

بررسی و مقایسه مدل‌های ریاضی فرید- کامبرنوس و بریگهام برای انتقال آلاینده

پایدار در خاک‌های ماسه‌ای همگن

عیسی معروف پور^۱، حیدرعلی کشکولی^۲، هادی معاضد^۳ و حسین محمد ولی سامانی^۴

چکیده

از مدل‌های مهم انتقال آلاینده پایدار در محیط‌های متخلخل همگن در حالت اشباع تحت شرایط جریان دائمی، مدل فرید- کامبرنوس و مدل بریگهام می‌باشند که به ترتیب برای محاسبه انتشارپذیری در فواصل انتقال طولانی و کوتاه پیشنهاد شده‌اند. در این پژوهش مقادیر انتشارپذیری خاک‌های ماسه‌ای همگن درشت و متوسط با استفاده از مدل‌های مذکور مورد مقایسه قرار گرفتند. مدل فیزیکی به صورت یک مخزن مستطیلی به طول ۷۲۰، عرض ۱۰۰ و ارتفاع ۱۲۰۰ میلی‌متر از جنس پلکسی گلاس ساخته شد. محلول کلرید سدیم با هدایت الکتریکی ۱۴ دسی‌زیمنس بر متر به عنوان آلاینده پایدار برای آزمایش‌ها انتخاب گردید. آزمایش‌ها در ضخامت‌های خاک ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ میلی‌متر در هر دو خاک ماسه‌ای انجام شد. تعداد ۱۱۰ مقدار انتشارپذیری به دست آمده با استفاده از مدل‌های مذکور مقایسه شدند. نتایج به دست آمده نشان داد که در فواصل انتقال طولانی مقادیر انتشارپذیری خاک‌های ماسه‌ای همگن با استفاده از مدل‌های مذکور یکسان بوده و تفاوتی با همدیگر ندارند. لذا مدل بریگهام برای فواصل انتقال طولانی دارای همان دقت مدل فرید- کامبرنوس می‌باشد. در فواصل انتقال طولانی، مقادیر انتشارپذیری محاسبه شده به وسیله مدل فرید - کامبرنوس با استفاده از سرعت حرکت آلاینده و سرعت واقعی سیال یکسان بوده و با هم برابر می‌باشد. نتایج همچنین نشان داد همانند فواصل انتقال کوتاه، با کاهش مقدار β ، زمان رسیدن به غلظت نسبی ۰/۵ در تعداد حجم آب تخلخل کمتری روی می‌دهد، با این تفاوت که در فواصل انتقال طولانی با خروج یک حجم آب تخلخل و یا بیشتر اتفاق می‌افتد.

کلید واژه‌ها: مدل فرید- کامبرنوس، مدل بریگهام، انتقال آلاینده، ماسه همگن، منحنی رخنه

مقدمه

بارندگی، آبیاری و عمق آب زیرزمینی دارد. اگر چه همه عوامل فوق‌الذکر بر سرعت حرکت آلاینده‌ها در داخل خاک مؤثر هستند، اما پارامترها و مشخصات فیزیکی خاک به عنوان بزرگترین معضل در زمینه حفاظت منابع آب‌های زیرزمینی است و در این میان تشخیص محل و فرایندهایی که عامل انتقال آلاینده‌ها به داخل سیستم‌های جریان آب زیرزمینی هستند، از اهم مسائل به شمار می‌آید.

تا کنون مدل‌های فراوانی برای بیان حرکت املاح در داخل خاک توسعه یافته است. عموماً همه این مدل‌ها بر اساس معادله یک بعدی جابجایی -

همه زباله‌ها و آلودگی‌هایی که در نتیجه فعالیت انسان به محیط زیست منتهی شوند، صرف نظر از این که غلظت آنها باعث ایجاد تخریب مهمی در محیط زیست شود آلاینده^۵ نامیده می‌شوند (۷).

به هر حال صرف نظر از چگونگی تولید مواد آلاینده، فرایندهای کاهش، چرخه و تصفیه آنها، سرانجام مکان استقرار نهایی آنها خاک است. بنابراین نشت آلاینده‌ها از خاک به سمت آب‌های زیرزمینی باعث آلودگی آنها می‌شود سرعت حرکت آلاینده‌ها به سمت آب‌های زیرزمینی بستگی به خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خاک و آلاینده،

۱- استادیار بخش آبیاری و زهکشی دانشکده کشاورزی دانشگاه کردستان

(isamarofpoor@yahoo.com)

۲-۳- بترتیب استاد و استادیار دانشکده مهندسی علوم آب دانشگاه شهید چمران اهواز

۴- استاد گروه عمران دانشکده فنی مهندسی دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۸۵/۹/۱۱

تاریخ پذیرش: ۸۶/۱۱/۱۵

$$D = \alpha V + D^* \quad (3)$$

که :

α = ضریب انتشارپذیری محیط متخلخل (L)
 D^* = ضریب پخشیدگی مولکولی محلول در
 محیط متخلخل (L^2/T)

در سرعت کم، پخشیدگی مولکولی فرایند غالب است و بنابراین ضریب انتشار هیدرودینامیک مساوی ضریب پخشیدگی مولکولی می باشد $D = D^*$. در سرعت های بالا، انتشار مکانیکی فرایند غالب پراکندگی است و بنابراین $D = \alpha V$. ضریب پخشیدگی مولکولی (D^*) در سرعت های مختلف بزرگتر از 10^{-5} سانتی متر در ثانیه ناچیز است (۹).

فریز و چری $(\gamma)^4$ معنی فیزیکی معادله (۱) را با استفاده از آزمایش با یک ردیاب پایدار (بدون واکنش) با غلظت ثابت C_0 که تحت رژیم جریان ماندگار یک بعدی از بالادست ستون خاک با مواد دانه ای همگن به داخل آن هدایت می شد بیان کردند. غلظت ردیاب قبل از شروع آزمایش در ستون خاک را صفر فرض نمودند. با این تفسیر، غلظت ردیاب در ستون خاک می تواند به وسیله غلظت نسبی $\frac{C}{C_0}$ بیان شود، به طوری که C بیانگر مقدار غلظت در ستون خاک می باشد. شرایط اولیه و مرزی نمایانگر تابع پله ای به صورت ریاضی به شرح زیر بیان شده اند:

$$\begin{aligned} C(L,0) &= 0 & L &\geq 0 \\ C(0,t) &= C_0 & t &\geq 0 \\ C(\infty,t) &= 0 & t &\geq 0 \end{aligned}$$

با این شرایط حل معادله (۱) برای محیط متخلخل همگن اشباع عبارت است از :

انتشار^۱ برای ماده محلول پایدار در محیط متخلخل همگن و همگون در حالت اشباع تحت شرایط جریان دائمی یکنواخت، پایه ریزی شده اند (۳).

فرایند جابجایی در نتیجه اختلاف پتانسیل یا گرادیان هیدرولیکی موجب انتقال آلاینده می شود و انتشار به معنی اختلاط و پراکندگی آلاینده ناشی از پخشیدگی مولکولی^۲ و انتشار مکانیکی^۳ می باشد. پخشیدگی مولکولی در اثر گرادیان غلظت و انتشار مکانیکی در اثر تغییرات سرعت آب داخل خلل و فرج در منطقه سیستم تهویه خاک است. فرم یک بعدی معادله جابجایی- انتشار برای آلاینده های محلول پایدار در محیط اشباع با شرایط جریان ماندگار عبارت است از :

$$\frac{dC}{dt} = D \frac{d^2C}{dl^2} - V \frac{dC}{dl} \quad (1)$$

بطوری که:

l = طول مسیر جریان متناسب با جهت جریان
 C = غلظت که تابعی از t و l می باشد و متغیر است.

D = ضریب انتشار هیدرودینامیکی در جهت طولی
 V = متوسط سرعت خطی آب در داخل خلل و فرج

سرعت داری q برابر است با :

$$q = \frac{Q}{a} = Vn \quad (2)$$

که :

Q = شدت جریان آلاینده (L^3T^{-1})
 n = تخلخل

a = سطح مقطع عرضی جریان (L^2)

ضریب انتشار هیدرودینامیک به وسیله دو پارامتر زیر بیان شده است :

1-Advection-Dispersion
 2-Molecular Diffusion
 3-Mechanical Dispersion

4- Freeze & Cherry

انتشار همچون ضرایب انتشار و انتشارپذیری استفاده می‌شود. مدل‌های فرید-کامبرنوس و بریگهام در این ارزیابی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

مدل فرید و کامبرنوس

برای حل معادله (۱) فاکتور $\frac{C}{C_0}$ می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$\frac{C}{C_0} = (2\pi)^{-1/2} \int_{\frac{L-vt}{(2Dt)^{1/2}}}^{\infty} \exp(-\eta^2/2) d\eta \quad (۶)$$

چون فرایند جابجایی و انتشار تابع توزیع نرمال است، بنابراین ۸۴ درصد از مقادیر غلظت به اندازه یک انحراف معیار بیش از میانگین و ۱۶ درصد از مقادیر غلظت معادل یک انحراف معیار از میانگین کمتر خواهد بود. سرانجام D به وسیله فرید و کامبرنوس به صورت زیر محاسبه شد (۸):

$$D = \frac{1}{8} \left[(L-vt_{0.16})/(t_{0.16})^{1/2} - (L-vt_{0.84})/(t_{0.84})^{1/2} \right]^2$$

در این آزمایش v سرعت حرکت آلاینده داخل خلل و فرج خاک است که از منحنی رخنه آزمایش‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود و معمولاً با v_c نمایش داده می‌شود:

$$v_c = \frac{L}{t_{0.5}} \quad (۸)$$

که در آن :

$$L = \text{طول مخزن خاک (L)}$$

$t_{0.16}$ ، $t_{0.5}$ و $t_{0.84}$ = به ترتیب زمان رسیدن به غلظت نسبی ۰/۱۶، ۰/۵ و ۰/۸۴ می‌باشد.

مدل بریگهام

پیکنس و گریساک (۱۱) از حل تحلیلی معادله (۱) که به وسیله روفای بدست آمده بود، استفاده

(۴)

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{L-vt}{2\sqrt{Dt}} \right) + \exp \left(\frac{vL}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{L+vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]$$

که :

$-Erfc$ - متمم تابع خطا

L - فاصله در طول مسیر جریان

v - متوسط سرعت خطی آب داخل خلل و فرج

در شرایطی که مقدار انتشارپذیری محیط متخلل زیاد یا L و t بزرگ باشد جمله دوم طرف راست معادله ناچیز می‌شود (۷). بنابراین :

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{L-vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad (۵)$$

نسبت $\frac{C}{C_0}$ در مقابل زمان (t) در خروجی ستون

بیانگر منحنی رخنه^۱ یا BTC می‌باشد. معادله (۵)

همچنین برای محاسبه شکل‌های منحنی رخنه

استفاده می‌شود. گاهی اوقات نسبت $\frac{C}{C_0}$ به جای

زمان در مقابل تعداد حجم آب تخلخل (U) به کار

رفته نمایش داده می‌شود. در اینجا U برابر با حجم

سیال خروجی تقسیم بر کل حجم خلل و فرج نمونه

خاک می‌باشد. ترسیم $\frac{C}{C_0}$ در مقابل $\ln(U)$ روی

یک کاغذ احتمالاتی در بیشتر اوقات یک خط راست

نتیجه می‌دهد (۴ و ۶، ۱۰). در حالت ایده‌آل،

منحنی‌های پیش‌بینی‌شده به وسیله معادله (۱)

متقارن هستند و از نقطه $\frac{C}{C_0} = 0.5$ عبور می‌کنند و

نسبت $\left(\frac{vL}{D} \right)$ نیز بزرگ است (۹). بنابراین گاهی

اوقات منحنی‌های BTC با نقطه $\frac{C}{C_0} = 0.5$ مقایسه

می‌شوند.

مقادیر غلظت سیال خروجی منحنی رخنه از

آزمایش‌های انتقال آلاینده، برای ارزیابی پارامترهای

کرده و آن را با پارامتر تعداد حجم آب تخلخل (U) برای محاسبه انتشار بشرح زیر به کار بردند:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{1-U}{2(UD/vL)^{\frac{1}{2}}} \right) \right] \quad (9)$$

$$U = \frac{vnat}{aLn} = \frac{vt}{L} \quad (10)$$

که:

U - تعداد کل حجم آب تخلخل

v - سرعت واقعی سیال که از رابطه (۲) محاسبه

می شود.

با مقایسه معادلات (۵) و (۹) ملاحظه می شود که U جانشین مقدار $\frac{vt}{L}$ در معادله (۵) شده است. بریگهام ترسیم غلظت نسبی سیال خروجی در مقابل $\frac{U-1}{U^2}$ را روی یک کاغذ احتمالاتی پیشنهاد

کرد. به شرط ثابت بودن متوسط سرعت و غلظت منبع آلاینده، در صورتی که داده ها روی یک خط راست منطبق شوند از معادله جابجایی - انتشار می توان استفاده کرد و ضریب انتشار هیدرودینامیک از شیب خط بدست آمده محاسبه می شود. با تعریف $Y = \left[\frac{(U-1)}{U^2} \right]$ ضریب انتشار هیدرودینامیک

می تواند از رابطه زیر بدست آید (۵):

$$D = (vL/8)(Y_{0.84} - Y_{0.16})^2 \quad (11)$$

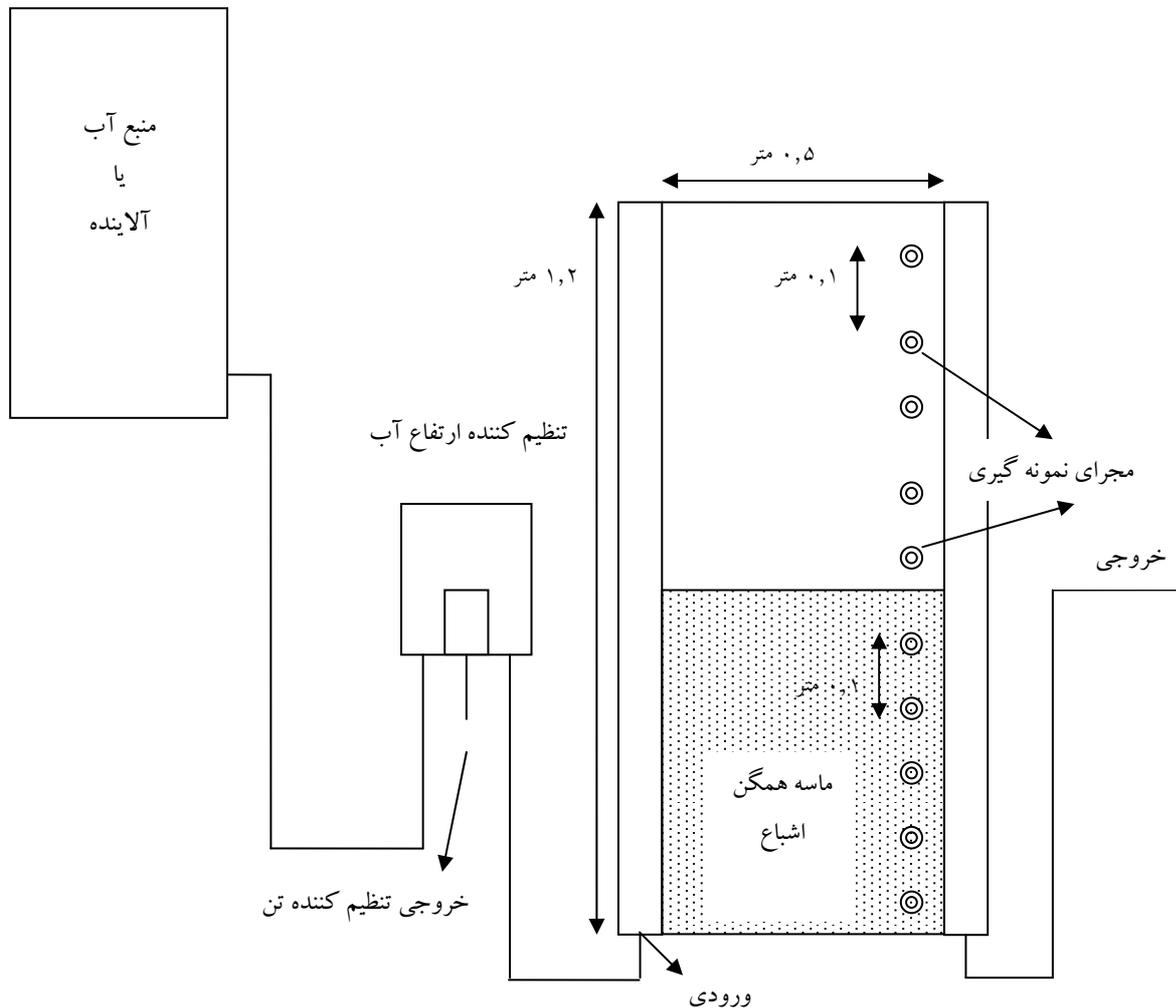
که $Y_{0.84}$ و $Y_{0.16}$ به ترتیب مقدار Y متناسب با غلظت نسبی ۱۶ درصد و ۸۴ درصد می باشد. هر گونه ترسیم غیر خطی از $\frac{C}{C_0}$ در مقابل Y انحراف از تئوری بیان شده به وسیله معادله (۱) را آشکار می سازد. همچنین عوض شدن شیب در موقعیت های اندازه گیری مختلف دلالت بر متغیر بودن انتشارپذیری خواهد داشت.

در حقیقت، مدل فرید - کامبرنوس یک حل مستقیم از معادله کلاسیک جابجایی - انتشار است که برای فواصل انتقال طولانی پیشنهاد شده است در حالی که مدل بریگهام تعدیل شده مدل فوق الذکر برای فواصل انتقال کوتاه می باشد. یک تفاوت مهم بین حرکت آلاینده اختلاط پذیر در فواصل انتقال کوتاه و طولانی این است که در فواصل انتقال کوتاه، به دلیل اینکه گرادیان غلظت بیشتر می باشد، حرکت آلاینده سریعتر از خود سیال است (۲). بنابراین زمان رسیدن به غلظت نسبی $\frac{C}{C_0} = 0.5$

پس از خروج یک حجم آب تخلخل اتفاق نمی افتد و بلکه در نسبت کمتری قرار می گیرد. پارامتر $\beta = \frac{vL}{D}$ برای تعیین فواصل انتقال کوتاه و طولانی پیشنهاد شده است (۲). مقادیر β بین ۱۲۵ و ۵۰۰ برای اطمینان کامل از فاصله انتقال طولانی گزارش شده است (۲). مقادیر کم β متناسب با نسبت های پایین خروج حجم آب تخلخل در غلظت نسبی $\frac{C}{C_0} = 0.5$ می باشد (۲). در این پژوهش، مقدار انتشارپذیری برای خاک های ماسه ای همگن درشت و متوسط با استفاده از هر دو مدل پیشنهاد شده برای فواصل انتقال طولانی و کوتاه محاسبه گردیده و سپس نتایج بدست آمده مقایسه شدند.

مواد و روش ها

مدل فیزیکی به صورت یک مخزن مستطیلی از جنس پلکسی گلاس به طول ۷۲۰، عرض ۱۰۰ و ارتفاع ۱۲۰۰ میلی متر طراحی و ساخته شد (شکل ۱). مخزن از سه قسمت ورودی، محیط متخلخل و خروجی تشکیل شده است. به منظور یک بعدی کردن جریان به استناد مطالعات قبلی (۲) بین قسمت های مختلف مخزن، صفحات مشبک از جنس پلکسی گلاس قرار داده شد. برای جلوگیری از گرفتگی سوراخ های صفحات مشبک به وسیله



شکل ۱- شمای مدل فیزیکی آزمایش‌های انتقال آلاینده در محیط متخلخل

تعبیه شده بود. اولین نمونه‌گیر در فاصله ۹۵ سانتی‌متری کف مخزن قرار داشت. نمونه‌گیرها طوری در عرض مخزن جاسازی شده بود که از تمامی ضخامت مخزن نمونه تهیه گردد (۱).

در بیشتر مطالعات آزمایشگاهی انتقال آلاینده‌های پایدار، از برومید یا کلرید سدیم به عنوان آلاینده خنثی یا غیر جذبی^۱ استفاده کرده‌اند. از میان این دو نوع آلاینده، کلرید سدیم به عنوان آلاینده پایدار برای این پژوهش انتخاب شد. دلایل

ذرت، ماسه، مجراها با توری‌های نخی محافظت می‌شدند. به منظور تأمین شدت جریان ثابت عبوری از داخل مخزن، منابع آب و آلاینده به طور مستقل به یک تنظیم کننده با ارتفاع ثابت هیدرولیکی (قابل تنظیم برای هر آزمایش) متصل بودند و جریان پس از عبور از تنظیم کننده وارد قسمت ورودی مخزن می‌شد. جریان مازاد بر شدت جریان ثابت آزمایش، از داخل تنظیم کننده سرریز می‌گردید. در کناره انتهایی قسمت محیط متخلخل مخزن، مجراهای نمونه‌گیری با فواصل ۱۰ سانتی‌متری از یکدیگر

1- Non-Sorptive

صورت گرفت. سپس آزمایش های بعدی در ضخامت های ۲۰۰، ۳۰۰ الی ۱۰۰۰ میلی متر برای هر دو خاک انجام شد. آزمایش های فوق الذکر در شرایط یکسان صورت گرفته و تنها پارامتر متغیر در مدت آزمایش ها، ضخامت خاک بود. برای آماده کردن تانک ابتدا آب به داخل تانک تا ارتفاعی کمی بالاتر از ارتفاع مورد نظر اضافه می شد. در این هنگام مجراهای ورودی و خروجی تانک بسته بود. سپس ماسه خشک شده به تدریج از بالای تانک اضافه می شد تا به ارتفاع مورد نظر برسد. بعد از ریختن یک حجم مشخص از ماسه به وسیله یک تخته چوبی ماسه ها به آرامی کوبیده می شدند تا به حداکثر تراکم طبیعی برسند. بایستی قبل از شروع آزمایش از خارج شدن حباب های هوا مطمئن شد. حال تانک برای انجام آزمایش ها آماده است (۱).

شدت جریان عبوری مشابه سایر تحقیقات دیگر (۲) برای همه آزمایش ها 9×10^{-5} متر در ثانیه بود که در طی آزمایش ثابت نگه داشته می شد.

همزمان با شروع آزمایش، نمونه برای اندازه گیری غلظت تهیه می شد. اولین قرائت ها در زمان $t = 0$ مربوط به غلظت محلول در مخزن و خاک بود. سپس در فواصل زمانی تقریباً ۲ تا ۱۵ دقیقه به طور همزمان غلظت محلول خروجی از نمونه گیرها اندازه گیری می شد. آزمایش ها تا رسیدن غلظت نمونه ها به غلظت نهایی ۱۴ دسی زیمنس بر متر ادامه می یافت.

نتایج و بحث

مشخصات فیزیکی و هیدرولیکی ماسه ها در جدول (۱) و منحنی دانه بندی آنها در شکل (۲) نشان داده شده است. با توجه به اینکه خاک ماسه ای درشت، عبوری از الک ۱۰ و مانده بر الک ۲۰ بوده و خاک ماسه ای متوسط، عبوری از الک ۳۰ و مانده بر الک ۵۰ بود، هر دو خاک از ضریب

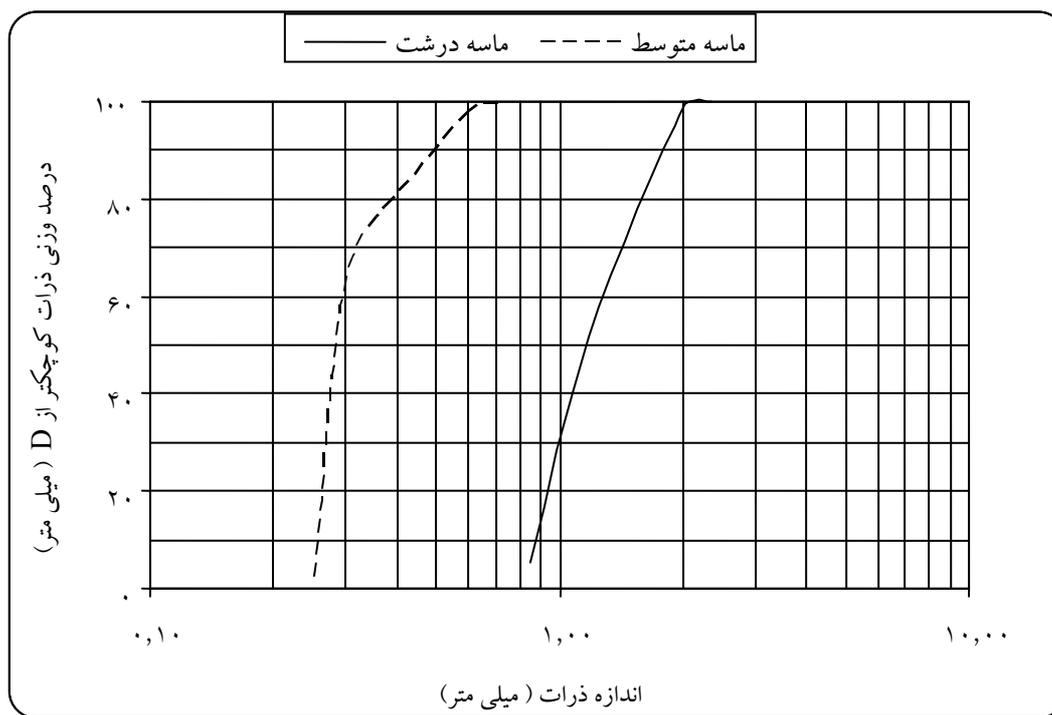
این انتخاب سادگی، قابل دسترس بودن و بی خطر بودن این ماده می باشد. ضمناً از ملاحظات مهم در انتخاب کلرید سدیم به عنوان آلاینده، سهولت و دقت اندازه گیری میزان غلظت آن به کمک هدایت سنج^۱ بود. محلول کلرید سدیم با هدایت الکتریکی ۱۴ دسی زیمنس بر متر (در حدود ۹ گرم در لیتر) برای همه مجموعه آزمایش ها استفاده شد. غلظت ۹ گرم در لیتر بنا به مطالعات صورت گرفته، یک نمونه از غلظت یون کلر (Cl^-) در شیرابه محل های دفن زباله و یا یک نمونه از غلظت جمع آوری شده یون سدیم (Na^+) یا یون های مشابه دیگر همچون پتاسیم (K^+) می باشد (۲).

خاک ماسه ای در دو اندازه متوسط و درشت برای پژوهش انتخاب شد. ماسه ها پس از شسته شدن و خشک شدن در آون، به وسیله الک های استاندارد دانه بندی شده تا اندازه ذرات و منحنی دانه بندی آنها بدست آید. سپس مقادیر D_{60} ، D_{10} و ضریب یکنواختی ($CU = D_{60} / D_{10}$) برای ماسه ها محاسبه گردید. هدف از انتخاب دو اندازه متفاوت برای پژوهش، ایجاد اختلاف واضح در اندازه ذرات خاک ها و به تبع آن در میزان هدایت هیدرولیکی (K) و سایر خصوصیات ژئوهیدرولوژی آنها است. رطوبت حجمی (w)، چگالی ظاهری (ρ)، نسبت پوکی (e) و تخلخل (n) برای هر کدام از خاک ها با استفاده از فرمول های موجود در منابع معتبر و نمونه های خاک خشک تهیه شده از خاک های استفاده شده در تانک، محاسبه شد (۱).

فرضیات آزمایش ها برای شبیه سازی انتقال املاح در مزرعه عبارتند از: ۱- جهت جریان سیال افقی است. ۲- تخلخل هر یک از خاک ها ثابت است. ۳- محیط متخلخل خاک ها همگن و کاملاً اشباع است. اولین آزمایش ها روی خاک های ماسه ای مذکور در ضخامت های اولیه ۱۰۰ میلی متر

جدول ۱- مشخصات فیزیکی و هیدرولیکی خاک‌های ماسه‌ای

نوع خاک	D ₁₀ (میلی متر)	CU	ρ (گرم بر سانتی متر مکعب)	n	K (10 ⁻³ متر بر ثانیه)
ماسه درشت	۰/۹	۱/۵۶	۱/۷۴	۰/۳۴	۵/۲
ماسه متوسط	۰/۲۶	۱/۱۲	۱/۷۲	۰/۳۵	۱/۰۴



شکل ۲- منحنی دانه‌بندی خاک‌های ماسه‌ای درشت و متوسط

انتشارپذیری با استفاده از هر دو مدل فرید - کامبرنوس و بریگهام محاسبه گردید. برای مقایسه مقادیر محاسباتی دو مدل، از معادله رگرسیونی زیر استفاده شد.

$$\alpha_{(F-C)} = \lambda \cdot \alpha_{(Br)} \quad (12)$$

که در آن $\alpha_{(Br)}$ و $\alpha_{(F-C)}$ به ترتیب مقادیر ضریب انتشارپذیری محاسبه شده به وسیله مدل‌های فرید - کامبرنوس و بریگهام و λ شیب بهترین خط برازش داده شده از میان ۱۱۰ نقطه می‌باشد. شکل (۳) خط عبوری از میان داده‌ها را نشان می‌دهد. همانگونه که در این شکل ملاحظه

یکنواختی ($CU < 4$) مناسبی برخوردارند که بیانگر همگنی خاک‌های مورد استفاده در آزمایشات می‌باشد.

در هر کدام از خاک‌های ماسه‌ای ۱۰ آزمایش در ضخامت‌های ۱۰ تا ۱۰۰ سانتی‌متر انجام شد. در جداول (۲) و (۳) پارامترهای مورد نیاز مدل‌های فرید - کامبرنوس و بریگهام به ترتیب برای خاک‌های ماسه‌ای درشت و متوسط آورده شده است. تعداد ۵۵ مقدار نقطه‌ای انتشارپذیری از آزمایش‌های هر کدام از خاک‌های ماسه‌ای بدست آمد. برای تمامی نمونه‌های نقطه‌ای، مقدار

به عبارت دیگر، هر دو مدل فرید - کامبرنوس و بریگهام که از حل تحلیلی اوگاتا بدست آمده اند یکسان بوده و فقط شکل بیان آنها متفاوت می باشد. یکی از تفاوت های مهم دو مدل در تعیین مقدار سرعت واقعی سیال در داخل محیط متخلخل می باشد. فرید - کامبرنوس در مدل خود از سرعت حرکت آلاینده استفاده کرده که آن را از روی منحنی رخنه بدست آورده اند، اما بریگهام در مدل خود که به گزارش ایشان اصلاح شده مدل فرید - کامبرنوس برای فواصل انتقال کوتاه می باشد، از سرعت واقعی سیال در داخل محیط متخلخل که با استفاده از سرعت داری محاسبه می شود، استفاده می کند.

۲- در این پژوهش در مدل فرید - کامبرنوس به جای سرعت حرکت آلاینده از سرعت واقعی سیال که با استفاده از سرعت داری محاسبه می شود نیز استفاده گردید. نتایج به دست آمده نشان داد که مقدار انتشارپذیری خاکها در هر دو حالت استفاده از سرعت حرکت آلاینده و یا سرعت واقعی سیال یکسان است. البته این موضوع برای فواصل انتقال طولانی به دست آمده است و نمی توان آن را برای فواصل انتقال کوتاه نیز تعمیم داد.

۳- آل طبا و همکاران^(۲) و همچنین بریگهام^(۵) گزارش کرده اند که در فواصل انتقال کوتاه نتایج دو مدل فرید - کامبرنوس و بریگهام کاملاً متفاوت می باشد. آنان در مطالعات خود به این نتیجه رسیده اند که مقادیر بدست آمده برای انتشارپذیری خاکها با استفاده از مدل بریگهام کمتر از نتایج مدل فرید - کامبرنوس است. اما برای خاک های ماسه ای این پژوهش که در فاصله انتقال طولانی انجام شده، نتایج کاملاً متفاوتی از این گفته بدست آمد.

می شود، مقدار λ ، شیب خط عبوری برابر با یک بوده و ضریب همبستگی آن $0/98$ می باشد. به عبارتی مقادیر انتشارپذیری خاک های ماسه ای همگن با استفاده از مدل های مذکور یکسان بوده و تفاوتی با همدیگر ندارند. مقدار β در هر دو خاک ماسه ای درشت و متوسط به ترتیب در حدود 125 و 200 بود. بنابراین، با اطمینان می توان گفت که آزمایش های انتقال آلاینده در هر دو خاک ماسه ای در فاصله انتقال طولانی انجام شده است.

در زیر به چند نکته مهم دیگر در خصوص مدل های فرید - کامبرنوس و بریگهام اشاره می شود.

۱- رابطه (۷) مدل فرید - کامبرنوس و رابطه (۱۱) مدل بریگهام را نشان می دهد. با استفاده از مدل فرید - کامبرنوس می توان نوشت:

(۱۳)

$$D = \frac{1}{8} \left[L \left(\frac{1 - \frac{Vt_{0.16}}{L}}{\sqrt{t_{0.16}}} - \frac{1 - \frac{Vt_{0.84}}{L}}{\sqrt{t_{0.84}}} \right) \right]^2$$

(۱۴)

$$D = \frac{L^2}{8} \left[\frac{1 - U_{0.16}}{\sqrt{\frac{U_{0.16} L}{V}}} - \frac{1 - U_{0.84}}{\sqrt{\frac{U_{0.84} L}{V}}} \right]^2$$

(۱۵)

$$D = \frac{L^2}{8} \left[\left(\frac{V}{L} \right)^{0.5} \left(\frac{1 - U_{0.16}}{\sqrt{U_{0.16}}} - \frac{1 - U_{0.84}}{\sqrt{U_{0.84}}} \right) \right]^2$$

(۱۶)

$$D = \frac{V.L}{8} \left[\left(\frac{U-1}{U^{0.5}} \right)_{0.84} - \left(\frac{U-1}{U^{0.5}} \right)_{0.16} \right]^2$$

$$D = \frac{V.L}{8} [Y_{0.84} - Y_{0.16}]^2 \quad (17)$$

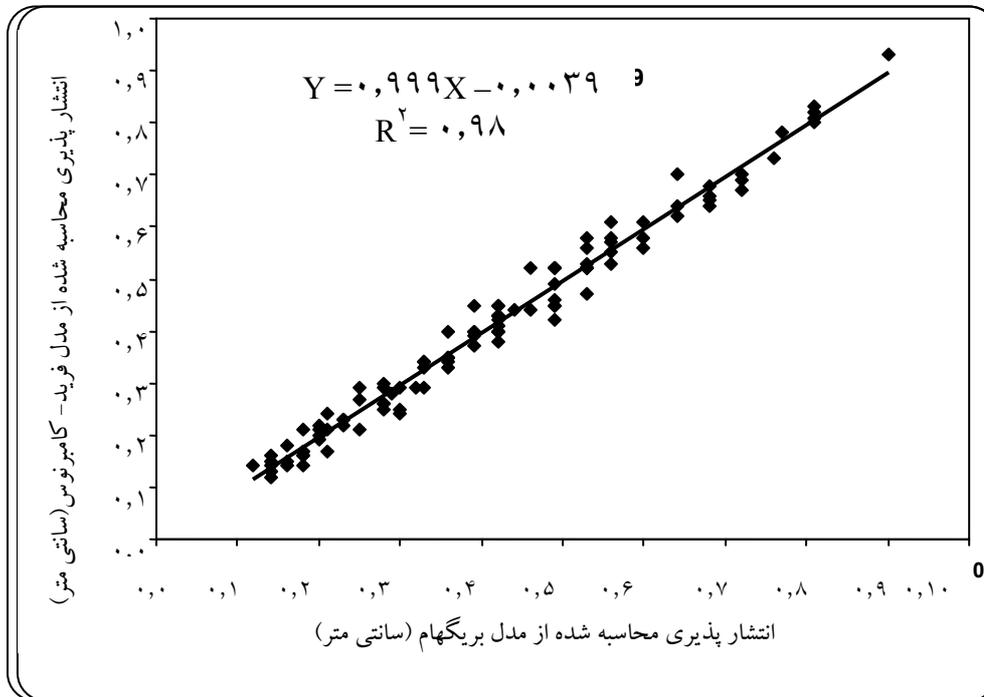
1- Al-tabbaa et al.
2- Brigham

جدول ۲- پارامترهای مورد نیاز مدل های فرید- کامبرنوس و بریگهام برای خاک ماسه ای درشت

Y _{.84}	Y _{.16}	V _c *10 ⁻⁵ (متر بر دقیقه)	t _{.84} (دقیقه)	t _{.5} (دقیقه)	t _{.16} (دقیقه)	شماره نمونه	ضخامت خاک (سانتی متر)
۰/۳۱	۰/۰۷	۲۲/۲۲	۴۳	۳۷/۵	۳۳/۵	۱	۱۰
۰/۲۳	-۰/۰۴	۲۱/۱	۴۷	۳۹/۵	۳۶	۱	۲۰
۰/۵۲	۰/۲۱	۱۵/۸۷	۶۲	۵۲/۵	۴۶	۲	
۰/۱۴	-۰/۰۸	۲۶/۰۴	۳۶	۳۲	۲۹	۱	۳۰
۰/۳۷	۰/۰۸	۲۱/۳۷	۴۶	۳۹	۳۴	۲	
۰/۳۷	۰/۱۲	۲۱/۱	۴۶	۳۹/۵	۳۵/۵	۳	
۰/۰۵	-۰/۱۶	۲۸/۲۵	۳۳	۲۹/۵	۲۷	۱	
۰/۲	-۰/۰۵	۲۴/۵۱	۳۸/۵	۳۴	۳۰	۲	۴۰
۰/۲۷	۰/۰۴	۲۲/۸۳	۴۱	۳۶/۵	۳۲/۵	۳	
۰/۲۲	۰/۰۱	۲۳/۱۵	۳۹	۳۶	۳۲	۴	
۰/۱۳	-۰/۱۵	۲۷/۷۸	۳۶	۳۰	۲۷	۱	
۰/۲۲	-۰/۰۷	۲۴/۵۱	۳۹/۵	۳۴	۲۹/۵	۲	۵۰
۰/۲۴	-۰/۰۴	۲۴/۱۵	۴۰	۳۴/۵	۳۰	۳	
۰/۳۸	۰/۰۱	۲۱/۹۳	۴۶	۳۸	۳۲	۴	
۰/۴۴	۰/۲۲	۱۹/۳۸	۴۸/۵	۴۳	۳۹	۵	
۰/۱۵	-۰/۰۹	۲۶/۴۶	۳۶/۵	۳۱/۵	۲۹	۱	
۰/۲۷	-۰/۰۳	۲۳/۰۲	۴۱/۵	۳۶/۲	۳۱	۲	
۰/۲۴	-۰/۰۳	۲۳/۸۱	۴۰	۳۵	۳۱	۳	۶۰
۰/۳۶	۰/۰۳	۲۱/۹۳	۴۵	۳۸	۳۲	۴	
۰/۴۵	۰/۲۲	۱۸/۷۳	۴۹	۴۴/۵	۳۹	۵	
۰/۳۵	۰/۱۶	۲۰/۵۸	۴۵	۴۰/۵	۳۶/۵	۶	
۰/۰۶	-۰/۱۷	۲۸/۲۵	۳۳/۵	۲۹/۵	۲۶/۵	۱	
۰/۱۴	-۰/۱۱	۲۶/۰۴	۳۶	۳۲	۲۸	۲	
۰/۱۴	-۰/۱۱	۲۶/۰۴	۳۶	۳۲	۲۸	۳	۷۰
۰/۲	-۰/۱	۲۴/۸۸	۳۸	۳۳/۵	۲۸	۴	
۰/۳۵	۰/۱۶	۲۰/۸۳	۴۴/۵	۴۰	۳۷	۵	
۰/۳۴	۰/۰۷	۲۱/۶۵	۴۴	۳۸/۵	۳۴	۶	
۰/۳۸	۰/۱۷	۲۰/۰۸	۴۶	۴۱/۵	۳۷/۵	۷	
۰/۰۱	-۰/۲۷	۳۰/۸۶	۳۲	۲۷	۲۴	۱	
۰/۰۲	-۰/۲۶	۲۹/۲۴	۳۲	۲۸/۵	۲۴/۵	۲	
-۰/۰۲	-۰/۳۱	۳۰/۸۶	۳۱	۲۷	۲۳	۳	
۰/۰۲	-۰/۳۱	۳۰/۸۶	۳۲	۲۷	۲۳	۴	۸۰
۰/۱۷	-۰/۱	۲۶/۰۴	۳۷	۳۲	۲۸/۵	۵	
۰/۲۹	-۰/۰۶	۲۳/۴۷	۴۲	۳۵/۵	۲۹/۵	۶	
۰/۳۶	۰/۱۲	۲۱/۱	۴۵	۳۹/۵	۳۵	۷	
۰/۱۹	-۰/۰۲	۲۴/۵۱	۳۳/۵	۳۴	۳۱	۸	
۰/۰۷	-۰/۱۹	۲۹/۲۴	۳۳/۵	۲۸/۵	۲۶	۱	
۰/۰۹	-۰/۱۹	۲۷/۷۸	۳۴	۳۰	۲۵/۵	۲	
۰/۰۷	-۰/۱۹	۲۷/۷۸	۳۴	۳۰	۲۶	۳	
۰/۱۱	-۰/۱۹	۲۷/۷۸	۳۵	۳۰	۲۶	۴	
۰/۲۵	-۰/۰۳	۲۴/۱۵	۴۰	۳۴/۵	۳۰/۵	۵	۹۰
۰/۳۲	.	۲۳/۱۵	۴۳	۳۶	۳۱/۵	۶	
۰/۵۱	۰/۲۲	۱۸/۷۳	۵۲	۴۴/۵	۳۹	۷	
۰/۵۸	۰/۲۲	۱۷/۷۳	۵۶	۴۷	۳۹	۸	
۰/۰۶	-۰/۱۴	۲۸/۲۵	۳۳	۲۹/۵	۲۷	۹	
-۰/۰۴	-۰/۳۱	۳۲/۰۵	۳۰	۲۶	۲۳	۱	
-۰/۰۴	-۰/۳۸	۳۲/۰۵	۳۰	۲۶	۲۱/۵	۲	
-۰/۰۹	-۰/۳۹	۳۴/۰۱	۲۸/۵	۲۴/۵	۲۱	۳	
-۰/۰۵	-۰/۳۸	۳۳/۳۳	۳۰	۲۵	۲۱/۵	۴	
۰/۱۱	-۰/۲۴	۳۰/۳۰	۳۵	۲۷/۵	۲۴/۵	۵	۱۰۰
۰/۱۵	-۰/۲۱	۲۸/۷۴	۳۶/۵	۲۹	۲۵/۵	۶	
۰/۲۶	-۰/۰۵	۲۴/۱۵	۴۱	۳۴/۵	۳۰	۷	
۰/۴۷	۰/۰۹	۲۰/۳۳	۵۰	۴۱	۳۴	۸	
۰/۱۶	-۰/۱	۲۶/۰۴	۳۷	۳۲	۲۸/۵	۹	
۰/۲	-۰/۰۴	۲۴/۸۸	۳۸	۳۳/۵	۳۰	۱۰	

جدول ۳- پارامترهای مورد نیاز مدل های فرید- کامبرنوس و بریگهام برای خاک ماسه ای متوسط

Y _{.84}	Y _{.16}	V _c *10 ⁻⁵ (متر بر دقیقه)	t _{.84} (دقیقه)	t _{.5} (دقیقه)	t _{.16} (دقیقه)	شماره نمونه	ضخامت خاک (سانتی متر)
۰/۴	۰/۲۵	۱۸/۵۲	۴۸	۴۵	۴۱/۵	۱	۱۰
۰/۴	۰/۲۱	۱۹/۳۸	۴۸	۴۳	۴۰	۱	۲۰
۰/۴۴	۰/۲۲	۱۸/۹۴	۵۰	۴۴	۴۰/۵	۲	
۰/۲۷	۰/۱۲	۲۱/۳۷	۴۳	۳۹	۳۷	۱	
۰/۲۵	۰/۰۷	۲۱/۹۳	۴۲	۳۸	۳۵	۲	۳۰
۰/۳۷	۰/۲۲	۱۹/۱۶	۴۷	۴۳/۵	۴۰/۴	۳	
۰/۲۹	۰/۱۵	۲۰/۸۳	۴۳	۴۰	۳۷/۵	۱	
۰/۲۹	۰/۱۱	۲۱/۱۰	۴۳	۳۹/۵	۳۶/۵	۲	۴۰
۰/۴۱	۰/۲۶	۱۸/۵۲	۴۸/۵	۴۵	۴۲	۳	
۰/۳	۰/۱۵	۲۰/۸۳	۴۴	۴۰	۳۷/۵	۴	
۰/۳۶	۰/۱۹	۱۹/۸۴	۴۶	۴۲	۳۹	۱	
۰/۳۱	۰/۱۲	۲۱/۱۰	۴۴	۳۹/۵	۳۶/۵	۲	
۰/۳۸	۰/۲۲	۱۸/۹۴	۴۷/۵	۴۴	۴۰	۳	۵۰
۰/۲۴	۰/۰۶	۲۱/۹۳	۴۱	۳۸	۳۴/۵	۴	
۰/۳۱	۰/۱۴	۲۰/۸۳	۴۴	۴۰	۳۷/۵	۵	
۰/۳۸	۰/۲	۱۹/۱۶	۴۷	۴۳/۵	۳۹	۱	
۰/۳۵	۰/۰۹	۲۰/۸۳	۴۵/۸	۴۰	۳۵/۵	۲	
۰/۳۹	۰/۲	۱۹/۱۶	۴۷/۵	۴۳/۵	۳۹	۳	۶۰
۰/۲۲	-۰/۰۶	۲۳/۴۷	۴۰/۵	۳۵/۵	۳۱	۴	
۰/۲۵	۰/۰۴	۲۲/۲۲	۴۱/۵	۳۷/۵	۳۳/۵	۵	
۰/۱۶	-۰/۱	۲۴/۸۸	۳۸	۳۳/۵	۲۹/۵	۶	
۰/۴۲	۰/۲۵	۱۸/۵۲	۴۹	۴۵	۴۱/۵	۱	
۰/۴۲	۰/۱۶	۱۹/۱۶	۴۹	۴۳/۵	۳۸	۲	
۰/۴۷	۰/۲۷	۱۷/۷۳	۵۱	۴۷	۴۲/۵	۳	
۰/۲۵	-۰/۰۱	۲۲/۵۲	۴۱	۳۷	۳۲	۴	۷۰
۰/۲۸	۰/۰۴	۲۱/۹۳	۴۳	۳۸	۳۴	۵	
۰/۱	-۰/۱	۲۶/۰۴	۳۶	۳۲	۲۹	۶	
۰/۲۵	۰/۰۸	۲۱/۹۳	۴۱	۳۸	۳۵	۷	
۰/۴۸	۰/۳۲	۱۷/۳۶	۵۲	۴۸	۴۴/۵	۱	
۰/۴۲	۰/۱۴	۱۹/۶۱	۴۹	۴۲/۵	۳۷	۲	
۰/۴۳	۰/۱۵	۱۸/۵۲	۵۰	۴۵	۳۸	۳	
۰/۲۷	-۰/۰۲	۲۱/۹۳	۴۲	۳۸	۳۱/۵	۴	۸۰
۰/۲۸	۰/۰۲	۲۱/۹۳	۴۳	۳۸	۳۳	۵	
۰/۱۳	-۰/۱۳	۲۵/۲۵	۳۷	۳۳	۲۸/۵	۶	
۰/۲۳	۰/۱۳	۲۰/۸۳	۴۳	۴۰	۳۷	۷	
۰/۱۹	۰/۰۵	۲۲/۸۳	۳۹/۵	۳۶/۵	۳۴	۸	
۰/۵۸	۰/۳۵	۱۶/۳۴	۵۷	۵۱	۴۶	۱	
۰/۵۲	۰/۱۹	۱۸/۱۲	۵۴	۴۶	۳۹	۲	
۰/۴۷	۰/۱۴	۱۸/۵۲	۵۱	۴۵	۳۷	۳	
۰/۲۹	-۰/۰۴	۲۱/۹۳	۴۳	۳۸	۳۱	۴	
۰/۳۰	-۰/۰۲	۲۲/۲۲	۴۴	۳۷/۵	۳۲	۵	۹۰
۰/۰۵	-۰/۲۱	۲۸/۷۴	۳۴	۲۹	۲۶	۶	
۰/۲۴	۰	۲۲/۸۳	۴۱	۳۶/۵	۳۲/۵	۷	
۰/۱۳	-۰/۰۶	۲۴/۸۸	۳۷	۳۳/۵	۳۰/۵	۸	
۰/۲۶	۰/۱۱	۲۱/۹۳	۴۲	۳۸	۳۶	۹	
۰/۵۹	۰/۳۴	۱۶/۳۴	۵۸	۵۱	۴۵/۵	۱	
۰/۵۳	۰/۲۱	۱۸/۱۲	۵۵	۴۶	۴۰	۲	
۰/۵	۰/۱۶	۱۸/۱۲	۵۳	۴۶	۳۸	۳	
۰/۲۸	-۰/۰۴	۲۱/۹۳	۴۲/۵	۳۸	۳۱	۴	
۰/۲۸	-۰/۰۲	۲۲/۵۲	۴۲/۵	۳۷	۳۱/۵	۵	۱۰۰
۰/۰۵	-۰/۲۳	۲۸/۷۴	۳۴	۲۹	۲۵/۵	۶	
۰/۲	-۰/۰۸	۲۴/۵۱	۴۰	۳۴	۳۰	۷	
۰/۰۸	-۰/۱۳	۲۶/۸۸	۳۵	۳۱	۲۸/۵	۸	
۰/۲۱	۰/۰۲	۲۳/۴۷	۴۰	۳۵/۵	۳۳	۹	
۰/۴۶	۰/۲۸	۱۸/۱۲	۵۱/۵	۴۶	۴۳	۱۰	



شکل ۳- مقایسه نتایج مدل های فرید- کامبرنوس و بریگهام برای انتشارپذیری هر دو خاک ماسه ای همگن

۵- با مقایسه شدت جریان انتقال آلاینده (V_c) برای هر دو خاک ماسه ای درشت و متوسط از جداول (۲) و (۳) ملاحظه می شود که متوسط شدت جریان انتقال آلاینده در خاک ماسه ای درشت در حدود 24×10^{-5} متر بر ثانیه و برای خاک ماسه ای متوسط در حدود 21×10^{-5} متر بر ثانیه است. بریگهام بر این باور بود که با کاهش مقدار β شدت جریان انتقال آلاینده افزایش یافته به طوری که در فواصل انتقال کوتاه به علت این که گرادیان غلظت افزایش می یابد، شدت جریان انتقال آلاینده بیشتر از شدت جریان واقعی سیال خواهد بود. شدت جریان واقعی سیال در خاک ماسه ای درشت $26/4 \times 10^{-5}$ متر بر ثانیه و در خاک ماسه ای متوسط $25/7 \times 10^{-5}$ متر بر ثانیه بود. بنابراین

۴- تعداد حجم آب تخلخل به کار رفته برای رسیدن به غلظت نسبی ۰/۵ در خاک ماسه ای درشت در حدود ۱/۱ و در خاک ماسه ای متوسط در حدود ۱/۳ است. بریگهام (۵) گزارش می کند که در فواصل انتقال کوتاه با کاهش نسبی مقدار β ، زمان رسیدن به غلظت نسبی ۰/۵ از تعداد حجم آب تخلخل کمتری برخوردار خواهد شد. آیوتامونو^۱ (۳) نیز در آزمایش های خود به چنین نتیجه ای دست یافت. مقدار پارامتر β برای خاک ماسه ای درشت بیشتر از ۱۲۵ و برای خاک ماسه ای متوسط بیشتر از ۲۰۰ بود. لذا نتایج آنان در مورد فواصل انتقال طولانی نیز صدق می کند.

1- Ayotamuno

ملاحظه می شود با توجه به این که آزمایش ها در فاصله انتقال طولانی انجام شده اند، مقدار شدت جریان انتقال آلاینده در هر دو خاک ماسه ای کمتر از مقدار شدت جریان واقعی سیال بوده و همچنین متناسب با کاهش مقدار β در دو خاک ماسه ای، مقدار شدت جریان انتقال آلاینده افزایش یافته است. نتایج مطالعات آیوتامونو (۳) نیز گفته بریگهام را تأیید می کند.

نتیجه گیری

در این پژوهش مقادیر انتشارپذیری بدست آمده برای خاک های ماسه ای همگن درشت و متوسط با استفاده از مدل های فرید- کامبرنوس و بریگهام مورد بررسی قرار گرفت. مدل فرید- کامبرنوس یک حل مستقیم از معادله کلاسیک جابجایی- انتشار است که برای فواصل انتقال طولانی پیشنهاد شده است. اما مدل بریگهام تعدیل شده مدل فوق الذکر برای فواصل انتقال کوتاه می باشد. یک تفاوت مهم بین حرکت آلاینده اختلاط پذیر در فواصل انتقال کوتاه و طولانی این است که در فواصل انتقال کوتاه، به دلیل اینکه گرادیان غلظت بیشتر است، حرکت آلاینده سریعتر از خود سیال می باشد. تعداد ۱۱۰ مقدار انتشارپذیری بدست آمده برای خاک های ماسه ای همگن درشت و متوسط با استفاده از مدل های فوق الذکر با همدیگر مقایسه شدند. نتایج بدست آمده نشان داد که در فواصل انتقال طولانی، مقادیر انتشار پذیری خاک های ماسه ای همگن با استفاده از مدل های مذکور یکسان بوده و تفاوتی با

همدیگر ندارند. لذا مدل بریگهام برای فواصل انتقال طولانی دارای همان دقت مدل فرید- کامبرنوس می باشد. هر دو مدل از حل تحلیلی اوگاتا بدست آمده اند و یکسان بوده و فقط شکل بیان آنها متفاوت می باشد. یکی از تفاوت های مهم دو مدل در تعیین مقدار سرعت واقعی سیال در داخل محیط متخلخل می باشد.

همچنین اگر در فواصل انتقال طولانی در مدل فرید- کامبرنوس به جای سرعت حرکت آلاینده، از سرعت واقعی سیال استفاده شود، مقادیر انتشار پذیری بدست آمده یکسان بوده و با هم برابر می باشد. در فواصل انتقال طولانی اگرچه زمان رسیدن به غلظت نسبی ۰/۵، با خروج یک حجم آب تخلخل و یا بیشتر انجام می شود اما همانند فواصل انتقال کوتاه، با کاهش نسبی مقدار β ، این زمان در تعداد حجم آب تخلخل کمتری اتفاق می افتد.

در فواصل انتقال کوتاه، سرعت حرکت آلاینده بیشتر از سرعت واقعی سیال داخل خلل و فرج است. در این پژوهش در فاصله انتقال طولانی، سرعت حرکت آلاینده کمتر از سرعت واقعی سیال داخل خلل و فرج بوده اما همانند فواصل انتقال کوتاه، با کاهش مقدار β افزایش یافته است.

سیاسگزاری

اجرای پژوهش حاضر با مساعدت مالی دفتر تحقیقات و استانداردهای مهندسی آب سازمان آب و برق خوزستان میسر گردیده است که بدین وسیله صمیمانه تشکر و قدردانی می شود.

منابع

۱. کشکولی، ح. ع. و معروف پور، ع. ۱۳۸۵. بررسی اثر ضخامت خاک بر انتقال املاح در خاک های ماسه ای همگن. طرح تحقیقاتی سازمان آب و برق خوزستان، ۲۳۱ صفحه.

2. Al-Tabbaa, A., Ayotamuno, J.M., and Martin, R.J. 2000. One – dimensional solute transport in stratified sands at short travel distances. *Journal of Hazardous Materials*, A73:1-15.
3. Ayotamuno, J.M. 1998. Contaminant transport and immobilization in stratified sands, PhD Thesis, University of Birmingham, UK; 264 pp.
4. Bear, J., and Verruijt, A.1994. Modeling groundwater flow and pollution. D. Reidel Publishing Company; 413 pp.
5. Brigham, W.E. 1974. Mixing equations in short laboratory columns. *Journal of Society. Petroleum. Engineering*, 14: 91-99.
6. Fetter, C.W. 1999. Contaminant hydrogeology. Prentice – Itell, 458 p.
7. Freeze, R.A., and Cherry, J.A. 1979. Groundwater. Prentice-Hall, Englewood, Cliffs, N.J., USA, 604 p.
8. Fried, J.J., and Comberous, M.A. 1971. Dispersion in porous media. *Journal of Hydroscience*, 7: 169-282.
9. Gillham, R.W., and Cherry, J.A. 1982. Contaminant migration in saturated unconsolidated geological deposits. Geological Society of America. Special Paper 189: 31-44.
10. Kirkham, D., and Powers, W.L. 1972. Advanced Soil Physics. Wiley – Interscience, 534 p.
11. Pickens, J.F., and Grisak, G.E. 1981. Scale-dependent dispersion in a stratified granular aquifer. *Journal of Water Resources Research*, 17(4): 1191-1211.