی است، مهم بوده و در برپایی ماتریس امپدانس بکار می‌آید. در ادامه، باید شرایط مرزی موجود در رابطه (12) را به گونه‌ای در رابطه (10) وارد نمود. برای این منظور، نخست با توجه به چگونگی اتصال المان‌ها، فرایند سوار شدن ماتریس‌های مشخصه آنها، همانند روش اجزای محدود، انجام می‌پذیرد.

هنگام سوار کردن ماتریس‌های مشخصه اجزاء، باید بدین نکته توجه داشت که هر گره، تنها دارای سه درجه آزادی تغییرمکانی در سه جهت x، y و z است. اما این ویژگی، در مورد درجات آزادی نیرویی برقرار نبوده و در صورت وجود شکستگی در گره و ناهمسانی

www.SID.ir

Archive of SID

بردارهای نرمال اجزای متصل به آن، گره مزبور می‌تواند دارای مقادیر متفاوت ترکشن که هر کدام، به یکی از المان‌های اطراف وابسته‌اند، باشد. بنابراین، در حالت کلی و برای شبکه‌ای از المان‌های هشت گرهی، شمار درجات آزادی تغییرمکانی و نیرویی، به ترتیب برابر 3N و 24NE می‌گردد. از این رو، ماتریس شبه سختی [H]، همانند ماتریس سختی روش اجزای محدود مربعی و دارای 3N سطر و 3N ستون بوده و روند سوار نمودن آن نیز تفاوتی با ماتریس سختی ندارد. اما بر خلاف آن، ماتریس شبه نرمی [G]، مستطیلی با 3N سطر و 24NE ستون است که برپایی آن، راهکار خاصی می‌طلبد. با وجود این، در صورتی که مرز مورد بررسی نسبتاً هموار بوده و تغییرات شدیدی در بردارهای نرمال المان‌های آن به چشم نخورد، می‌توان با دقت بسیار خوبی، فرض یکسانی ترکشن‌ها در گره را پذیرفت و ماتریس [G] را همانند [H] سوار نمود [10].

در مسأله مورد بحث، مرز مشترک سد و سنگ پی و همچنین مرز تحتانی مدل، یعنی دو ناحیه i و r، هموار پنداشته شده و بنا بر آنچه بیان گردید، فرایند سوار کردن ماتریس [G] مربوط به المان‌های آنها، به طور معمول انجام می‌شود. با این کار، طرف راست معادله (10) به صورت زیر در می‌آید:

$$\sum_{i+q+r}[G^e]\{P^e\}=[G_i]\{P_i\}+[G_r]\{P_r\}+\sum_{q}[G^e]\{P^e\} \qquad (13)$$

در این رابطه، ماتریس‌های $[G_i]$ و $[G_r]$، تنها شامل اجزایی می‌گردند که در دو ناحیه i و r قرار دارند. جمله آخر نیز به دلیل صفر بودن بردار $\{P_q\}$، برابر صفر گشته و در نتیجه، نیازی به محاسبه $[G^e]$ مربوط به المان‌های موجود در ناحیه q نمی‌باشد.

در فرایند برپایی ماتریس [H] کل مدل، صفر بودن بردار $\{U_r\}$، نیاز به محاسبه $[H^e]$ اجزای ناحیه r را برطرف می‌سازد. با وجود این، ماتریس‌های $[H^e]$ مربوط به این ناحیه نیز مورد محاسبه قرار می‌گیرند تا در محاسبه داریه‌های قطری ماتریس [H] کل مدل، بکار آیند. باید دانست، یافتن مستقیم درایه‌های مزبور، به دلیل مبهم و تکین شدن حل اساسی در $r=0$ دشوار بوده و از این رو، با بهره‌جویی از مفهوم حرکت جسم صلب حساب می‌شوند. برای این منظور، با توجه به معادله (10) و این اصل که حرکت جسم صلب، سبب ایجاد نیرو نمی‌گردد، می‌توان دریافت که باید مجموع درایه‌های متناظر هر سطر ماتریس [H] برابر صفر باشد. بنابراین، درایه قطری هر سطر آن، برابر قرینه مجموع سایر درایه‌های متناظر آن خواهد بود.

پس از محاسبه درایه‌های قطری [H] که با سوار نمودن ماتریس $[H^e]$ تمامی المان‌های مدل ممکن می‌شود، اینک می‌توان $[H^e]$ مربوط به اجزای ناحیه r را از آن خارج و ماتریس باقیمانده را، به دو بخش تقسیم کرد. این تقسیم‌بندی که بر اساس درجات آزادی تغییرمکانی موجود در دو ناحیه i و q صورت می‌پذیرد، معادله (10) را به شکل زیر تبدیل می‌نماید:

$$[H_i \quad H_q]\begin{Bmatrix}U_i\\U_q\end{Bmatrix}=[G_i]\{P_i\}+[G_r]\{P_r\} \qquad (14)$$

انتقال بردارهای مجهول رابطه فوق به یک طرف و بردارهای معلوم به طرف دیگر، آن را به صورت زیر در می‌آورد:

$$[-G_i \quad H_q \quad -G_r]\begin{Bmatrix}P_i\\U_q\\P_r\end{Bmatrix}=-[H_i]\{U_i\} \qquad (15)$$

یادآور می‌شود، هنگام محاسبه ستون mام ماتریس امپدانس، تنها درایه mام بردار $\{U_i\}$ برابر یک و سایر درایه‌های آن برابر صفر می‌باشد. بنابراین، حاصلضرب $[H_i]$ در چنین برداری، چیزی جز ستون mام ماتریس $[H_i]$ نمی‌گردد. حال اگر رابطه (15)،

www.SID.ir

Archive of SID

برای هر $3N_i$ حالت مختلف $\{U_i\}$ و به سخن دیگر، برای محاسبه تمامی ستون‌های ماتریس امپدانس برپا شود، طرف راست آن، همان ماتریس $[H_i]$ خواهد بود. با این کار، بردار مجهول معادله نیز به ماتریسی $3N\times 3N_i$ تبدیل می‌شود که $3N_i$ سطر اول آن (ماتریس $[F]$ در رابطه زیر)، مقادیر ترکشن‌های گرهی مرز مشترک سد و سنگ پی، برای حالات گوناگون اعمال تغییرمکان یکه‌اند:

$$[-G_i \quad H_q \quad -G_r]\begin{bmatrix} F \\ U'_q \\ P'_r \end{bmatrix} = -[H_i] \qquad (16)$$

محاسبه ماتریس امپدانس. پس از حل دستگاه معادلات (16)، کافی است ماتریس ترکشن‌های گرهی $[F]$ را، به ماتریس نیروهای گرهی تبدیل نمود. این کار، نخست با تبدیل مقادیر گرهی ترکشن به تابعی پیوسته و سپس، محاسبه نیروهای گرهی به یاری آن تابع پیوسته و توابع درونیاب المان‌ها امکان‌پذیر می‌گردد. در اینجا، مجموعه عملیات فوق، با استفاده از ماتریس نگاشت $[B]$ انجام می‌شود. این ماتریس که نقش تبدیل ترکشن‌های گرهی به نیروهای گرهی را به عهده دارد، توسط رابطه زیر و برای تمامی اجزای موجود در مرز مشترک (ناحیه i) محاسبه گردیده و سپس، همانند ماتریس‌های سختی المان‌ها، سوار می‌شود:

$$[B^e] = \int_{\Gamma^e} [N]^T [N] d\Gamma^e \qquad e \in i \qquad (17)$$

در این رابطه، $[B^e]$ ماتریس نگاشت المان eام و $[N]$، ماتریس توابع درونیاب آن می‌باشد. آشکار است، پس از سوار کردن $[B^e]$ ها، ماتریس $[B]$ حاصل، همانند ماتریس $[F]$، $3N_i$ سطر و $3N_i$ ستون دارد و حاصلضرب آن در $[F]$، چیزی جز ماتریس امپدانس پی نخواهد بود:

$$[\hat{S}_f] = [B][F] \qquad (18)$$

بر اساس قضیه تقابل کار تحلیل سازه‌ها و همانند سایر ماتریس‌های سختی، ماتریس امپدانس سنگ پی نیز باید متقارن باشد. اما در اینجا، به دلیل حجم بالای محاسبات و وجود خطاهای عددی، حاصل رابطه (18) اینگونه نبوده و تفاوت اندکی، میان درایه‌های غیرقطری متناظر آن به چشم می‌خورد که می‌توان آن را، با بکارگیری مفهوم کمینه مربعات و به یاری رابطه زیر از بین برد:

$$[S_f] = \frac{1}{2}\left([\hat{S}_f] + [\hat{S}_f]^T\right) \qquad (19)$$

رابطه کنونی، همان رابطه نهایی برای محاسبه ماتریس امپدانس استاتیکی سنگ پی است که در بخش سوم و برای حل مثال‌های عددی، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

وارد ساختن $[S_f]$ در تحلیل سازه. پس از محاسبه ماتریس امپدانس، اینک نوبت به وارد نمودن آن در روند تحلیل سد، بر اساس روابط ارائه شده، می‌رسد. یادآوری می‌نماید، در آنجا اثر انعطاف‌پذیری سنگ پی، به صورت نیروهایی در مرز مشترک آن با سد قوسی در نظر گرفته شد. اینک با در دست بودن ماتریس امپدانس سنگ پی، رابطه میان این نیروها و تغییرمکان‌های گرهی مرز مشترک مشخص می‌باشد. بنابراین می‌توان با ترکیب دو رابطه (1) و (4) با (5)، معادله زیر را که شامل اثر انعطاف‌پذیری پی نیز هست، به دست آورد:

$$\begin{aligned}&\left(-\omega^2[M] + (1+2\beta i)[K] + [\bar{S}_f]\right)\{D\} \\ &= -[M][J]\{a_g\}\end{aligned} \qquad (20)$$

در این رابطه، $[\bar{S}_f]$، شکل گسترش‌یافته $[S_f]$ است که

www.SID.ir

Archive of SID

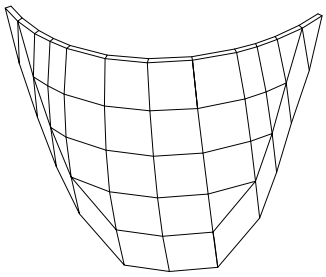
بجز درایه‌های موجود در مرز مشترک، سایر درایه‌های آن صفرند و تنها برای هم‌بعد شدن با ماتریس سختی سازه تشکیل می‌گردد. خاطر نشان می‌کند، در صورتی که ترتیب شماره‌گذاری گره‌های سازه به گونه‌ای باشد که درجات آزادی موجود در مرز مشترک، پس از سایر درجات آزادی قرار گیرند، ماتریس $[\overline{S}_f]$ به شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$[\overline{S}_f]=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & S_f\end{bmatrix} \qquad (21)$$

اینک با کامل شدن روابط مورد نیاز برای وارد ساختن اثر انعطاف‌پذیری سنگ پی در فرایند تحلیل دینامیکی سدهای قوسی و در واقع، تحلیل اندرکنشی سد و سنگ پی، می‌توان این کار را به طور عملی و بر روی مدل‌هایی واقعی انجام داد. در بخش آتی، سد قوسی Morrow Point به همراه دره پیرامون آن مورد تحلیل عددی قرار گرفته و نتایج حاصل از آن ارائه می‌گردد. باید افزود، مشخصات هندسی دقیق این سد قوسی در بسیاری از مراجع مانند مرجع [11] موجود است.

مدل‌های تحلیلی

در این بخش، به تحلیل دینامیکی سد قوسی با در نظر گرفتن اثرات اندرکنشی سنگ پی که در اینجا تنها ناشی از انعطاف‌پذیری آن می‌باشد، پرداخته می‌شود. یادآور می‌گردد، در این مقاله، تحلیل سد قوسی با بهره‌جویی از روش اجزای محدود به انجام رسیده و برای وارد ساختن اثر اندرکنشی سنگ پی، از ماتریس امپدانس که در اینجا همان ماتریس سختی استاتیکی آن بوده و با به کارگیری شیوه المان‌های مرزی به دست می‌آید، استفاده می‌گردد. همچنین برای نشان دادن درستی روش پیشنهادی، کار تحلیل مجموعه سد و سنگ پی، به یاری روش اجزای محدود و بدون تعریف زیرسازه و ماتریس امپدانس نیز انجام گرفته و برتری‌های راهکار پیشنهادی، ارائه می‌شود. در ادامه می‌توان شکل ظاهری سد قوسی انتخابی برای تحلیل را مشاهده کرد.



شکل 2 مدل اجزای محدود سد قوسی

در اینجا سد نشان داده شده در شکل (2)، با استفاده از چهل المان ایزوپارامتریک بیست گرهی حجمی مدلسازی می‌گردد. این مدل، شامل 318 گره و 954 درجه آزادی می‌باشد که از آن میان، 189 تای آنها در مرز مشترک سد و دره واقعند. بنابراین، در صورت حذف آنها که به معنای تحلیل سد قوسی با چشم‌پوشی از اثرات اندرکنشی سنگ پی است، شمار درجات آزادی سازه به 765 و در نتیجه، شمار درایه‌های ماتریس ضرائب معادله (20) با توجه به متقارن بودن آن به 292995 می‌رسد. اما به دلیل صفر بودن اغلب این درایه‌ها که از ویژگی تنکی ماتریس سختی ناشی می‌گردد، می‌توان از ذخیره‌سازی و انجام عملیات بر روی آنها خودداری نمود و بدین ترتیب، بر سرعت روند تحلیل افزود. در اینجا، با به کارگیری روش ذخیره‌سازی و حل خط آسمان، شمار درایه‌های مورد نیاز، در حالت چشم‌پوشی از اثر سنگ پی به 62910 کاهش می‌یابد. آشکار می‌باشد، این عدد با وارد ساختن اثرات اندرکنشی، به دلیل در نظر گرفتن درجات آزادی مرز مشترک و ناتنک بودن ماتریس امپدانس پی، افزایش یافته و در اینجا، به 160875 درایه می‌رسد. ناگفته

www.SID.ir

Archive of SID

نماند، مشخصات بتن به کار رفته در سد قوسی، به قرار زیر فرض می‌شود:

ـ ضریب کشسانی 27/5 گیگا پاسگال

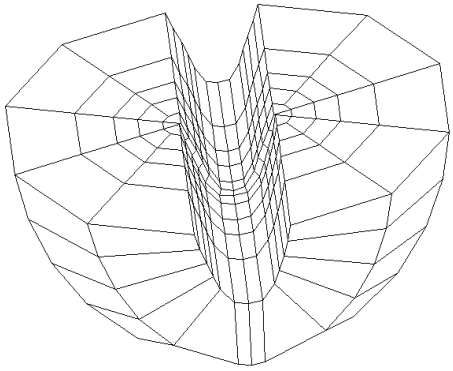
ـ وزن حجمی 24/8 کیلو نیوتن بر متر مکعب

ـ نسبت پواسون 0/2

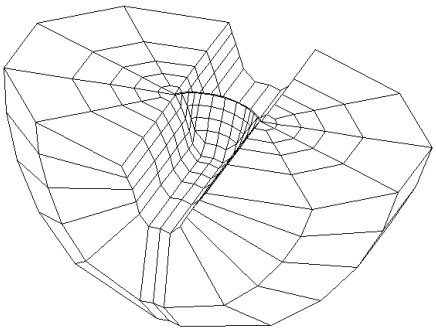
ـ ضریب میرایی هیسترتیک 5 درصد

آشکار است، با حل دستگاه معادلات (20)، تمامی درایه‌های بردار تغییرمکان سازه به دست می‌آیند. اما در میان تمامی این درایه‌ها، دو تا از آنها که همانا تغییرمکان در جهت جریان گره میانی تاج سد و همچنین، تغییرمکان شعاعی نقطه‌ای از تاج با زاویه مرکزی 13/25 درجه‌اند، انتخاب شده و منحنی تغییرات اندازه آنها، پس از ضرب شدن در $-\omega^2$ برای تبدیل به شتاب، بر حسب فرکانس ω ترسیم می‌گردد. باید دانست، به دلیل وضوح بیشترِ پاسخ مربوط به نقطه اول، برای تحریک‌های در جهت جریان و قائم و نقطه دوم، برای تحریک عمود بر جهت جریان، سال‌هاست که همین سه خروجی به دست آمده از تحلیل دینامیکی سدهای قوسی، مورد توجه پژوهشگران بوده و به معیار سنجش روش‌های تحلیلی گوناگون تبدیل شده است.

در شکل (3)، مدل اجزای مرزی به کار رفته در تحلیل سنگ پی که دارای 716 گره و 238 المان هشت‌گرهی هم‌عامل می‌باشد به نمایش در آمده است. مصالح موجود در این محدوده، همگن، همسانگرد و کشسان خطی، با نسبت پواسون 0/2 فرض می‌شود که ضریب کشسانی آن، در تحلیل‌های گوناگون متفاوت و به صورت ضریبی از مدول الاستیسیته بتن مورد استفاده در سد، می‌باشد. این نسبت (E_f / E_d) که بینهایت پنداشتن آن، به معنای صلب‌بودن پی و چشم‌پوشی از اثرات اندرکنشی سد ـ سنگ پی است، در نمونه‌های عددی، برابر 2، 1، 0/5 و 0/25 فرض می‌گردد تا حالات مختلف وجود پی‌های مقاوم و یا ضعیف را در برگیرد.



شکل 3 مدل اجزای مرزی سنگ پی



شکل 4 مدل اجزای محدود سد و سنگ پی

خاطر نشان می‌سازد، برای نشان دادن درستی پاسخ‌های به دست آمده از روش اجزای مرزی، مدل المان محدود مربوط به سنگ پی نیز تهیه شده و کار تحلیل، بر روی آن به انجام رسیده است. این مدل که در شکل (4) نمایان می‌باشد، نسبت به مدل اجزای مرزی به نمایش درآمده در شکل (3)، هیچ تفاوت ظاهری نداشته و تنها دارای گره‌ها و المان‌های داخلی اضافی است که در شکل (4) نمی‌توان آنها را مشاهده کرد. باید افزود، در صورت بهره‌جویی از این مدل، دیگر نیازی به استفاده از ماتریس امپدانس نبوده و مدل اجزای محدود یکپارچه سد قوسی و سنگ پی، در کنار هم مورد تحلیل قرار می‌گیرد. در این حالت، شمار درایه‌های غیر

www.SID.ir

Archive of SID

تکراری و غیر صفر ماتریس ضرائب معادله حاکم بر سازه که در اینجا شامل سد و سنگ پی بوده و در مجموع 1757 گره و 316 المان دارد، به عددی در حدود $1/6\times10^6$ می‌رسد. ناگفته نماند، این تحلیل که به مراتب زمانبرتر از تحلیل با به کارگیری فن زیرسازه و استفاده از ماتریس امپدانس است، برای مقایسه پاسخ‌ها و اطمینان از درستی روش پیشنهادی صورت می‌پذیرد.

نتایج عددی

در تمامی نمودارهای ارائه شده در این بخش، محور افقی با تقسیم هر فرکانس بر فرکانس‌های اول سد قوسی با مخزن خالی بر روی پی صلب، در دو حالت تغییرشکل متقارن ($\omega_1^s = 26.5\,\text{rps}$) و نا متقارن ($\omega_1^a = 23.75\,\text{rps}$) به دست آمده است. همچنین، اعداد مربوط به بخش راهنمای نمودارها، نسبت E_f / E_d و مدل بکار رفته در تحلیل را نشان می‌دهند که شامل مدل اجزای محدود شکل (4)، مدل المان‌های مرزی با محدوده بسته شکل (3) و مدل اجزای مرزی با محدوده باز (تنها المان‌های موجود در نواحی i و q) خواهد بود.گفتنی است، برای تحلیل دینامیکی محدوده سنگ پی، نباید از مدل بسته‌ای مانند شکل (3) بهره جست. چرا که برخورد امواج به مرز تحتانی و برگشت آنها، سبب ایجاد آشفتگی در پاسخ‌ها و نادرستی آنها می‌شود. در این حالت، با توجه به ویژگی ذاتی استهلاک امواج که در توابع گرین روش اجزای مرزی وجود دارد، می‌توان از مدل‌های باز استفاده کرد و ناحیه r شکل (1) را حذف نمود. خاطر نشان می‌کند، هر چند در آن صورت نیز برپایی کامل ماتریس [H]، برای محاسبه درایه‌های قطری آن اجتناب‌ناپذیر می‌نماید، اما عدم استفاده از المان‌های موجود در ناحیه مزبور و حذف ماتریس‌های $[H_r]$ و $[G_r]$ از روند محاسبات، به کاهش ابعاد دستگاه معادلات (16) و افزایش کارایی و سرعت فرایند تحلیل می‌انجامد. در اینجا، حذف ناحیه r و بهره‌جویی از مدل باز (با 178 المان) در تحلیل استاتیکی سنگ پی نیز مورد بررسی قرار گرفته که می‌توان نتایج آن را، در نمودارهای این بخش مشاهده کرد.

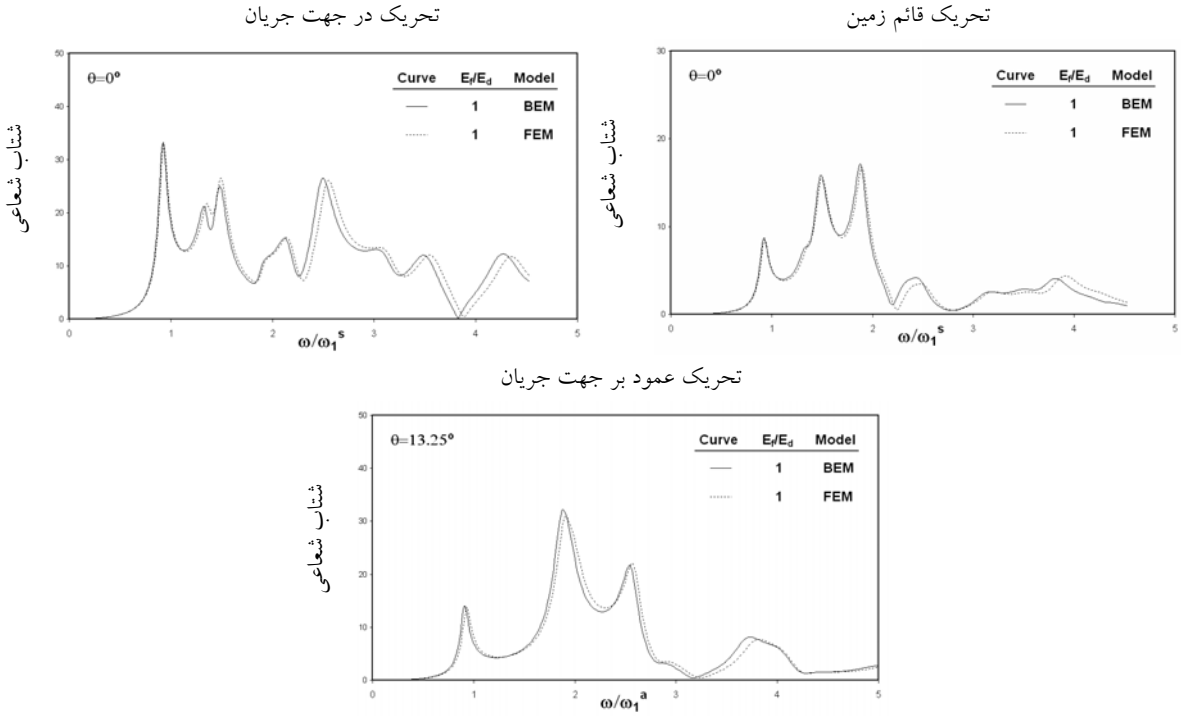
نمودار (1)، نتایج حاصل از تحلیل اندرکنشی سد و سنگ پی، با استفاده از روش پیشنهادی و همچنین، مدل اجزای محدود (FEM) به نمایش درآمده در شکل (4) را در خود جای داده و از تطابق خوب پاسخ‌های دو روش مزبور و در نتیجه، درستی راهکار ارائه شده حکایت دارد. از آنجا که در راهکار پیشنهادی، ماتریس امپدانس سنگ پی با به کارگیری روش اجزای مرزی به دست می‌آید، نمایه لاتین BEM برای مشخص ساختن آن به کار رفته است. ناگفته نماند، برای فراهم ساختن شرایط مقایسه پاسخ‌ها، با صفر پنداشتن چگالی و میرایی مصالح موجود در سنگ پی مدل اجزای محدود شکل (4)، حالت استاتیکی محدوده سنگ پی همانند مدل اجزای مرزی شکل (3) ایجاد گردیده است.

یادآوری می‌کند، ابعاد ماتریس ضرائب روش پیشنهادی، به دلیل استفاده از روش زیرسازه و محاسبه ماتریس امپدانس سنگ پی، بسیار کوچکتر از ماتریس مربوط به مدل کامل المان محدود سد و سنگ پی بوده و طول بردار معلوم آن در روش خط آسمان حدود یک دهم مدل کامل است. افزون بر این، در راهکار پیشنهادی ماتریس امپدانس فقط یکبار محاسبه و ذخیره شده و در هر بار تحلیل دینامیکی سد قوسی به ازای هر فرکانس، تنها فراخوانی می‌گردد. اما در صورت تحلیل مدل کامل سد و سنگ پی، به دلیل عدم تفکیک دو محدوده مزبور، چنین امکانی فراهم نبوده و این امر، سرعت روش BEM را در مقایسه با FEM، در این مسأله خاص حدود سی برابر افزایش می‌دهد. باید دانست علاوه بر موارد فوق، در صورت نیاز به محاسبه ماتریس سختی دینامیکی سنگ پی، دیگر نمی‌توان از روش اجزای محدود و مدلی همانند شکل (4) بهره

www.SID.ir

Archive of SID

جست و استفاده از راهکار المان‌های مرزی امری اجتناب‌ناپذیر خواهد بود [10].



نمودار 1 مقایسه روش‌های المان‌های مرزی و اجزای محدود در تحلیل مدل‌های شکل (3) و (4)

نتایج به دست آمده از تحلیل مدل اجزای مرزی بسته(Closed) شکل (3)، به ازای چهار مقدار مختلف برای نسبت E_f/E_d را می‌توان در نمودارهای (2) مشاهده کرد. همچنین در نمودارهای مزبور، نتایج حاصل از تحلیل مدل اجزای مرزی باز (Open) سنگ پی که به طور معمول برای محاسبه ماتریس سختی دینامیکی آن به کار می‌رود و در اینجا، به همراه حل‌های اساسی استاتیکی مورد استفاده قرار گرفته است، به نمایش درآمده‌اند.

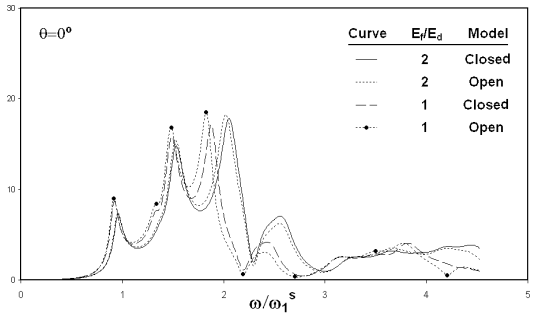
بسیاری از پژوهشگران، ماتریس امپدانس استاتیکی یا همان ماتریس سختی متراکم شده سنگ پی را با استفاده از الگوریتم‌های تحلیل دینامیکی و بدون بکارگیری حل اساسی (Fund. Sol.) استاتیکی به دست آورده‌اند [5]. آن‌ها برای این کار، چگالی مصالح موجود در سنگ پی را ناچیز (یک هزارم مقدار واقعی) و ضریب میرایی آن را صفر در نظر گرفته و $[S_f(\omega)]$ را به ازای تمامی فرکانس‌ها محاسبه می‌کنند که روندی بسیار زمانبر و دشوار خواهد بود. باید دانست، این دو فرض سبب می‌گردد که تحلیل دینامیکی سنگ پی، با تحلیل استاتیکی آن معادل شود و در واقع، همان مدل سنگ پی بدون جرم مورد بررسی قرار گیرد. شایان توجه است، صفر دانستن جرم حجمی مصالح سنگ پی و همچنین فرکانس تحریک، سبب بروز خطاهای عددی و عدم همگرایی پاسخ‌ها شده و از این رو، اثر جرم با ناچیز و نه صفر پنداشتن آن، از مسأله حذف می‌گردد.

یادآوری می‌کند، در صورتی که تحلیل محدوده سنگ پی، به یاری راهکاری استاتیکی (همانند آنچه در این مقاله ارائه شد) انجام پذیرد، نتیجه حاصل از آن، چیزی جز ماتریس سختی پی یا همان $[S_f]$ نخواهد بود. اما در صورت در دسترس بودن روشی برای تحلیل دینامیکی که توانایی در نظر گرفتن اثرات جرم ومیرایی را نیز داشته باشد، می‌توان با ناچیز پنداشتن این دو

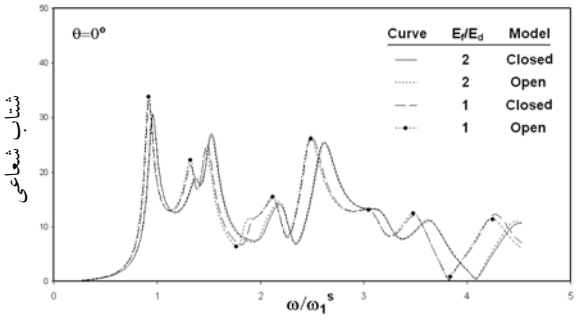
www.SID.ir

Archive of SID

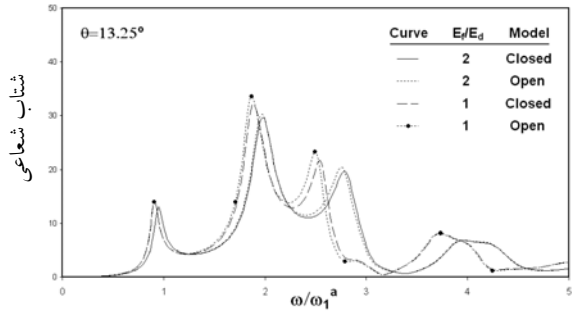
عامل به ترتیب بیان شده در بند پیشین، ماتریس سختی پی که تنها شامل اثر انعطاف‌پذیری و نه جرم و میرایی



تحریک در جهت جریان

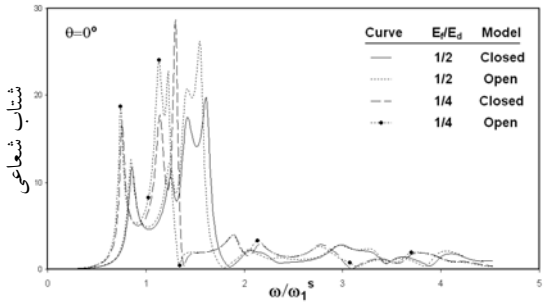


تحریک عمود بر جهت جریان

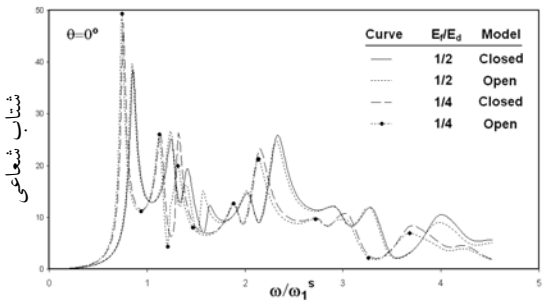


نمودار 2ـ الف مقایسه دو مدل باز و بسته اجزای مرزی

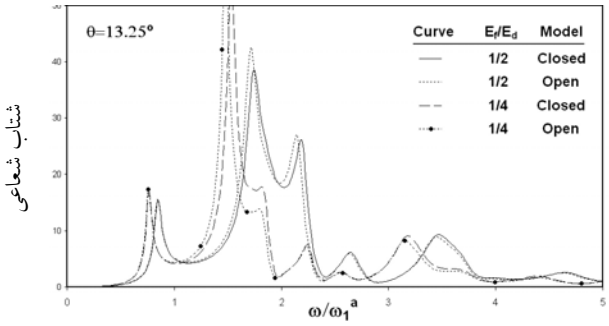
تحریک قائم زمین



تحریک در جهت جریان



تحریک عمود بر جهت جریان



www.SID.ir

Archive of SID

نمودار 2ـ ب مقایسه دو مدل باز و بسته اجزای مرزی

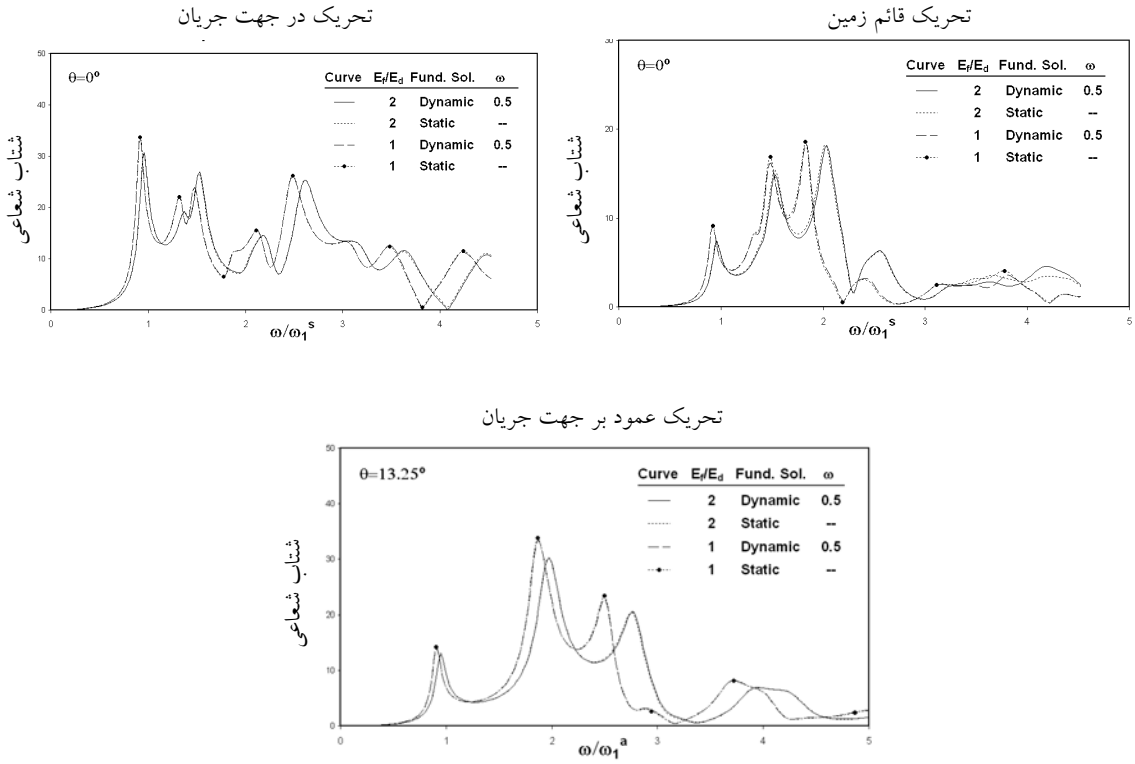
آن است را به دست آورد. در نمودارهای (3)، نتایج این کار بر روی مدل باز سنگ پی که به کمک برنامه رایانه‌ای تحلیل دینامیکی به انجام رسیده است [10]، با فرض فرکانس ثابت $\omega = 0.5$ و چگالی یک هزارم مقدار واقعی، قابل مشاهده می‌باشد.

باید افزود، سرعت فرایند تحلیل دینامیکی به روش اجزای مرزی، به دلیل مختلط بودن حل اساسی و وابستگی آن به فرکانس، بسیار کمتر از سرعت فرآیند تحلیل استاتیکی به روش مزبور بوده و به دست آوردن ماتریس امپدانس بسیار زمانبر است. در نتیجه، به کارگیری آن برای محاسبه $[S_f]$ استاتیکی، به گونه‌ای که مورد بحث قرار گرفت توجیه چندانی نخواهد داشت. خاطر نشان می‌کند، هر چند که با این کار، اثر جرم تا حدود زیادی ناچیز می‌شود، اما باز هم فرکانس مورد استفاده برای محاسبه $[S_f(\omega)]$ بر پاسخ‌های به دست آمده تأثیر می‌گذارد. در اینجا برای نشان دادن این اثر، محدوده سنگ پی، با فرض جرم حجمی برابر یک هزارم مقدار واقعی، ضریب میرایی صفر و در سه حالت $\omega = 0.5, 50, 100$ تحلیل گردیده و نتایج حاصل، در نمودار (4) به نمایش در آمده است.

نتیجه‌گیری

در این بخش، با توجه به تحلیل‌های انجام شده و پاسخ‌های مربوط به آنها، پاره‌ای از نتایج به دست آمده از این پژوهش فهرست می‌شوند:

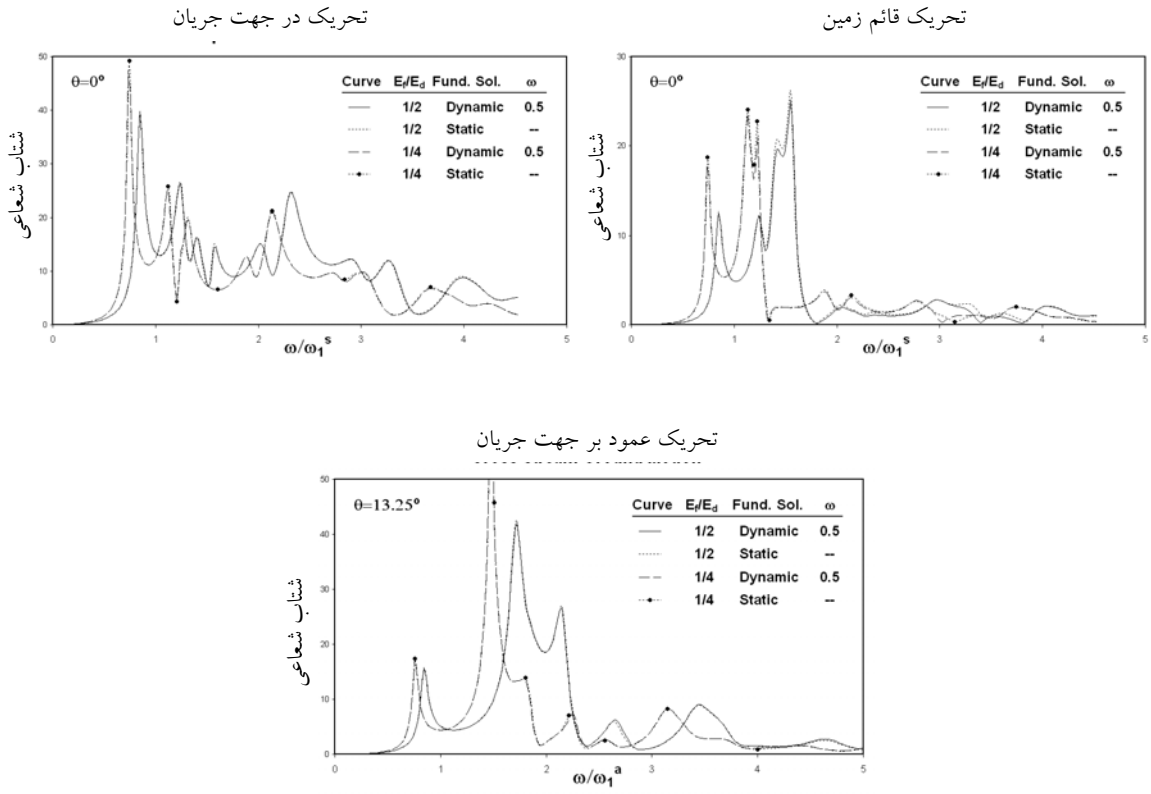
ـ تطابق مناسب پاسخ‌های حاصل از روش پیشنهادی با



نمودار 3 ـ الف نتایج حاصل از به کارگیری حل اساسی استاتیکی و دینامیکی در مدل باز سنگ پی

www.SID.ir

Archive of SID



نمودار 3ـ ب نتایج حاصل از به کارگیری حل اساسی استاتیکی و دینامیکی در مدل باز سنگ پی

راهکار شناخته شده اجزای محدود و همچنین، سرعت بالای تحلیل به کمک آن، استفاده از روش اجزای مرزی برای تحلیل اندرکنش خاک و سازه را، حتی در حالت استاتیکی توجیه‌پذیر می‌نماید. یادآور می‌گردد، در حالت دینامیکی، به کارگیری راهکار المان‌های مرزی و مدل‌های باز، امری اجتناب‌ناپذیر می‌باشد.

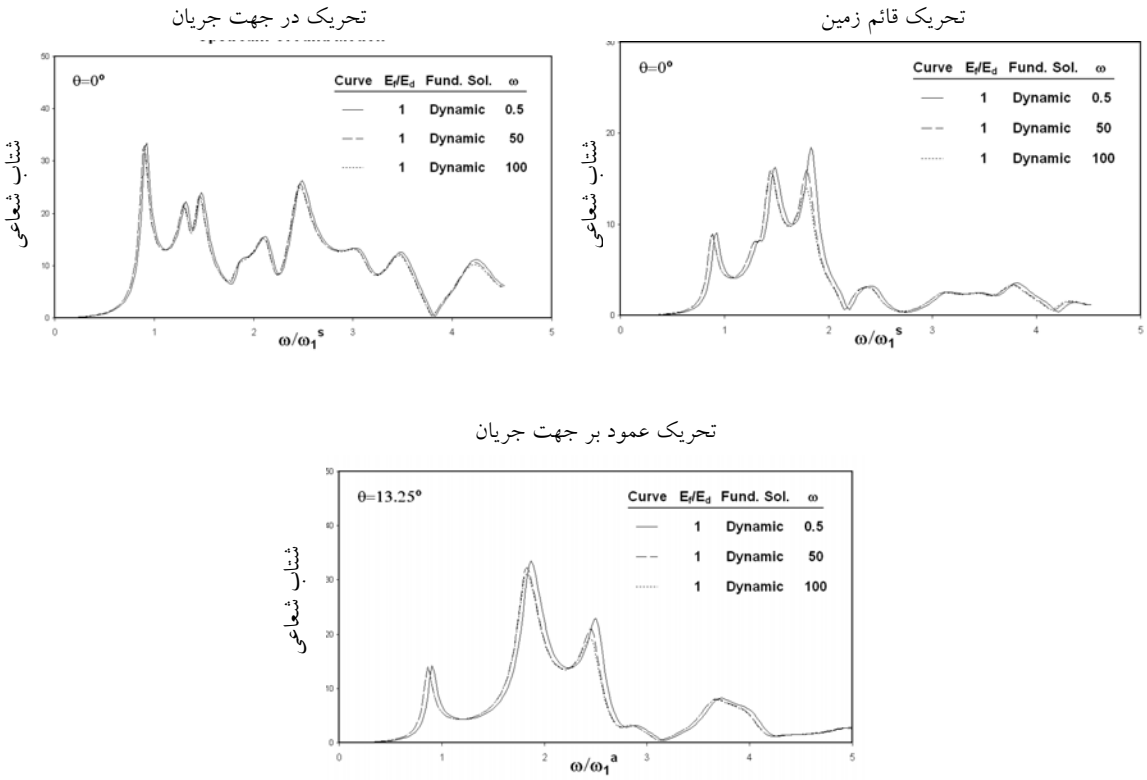
ـ با مقایسه پاسخ‌های به دست آمده از تحلیل استاتیکی دو مدل اجزای مرزی باز و بسته در نمودارهای (2) می‌توان دریافت که نتایج حاصل از مدل باز، با افزایش فرکانس و به ویژه در حالت تحریک قائم زمین، اعتبار چندانی نداشته و این عدم ناهمسانی پاسخ‌ها، با ضعیفتر شدن سنگ پی و کاهش نسبت E_f / E_d فزونی می‌یابد.

ـ تطابق خوب پاسخ‌های تحلیل استاتیکی با تحلیل دینامیکی مشروط (چگالی کم و میرایی صفر) در نمودارهای (3)، نشاندهنده همگرایی حل اساسی تابع فرکانس معادله حاکم بر رفتار دینامیکی سازه، به حل اساسی استاتیکی آن در فرکانس‌های ناچیز و البته با فرض چگالی کم و میرایی صفر است.

ـ با وجود نتیجه فوق، نمودار (4) نمایانگر حساسیت پاسخ‌های به دست آمده از تحلیل دینامیکی به فرکانس فرض شده، حتی در صورت ناچیز پنداشتن چگالی و میرایی است. بنابراین، یافتن ماتریس سختی سنگ پی با استفاده از تحلیل دینامیکی مشروط و بدون بهره‌جویی از حل‌های اساسی استاتیکی [5] کار چندان درستی نمی‌باشد.

www.SID.ir

Archive of SID



نمودار 4 نتایج حاصل از به کارگیری حل اساسی دینامیکی (با ناچیز پنداشتن چگالی و صفر بودن میرایی) برای فرکانس‌های انتخابی گوناگون در مدل باز سنگ پی برای $E_f / E_d = 1$

مراجع

1. Dasgupta G. and Chopra A.K., "Dynamic Stiffness Matrices for Homogeneous Viscoelastic Half Plane", ASCE, J. of Eng. Mechanics, Vol. 105, pp 729-745, (1979).
2. Chopra A.K. and Chakrabarti P., "Earthquake Analysis of Concrete Gravity Dams including Dam-Water-Foundation Rock Interaction", Earth. Eng. & Struc. Dynamics, Vol. 9, pp 363-383,(1981).
3. Fok K. and Chopra A.K., "Earthquake Analysis of Arch Dams including Dam-Water-Interaction reservoir Boundary Absorption and Foundation Flexibility", Earth. Eng. & Struc. Dynamics, Vol. 14, pp 155-184, (1986).
4. Fok K. and Chopra A.K., "Frequency Response Functions for Arch Dams: Hydrodynamic and Foundation Flexibility Effects", Earth. Eng. & Struc. Dynamics, Vol. 14, pp 769-795, (1986).
5. Maeso O. Aznarez J. J. and Dominguez J. "Three-Dimensional Models of Reservoir Sediment and Effects on the Seismic Response of Arch Dams", Earth. Eng. & Struc. Dynamics, Vol. 33, pp 1103-1123, (2004).
6. Fok K. and Chopra A.K. "Hydrodynamic and Foundation Flexibility Effects in Earthquake Response

www.SID.ir

Archive of SID

of Arch Dams", ASCE, J. of Struc. Eng., Vol. 112, pp 1810-1828, (1986).

7. Aliabadi M. H. "The Boundary Element Method Applications in Solids and Structures", John Wiley and Sons Inc., (2002).
8. Beskos D. E. "Boundary Element Methods in Structural Analysis", ASCE, New York, (1989).
9. Banerjee P. K. "The Boundary Element Methods in Engineering", McGraw Hill, London, (1994).
10. Lotfi V. "Direct Frequency Domain Analysis of Concrete Arch Dams based on FE-BE Procedure", J. of Dam Engineering, Vol. 14, pp 124-141, (2003).
11. Hall J. F. and Chopra A. K. "Dynamic Analysis of Arch Dams including Hydrodynamic Effects", ASCE, J. of Eng. Mechanics, Vol. 109, pp 149-163, (1983).

www.SID.ir