Archive of SID

ارایه مدل زمان ــ پیوسته بهینه‌سازی زمان بندی تولید در فرایندهای آمیخته پیوسته و ناپیوسته

بهزاد بهدانی
تهران، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، گروه سیستم‌های انرژی

محمودرضا پیشوایی*+، داود رشتچیان
تهران، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی شیمی و نفت

چکیده: اهمیت بهبود مداوم فرایندها، سبب شده است که مدل‌های بهینه سازی متفاوتی برای "برنامه ریزی تولید" و "زمان بندی تولید" درصنایع فرایندی عرضه شود. در این پژوهش مسأله "زمان بندی بهینه تولید درصنایع فرایندی" به وسیله‌ی ارایه یک مدل بهینه سازی "زمان بندی" مورد کنکاش قرار می‌گیرد. با آن‌که در طول دهه گذشته مدل‌های گوناگونی برای بهینه سازی زمان بندی تولید در فرایندهای ناپیوسته بیان شده است، اما در مورد فرایندهای پیوسته و نیز نیمه پیوسته مدل‌های قابل توجهی موجود نیست. نکات جدید فرمول‌بندی ارایه شده در مقاله حاضر شامل زمان بندی توأم فرایندهای پیوسته و ناپیوسته با تاکید ویژه روی تبادل‌های جرمی در فعالیت‌های ذخیره‌سازی است.

واژه‌های کلیدی: زمان بندی، فرایندهای پیوسته و ناپیوسته، مدل زمان ـ پیوسته، مدل زمان ـ گسسته، برنامه ریزی عدد درست.

KEY WORDS: *Scheduling, Batch-continuous plants, Continuous-time models, Discrete-time models, Integer programming.*

مقدمه

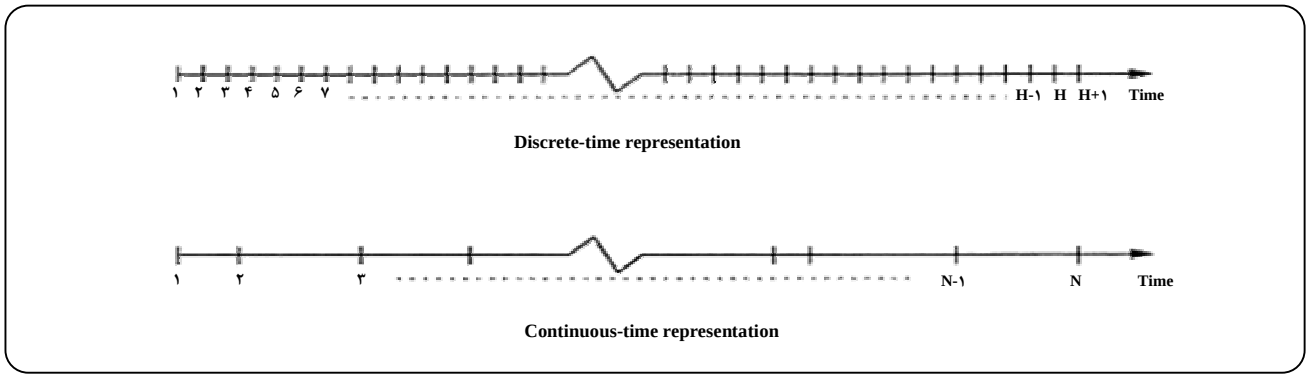
رشد سریع و رقابت پیوسته صنایع با یکدیگر سبب شده است که در طول یک دهه اخیر، توجه شایانی به توسعه مدل‌های برنامه‌ریزی تولید[۱] و زمان‌بندی تولید[۲] در محافل علمی جلب شود. اهمیت این موضوع از آن جهت است که در دنیای امروز، زمان، مهم‌ترین عامل برای دستیابی به بازارهای جهانی و منطقه‌ای برای صنایع بزرگ دنیا محسوب می‌شود. تفاوت "برنامه‌ریزی تولید" و "زمان‌بندی تولید" در مقیاس زمانی مورد استفاده یـا ملاحظه است. در "برنامه‌ریزی"، مقیاس زمانی در مرتبه ماه و سال قرار دارد، در حالی‌که در "زمان‌بندی"، افق زمانی در مرتبه شیفت کاری و روز است. در "برنامه‌ریزی"، اهداف کلان، راهبردی و مدیریتی همراه با قیود از نوع اقتصادی مانند نوسانات بازار ارز و بورس مدنظر است. در مدل‌های "زمان‌بندی"، قیود اقتصادی و بازار ـ محور پیش‌گفته به‌طور ضمنی دخیل هستند و بیشتر ناظر به هدف‌های فرایندی، عملیاتی و کوتاه‌مدت هستند. "زمان‌بندی" عبارت از تخصیص مجموعه‌ای از منابع محدود به مجموعه‌ای از فعالیت‌ها درطول زمان است.

*عهده دار مکاتبات
+E-mail: pishvaie@sharif.edu

(۱) Production planning
(۲) Production scheduling

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۱ ـ تقسیم بندی زمان درمدل‌های زمان ـ گسسته و زمان ـ پیوسته.

لذا سه مفهوم اصلی فعالیت‌ها، منابع و زمان، ارکان تعریف مسأله "زمان‌بندی" را تشکیل می‌دهند. در یک واحد فرایندی، منابع شامل تجهیزات (راکتورها، برج‌های جداکننده و...)، تسهیلات جانبی (بخار، آب خنک‌کن و ...) و نیروی انسانی است و فعالیت‌ها کلیه فرایندهایی است که براساس دستورالعمل تولید فراورده‌ی معین باید صورت بگیرد. بدین ترتیب هدف از یک برنامه "زمان‌بندی" ارایه مدل تصمیم‌گیری است که مشخص کند کِی، کجا و چگونه یک مجموعه از فراورده‌ها (با مشخصات کّمی و کیفی مورد نظر)، درطول یک بازه زمانی معین از واحد صنعتی قابل حصول است.

به‌دلیل وجود متغیرهای تصمیم‌گیری گسسته مانند متغیرهای تخصیص منابع و تخصیص فعالیت‌ها به واحدها، غالب مدل‌های زمان‌بندی به حل مسایل آمیخته عدد درست[۱] منجر می‌شود و از این‌رو به لحاظ محاسباتی، مسایل پیچیده‌ای خواهند بود [۱]. لذا میزان محاسبه‌ها به صورت نمایی افزایش یافته و تغییرهای اندک در ابعاد مسأله، میزان محاسبه‌های مورد نیاز را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. به دلیل پیچیدگی بالای محاسبه‌ها در مسایل زمان‌بندی، توسعه مدل‌های ریاضی مؤثر اهمیت بالایی دارد. به عبارت دیگر، نحوه فرمول‌بندی مسأله بهینه‌سازی تاثیر بسزایی در انتخاب روش حل و زمان محاسبات این خانواده از مسایل بهینه‌سازی ترکیبی[۲] دارد.

مدل‌های عرضه‌شده در مقاله‌ها را می‌توان براساس نحوه نمایش زمان در مدل، در دو دسته اصلی، مدل‌های زمان ـ گسسته[۳] و مدل‌های زمان ـ پیوسته[۴]، طبقه‌بندی کرد. تلاش‌های اولیه برای مدل‌سازی مسأله زمان‌بندی، به توسعه مدل‌های زمان ـ گسسته انجامید. این مدل‌ها براساس تقسیم‌بندی بازه زمانی مورد نظر برای مسأله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی به تعدادی فواصل زمانی گسسته استوار بود.

در این روش، طول بازه زمان‌بندی به تعدادی بازه زمانی یکسان تقسیم می‌شود و رویدادهایی مانند آغاز یا پایان فعالیت‌ها در مرزهای این بازه‌ها صورت می‌گیرد. برای آن‌که بتوانیم تخمین مناسبی از مسأله حقیقی به دست آوریم، لازم است که فاصله‌های زمانی را تا حد امکان کوچک انتخاب کنیم که در بیشتر موردها کوچک‌ترین مقسوم علیه مشترک زمان‌های پردازشی فرایندهاست.

شکل ۱ نحوه تقسیم‌بندی بازه زمان‌بندی را در روش گسسته و پیوسته نشان می‌دهد. زمان‌بندی فرایندهای شیمیایی براساس متدهای گسسته ازسال‌های ابتدایی دهه ۹۰ مورد توجه قرار گرفت و نخستین مدل از این نوع در سال ۱۹۹۳ میلادی توسط *کاندیلی* مطرح شد [۲]. این مدل برای بهینه‌سازی زمان‌بندی تولید در فرایندهای ناپیوسته[۵] طرح شد. تقسیم‌بندی زمان به بازه‌های زمانی یکسان در مدل‌های زمان ـ گسسته اگرچه مدل‌سازی را ساده کرده و امکان مدل‌کردن هرنوع محدودیت را فراهم می‌آورد، اما لااقل از دو اشکال عمده رنج می‌برد. نخست آن که تخمین گسسته از زمان که خود ماهیتی پیوسته دارد، ممکن است مسأله را به نقاط غیربهینه برساند. دیگر آن‌که بخواهیم با کوچک کردن بازه‌ها به پیوستگی بیشتر زمان کمک کنیم، ابعاد مسأله برنامه‌ریزی ریاضی حاصل به شدت افزایش خواهد یافت. این افزایش بـه دلیل افـزایش قابل توجـه در متغیرهای دوتایی (۱،۰)

(۱) Mixed Integer programming (MIP)
(۲) Combinatorial optimization
(۳) Discrete time representation
(۴) Continuous representation
(۵) Batch processes

www.SID.ir

Archive of SID

رخ می‌دهد که به هریک از بازه‌های زمانی تخصیص داده می‌شود. به دلیل این محدودیت‌ها، روش‌هایی که براساس مدل‌های پیوسته زمانی شکل می‌گیرند، مورد توجه قرار گرفته است. نکته مشترک بین روش‌های متفاوت زمان ـ پیوسته آن است که این مدل‌ها بازه زمانی مورد نظر مسأله زمان‌بندی را به چند برش زمانی (n) تقسیم می‌کنند، و چون طول این بازه‌ها و زمان آغاز و پایان آنها، از حل مدل بهینه‌سازی حاصل می‌شود (نه آن که به عنوان ورودی مسأله ذکر شده باشد) لذا مدل در طول زمان، ماهیتی پیوسته دارد.

شایان ذکر است که مفهوم پیوستگی زمانی در دو جنبه از مسایل مهندسی شیمی و فرایند به‌طور عمومی کاربرد دارد. یکی در قالب مسایل بهینه‌سازی (و به ویژه مسایل زمان‌بندی) و دیگری نحوه پردازش مواد در عملیات واحد است. هدف از گسسته‌سازی متغیر و کمیت زمان در مسایل بهینه‌سازی دینامیکی، در عمل به این خاطر است که بتوان از روش‌های حل مسایل بهینه‌سازی استاتیک بهره گرفت، در حالی‌که پیوسته یا ناپیوسته بودن فرایند (مانند یک راکتور شیمیایی) بستگی به هدف‌های اولیه طراحی و تولید از دیدگاه مهندسی فرایند دارد. لذا، باید بین این دو مفهوم از نظر بهره‌گیری کمیت زمان در فرمول‌بندی مسأله تمیز قایل شد. به‌عبارتی، مدل زمان ـ پیوسته (در قاموس بهینه‌سازی و ریاضی) برای فرمول‌بندی تولید هم فرایندهای پیوسته و هم پردازش‌های ناپیوسته (اصطلاح و قاموس مهندسی فرایند) کاربرد دارد و به طور دقیق از مدل‌های زمان ـ گسسته نیز می‌توان برای هر دو نوع فرایندهای پیوسته و ناپیوسته بهره گرفت.

همه مدل‌های زمان پیوسته، به دو دسته قابل تقسیم است. نخست، مدل فرایندهای متوالی[۱] که منطبق بر مسأله کارگاه عمومی[۲] (تحقیق در عملیات) است و فرایندهای ناپیوسته را به صورت زنجیره‌ای ازفعالیت‌های بدون ارتباط جرمی با یکدیگر فرض می‌کنند. فرضیه‌های این نوع مدل‌ها به نحوی است که همانند مسأله کارگاه عمومی، هدف از فرمول‌بندی، تخصیص تعدادی فعالیت به تعدادی ماشین پردازشی (تجهیزات شیمیایی مانند راکتور) است. ایده اولیه این گونه مدل‌سازی را می‌توان در کارهای *پینتو* و *گراسمن* [۳ و ۴] جستجو کرد. دومین گروه از مدل‌های پیوسته بـه مـدل عمومی فرایندهای شبکه‌ای[۳] معروف است. تفاوت مهم ایـن گروه بـا مدل‌های نوع اول، ایـن است کـه در این مدل‌ها چون فرایندها (چه پیوسته و چه ناپیوسته) با یکدیگر از طریق تبادل جرم در ارتباط هستند، لازم است موازنه جرم بین فرایندها برقرار شود. لحاظ کردن موازنه جرم امکان آن را فراهم می‌آورد که جریان فراورده‌ی یک فرایند به جریان‌های متعدد تقسیم شود یا با جریان‌های حاصل از سایر فرایندها ترکیب شود. با این دیدگاه امکان زمان‌بندی هر نوع شبکه پیچیده از تبادل‌های جرمی بین فرایندها فراهم می‌آید.

یکی از وجوه افتراق مهم مدل‌های زمان بندی مسأله میزان محاسبه‌های مورد نیاز است که به نوع مواجهه‌ای که مدل با زمان داشته است، وابسته است. *بورکارد* و *همکاران* [۵] در سال ۲۰۰۲ میلادی ضمن مقایسه دو مدل زمان ـ پیوسته و زمان ـ گسسته به لحاظ محاسباتی به نتیجه‌های مهمی دست یافته‌اند و میزان حساسیت هر یک از این مدل‌ها را نسبت به بازه‌های زمانی، مورد بررسی قرار داده‌اند. مطالعه مشابهی توسط *لین* و *فلوداس* [۶] در این مورد انجام شده است.

ارایه مدل‌های زمان ـ پیوسته در مورد مسأله زمان‌بندی در صنایع فرایندی به اواسط دهه ۹۰ برمی‌گردد. *ژانگ* و *سارجنت* [۷]، نخستین مدل‌های زمان ـ پیوسته را به منظور زمان‌بندی ترکیبی از فرایندهای پیوسته و ناپیوسته ارایه کردند. این مدل، یک مدل بزرگ برنامه‌ریزی آمیخته غیرخطی بود. خطی‌کردن این مدل سبب شد که تعداد بسیار زیادی از متغیرها و محدودیت‌ها به مسأله اصلی اضافه شود. در طول سال‌های پس از آن تلاش‌های گسترده‌ای برای توسعه مدل‌های زمان ـ پیوسته در زمان‌بندی صنایع فرایندی صورت گرفت که به طور عمده با هدف زمان‌بندی فرایندهای ناپیوسته عرضه شده‌اند.

لامبا و *کریمی* [۸]، *مجوزی* و *زو* [۹] و *مون* و *هریمک* [۱۰] نمونه‌ای از مدل‌های فرایندهای متوالی را برای بهینه‌سازی فرایندهای ناپیوسته عرضه کرده‌اند. *کاسترو* و *همکاران* [۱۱]، *وو* و *پراپتریتو* [۱۲]، *ساندارامرتی* و *کریمی* [۱۳] و *رئو* و *همکاران* [۱۴] مدل‌های جدیدتری را برای زمان‌بندی تولید فرایندهای ناپیوسته بر اساس متدهای زمان ـ پیوسته ارایه داده‌اند.

ارکان و *همکاران* [۱۵] نیز از ساختار مدل‌های زمان ـ پیوسته به منظور ارایه مدلی با هدف بهینه‌سازی هم زمان برنامه‌ریزی و زمان‌بنـدی تولید استفاده کرده‌انـد. توسعه مدل‌هایی که بـه شکل

(۱) Sequential processes

(۲) Job shop

(۳) General network-represented processes

www.SID.ir

Archive of SID

هم زمان ملاحظات مربوط به برنامه‌ریزی تولید و نیز زمان‌بندی تولید را بهینه کند، از پیشرفت‌های مهم در این زمینه است. در این راستا مدل های ارایه شده توسط *ساسورا*، *وان دن هور* و *گراسمن* [۱۶]، مدل *کومار* و *راجوتیا* [۱۷] و *لاسکوئیت* و *تیجسین* [۱۸] قابل توجه بیشتر است. دو مدل اول ترکیب برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید در صنایع فرایندی را مورد بررسی قرار داده و مدل سوم به زمان‌بندی خط تولید در صنایع ساخت و تولیدی پرداخته‌است.

لازم به ذکر است که برخلاف فرایندهای ناپیوسته، مدل‌سازی مسأله زمان‌بندی فرایندهای پیوسته، کم‌تر مورد توجه قرار گرفته است. حال آن‌که در بیشتر واحدهای صنعتی مجموعه‌ای از فرایندهای پیوسته و ناپیوسته به صورت هم‌زمان در دستورالعمل تولید فراورده‌های واحد دخالت دارند. البته می‌توان بخشی از این موضوع را به ماهیت فرایندهای پیوسته مربوط دانست. بدان جهت که در هر صورت این فرایندها به صورت ماهوی می‌بایست در طول کل بازه زمانی مسأله فعال باشند (زیرا پیوستگی فرایند این امر را اقتضا می‌کند). با این حال آنچه اهمیت بررسی فرایندهای پیوسته را در زمان بندی تولید آشکار می‌کند، داد و ستدهای جرمی این فرایندها با فرایندهای ناپیوسته موجود در واحد است. لذا لازم است تلاش‌هایی برای مدل‌کردن فرایندهای آمیخته پیوسته و ناپیوسته صورت گیرد. به طور نسبی می‌توان گفت جز چند مورد، پژوهش عمده‌ای در این راستا در سال‌های اخیر صورت نگرفته است.

توجه به ملاحظات مربوط به فرایندهای پیوسته در مسأله زمان‌بندی، در عمل نارسایی مدل‌های زمان ـ گسسته را آشکارتر می‌سازد، زیرا این مدل‌ها به دلیل آن‌که زمان را به صورت واحدهای گسسته با طول یکسان در نظر می‌گیرند، در اصل در توصیف فرایندهای پیوسته ناتوانند. بر این اساس است که غالب مدل‌های ارایه شده در زمینه زمان‌بندی فرایندهای پیوسته یا نیمه پیوسته بر اساس روش‌های زمان ـ پیوسته شکل گرفته‌اند.

یکی از کارهای مهم و قابل استناد در زمینه زمان‌بندی فرایندهای آمیخته پیوسته و ناپیوسته توسط *شیلینگ* و *پانتلیدیس* ارایه شده است [۱۹]. این مدل که مدلی زمان ـ پیوسته است، براساس نمایش شبکه ذخایر ـ فعالیت‌ها[۱] عرضه شده است. مدل پیشنهادی آنها یک مدل برنامه‌ریزی آمیخته غیرخطی بود و به منظور حل آن، الگوریتم انشعاب و تحدید[۲] ویژه‌ای نیز توسط آن دو توسعه یافته است. *مک‌دونالد* و *کریمی* [۲۰] نیز مدل‌های ریاضی برای برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید پیشنهاد کرده‌اند. فرمول‌بندی پیشنهادی آنها برای زمان بندی یک واحد فرضی چند فراورده با یک مرحله فعالیت نیمه‌پیوسته را که شامل تجهیزات موازی تولید است، مطرح شده است. پس از آنها *ایراپتریتو* و *فلوداس* [۲۱] مدل جامعی را برای زمان‌بندی فرایندهای پیوسته و نیمه پیوسته عرضه کردند که براساس اصول مدل‌های زمان ـ پیوسته طرح شده است. *نات* و *لی* [۲۲] نیز در سال ۱۹۹۹ میلادی مدل زمان ـ گسسته‌ای را بدین منظور توسعه داده‌اند.

درمقاله حاضر، سعی برآن است که یک مدل ریاضی زمان ـ پیوسته به منظور زمان‌بندی تولید در فرایندهای آمیخته پیوسته و ناپیوسته عرضه شده و جنبه‌های متفاوت آن مورد بحث قرار گیرد. این مدل توسعه مدلی است که پیش از این برای زمان‌بندی تولید فرایندهای ناپیوسته مطرح شد [۲۳] و تاکید ویژه‌ای روی ملاحظات جرمی در پردازش‌های واسط (ذخیره‌سازی) دارد.

مدل ریاضی مسأله زمان بندی

ساختار هر مسأله زمان‌بندی شامل مجموعه‌ای از ورودی‌ها و خروجی‌هاست. ورودی‌های مسأله حداقل اطلاعات لازم برای مسأله زمان‌بندی هستند. ماهیت این اطلاعات و میزان جزیی بودن آنها یک مسأله زمان‌بندی را از مسایل برنامه‌ریزی تولید متمایز می‌کند. خروجی‌های مسأله نیز، اطلاعاتی است که انتظار می‌رود از حل مسأله دریافت گردد. این خروجی‌ها مختص مسأله زمان‌بندی است و نحوه فرمول‌بندی ریاضی مسأله را تحت تأثیر قرار می‌دهند. در مدل عرضه‌شده در این مقاله، ساختار مسأله به صورت زیر قابل طرح است:

ورودی‌ها

ساختار شبکه ای ارتباط‌های بین فرایندی که به دو فرم شبکه حالت‌ها ـ فعالیت‌ها[۳] و شبکه ذخایر ـ فعالیت‌ها عرضه می‌شود. مدل زمان‌بندی پیشنهادی براساس الگوی STN، ارتباطات بین فرایندها را درنظر می‌گیرد.

خروجی ها

– نحوه تخصیص واحدهای فرایندی به فعالیت‌ها درطول بازه زمانی مورد نظر.

(۱) Resource task network (RTN)

(۲) Branch and Bound

(۳) State task network (STN)

www.SID.ir

Archive of SID

– مقدار حجم ماده فراوری شده در هر واحد در هر زمان.

– توالی زمانی انجام فعالیت ها در هر واحد.

برای تکمیل این ساختار، لازم است فرضیه‌های به کار رفته در مدل نیز مورد توجه قرار گیرد. به منظور ارایه مدل در مقاله حاضر، فرضیه‌های زیر (که در بیشتر مدل‌های زمان‌بندی معمول است) در نظر گرفته شده است:

– زمان انجام فعالیت‌ها در واحدهای فرایندی به نوع فعالیت و نوع واحد وابسته است و مستقل از زمان است.

– همه داده‌های مسأله در طول بازه زمان‌بندی ثابت فرض می‌شوند.

– پس از آن که یک فعالیت به یک واحد تخصیص یافت، امکان توقف آن تا پایان فعالیت ناممکن است. این فرض از فرضیه‌های مهم دربسیاری ازمسایل زمان‌بندی است.

بر اساس فرضیه‌ها و ساختار بیان‌شده در بالا می‌توان مدل ریاضی را برای مسأله زمان‌بندی مطرح کرد. به منظور درک مدل ریاضی، لازم است به اندیس‌ها، مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای مسأله که در بخش علایم و نشانه‌ها آمده است، توجه شود. متغیرهای مسأله شامل دو دسته متغیرهای دوتایی یا باینری (۱،۰) و متغیرهای پیوسته مثبت است.

با تکیه بر این تعریف‌ها می‌توانیم فرمول‌بندی ریاضی مسأله را به صورت ترکیبی از محدودیت‌ها و تابع هدف مدل، بیان کنیم.

محدودیت‌ها

محدودیت‌های مسأله زمان بندی چارچوب اصلی مدل را تشکیل می‌دهند.

– محدودیت تخصیص واحدها به فعالیت‌ها.

این محدودیت بیان می‌کند که در هر واحد فرایندی j و در هر زمان رخداد (هنگام) i، فقط می‌تواند یک فعالیت k انجام دهد.

$$\sum_{i\in R_{dj}} T_{i,k} \le 1 \quad , \quad \forall j\in R_u, i\in R_t \qquad (۱)$$

– محدودیت ظرفیت پردازش واحدها.

این قیود میزان حجم فراوری‌شده از فعالیت k در واحد j را در زمان i محدود می‌کند. این محدودیت در مورد فرایندهای ناپیوسته به این صورت تعریف می‌شود:

$$V_{j,k}^{min} T_{j,k} \le B_{i,j,k} \le V_{j,k}^{max} T_{i,k} \ , \ \forall k \le R_{db} \ , \quad (۲)$$
$$j\in R_{uk} \ , \ i\in R_t$$

در این رابطه $V_{j,k}^{min}$ حداقل حجم واحد j برای آغاز فعالیت k است. مثال عملی این پارامتر، حداقل میزان لازم از ماده اولیه به منظور در برگرفتن کویل حرارتی داخل یک راکتور برای راه‌اندازی آن است. $V_{j,k}^{max}$ نیز به‌طور معمول بیشترین حجم مفید واحد j را بیان می‌کند. این محدودیت در مورد فرایندهای پیوسته به صورت زیر خواهد بود:

$$R_{j,k}^{mim}\left[\tau_{i,j,k}^{f}-\tau_{i,j,k}^{s}\right]\le B_{i,j,k} \qquad (۳)$$
$$B_{i,j,k}\le R_{j,k}^{max}\left[\tau_{i,j,k}^{f}-\tau_{i,j,k}^{s}\right] \ ,$$
$$\forall k\in R_{dc} \ , \ j\in R_{uk} \ , \ i\in R_t$$

در این رابطه $R_{j,k}^{min}$ و $R_{j,k}^{max}$ حداقل و حداکثر نرخ تولید را نشان می‌دهد. به‌طور مشخص، $(\tau_{i,j,k}^{f}-\tau_{i,j,k}^{s})$ طول دوره زمانی انجام این فرایند است. در این‌جا لازم است به دو نکته دقت کنیم. نخست آن‌که چون با یک فرایند پیوسته سروکار داریم، لذا نرخ تولید مطرح است نه حجم تولید. حال اگر نرخ تولید در فرایند پیوسته ثابت باشد، معادله بالا به‌صورت زیر خواهد شد:

$$B_{i,j,k}=R_{j,k}\left[\tau_{i,j,k}^{f}-\tau_{i,j,k}^{s}\right] \qquad (۴)$$
$$\forall k\in R_{dc} \ , \ j\in R_{uk} \ , \ i\in R_t$$

دوم آن‌که معادله های (۳) و (۴) به نحوی زمان آغاز و پایان فرایند را نیز به یکدیگر ارتباط می‌دهند. در ادبیات مسأله زمان‌بندی به این نوع محدودیت‌ها، محدودیت‌های تنظیم زمان[۱] نیز گفته می‌شود که از اجزای اصلی هر مدل زمان‌بندی است و هر مدل زمان‌بندی مطرح‌شده باید بیانی ریاضی برای آن داشته باشد. این محدودیت در مورد فرایندهای ناپیوسته به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau_{i,j,k}^{f}=\tau_{i,j,k}^{s}+\alpha_{j,k}T_{i,k}+\beta_{j,k}B_{i,j,k}^{\gamma_{i,j,k}} \qquad (۵)$$
$$\forall k\in R_{db} \ , \ j\in R_{uk} \ , \ i\in R_t$$

که در این رابطه $\alpha_{j,k}$ و $\beta_{j,k}$ بخش ثابت و متغیر زمان فرایند را بیان می کند. نحوه انتخاب $\alpha_{j,k}$ و $\beta_{j,k}$ و همچنین $\gamma_{i,j,k}$ بستگی به سلیقه طراح مسأله دارد و می‌توان مبانی سینتیک واکنش‌ها را در آن در نظر گرفت. اما باید توجه داشت که اگر $\gamma_{i,j,k}$ مقداری جز واحد داشته باشد فرمول‌بندی مسأله به یک مدل غیر خطی منجر خواهد شد.

(۱) Timing constraints

www.SID.ir

Archive of SID

– محدودیت ذخیره سازی مواد.

این محدودیت حداکثر ظرفیت موجود برای هر واحد ذخیره‌سازی j_{st} را منعکس می‌کند.

$$B_{i,j_{st},k_{st}} \le V^{max}_{j_{st},k_{st}} T_{i,k_{st}} \ , \forall k_{st} \in R_{d_{st}} \ , j \in R_{u_{st}} \ , i \in R_t \qquad (۶)$$

– محدودیت موازنه جرم.

یکی از محدودیت‌های مهم در مدل‌های عمومی فرایندهای شبکه‌ای، محدودیت موازنه جرم برای مواد است. در مورد مدل‌های آمیخته پیوسته و ناپیوسته برحسب نوع ماده، سه بیلان جرم جداگانه باید منظور شود. در همه این حالت‌ها $w^p_{k,s}$ عددی مثبت در بازه $(۰، ۱]$ است و میزان نسبت حالت ماده s را در ترکیب فراورده‌های فعالیت k بیان می‌کند. به همین ترتیب، $w^c_{k,s}$، عددی منفی در بازه $[-۱، ۰)$ است و میزان نسبت حالت ماده s را در خوراک لازم برای فعالیت k بیان می‌دارد. دقت کنیم که در این مدل ما با یک حالت ماده کار داریم و نه یک ماده، به عنوان مثال، خوراک سرد و خوراک گرم اگرچه ممکن است هر دو شامل جریان یکسانی از ماده باشند اما در مدل‌سازی به عنوان دو حالت متفاوت مطرح می‌شوند، زیرا رسیدن از خوراک سرد به خوراک گرم، به انجام فعالیتی به نام گرمایش نیاز دارد.

موازنه جرم برای مواد اولیه

$$S^{\circ}_{i,s} + \sum_{k \in R_{d_s}} w^c_{k,s} \sum_{j \in R_{uk}} B_{i,j,k} = 0 \ , \ \forall s \in R^R_s \ , i \in R_t \qquad (۷)$$

این محدودیت‌ها بیان می‌دارند که مقدار ماده اولیه s که در هر لحظه i به وسیله‌ی بازار تأمین می‌شود در واحدهای متفاوت مصرف می‌گردد. دقت داریم که R_{ds}، هم فعالیت پیوسته و هم ناپیوسته را شامل می‌شود. در حالتی که مواد اولیه باید در ابتدای شروع عملکرد واحد (زمان صفر مسأله زمان‌بندی) تأمین شود، معادله‌ی (۷) به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$S^{\circ}_s + \sum_{k \in R_{d_s}} w^p_{k,s} \sum_{j \in r_{u_k}} B_{0,j,k} = 0 \ , \ \forall s \in R^R_s \qquad (۸)$$

در این معادله R_{ds}، هم فعالیت‌های تولید و هم ذخیره‌سازی را دربر دارد. برای زمان‌های بعدی، معادله موازنه جرم به صورت زیر خواهد بود:

$$\sum_{k \in R_{d_{st}}} w^p_{k_{st,s}} \sum B_{i-1,j_{st},k_{st}} + \sum_{k \in R_{d_s} / R_{d_{st}}} w^c_{k_{st,s}} \sum_{j \in R_{u_k}} B_{i,j,k} = 0 \qquad (۹)$$

$$\forall s \in R^R_s \ , \ j \in R_t \ , \ i \ne 1$$

این معادله بیان می‌دارد که ماده اولیه s ذخیره شده در لحظه ابتدایی باید در لحظه‌های بعدی مصرف‌شده و مابقی آن در مخازن ذخیره‌سازی برای استفاده‌های بعدی در طول زمان باقی بماند.

موازنه جرم برای مواد حد واسط

برای مواد حد واسط دو مجموعه از محدودیت‌ها قابل بیان است:

۱– محدودیت‌های موازنه جرم قبل از فعالیت ذخیره سازی.

$$\sum_{k \in R_{ds} \cap R_{ds} \setminus R_{dst}} W^p_{k,s} \sum_{k \in R_{uk}} B_{i,j,k} + \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{k \in R_{ds} \cap R_{ds} \setminus R_{dst}} W^p_{k,s} \sum_{j \in R_{uk}} B_{i,j,k} +$$

$$\sum_{k \in R_{ds} \cap R_{ds}} W^c_{k,s} \sum_{k \in R_{ust}} B_{i,j_{st},k_{st}} + S'_{i,s} = 0$$

$$\forall s \in R^{In}_s \ , \ i \in R_t$$

که $S'_{i,s}$، بیانگر حجمی از مواد حد واسط s است که به صورت مستقیم (و بدون ذخیره‌سازی میانی) در لحظه i به فعالیت‌های تولیدی بعدی منتقل می‌شود. براساس این محدودیت‌ها هر ماده واسطه به محض تولید در یک فرایند پیوسته یا ناپیوسته در لحظه i به وسیله‌ی فعالیت ذخیره‌سازی مصرف می‌شود و یا به طور مستقیم به فعالیت‌های تولیدی بعدی انتقال می‌یابد.

۲– محدودیت‌های موازنه جرم پس از فعالیت ذخیره‌سازی.

$$S'_{i,s} + \sum_{k \in R_{dst}} w^p_{k,s} \sum_{k \in R_{dst}} B_{i-1,j_{st},k_{st}} + \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{k \in R_{ds} \setminus R_{dst}} w^c_{k,s} \sum_{j \in R_{uk}} B_{i,j,k} = 0$$

$$\forall s \in R^{IN}_s \ , \ i \in R_t$$

براساس این معادلات، مقدار حالت s که در زمان i تولید شده یا در زمان $(i-۱)$ ذخیره شده‌است، توسط فعالیت‌های تولیدی (اعم از پیوسته یا ناپیوسته) در زمان i مصرف می‌گردد. دقت کنیم چون معادله‌ی (۱۰) و معادله‌ی (۱۱)، محدودیت‌های تساوی هستند، متغیر $S'_{i,s}$ را می‌توان بین آنها حذف کرد و به یک مجموعه از محدودیت‌های جدید رسید که با معادله‌های قبل قابل جایگزینی است.

در یک حالت ویژه که پس از فعالیت‌های تولیدی باید ابتدا کلیه مواد حد واسط ذخیره شده و سپس فعالیت‌های مصرف کننده آن ماده صورت گیرند، محدودیت موازنه جرم به‌صورت زیر خواهد بود.

www.SID.ir

Archive of SID

– تولید ـ ذخیره سازی.

$$\sum_{k\in R_{d_s}\cap R_{db}\setminus R_{d_{st}}} w^{p}_{k,s} \sum_{k\in R_{u_k}} B_{i-1,j,k} + \sum_{k\in R_{d_s}\cap R_{dc}\setminus R_{d_{st}}} w^{p}_{k,s} \sum_{j\in R_{u_k}} B_{i,j,k} + \sum_{k\in R_{d_{st}}} w^{c}_{k,s} \sum_{k\in R_{u_{st}}} B_{i,j_{st},k_{st}} = 0 \quad (۱۲)$$

$$\forall s\in R^{IN}_{s} \ , \ i\in R_t$$

که بیان می‌کند هر ماده حد واسط S، چه از فعالیت پیوسته تولید شده باشد وچه از فعالیت ناپیوسته، باید درهمان زمان ذخیره گردد.

– ذخیره سازی ـ مصرف.

$$\sum_{k\in R_{d_{st}}} w^{p}_{k,s} \sum_{j_{st}\in R_{u_{st}}} B_{i-1,j_{st},k_{st}} + \sum_{k\in R_{d_s}\setminus R_{d_{st}}} w^{c}_{k,s} \sum_{j\in R_{u_k}} B_{i,j,k} = 0 \quad (۱۳)$$

$$\forall s\in R^{IN}_{s} \ , \ i\in R_t$$

براساس این معادله نیز، کلیه مواد حد واسط S که درلحظه زمانی i ذخیره شده است، بلافاصله پس از فعالیت ذخیره‌سازی مصرف می‌شود.

– موازنه جرم برای فراورده‌ها.

$$\sum_{k\in R_{d_s}} w^{p}_{k,s} \sum_{j\in R_{uk}} B_{i,j,k} + \sum_{k\in R_{d_s}\cap R_{db}} w^{p}_{k,s} \sum_{j\in R_{uk}} B_{i-1,j,k} = D_{i,s} \quad (۱۴)$$

بنابراین، محدودیت، مقدار فراورده‌ی s تولید شده در لحظه i معادل مقدار تحویل شده به بازار در همین زمان است.

– محدودیت‌های توالی.

محدودیت‌های توالی فعالیت ها، مهم ترین محدودیت‌ها در مسایل زمان‌بندی است و مشخص می‌کند که چگونه آغاز و پایان فرایندهای متفاوت در واحدها با یکدیگر ارتباط دارند. این محدودیت‌ها را بر حسب نوع فعالیت‌های اولیه و ثانویه و واحدهای فرایندی به موردهای زیر تقسیم می کنیم:

– توالی پردازش یک فعالیت در یک واحد.

$$\tau^{s}_{i+1,j,k} \ge \tau^{f}_{i,j,k} - H(2 - T_{i,k} - T_{i+1,k}) \quad (۱۵)$$

$$\text{for} \quad \forall k\in R_d \ , \ j\in R_{u_k} \ , \ i\in R_t \ , \ i\ne N$$

$$\tau^{s}_{i+1,j,k} \ge \tau^{s}_{i,j,k} \ , \ \forall k\in R_d \ , \ j\in R_{u_k} \ , \ i\in R_t \ , \ i\ne N \quad (۱۶)$$

$$\tau^{f}_{i+1,j,k} \ge \tau^{f}_{i,j,k} \ , \ \forall k\in R_d \ , \ i\in R_t \ , \ i\ne N \quad (۱۷)$$

این محدودیت بیان می‌کند که اگر فعالیت k در لحظه i در واحد j صورت گیرد ($T_{i,k}=1$) و قرار باشد در لحظه (i+1) نیز همین فعالیت درهمان واحد تداوم یابد ($T_{i+1,k}$)، دراین صورت زمان آغاز آن باید پس از زمان پایان پردازش در لحظه قبل باشد. اگر فعالیت در لحظه i+1 صورت نگرفت، ($T_{i+1,k}=0$) و در این صورت محدودیت بالا به یک عبارت بدیهی تبدیل خواهد شد.

– توالی پردازش دو فعالیت متفاوت در یک واحد معین.

$$\tau^{s}_{i+1,j,k} \ge \tau^{f}_{i,j,k'} + C_{j,k',k} - H(2 - T_{i,k'} - T_{i+1,k}) , \quad (۱۸)$$

$$\text{for} \quad \forall j\in R_u \ , \ k\ne k' \ , \ k \ k'\in R_{d_j} \ , \ i\in R_t$$

این محدودیت توالی زمانی انجام دو فعالیت متفاوت k و k′ را در یک واحد مشخص j بیان می‌دارد. نکته مهم در این معادله پارامتر $C_{j,k',k}$ است که زمان لازم برای تمیزکاری و سرویس واحد j را برای سوئیچ‌کردن از فعالیت k′ به فعالیت k بیان می‌دارد. این پارامتر به لحاظ مفهومی اهمیت ویژه‌ای دارد، زیرا معادله‌ی (۱۸) به وسیله‌ی اعمال جریمه بر زمان انجام فرایندهای غیر یکسان، مانع از آن می‌شود که یک واحد به‌صورت متناوب برای انجام چند فعالیت متفاوت تغییر فعالیت دهد. لذا باتوجه به محدودیت‌های دیگر مسأله اگر فعالیت k′ درلحظه i در واحد j صورت گیرد، انجام همین فعالیت در لحظه i+1 نیز نسبت به سایر انتخاب‌های ممکن در اولویت است.

– توالی پردازش فعالیت‌های متفاوت در واحدهای متفاوت.

گاهی براساس دستورالعمل تولید و یا نحوه عملکرد واحد لازم است انجام فعالیت k پس از انجام فعالیت k′ صورت گیرد. حال اگر این دو فعالیت، دو فعالیت پیوسته باشند، معادله‌ی محدودیت به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau^{s}_{i,j,k} \ge \tau^{s}_{i,j',k'} - H(2 - T_{i,k'} - T_{i,k}) , \quad (۱۹)$$

$$\text{for} \quad \forall j,j'\in R_u \ , \ k\in R_{u_j} \ , \ k'\in R_{u_j} \ , \ i\in R_t$$

اگر واحد j به صورت پیوسته و واحد j′ به صورت ناپیوسته عمل کند، آنگاه معادله‌ی محدودیت به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau^{s}_{i+1,j,k} \ge \tau^{f}_{i,j',k'} - H(2 - T_{i,k'} - T_{i+1,k}) , \quad (۲۰)$$

$$\text{for} \ \forall j,j'\in R_u \ , \ k\in R_{u_i} \ , \ k'\in R_{u_j} \ , \ i\in R_t$$

همین معادله درمورد توالی دوفعالیت ناپیوسته نیز صادق است.

– محدودیت بازه زمان بندی.

www.SID.ir

Archive of SID

این محدودیت تضمین می کند که کلیه فعالیت ها پیش از پایان یافتن زمان کل مسأله به اتمام رسیده باشد.

$$\tau^{s}_{i,j,k} \le H \ , \ \forall k \in R_d \ , \ j \in R_u \ , \ i \in R_t \qquad (۲۱)$$

$$\tau^{f}_{i,j,k} \le H \ , \ \forall k \in R_d \ , \ j \in R_u \ , \ i \in R_t \qquad (۲۲)$$

– محدودیت تقاضا.

این محدودیت نشان می‌دهد که حداقل تولید حالت S می‌بایست به میزان نیاز بازار از آن حالت باشد. این محدودیت بیشتر در مورد فراورده‌های نهایی طرح می‌شود.

$$\sum_{i \in R_t} D_{i,s} \ge r(s) \ , \ \forall s \in R^{p}_{s} \qquad (۲۳)$$

تابع هدف مسأله

برای مسایل زمان‌بندی، تابع‌های هدف متفاوتی می‌توان مطرح کرد. این تابع‌های هدف ممکن است اقتصادی باشند (مانند حداکثرکردن سود، حداکثر کردن درآمد فروش فراورده‌ها) یا بیان‌کننده نحوه عملکرد واحد صنعتی باشند (مانند حداقل‌کردن زمان انجام کلیه فعالیت‌ها، حداقل کردن زمان تأخیر فراورده‌ها).

۱– حداکثر کردن درآمد حاصل ازفروش فراورده‌ها.

$$\max \quad R = \sum_{s \in R^{p}_{s}} P_s * S_{N,s} + \sum_{i} \sum_{s \in R^{p}_{s}} P_s * D_{i,s} \qquad (۲۴)$$

۲– حداقل کردن زمان انجام کلیه فعالیت ها.

$$\tau^{f}_{i,j,k} \le \tau_{tot} \qquad \forall k \in R_d \ , \ j \in R_u \ , \ i \in R_t \qquad (۲۵)$$

$$\min \quad \tau_{tot}$$

ملاحظات مربوط به ذخیره سازی مواد

یکی از مسایل مهم در مدل‌های آمیخته پیوسته و ناپیوسته، مسأله ذخیره‌سازی مواد است. توجه به این موضوع در بیشتر مقاله‌های پیشین مورد توجه قرار نگرفته است. یکی از مقاله‌های محدودی که موضوع ذخیره‌سازی جریان‌های مواد را به خوبی مورد بررسی قرار داده است، مدل ارایه شده توسط *نیومن* و *همکاران* [۲۴] است. در این مدل حالت‌های متفاوت ذخیره‌سازی مواد حد واسط در مدل‌های برنامه‌ریزی تولید مورد بررسی قرار گرفته است. به لحاظ مفهومی برای آن که بتوان بین فعالیت‌های متفاوت (به‌ویژه بین فعالیت‌های پیوسته و ناپیوسته) ارتباط جرمی برقرار گردد، لازم است که از ذخیره‌سازی میانی مواد استفاده کنیم. این موضوع در مورد ارتباط بین دو فعالیت پیوسته با نرخ تولیدهای متفاوت نیز اهمیت می یابد. براساس این دیدگاه "فعالیت‌های ذخیره‌سازی" بخش مهمی از فعالیت‌های واحد را تشکیل می‌دهد. اما آنچه درمورد این فعالیت‌ها مبهم است، میزان زمان این فعالیت‌ها و به تبع آن محدودیت‌های تنظیم زمان درمورد آنهاست. از آنجا که فعالیت ذخیره‌سازی به صورت ماهوی شبیه یک فعالیت ناپیوسته است، معادله‌ی (۵) را می‌توان درمورد زمان‌بندی فعالیت ذخیره‌سازی مواد نیز در نظرگرفت. به طور مشخص محاسبه مقدار α_{jk} و β_{jk} به ماهیت فرایندهای تولیدکننده و مصرف‌کننده و نیز نرخ تولید و مصرف مواد ذخیره شده وابسته است، لذا بر اساس نوع فعالیت پیشین و پسین برای فعالیت ذخیره‌سازی می‌توان سه حالت را مورد ارزیابی قرار داد.

پیوسته ــ پیوسته

این بدان معنا است که فعالیت‌های قبل و بعد از فعالیت ذخیره‌سازی از نوع پیوسته باشند. در این حالت $\alpha_{j,k}$ برابر صفر است و می‌توان $\beta_{j,k}$ را براساس نرخ ذخیره‌سازی ـ که به صورت تفاوت بین نرخ تولید و نرخ مصرف ماده حد واسط در نظر گرفته می‌شود تخمین زد. این تخمین البته یک حد پایین برای دوره زمانی فعالیت ذخیره‌سازی است، زیرا همواره فعالیت تولید مواد می‌بایست قبل از مصرف آن آغاز شود. لذا محدودیت دوره زمانی انجام فعالیت ذخیره‌سازی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\tau^{f}_{i,j_{st},k_{st}} - \tau^{s}_{i,j_{st},k_{st}} \ge \frac{1}{rate_{k_{st}}} B_{i,j_{st},k_{st}} \qquad (۲۶)$$

$$for \quad \forall k_{st} \in R_{d_{st}} \ , \ j_{st} \in R_{u_{st}} \ , \ i \in R$$

$$rate_{k_{st}} = rate_p - rate_c$$

که $rate_p$ و $rate_c$، نرخ تولید و مصرف فعالیت‌های پیشین (تولید) و پسین (مصرف) است.

در این حالت زمان آغاز فعالیت ذخیره‌سازی هم‌زمان با آغاز فعالیت پیوسته تولید خواهد بود. بر این اساس محدودیت توالی برای فرایند ذخیره‌سازی به صورت زیر خواهد بود:

$$\tau^{s}_{i,j_{st},k_{st}} - H(1 - T_{i,k_{st}}) \le \tau^{s}_{i,j',k'} + H(1 - T_{i,k}) \qquad (۲۷)$$

$$\tau^{s}_{i,j',k'} - H(1 - T_{i,k}) \le \tau^{s}_{i,j_{st},k_{st}} + H(1 - T_{i,k_{st}})$$

$$\forall k \in R_{dc} \ , \ k_{st} \in R_{st_k} \ , \ j \in R_{u_k} \ , \ i \in R_t$$

www.SID.ir

Archive of SID

مجموعه معادله‌های بالا تضمین می‌کند که فعالیت ذخیره‌سازی هم‌زمان با آغاز فعالیت تولید، شروع شود.

$$\tau^{s}_{i,j_{st},k_{st}} = \tau^{s}_{i,j',k'} \qquad (۲۸)$$

ناپیوسته ـ پیوسته

در این حالت نیز $\alpha_{j,k}$ برابر صفر است و $\beta_{j,k}$ را می‌توان به کمک نرخ مصرف تخمین زد که باز هم یک حد پایین برای دوره زمانی انجام فعالیت ذخیره‌سازی است.

$$\tau^{f}_{i,j_{st},k_{st}} - \tau^{s}_{i,j_{st},k_{st}} \geq \frac{1}{\text{rate}_{k_{st}}} B_{i,j_{st},k_{st}} \qquad (۲۹)$$

$$\text{for } \forall k_{st} \in R_{d_{st}},\ j_{st} \in R_{u_{st}},\ i \in R$$

$$\text{rate}_{k_{st}} = \text{rate}_{c}$$

محدودیت توالی فعالیت در این حالت بیان می‌کند که فعالیت ذخیره‌سازی باید بلافاصله پس از پایان فعالیت تولید ناپیوسته آغاز شود:

$$\tau^{s}_{i+1,j_{st},k_{st}} - H(1-T_{i,k_{st}}) \leq \tau^{f}_{i,j',k'} + H(1-T_{i,k}) \qquad (۳۰)$$

$$\tau^{f}_{i,j',k'} - H(1-T_{i,k_{st}}) \leq \tau^{f}_{i,j',k'} + H(1-T_{i,k})$$

$$\forall k \in R_{db},\ k_{st} \in R_{st_k},\ j \in R_{u_k}\ i \in R_t$$

لذا زمان آغاز فعالیت ذخیره‌سازی با زمان پایان فعالیت تولید یکسان خواهد بود:

$$\tau^{s}_{i+1,j_{st},k_{st}} = \tau^{f}_{i,j',k'} \qquad (۳۱)$$

ناپیوسته ـ ناپیوسته

در این حالت چون هیچ نرخ صریحی برای تولید یا مصرف مواد ذخیره شده وجود ندارد $\beta_{i,k} = 0$ و $\alpha_{j,k} = \tau_{jst,kst}$ به عنوان یک متغیر در نظر گرفته می‌شود. محدودیت دوره زمانی برای فعالیت ذخیره‌سازی به صورت زیر است که دارای ترم غیرخطی است:

$$\tau^{f}_{i,j_{st},k_{st}} - \tau^{s}_{i,j_{st},k_{st}} = \tau_{j_{st},k_{st}} T_{i,k_{st}}\ , \qquad (۳۲)$$

$$\text{for } \forall k_{st} \in R_{d_{st}},\ j_{st} \in R_{u_{st}},\ i \in R_t$$

که $\tau_{jst,kst}$ دوره زمانی انجام k_{st} در j_{st} است که ذاتاً یک متغیر پیوسته مثبت است. به کمک روش‌های خطی‌سازی، این حاصل‌ضرب متغیر باینری در متغیر پیوسته را می‌توان حذف کرد. به‌این منظور متغیر جدید $\tau^{t}_{i,jst,kst}$ را برای نمایش حاصل‌ضرب $\tau_{jst,kst}\ T_{i,kst}$ تعریف کرده و آن را از طریق اضافه‌کردن محدودیت‌های زیر به فرمول‌بندی مسأله بیفزاییم:

$$\tau_{j_{st},k_{st}} - H(1-T_{i,k_{st}}) \leq \tau^{t}_{i,j_{st},k_{st}} \leq \tau_{j_{st},k_{st}} \qquad (۳۳)$$

$$\tau^{t}_{i,j_{st},k_{st}} \leq J * T_{i,k_{st}}\ ,$$

$$\text{for } \forall k_{st} \in R_{d_{st}},\ j_{st} \in R_{u_{st}},\ i \in R_t$$

تغییر در فرمول‌بندی و حذف ذخیره سازی مواد

پیش از این دیدیم که توسعه مدل زمان بندی در مورد فرایندهای پیوسته و ناپیوسته، نیازمند استفاده از تجهیزات ذخیره سازی و نیز فعالیت‌های ذخیره سازی است. اما در بیشتر واحدهای صنعتی در حال فعالیت، ذخیره سازی مواد، گلوگاه فعالیت تولید محسوب نمی شود. به عبارت دیگر در بیشتر موارد، زمان بندی فرایندها به وسیله‌ی کمبود تجهیزات و ظرفیت ذخیره سازی محدود نمی‌شود. افزون بر آن در بسیاری از موارد برای یک واحد صنعتی توسعه ذخیره سازی مواد به منظور دستیابی به سطح تولید بالاتر، امری مطلوب است.

با این دیدگاه می توان در موردهای ویژه، از فعالیت‌های مربوط به ذخیره‌سازی صرف‌نظر کرد. دقت کنیم که این صرف‌نظر کردن از فعالیت‌های مربوط به ذخیره سازی، مقدار محاسبات مدل را به مقدار قابل توجهی کاهش خواهد داد. زیرا فعالیت‌های ذخیره سازی همانند سایر فعالیت‌ها برای تخصیص به واحدها در طول زمان نیازمند متغیرهای باینری هستند که عامل تعیین کننده در میزان محاسبات در الگوریتم های معمول حل مسأله MILP (مانند الگوریتم انشعاب و تحدید) است. با حذف ملاحظات ذخیره سازی مواد در فرایندهای شبکه‌ای، لازم است تغییرهایی در مدل زمان بندی اعمال شود:

۱) محدودیت (۶) که محدودیت مربوط به ظرفیت ذخیره سازی مواد در واحد است، حذف می‌شود.

۲) همان طور که بیان شد وجود ذخیره سازی در مدل زمان بندی، ارتباط فرایندهای پیوسته و ناپیوسته را در ظرفیت‌های مازاد تولید از فعالیت بالادستی، ممکن می سازد. به عبارت دیگر در مدلی که تاکنون بیان شد، موازنه جرم تضمین می‌کرد یک فعالیت بالادستی ممکن است به یک واحد فرایندی مصرف کننده پایین دستی خوراک دهد و مازاد تولید در یک فعالیت ذخیره سازی تجمع می یابد تا در زمان های آتی مورد استفاده قرار گیرد. وجود فعالیت ذخیره سازی، امکان تولید بیش از مصرف را در مورد یک حالت از ماده فراهم می‌آورد. حال اگر فعالیت ذخیره سازی حذف

www.SID.ir

Archive of SID

شود، لازم است باز هم این فرض اساسی محفوظ باشد که در این حالت تفاوت مقدار تولید شده و مصرف یافته در هر لحظه زمانی برابر با مقدار ذخیره شده در آن لحظه است. لذا با این دیدگاه معادله‌های موازنه جرم به صورت زیر تغییر خواهد کرد:

$$\sum_{k\in R_{d_s}\cap R_{dc}\setminus R_{d_{st}}} w^{p}_{k,s} \sum_{j\in R_{u_k}} B_{i,j,k} + \sum_{k\in R_{d_s}\cap R_{db}\setminus R_{d_{st}}} w^{p}_{k,s} \sum_{j\in R_{u_k}} B_{i-1,j,k} \geq \sum_{k\in R_{d_s}} w^{c}_{k,s} \sum_{j\in R_{u_k}} B_{i,j,k} \quad , \quad \forall s\in R^{IN}_{s} \ , \ i\in R_t \qquad (۳۴)$$

این رابطه‌ها بیان می دارد که مقدار تولید هر ماده حد واسط باید بیش از مقدار مصرف آن در هر لحظه باشد. به طور مسلم تفاوت بین مقدار تولید و مصرف هر ماده حد واسط در هر لحظه، مقداری است که باید از آن حالت ماده در آن لحظه ذخیره شود. افزون بر این فرض حذف ذخیره سازی مواد رابطه موازنه جرم برای مواد اولیه و فراورده‌ها را به شکل معادله‌های (۷) و (۱۴) حفظ می‌کند.

لازم است دوباره تأکید کنیم که استفاده از این معادله‌ها در صورتی درست است که اطمینان حاصل شود که گلوگاه تولید، ظرفیت ذخیره‌سازی مواد در واحد نیست. افزون بر آن، این رابطه‌ها را می‌توان در مدل‌های زمان بندی که به منظور طراحی واحدهای جدید پیشنهاد می‌شوند، به کار برد. لحاظ کردن هزینه مواد اولیه در تابع هدف مسأله، صحت استفاده از این معادله‌ها را بالا می‌برد. حتی می توان با عدد بسیار کوچکی استفاده بیش از حد مواد اولیه در مدل را جریمه کرد.

مثال ۱

مثال مورد بررسی در این بخش، یک مدل فرضی از یک واحد شیمیایی اختلاط و بسته‌بندی فراورده‌هاست که خود می تواند بخشی از یک واحد صنعتی بزرگ‌تر باشد. شکل ۲ توالی فعالیت واحد را مطابق دستورالعمل تولید نشان می‌دهد. همه مواد حد واسط در فرایندها می توانند در تانک‌های ذخیره سازی با حجم محدود (مطابق اطلاعات جدول ۱) ذخیره شوند. شکل ۳ نیز نمودار STN برای مسأله زمان‌بندی است. جدول ۱، همه اطلاعات لازم برای انجام مسأله زمان بندی را بیان می کند. طول بازه زمانی مورد نظر برای زمان‌بندی ۳۰ ساعت است و تابع هدف مسأله حداکثر کردن درآمد حاصل از فروش فراورده‌ی نهایی است. شکل ۴ نیز نمودار بهینه زمان بندی تولید را برای این مثال نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل نیز می‌توان دید، گلوگاه تولید فراورده‌ی سیستم بسته بندی است.

این گلوگاه سبب شده است که ما از هم‌زن‌های پیوسته موجود در واحد نیز بهره برداری مطلوبی نداشته باشیم. البته این نکته ممکن است با بررسی اولیه داده‌های مسأله نیز قابل دستیابی باشد، اما نکته مهم آن است که اگر زمان بندی و توالی انجام فعالیت واحد بر اساس نمودار بیان شده در شکل ۴ باشد، حداکثر درآمد (تابع هدف مسأله) ناشی از فروش فراورده میسر است که مقداری معادل ۲۵۰ خواهد بود. مدل این مسأله شامل ۲۵۵ متغیر پیوسته و ۳۰ متغیر دوتایی است و محدودیت‌های مدل شامل ۳۴۰ محدودیت خواهد بود.

مثال ۲

در این مثال، مجموعه ای از فرایندهای پیوسته و ناپیوسته مورد بررسی قرار گرفته است. نمودار STN این فرایند در شکل ۵ نشان داده شده است. فرایند واحد شامل سه فعالیت تولیدی است که فعالیت ۱ و ۲، دو مرحله واکنش ناپیوسته متوالی است و فعالیت سوم، فعالیت بسته بندی فراورده است که به صورت پیوسته صورت می گیرد. بین دو فعالیت پیوسته و ناپیوسته نیز یک فعالیت ذخیره سازی وجود دارد و ذخیره سازی مواد بین دو فعالیت ناپیوسته نیز نامحدود فرض شده و از زمان ذخیره سازی نیز در قبال زمان فراوری فعالیت‌ها صرف‌نظر شده است. سایر اطلاعات مربوط به ورودی های مدل زمان بندی نیز در جدول ۲ ذکر شده است. در این مثال، قیمت فراورده‌ی نهایی برابر واحد و بازه زمانی مسأله زمان بندی ۳۰ ساعت فرض می‌شود. افزون بر آن، محدودیتی برای حداقل سطح تولید فراورده لحاظ نشده است.

هدف از طرح این مثال، بررسی تغییرهای ابعاد و نیز جواب بهینه "مدل زمان بندی فرایندهای آمیخته پیوسته و ناپیوسته" با تغییر n است. مقدار لحظه های زمانی (n) از عوامل تأثیر گذار در ابعاد فرمول‌بندی ریاضی و نیز صحت جواب مسأله است. به علاوه یکی از مهم ترین دلایل آن که مدل فاقد منطقه موجه[۱] باشد، تخمین نادرست از مقدار این پارامتر است.

جدول ۳، مقدارجواب بهینه مسأله را با توجه به مقدار n بیان می‌دارد. به صورت سیستماتیک پیشنهاد می‌شود [۱۱ و ۲۱] که

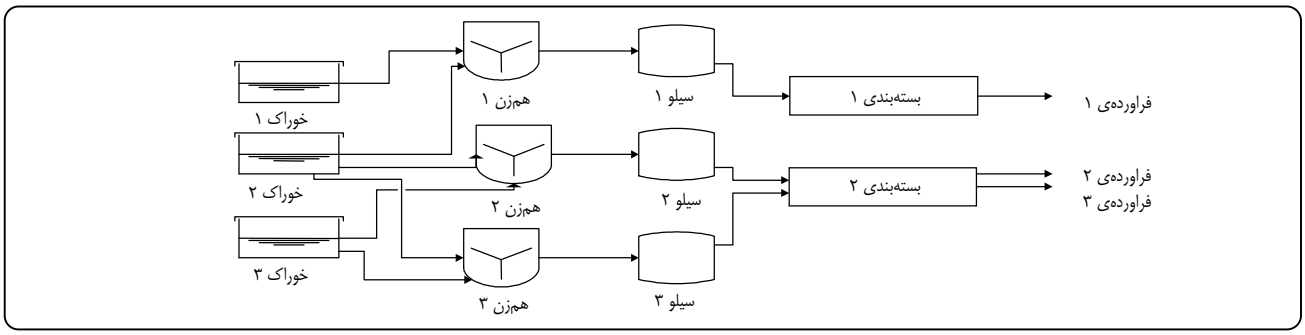
(۱) Feasible

www.SID.ir

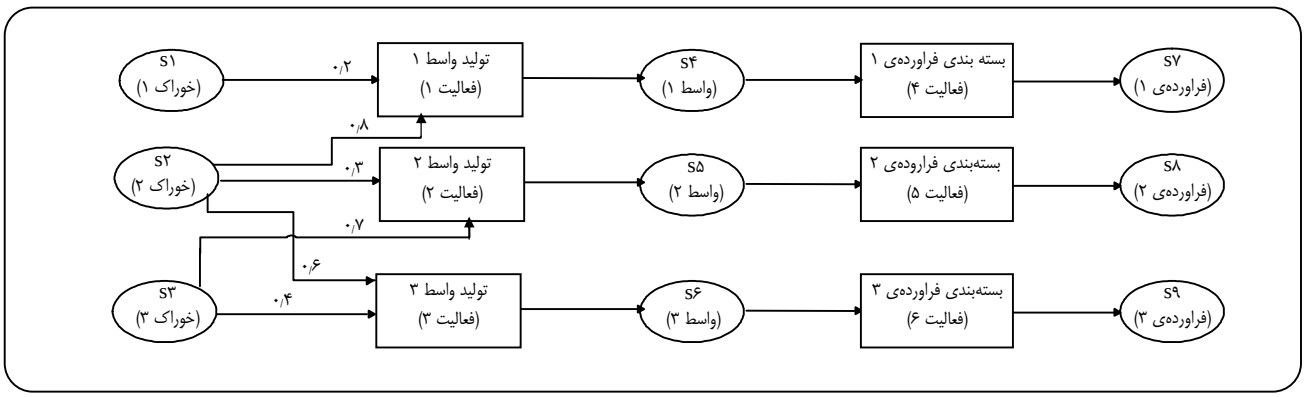
Archive of SID

جدول۱ـ اطلاعات ورودی مثال ۱.

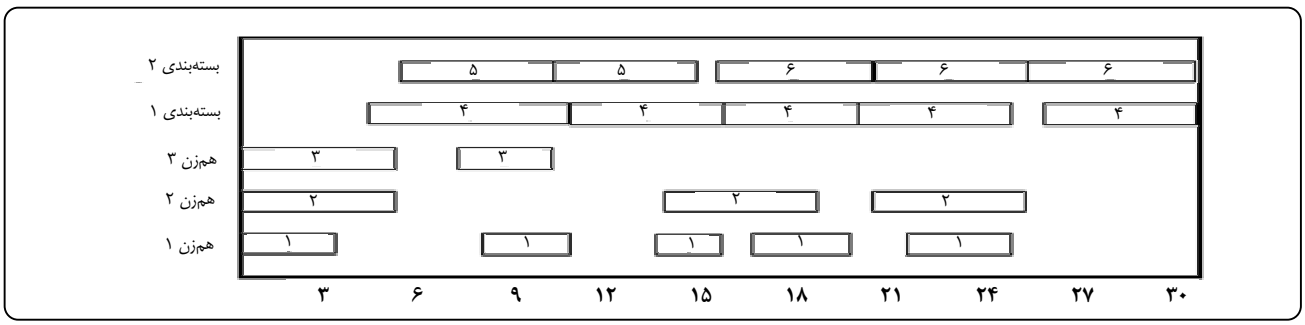
واحد	نرخ تولید واحد(تن بر ساعت)/ظرفیت واحد(تن)	زمان فراروی (ساعت)	زمان آماده سازی واحد (ساعت)
۱ (هم‌زن ۱)	۱۰	۰	۰
۲ (هم‌زن۲)	۵	۰	۰
۳ (هم‌زن ۳)	۲۵	۵	۰
۴ (سیلو ۱)	۶۰	–	۰
۵ (سیلو ۲)	۶۰	–	۰
۶ (سیلو ۳)	۶۰	–	۰
۷ (بسته‌بندی ۱)	۵	۰	۰
۸ (بسته‌بندی ۲)	۵	۰	۱



شکل ۲ـ نمودار تجهیزات و جریان مواد در مثال ۱.



شکل ۳ـ نمودار STN مثال ۱.



شکل ٤ ـ نمودار زمان بندی بهینه مثال ۱.

www.SID.ir

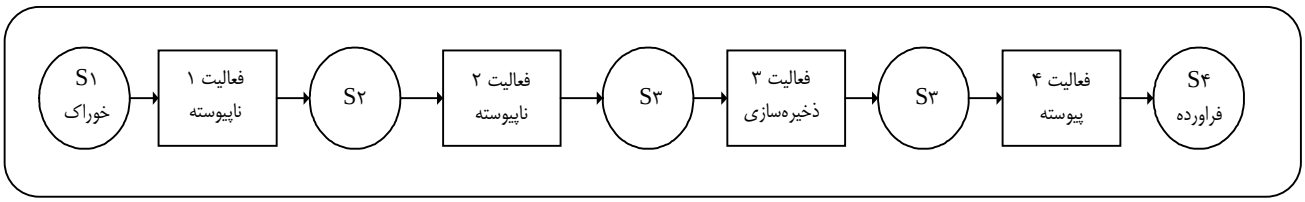
Archive of SID

جدول۲ـ داده های ورودی مثال ۲.

فعالیت	نوع فعالیت	نرخ تولید واحد (تن بر ساعت)/ظرفیت واحد(تن)	زمان فراوری (ساعت)
۱ (واکنش ۱)	ناپیوسته	۴۰	۶
۲ (واکنش ۲)	ناپیوسته	۲۵	۳
۳ (فعالیت ذخیره‌سازی ۱)	–	۳۰	–
۴ (بسته بندی)	پیوسته	۵	–

جدول ۳ـ اثر تغییر مقدار n بر مشخصات مدل.

	n=۲	n=۳	n=۴	n=۵	n=۶	n=۷	n=۸
تعداد متغیرهای دوتایی (۰-۱)	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲
تعداد متغیرهای پیوسته	۴۰	۶۰	۸۰	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۰	۱۶۰
تعداد محدویت‌ها	۷۸	۱۲۳	۱۶۸	۲۱۳	۲۵۸	۳۰۳	۳۴۸
پاسخ نهایی	۰	۲۵	۵۰	۷۵	۸۰	۸۱/۲۷۷	۸۱/۲۷۷



شکل ۵ ـ نمودار STN فرایند مثال۲.

تغییر در مقدار n، تا زمانی ادامه یابد که افزایش یک واحد بیشتر به این پارامتر سبب تغییر در مقدار تابع هدف مدل زمان بندی نشود. همان طور که در شکل ۶ نیز می بینیم، مقدار تابع هدف با افزایش n به سمت مقدار نهایی تابع هدف میل می کند. تغییر در مقدار n از ۷ به ۸ در این مسأله تغییری در مقدار تابع هدف مسأله به دنبال ندارد. لذا حالت مطلوب در این مسأله مقدار n برابر ۷ خواهد بود.

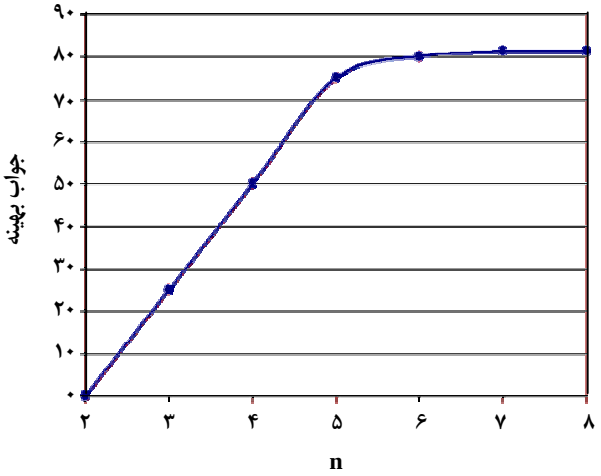
مثال۳

در این مثال، نمونه ای از یک فرایند پیچیده صنعتی را مورد بررسی قرار می دهیم. فرایند واحد شامل تولید دو فراورده، متفاوت به وسیله‌ی شش فعالیت فرایندی است. شکل ۷ نمودار STN مربوط به این فرایند را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می‌شود فرایند کلی واحد، سه مرحله واکنش را شامل می‌شود کـه به صورت ناپیوسته صورت می گیرند. افزون بر این، فراورده‌ی نهایی ۱ به وسیله‌ی یک مرحله بسته بندی پیوسته صورت می‌گیرد و تولید فراورده‌ی نهایی ۲ نیز در نتیجه انجام دو فعالیت پیوسته خشک کردن و جداسازی است. در هر خط تولید، واسطه بین فرایند پیوسته و ناپیوسته، یک تانک ذخیره سازی قرار دارد. جدول ۴ اطلاعات مورد نیاز برای فعالیت‌ها و نیز سطح مورد انتظار تولید و قیمت فراورده‌ها را بیان می دارد.

مدل زمان بندی در این مثال با سه فرض مورد بررسی قرار گرفته است. نخست مدل زمان بندی با نرخ ثابت تولید برای فرایندهای پیوسته را مورد مطالعه قرار داده ایم. سپس با فرض متغیر بودن نرخ تولید فرایندهای پیوسته، مدل حل شد. در این حالت به نرخ تولید اجازه داده شده است که در بازه ای بین ۳۰ تا ۷۰ درصد مقدار موجود در جدول ۴ تغییر کند. بررسی نهایی این مدل، بـا فرض حـذف فعالیت‌های ذخیره‌سازی از مدل زمان‌بنـدی

www.SID.ir

Archive of SID



شکل ۶ ـ اثر تغییر در مقدار n بر مدل زمان بندی فرایندهای آمیخته پیوسته و ناپیوسته.

فرایندهای آمیخته ناپیوسته و پیوسته صورت گرفته است. به طور مشخص این امر بدان معناست که مجموعه معادله‌های (۳۴) جایگزین محدودیت‌های موازنه جرم در مسأله زمان بندی شود. در این حالت قیمت هر واحد مواد اولیه برابر ۰/۱ واحد فرض شده است.

جدول ۵ نتیجه‌های مربوط به این سه حالت را با یکدیگر مقایسه می کند. مقایسه بین حالت با نرخ زمان بندی ثابت و متغیر نشان می دهد که جواب بهینه مسأله در این حالت از مقدار ۱۶۸/۶۸ به ۱۳۶/۷۱ کاهش یافته است.

افزون‌بر آن، مقایسه ستون دوم و سوم این جدول نشان می‌دهد که حذف تانک‌های ذخیره سازی در مورد این مثال سبب تغییر در مقدار تابع هدف مسأله نمی‌شود. این بدان معناست که میزان ذخیره سازی مواد در این حالت گلوگاه فرایند نیست و استفاده از معادله‌های جایگزین برای موازنه جرم در مسأله زمان بندی درست است.

نتیجه گیری نهایی

امروزه بهینه‌سازی عملکرد فرایندها به وسیله‌ی ارایه مدل‌های بهینه‌سازی برنامه ریزی تولید و نیز زمان‌بندی تولید به شدت مورد توجه صنایع و پژوهش‌گران قرار گرفته است. اگر چه که مدل‌های زمان‌بندی فراوانی برای زمان بندی فرایندهای ناپیوسته عرضه شده‌اند، اما در مورد زمان بندی فرایندهای پیوسته فعالیت‌های عمده ای صورت نگرفته است.

در این پژوهش، مدل زمان ـ پیوسته‌ای برای زمان‌بندی فرایندهای آمیخته ناپیوسته و پیوسته عرضه شده است. وجه تمایز عمده این مدل با مدل‌های پیشین توجه دقیق به مسأله ذخیره‌سازی جریان‌های حد واسط در این مدل است. افزون بر این، در این مدل سعی شده است امکان انجام فعالیت جانبی در واحد مانند تمیزکاری نیز در مدل زمان بندی لحاظ شود. خطی بودن مدل ارایه شده ضمن تضمین بهینه بودن پاسخ‌های حاصل کاربرد آن را برای مسایل واقعی ممکن خواهد ساخت.

فهرست علایم

اندیس‌ها

فعالیت‌ها	k
واحدهای فرایندی	j
حالت‌های مواد	s
لحظه زمانی	i

مجموعه ها

مجموعه کلیه فعالیت‌ها	R_d
مجموعه کلیه فعالیت‌های ذخیره‌سازی مواد	R_{dst}
مجموعه فعالیت هایی که در واحد j صورت می‌گیرد	R_{dj}
مجموعه فعالیت‌هایی که درتولید یا مصرف حالت s دخیل‌اند	R_{ds}
مجموعه فعالیت های پیوسته	R_{dc}
مجموعه فعالیت های ناپیوسته	R_{db}
مجموعه کلیه‌ی واحدها	R_u
مجموعه کلیه‌ی واحدهای ذخیره‌سازی	R_{ust}
مجموعه واحدهایی که برای انجام فعالیت k مناسب‌اند	R_{uk}
مجموعه کلیه‌ی لحظه های زمانی مدل	R_t
مجموعه کلیه‌ی حالت‌های مواد	R_s
مجموعه کلیه‌ی حالت‌های مواداولیه	R_s^R
مجموعه کلیه‌ی حالت‌های مواد حد واسط	R_s^{IN}
مجموعه کلیه‌ی فراورده‌ها	R_s^P

پارامترها

حداقل حجم واحد j برای آغاز انجام فعالیت k	V_{jk}^{min}
حداکثر حجم واحد j برای آغاز انجام فعالیت k	V_{jk}^{max}
حداقل نرخ تولید واحد j برای انجام فعالیت k	R_{jk}^{min}

www.SID.ir

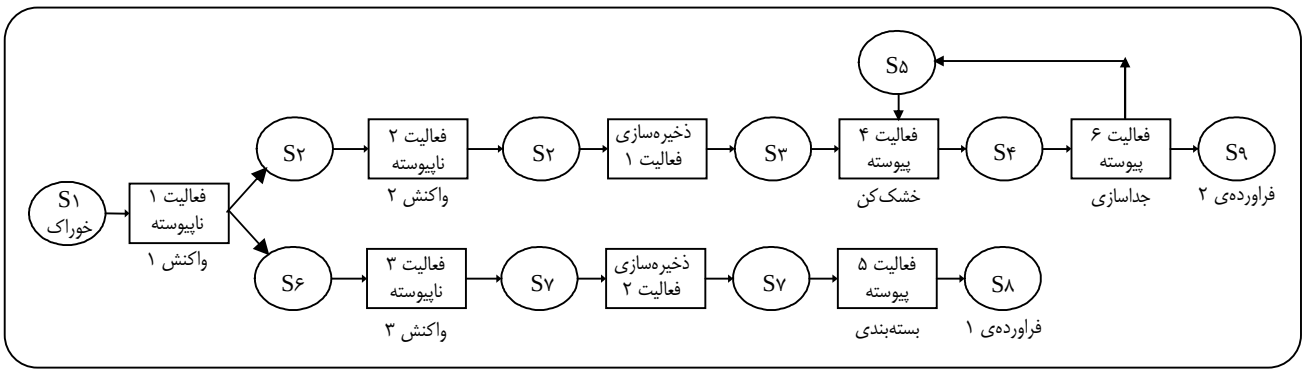
Archive of SID

جدول٤ـ داده های ورودی مثال ۳.

فعالیت	نرخ تولید واحد (تن بر ساعت)/ ظرفیت واحد (تن)	زمان فراوری (ساعت)
۱ (واکنش ۱)	۱۵	۴
۲ (واکنش ۲)	۶	۳
۳ (واکنش ۳)	۶	۳
۴ (فعالیت ذخیره‌سازی ۱)	۳۰	–
۵ (فعالیت ذخیره‌سازی ۱)	۳۰	–
۶ (خشک کردن)	۱/۵	–
۷ (جداسازی)	۱/۵	–
۸ (بسته بندی)	۱	–
حالت ماده	میزان نیاز بازار (تن)	قیمت
۱ (ماده اولیه)	–	–
۲ (ماده حد واسط)	–	–
۳ (ماده حد واسط)	–	–
۴ (ماده حد واسط)	–	–
۵ (ماده حد واسط)	–	–
۶ (ماده حد واسط)	–	–
۷ (ماده حد واسط)	–	–
۸ (محصول ۱)	۱۰	۷
۹ (محصول ۲)	۱۰	۵

جدول ۵ ـ مقایسه عملکرد مدل درحالت نرخ ثابت و نرخ متغیر تولید در فرایندهای پیوسته.

	مدل زمان‌بندی با محدودیت نرخ ثابت تولید برای فرایندهای پیوسته	مدل زمان‌بندی با محدودیت نرخ متغیر تولید برای فرایندهای پیوسته	مدل زمان‌بندی بدون در نظر گرفتن ملاحظات ذخیره‌سازی
تعداد متغیرهای دوتایی (۱،۰)	۵۶	۵۶	۴۲
تعداد متغیرهای پیوسته	۲۹۴	۲۹۴	۲۵۲
تعداد محدویت‌ها	۶۲۶	۶۴۷	۵۰۸
پاسخ نهایی	۱۶۸/۶۸	۱۳۶/۷۱	۱۶۸/۶۸ (۱۶۶/۳۱)



شکل۷ـ نمودار STN مربوط به مثال ۳.

www.SID.ir

Archive of SID

حداکثر نرخ تولید واحد j برای انجام فعالیت k	R_{jk}^{max}	متغیر پیوسته، میزان حجم فراوری شده از فعالیت k در واحد j درلحظه i	$B_{i,j,k}$
حداکثر ظرفیت موجود واحد j_{st} برای فعالیت ذخیره سازی k_{st}	$V_{jst,kst}^{max}$	متغیر پیوسته، میزان حالت s که در لحظه i به بازار تحویل می‌شود	$D_{i,s}$
مقدار نیاز بازار از حالت s	r_s	متغیر پیوسته، میزان حالت $s\epsilon R_s^R$ که در هرلحظه i از منابع خارجی تأمین می‌شود	$S_{i,s}^0$
نسبت حالت ماده s در خوراک و فراورده‌ی فعالیت k	$w_{k,s}^C$ و $w_{k,s}^P$	متغیر پیوسته، میزان حالت $s\epsilon R_s^{IN}$ که در هر لحظه i به صورت مستقیم ـ بدون ذخیره‌سازی میانی ـ به فعالیت‌های بعدی انتقال می‌یابد	$S'_{i,s}$
بازه زمانی مورد نظر برای مسأله زمان بندی	H	متغیر پیوسته، میزان آغاز فعالیت k در واحد j در لحظه i	$\tau^s_{i,j,k}$
پارامتر ثابت برای زمان پردازش فعالیت k در واحد j	$\alpha_{j,k}$	متغیر پیوسته، زمان پایان فعالیت k در واحد j در لحظه i	$\tau^f_{i,j,k}$
پارامتر متغیر برای زمان پردازش فعالیت k در واحد j، بیانگر زمان لازم جهت تولید یک واحد از مواد	$\beta_{j,k}$		
قیمت حالت s	P_s		

متغیرها

متغیر دوتایی مربوط به تخصیص فعالیت k به لحظه i $T_{i,k}$

تاریخ دریافت: ۸۴/۹/۶ ؛ تاریخ پذیرش: ۸۵/۱۰/۱۱

مراجع

[1] Pekny, J. F., Reklaitis, G. V., Towards the Convergence of Theory and Practice: a Technology Guide for Scheduling/Planning Methodology, Proceedings of the Third International Conference on Foundations of Computer-Aided Process Operations, p. 91 (1998).

[2] Kondili, E., Pantelides, C. C. and Sargent, R. W. H., A General Algorithm for Short-Term Scheduling of Batch Operations, Part 1. MILP Formulation, *Computers and Chemical Engineering*, **17**, p. 211 (1993).

[3] Pinto, J.M., Grossmann, I. E., Optimal Cyclic Scheduling of Multistage Continuous Multiproduct Plants, *Computers and Chemical Engineering*, **18**, p. 797 (1994).

[4] Pinto, J. M., Grossmann, I. E., A Continuous Time Mixed Integer Linear Programming Model for Short-Term Scheduling of Multistage Batch Plants, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, **34**, p. 3037 (1995).

[5] Burkard, E. R., Fortuna, T. and Hurkens, A. J., Makespan Minimization for Chemical Batch Processes Using Non-Uniform Time Grids, *Computers and Chemical Engineering*, **26**, p. 1321 (2002).

[6] Lin, X. and Floudas, C.A., Continuous-time Versus Discrete-time Approaches for Scheduling of Chemical Processes: a review, *Computers and Chemical Engineering*, **28**, p. 2109 (2004).

[7] Zhang, X., Sargent, R.W.H., The Optimal Operation of Mixed Production Facilities-Extensions and Improvements, *Computers and Chemical Engineering*, **22**, p. 1287 (1998).

[8] Lamba, N., Karimi, L.A., Scheduling Parallel Production Lines with Resource Constraints, Part 1: Model Formulation, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, **41**, p. 779 (2002).

www.SID.ir

Archive of SID

[9] Majozi, T., Zhu, X. X., A Novel Continuous-Time MILP Formulation for Multipurpose Batch Plants, Part 1: Short-Term Scheduling, *Industrial and Engineering Chemistry Research,* **40**, p. 5935 (2001).

[10] Moon, S. and Hrymak, A. N., Mixed-Integer Linear Programming Model for Short-Term Scheduling of a Special Class of Multipurpose Batch Plants, *Industrial and Engineering Chemistry Research,* **38**, p. 2144 (1999).

[11] Castro, P., Barbosa-Póvoa, A. and Matos, H., An Improved RTN Continuous-Time Formulation for the Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Plants, *Industrial and Engineering Chemistry Research,* **40**, p. 2059 (2001).

[12] Wu, D., Ierapetritou, M., Cyclic Short-Term Scheduling of Multiproduct Batch Plants Using Continuous-Time Representation, *Computers and Chemical Engineering*, **28**, p. 2271 (2004).

[13] Sundaramoorthy, A., Karimi, I.A., A Simpler Better Slot-Based Continuous-time Formulation for Short-Term Scheduling in Multipurpose Batch Plants, *Chemical Engineering Science,* **60**, p. 2679 (2005).

[14] Roe, B., Papageorgiou, L. G., Shah, N., A Hybrid MILP/CLP Algorithm for Multipurpose Batch Process Scheduling, *Computers and Chemical Engineering,* **29**, p. 1277 (2005).

[15] Orcun, S., Altinel, I. K., Hortacsu, O., General Continuous-time Models for Production Planning and Scheduling of Batch Processing Plants: Mixed Integer Linear Programming Formulations and Computational Issues, *Computers and Chemical Engineering,* **25**, p. 371 (2001).

[16] Susara A., van den Heever, and Grossmann, I. E., A Strategy for the Integration of Production Planning and Reactive Scheduling in the Optimization of a Hydrogen Supply Network, *Computers and Chemical Engineering,* **27**, p. 1813 (2003).

[17] Kumar, M., Rajotia, S., Integration of Scheduling with Computer Aided Process Planning, *Journal of Materials Processing Technology,* **138**, p. 297 (2003).

[18] Lasschuit, W., Thijssen, N., Supporting Supply Chain Planning and Scheduling Decisions in the Oil and Chemical Industry, *Computers and Chemical Engineering,* **28**, p. 863 (2004).

[19] Schilling, G., Pantelides, C. C., A Simple Continuous-Time Process Scheduling Formulation and a Novel Solution Algorithm, *Computers and Chemical Engineering,* **20**, p. S1221 (1996).

[20] Karimi, L. A., McDonald, C. M., Planning and Scheduling of Parallel Semi-Continuous Processes, Part 2: Short-Term Scheduling, *Industrial and Engineering Chemistry Research,* **36**, p. 2701 (1997).

[21] Ierapetritou, M. G., Floudas, C. A., Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling, Part 2: Continuous and Semi-Continuous Processes, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, **37**, p. 4360 (1998).

[22] Nott, H. P., Lee, P., An Optimal Control Approach for Scheduling Mixed Batch/Continuous Process Plants with Variable Cycle Time, *Computers and Chemical Engineering*, **23**, p. 907 (1999).

[۲۳] بهدانی، بهـزاد؛ پیشوایی، محمودرضـا؛ ارایه مدل زمان ـ پیوسته بهینه سـازی زمان بندی تولید در فرایندهای ناپیوسته، دهمین کنگره ملی مهندسی شیمی ایران، زاهدان، آبان (۱۳۸۴).

www.SID.ir

Archive of SID

[24] Neumann, K., Schwindt, C., Trautmann, N., Scheduling of Continuous and Discontinuous Material Flows with Intermediate Storage Restrictions, *European Journal of Operational Research*, **165**, p. 495 (2005).

www.SID.ir