

بررسی سرعت حد و سرعت بحرانی در یک ستون پاششی و ارایه یک رابطه ریاضی برای ماکسیمم قطر متوسط قطره‌ها

علی سلیمی خورشیدی*⁺، حسین ابوالقاسمی

تهران، دانشگاه تهران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشکده مهندسی شیمی

چکیده: با توجه به این که اکثر پارامترهای انتقال جرم مثل ضریب انتقال جرم وابسته به قطر قطره هستند، بررسی پارامترهای تأثیرگذار بر قطر قطره بسیار حایز اهمیت است. در این پژوهش، ابتدا به شناخت چگونگی تغییر اندازه‌ی قطره‌ها با دبی حجمی فاز پراکنده در یک ستون پاششی پرداخته شد و در ادامه، تأثیر اندازه‌ی قطره‌ها بر سرعت حد و سرعت بحرانی را در این ستون مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور تعدادی آزمایش برای دو سیستم شیمیایی متفاوت انجام گرفت. توزیع کننده‌ها در این ستون پاششی از نوع مجموعه نازل‌ها (Set of nozzles) با قطرهای داخلی ۱ و ۱٫۳ میلی‌متر بودند. در دبی‌های حجمی متفاوت فازهای پیوسته و پراکنده، اندازه‌ی قطره‌ها به کمک روش تصویربرداری مستقیم اندازه‌گیری شد. به‌طور کلی، نتیجه‌ها نشان داده که با افزایش دبی حجمی فاز پراکنده، اندازه‌ی قطره‌ها افزایش یافته و بعد از یک دبی مشخص، اندازه‌ی قطره‌ها کاهش می‌یابد. اندازه‌ی قطره‌ها نیز چنین تأثیری بر سرعت حد دارد. بر اساس نقطه‌ای خاص که در آن، منحنی سرعت حد بر حسب اندازه‌ی قطره‌ها دارای ماکسیمم است سرعت حد بحرانی قابل تعریف می‌باشد. در نهایت رابطه‌ای برای ماکسیمم میانگین اندازه‌ی قطره‌ها بر حسب اعداد بی بعد ارایه شده است. تجزیه نتیجه‌ها نشان می‌دهد که رابطه مدل شده، ماکسیمم قطر متوسط ساتر را با خطای حدود ۹٫۶۱ درصد پیش‌گویی می‌کند.

واژه‌های کلیدی: ستون پاششی، دبی حجمی، قطر متوسط قطره‌ها، سرعت حد، سرعت بحرانی، مدل‌سازی.

KEY WORDS: Spray column, Flow rate, Mean drop size, Terminal velocity, Critical velocity, Modeling.

مقدمه

با افزایش قطر قطره، قطره‌ها تغییر شکل یافته و از حالت کروی به حالت بیضوی متقارن و در نهایت به شکل‌های نامنظم تبدیل می‌شوند. مطالعه‌ی حرکت و عبور گروه‌های قطره‌ها از میان فاز پیوسته مفهومی مهم در بحث استخراج مایع است، زیرا سرعت‌های قطره‌ها می‌توانند ظرفیت دستگاه استخراج را مشخص نموده و حرکت نسبی قطره و توده‌ی سیال همچنین بر انتقال جرم جابه‌جایی میان فازها اثر خواهد گذاشت.

مطالعه‌ی حرکت و رفتار قطره‌ها در فرایندهای استخراج مایع - مایع از این جهت اهمیت دارد که در بیشتر تجهیزات استخراج، تماس میان مایعات به‌واسطه‌ی پراکنده‌شدن قطره‌ها انجام می‌پذیرد. شکل قطره‌های مایع در حال حرکت تحت شرایط متفاوت، توسط پژوهشگران زیادی مورد بررسی قرار گرفته است [۵ - ۱]. با عکسبرداری و مطالعه‌ی قطره‌ها مشاهده شد هنگامی که اندازه‌ی قطره‌ها کوچک است، بیشتر شکل آنها کروی است.

+E-mail: akhorshidi@ut.ac.ir

به طور کلی با داشتن اندازه‌ی قطره‌ها در شرایط عملیاتی متفاوت می‌توان به کمک روش‌های موجود، یک مدل ریاضی مناسب برای محاسبه تغییرهای قطر قطره‌ها ارایه کرد. بنابراین، لزوم ساخت یک مدل آن است که افزون بر پیروی از فرضیه‌های حاکم بر موضوع، فرض‌های اساسی مدل‌سازی را نیز به درستی رعایت کرده باشد. برای این منظور با استفاده از آخرین نسخه در دسترس نرم‌افزار Eviews [۱۴] مدل بهینه تهیه شد. سپس برای ارزیابی درستی آماری مدل نیز از آزمون‌های متعددی که در نرم‌افزار مذکور وجود دارند، استفاده شد که از میان آنها می‌توان به میزان هم‌پوشانی تغییرهای متغیر وابسته به وسیله‌ی متغیرهای مستقل (آزمون R^2 و R^2_{adj})، آزمون معنی‌دار بودن ضریب‌های جزئی رگرسیون (آزمون توزیع t)، آزمون معنی‌دار بودن ضریب‌های کلی رگرسیون (آزمون توزیع F) و بررسی خودهمبستگی و همبستگی باقی‌مانده‌ها و متغیرهای مستقل (آزمون دوربین - واتسون) اشاره کرد.

دستگاه و مواد شیمیایی

ستون پاششی مورد استفاده در آزمایش‌ها از جنس شیشه و به قطر ۱۵ و ارتفاع ۱۵۰ سانتی‌متر ساخته شده است که در قسمت پایین آن یک شیر تخلیه و یک ورودی برای اتصال توزیع‌کننده‌های متفاوت برای ورود فاز پراکنده تعبیه شده است. توزیع‌کننده‌ها از نوع مجموعه نازل‌ها هستند. برای انجام آزمایش‌ها از توزیع‌کننده‌هایی با قطر داخلی ۱ و ۱/۳ میلی‌متر استفاده شده است. دبی حجمی فاز پراکنده به وسیله‌ی یک پمپ دیجیتالی قابل تنظیم است.

از دوربین عکاسی SONY مدل DSC-F4۲۸ برای عکس‌برداری از قطره‌ها استفاده شده است و به گونه‌ای در کنار ستون نصب شد که بتواند از قسمت‌های متفاوت برج عکس‌برداری کند. سرعت عکس‌برداری دوربین عکاسی مورد نظر برابر با ۳۲۰ عکس بر ثانیه است. نمای ساده‌ای از ستون پاششی مورد استفاده در آزمایش‌ها در شکل ۱ آورده شده است. همچنین ویژگی‌های فیزیکی سیستم‌های شیمیایی مورد استفاده در جدول ۱ ارایه شده است. μ_c و μ_d به ترتیب گران‌روی فاز پراکنده و فاز پیوسته، ρ_c و ρ_d به ترتیب چگالی فاز پراکنده و فاز پیوسته، σ کشش سطحی و D_M ضریب نفوذ مولکولی فاز پراکنده است.

سرعت حد توده‌ای مفهومی است به معنی مسافت عمودی طی‌شده در واحد زمان و با استفاده از این مفهوم می‌توان زمان اقامت قطره‌های موجود در سیستم را محاسبه کرد. بسیاری از پژوهشگران [۹-۶] گزارش کرده‌اند که یک قطره بعد از جدا شدن از نازل و به دنبال مرحله‌ی شتاب‌گیری اولیه، به تقریب پس از طی مسافت ۵ الی ۱۵ سانتی‌متر به سرعت حد خود می‌رسد. مطالعه‌ی چنین اثرهایی برای ستون‌های سینی‌دار از نوع صفحه‌ی سوراخدار به علت کم بودن فاصله سینی‌ها از یکدیگر و یا در ستون‌های ضربه‌ای (pulsed) دارای اهمیت فراوانی است.

علت اصلی بررسی سرعت حد قطره‌ها در این مقاله، تأثیری است که سرعت حد بر پارامترهای متفاوت انتقال جرم می‌گذارد. هنگامی که نیروی دراگ روی قطره در حال حرکت با سرعت حد آن، که برابر نیروی شناوری است، و نیروی سطحی، که در اثر تفاوت کشش بین سطحی روی سطح ایجاد می‌شود، با یکدیگر به تعادل برسند، یک نقطه‌ی بحرانی حاصل می‌شود که اگر نیروی شناوری بزرگ‌تر از نیروی مقاومت سطح باشد، چرخش درونی قطره می‌تواند آغاز شود. پژوهشگرانی همچون *Slater et al.* [۱۰] نیز به تأثیر قطر قطره بر سرعت حد آنها پرداخته‌اند. در کار این پژوهشگران، سرعت حد در قطر ۶ میلی‌متر به مقدار ماکسیمم خود می‌رسد و از طرفی ضریب‌های انتقال جرم در مورد قطره‌های بزرگ به سمت مقدار ثابتی میل می‌کند. در این نقطه‌ی ماکسیمم سرعت حد، می‌توان فرض کرد که ضریب انتقال جرم به تقریب ثابت است [۱۳-۱۱].

در ستون‌هایی که تعداد قطره‌ها زیاد است، به طور معمول با قطره‌هایی با قطرهای متفاوت سر و کار خواهیم داشت. بنابراین، لازم است قطر متوسط قطره‌ها (قطر حجمی - سطحی) به‌دست آید. قطر متوسط قطره‌ها (قطر حجمی - سطحی) یا قطر ساتر) به وسیله‌ی معادله‌ی زیر قابل اندازه‌گیری است:

$$d_p = \frac{\sum_{i=1}^N n_i d_i^3}{\sum_{i=1}^N n_i d_i^2} \quad (1)$$

d_i قطر هر قطره است که به وسیله‌ی عکس‌برداری از ستون در هر آزمایش قابل اندازه‌گیری است.

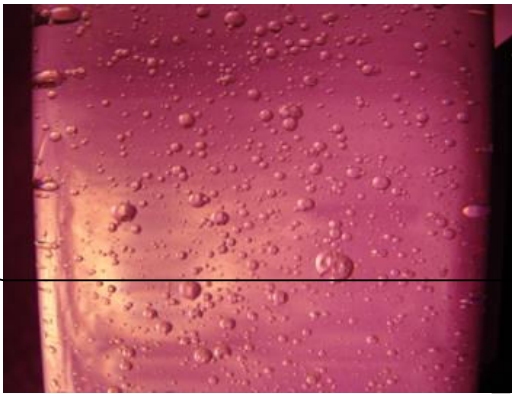
برای انجام آزمایش‌ها، ابتدا دو فاز پراکنده و پیوسته از یکدیگر به طور کامل اشباع شده و سپس ستون از فاز پیوسته پر می‌شود.

آزمایش‌ها

جدول ۱- خواص فیزیکی سیستم های شیمیایی مورد استفاده.

سیستم	μ_d (kg/m.sec)	μ_c (kg/m.sec)	ρ_d (kg/m ³)	ρ_c (kg/m ³)	σ (N/m)	D_M (m ² /sec)
بوتانل - آب	$225/4 \times 10^{-5}$	$995/9 \times 10^{-6}$	۸۱۲/۷	۹۷۹/۴	$1/2 \times 10^{-3}$	$4/56 \times 10^{-9}$
تولونن - آب	$643/4 \times 10^{-6}$	$930/7 \times 10^{-6}$	۸۵۷/۹	۹۹۵/۶	$3/2 \times 10^{-3}$	$2/27 \times 10^{-9}$

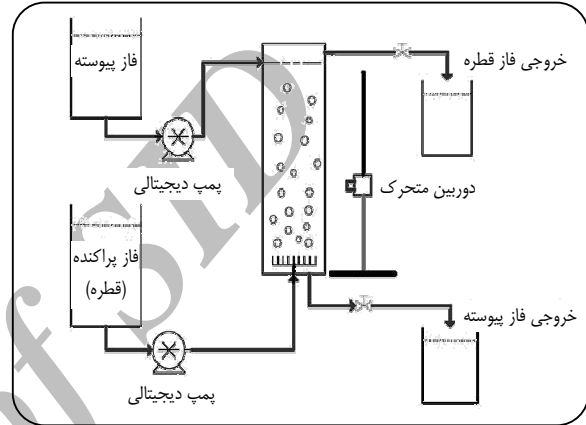
لازم به ذکر است که دقت اندازه‌گیری به وسیله نرم افزار اتوکد برابر $0/0001$ سانتی‌متر می‌باشد. همچنین سرعت حد قطره‌ها به این صورت اندازه‌گیری شده است که در فاصله‌های



شکل ۲- نمونه ای از عکس‌های گرفته شده از قطره‌ها.

مشخص از طول ستون، لحظه‌ی عبور قطره از فاصله ۱۰ سانتی‌متری از بالای نازل تا رسیدن قطره به یک نقطه مشخص به وسیله کروномتر اندازه‌گیری شده و با داشتن طول طی شده به وسیله قطره و زمان آن، سرعت حد به دست آمده است. طول طی شده به وسیله قطره، به منظور اندازه‌گیری سرعت حد قطره، برابر با ۸۰ سانتی‌متر است. در ضمن دقت اندازه‌گیری در مورد سرعت حد قطره برابر $0/01$ است. به طور معمول هر آزمایش چند مرتبه تکرار شد تا میزان خطای اندازه‌گیری شده به حداقل برسد.

در سری دوم آزمایش‌ها از سیستم شیمیایی تولونن - آب استفاده شده است. قطر داخلی نازل برابر ۱ و $1/3$ میلی‌متر بوده و در ۳ دبی حجمی متفاوت فاز پیوسته و ۶ دبی حجمی متفاوت فاز پراکنده، قطر متوسط قطره‌ها و سرعت حد به دست آمده است. تعداد کل آزمایش‌های انجام گرفته برابر با ۷۲ آزمایش و تعداد



شکل ۱- نمای ساده ای از ستون پاششی مورد استفاده در آزمایش‌ها.

به کمک پمپ، فاز پراکنده به داخل فاز پیوسته پمپ می‌شود. دو سری آزمایش به منظور بررسی اثر دبی حجمی فاز پراکنده روی قطر متوسط قطره‌ها و تأثیر قطر متوسط قطره‌ها روی سرعت حد انجام شد.

سری اول آزمایش‌ها مربوط به سیستم شیمیایی بوتانل - آب است. قطر داخلی نازل برابر ۱ و $1/3$ میلی‌متر بوده و در ۳ دبی حجمی متفاوت فاز پیوسته و ۶ دبی حجمی متفاوت فاز پراکنده، قطر متوسط قطره‌ها و سرعت حد به دست آمده است. بدین صورت که در هر آزمایش به وسیله دوربین از قطره‌ها عکس‌برداری شده و به کمک نرم افزار اتوکد، اندازه‌ی قطره‌ها به دست آمده و به کمک معادله‌ی (۱) قطر متوسط حجمی - سطحی محاسبه شده است. در واقع با آنالیز چندین عکس به ازای هر آزمایش، در مقاطع متفاوت ستون، که هر عکس شامل حداقل ۳۰ قطره بوده است، به وسیله نرم افزار اتوکد ۴، و قرار دادن نتیجه‌های اندازه‌گیری در معادله‌ی (۱)، قطر متوسط قطره‌ها برای هر آزمایش به دست آمده است. نمونه‌ای از عکس‌های گرفته شده به وسیله دوربین در شکل ۲ آمده است.

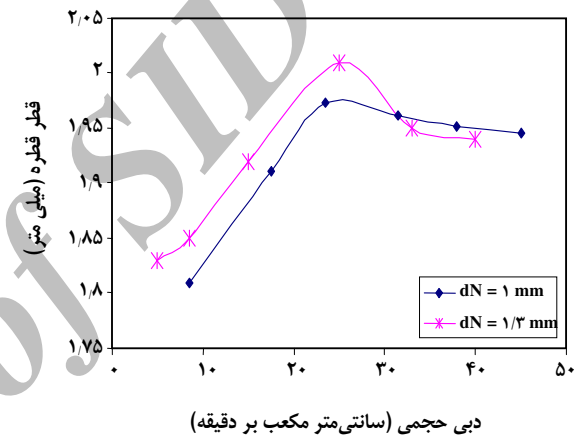
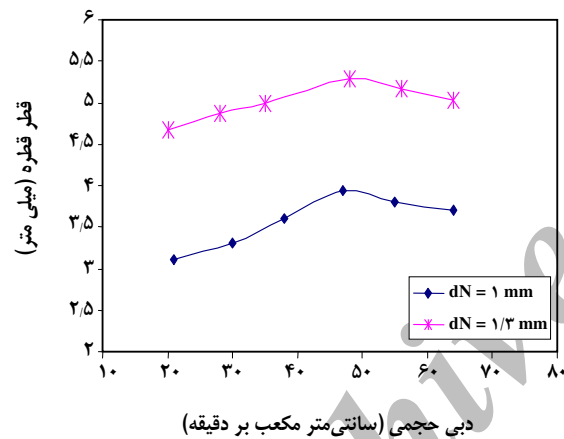
نتیجه‌ها و بحث

مقادیر ماکسیمم قطر متوسط قطره‌ها برابر با ۱۲ است که در جدول ۲ مقادیر دقیق این پارامتر آمده است.

تأثیر دبی حجمی فاز پراکنده بر قطر متوسط قطره‌ها برای دو سیستم شیمیایی مورد استفاده در آزمایش‌ها، به طور نمونه در جدول ۲- مقادیرهای دقیق ماکسیمم قطر ساتر قطره‌ها و سرعت‌های حد بحرانی.

dN=۱ mm	d_{Tmax} (mm)	۱,۳۷۴	۱,۹۷۳	۳,۲۶۰	۴,۳۳۳	۴,۵۸۰	۳,۹۴۲
	u_T (cm/s)	۹,۶	۱۰	۱۰,۶	۱۱,۴	۱۴,۸	۱۵,۳
dN=۱/۳ mm	d_{Tmax} (mm)	۲,۰۱۰	۵,۰۷۹	۵,۲۸۵	۵,۲۶۵	۳,۰۰۰	۲,۲۷۹
	u_T (cm/s)	۹,۸	۱۲,۳	۱۳	۱۳,۷	۱۶	۱۶,۴

مشاهده می‌شود. طبق شکل ۴ می‌توان گفت اندازه‌ی قطره‌ها در سیستم تولوئن - آب در دبی حجمی حدود $48 \text{ cm}^3/\text{min}$ به مقدار ماکسیمم خود، برای قطر نازل ۱ میلی‌متر و $5/285 \text{ mm}$ برای قطر نازل ۱/۳ میلی‌متر می‌رسد.



شکل ۳- اثر دبی حجمی فاز پراکنده بر قطر متوسط قطره‌ها در سیستم بوتانل - آب.

شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. شکل ۳ چگونگی تغییرهای قطر متوسط قطره‌ها بر حسب دبی حجمی فاز پراکنده را برای سیستم شیمیایی بوتانل - آب و شکل ۴ چگونگی این تغییرها را برای سیستم تولوئن - آب، به ازای دبی حجمی $200 \text{ cm}^3/\text{min}$ از فاز پیوسته، نشان می‌دهد.

در سیستم شیمیایی بوتانل - آب مشاهده می‌شود برای قطرهای نازل ۱ و ۱/۳ میلی‌متر، قطر قطره‌ها به تقریب تا دبی حجمی $25 \text{ cm}^3/\text{min}$ افزایش یافته و پس از آن کاهش می‌یابد. این مقدار ماکسیمم اندازه قطره برای دو سیستم مورد نظر عبارت‌اند از 1.973 mm برای قطر نازل ۱ mm و 2.01 mm برای قطر نازل ۱/۳ mm.

همان‌طور که از شکل ۴ مشخص است، روند مذکور برای سیستم بوتانل - آب با اندکی تغییر در سیستم تولوئن - آب نیز

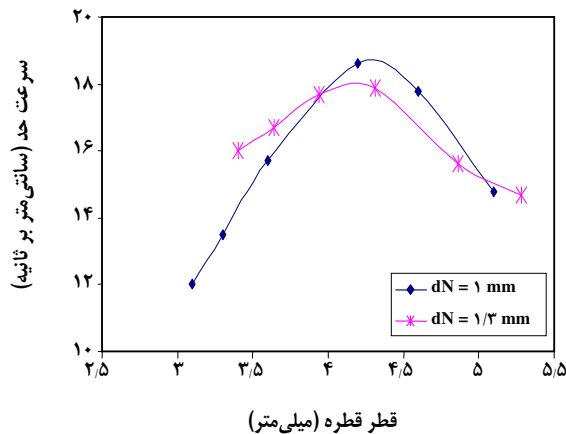
شکل ۴- اثر دبی حجمی فاز پراکنده بر قطر متوسط قطره‌ها در سیستم تولوئن - آب.

شکل‌های ۵ و ۶ تأثیر قطر متوسط قطره‌ها را روی سرعت حد در دو سیستم شیمیایی مورد استفاده و دو قطر نازل نشان می‌دهند. در شکل ۵ تأثیر تغییر در قطر متوسط قطره‌ها بر سرعت حد آنها برای سیستم بوتانل - آب ترسیم شده است.

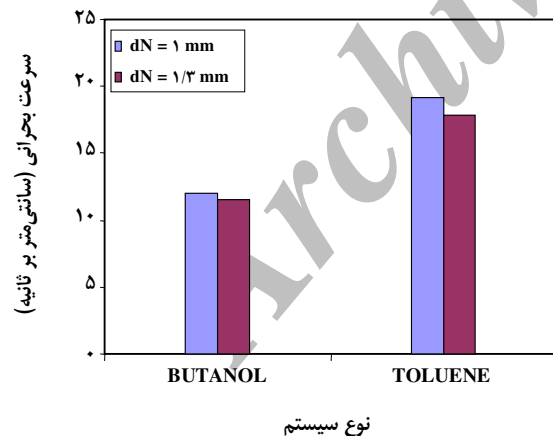
همان‌طور که از شکل ۵ پیداست با افزایش قطر متوسط قطره‌ها، سرعت حد افزایش یافته و به یک نقطه ماکسیمم رسیده و پس از آن، با افزایش قطر، سرعت حد کاهش می‌یابد. این روند تغییرها برای هر دو قطر نازل تکرار شده است. به طوری که برای قطر نازل ۱ میلی‌متر، سرعت حد قطره‌ها به ازای قطر متوسط

در شکل ۶ می‌توان روند تغییرهای سرعت حد بر حسب قطر متوسط قطره‌ها را در سیستم تولوئن - آب مشاهده کرد. شکل ۶ حاکی از آن است که برای سیستم تولوئن - آب و به ازای قطر نازل ۱ میلی‌متر، سرعت حد در اندازه‌ی قطر ۳/۷ mm به بیشترین شیمیایی مورد استفاده به ترتیب به وسیله‌ی شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است.

همان‌طوری که از شکل ۷ برمی‌آید، مقادیر قطر بحرانی برای سیستم تولوئن - آب بیشتر از مقدارهای این پارامتر برای سیستم بوتانل - آب است. دلیل این امر این است که هر چه کشش



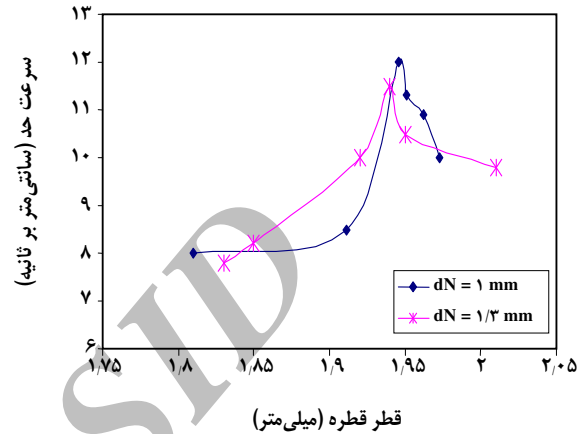
شکل ۶- تغییرهای سرعت حد بر حسب قطر متوسط قطره‌ها در سیستم تولوئن - آب.



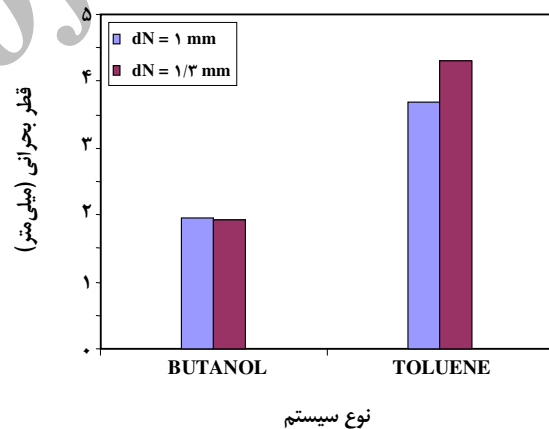
شکل ۸- مقایسه سرعت بحرانی برای دو سیستم شیمیایی مورد استفاده.

بین فازی سیستمی بزرگ‌تر باشد، قطره‌های بزرگ‌تری به وجود می‌آیند. بنابراین، سیستم شیمیایی تولوئن - آب که دارای کشش

قطره ۱/۹۴۶ mm به ۱۲ cm/sec و برای قطر نازل ۱/۳ میلی‌متر، سرعت حد به ازای قطر متوسط قطره ۱/۹۴ mm به ۱۱/۵ mm رسیده و پس از آن و با افزایش قطر قطره‌ها، سرعت حد کاهش می‌یابد.



شکل ۵- تغییرهای سرعت حد بر حسب قطر متوسط قطره‌ها در سیستم بوتانل - آب.



شکل ۷- مقایسه قطر بحرانی برای دو سیستم شیمیایی مورد استفاده.

مقدار خود یعنی ۱۹/۲ cm/sec می‌رسد. این پارامتر همچنین به ازای قطر نازل ۱/۳ میلی‌متر در قطر متوسط قطره برابر ۴/۳۱ mm به مقدار ماکسیمم در ۱۷/۸ cm/sec می‌رسد و پس از این مقدار و با افزایش قطر قطره‌ها، روندی نزولی پیش می‌گیرد. برای بررسی تأثیر نوع خوراک مورد استفاده در آزمایش‌ها، نحوه تغییرهای قطر بحرانی و سرعت بحرانی برای دو سیستم

نسبت به سیستم بوتانل-آب است. این واقعیت را می‌توان به تفاوت چگالی بین دو فاز در یک سیستم نسبت داد. در واقع با افزایش تفاوت چگالی بین دو فاز، صعود قطره‌ها در فاز پیوسته افزایش می‌یابد.

نسبت (μ_d/μ_c) ، $(\Delta\rho/\rho_c)$ و $(\Delta\rho/\rho_d)$ در تهیه مدل نهایی ناچیز است و حتی باعث افزایش میزان خطای مدل نیز می‌شوند. لذا از این متغیرها در تهیه مدل نهایی استفاده نشده است. در نتیجه به رابطه‌ای بین d_{max} و اعداد بدون بعد Weber، Reynolds و Eotvos به شکل رابطه (۶) رسیدیم.

$$\frac{d_{\text{max}}}{d_N} = k We^a Re^b Eo^c \quad (6)$$

طبق تعریف، عددهای بدون بعد استفاده شده عبارت‌اند از:

$$We = \frac{\Delta\rho u_T^2 d_N}{\sigma_d} \quad (7)$$

$$Re = \frac{\Delta\rho u_T d_N}{\mu_d} \quad (8)$$

$$Eo = \frac{\Delta\rho g d_N^2}{\sigma_d} \quad (9)$$

که $\Delta\rho = \rho_d - \rho_c$ ، تفاوت چگالی دو فاز، u_T سرعت حد بحرانی در هر آزمایش، d_N قطر نازل، σ_d کشش سطحی فاز پراکنده، μ_d گرانروی فاز پراکنده و g شتاب‌گراش است. مدل‌سازی داده‌ها به وسیله نرم افزار Eviews، انجام شده و خروجی نرم افزار در جدول ۳ آورده شده است.

پس از جایگذاری ضریب‌ها در معادله (۶) به معادله (۱۰) که معادله نهایی و به‌دست آمده از تحلیل داده‌های آزمایشگاهی به وسیله نرم‌افزار مذکور است، خواهیم رسید.

$$\frac{d_{\text{max}}}{d_N} = 0.41 We^{-0.25} Re^{0.25} Eo^{-0.24} \quad (10)$$

در برخی از موردها احتمال دارد که یک یا چند متغیر انتخاب شده برای ساخت مدل، اثر قابل توجهی در برازش منحنی نداشته باشند و به عبارت دیگر، مقدارهای آنها صفر و یا نزدیک به صفر باشد. یکی از موردهایی که کار با نرم‌افزار Eviews را ساده نموده است، محاسبه احتمال تأیید این نظریه است که تحت عنوان Prob (F-Statistic) و Prob (t-Statistic) در نتیجه‌ها مشاهده

بین فازی بزرگ‌تری است، قطره‌های بزرگ‌تری را شامل می‌شود.

شکل ۸ توزیع سرعت بحرانی را برای دو سیستم مورد نظر نشان می‌دهد. با توجه به این نمودار ملاحظه می‌شود که سرعت بحرانی برای سیستم تولوئن - آب دارای مقدارهای بزرگ‌تری

مدل‌سازی ماکسیمم قطر متوسط قطره‌ها

در کار تجربی حاضر، برای مدل‌سازی قطر ماکسیمم قطره‌ها از روش تحلیل ابعادی استفاده شده است. پارامترهای مؤثر بر قطر متوسط قطره عبارت‌اند از: کشش بین سطحی، سرعت در خروجی نازل، چگالی و گرانروی هر دو فاز، قطر نازل و شتاب ثقل. به طور کلی معادله‌ی زیر را می‌توان بین پارامترهای بالا بیان کرد:

$$f(d_{\text{max}}, \sigma, u, \rho_c, \rho_d, \Delta\rho, \mu_c, \mu_d, d_N, g) = 0 \quad (2)$$

تابع بالا دارای ده متغیر است که می‌توان طبق قضیه π ، هفت گروه بدون بعد را در آن تعریف کرد:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7) = 0 \quad (3)$$

در نهایت به کمک آنالیز ابعادی می‌توان معادله‌ی (۳) را به صورت زیر بیان نمود:

$$f(We, Re, Eo, \frac{d_{\text{max}}}{d_N}, \frac{\Delta\rho}{\rho_d}, \frac{\Delta\rho}{\rho_c}, \frac{\mu_d}{\mu_c}) = 0 \quad (4)$$

و در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{d_{\text{max}}}{d_N} = k (We)^a (Re)^b (Eo)^c \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_d}\right)^d \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^e \left(\frac{\mu_d}{\mu_c}\right)^f \quad (5)$$

ضریب‌های ثابت k, a, b, c, d, e, f در حالت بهینه به وسیله روش‌های متفاوت قابل محاسبه است. این مدل با تکیه بر مبانی آماری قوی به عنوان یکی از مناسب‌ترین روش‌ها برای پیش‌بینی d_{max}/d_N مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتیجه‌های حاصل از این مدل مبتنی بر متغیرهای بدون بعد نظیر We, Re, Eo بوده و به پیش‌بینی پارامتر d_{max} می‌پردازد. در این مقاله، رفتار تابعی بین d_{max}/d_N و متغیرهای مستقل بر اساس تحلیل رگرسیون داده‌های سری زمانی و نظریه‌های علمی به دست آمده است.

همچنین نتیجه‌های بررسی‌های حاصل از مدل‌سازی داده‌ها به وسیله نرم افزار، نشان می‌دهد که میزان تأثیر پارامترهای

برای ضریب‌های k و b کمتر از 0.05 و در مورد a و c کمی بزرگ‌تر است که نشان می‌دهد تأثیر ضریب‌های a و c کم‌تر بوده و می‌توان از آنها صرف‌نظر کرد. در واقع با وقوع این حقیقت، این اختیار را خواهیم داشت که با کاهش اعداد بدون بعد، سریع‌تر و آسان‌تر به مدل مورد نظر برسیم. حال احتمال دارد که

می‌شوند و اگر این احتمال‌ها کم‌تر از 0.05 باشد، نظریه‌های مذکور تأیید نمی‌شوند.

Prob (t-Statistic) نشان دهنده میزان احتمال صفر بودن هر یک از متغیرها به صورت جداگانه است. همان‌طوری که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، مقدار این پارامتر در مدل تهیه شده

جدول ۳- نتیجه‌های خروجی نرم‌افزار Eviews.

ضریب	مقدار	Std. Error	Prob(t-Statistic)
k	۰/۴۰۵۸۵۹	۰/۱۱۱۳۶۸	۰/۰۰۶۵
a	-۰/۰۱۴۴۶۲	۰/۱۱۱۴۲۴	۰/۸۹۹۹
b	۰/۴۵۲۱۲۵	۰/۰۹۸۰۷۳	۰/۰۰۱۷
c	-۰/۲۳۹۲۶۵	۰/۱۲۷۶۴۸	۰/۰۹۷۷
مشخصه‌های آماری			
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
R^2	۰/۹۳۴۴۹۵	Durbin-Watson Statistic	۳/۲۱۱۷۶۳
Adjusted R^2	۰/۹۰۹۹۳۱	Prob(F-statistic)	۰/۰۰۰۰۴۴

جدول ۴- خروجی نرم‌افزار Eviews برای مدل اصلاح شده.

ضریب	مقدار	Std. Error	Prob(t-Statistic)
k	۰/۴۰۹۰۵۷	۰/۱۰۳۶۵۶	۰/۰۰۳۴
a	۰/۴۴۸۸۰۷	۰/۰۹۰۰۱۰	۰/۰۰۰۸
b	-۰/۲۵۲۶۲۲	۰/۰۷۱۵۴۲	۰/۰۰۶۴
مشخصه‌های آماری			
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
R^2	۰/۹۳۴۳۵۴	Durbin-Watson Statistic	۳/۱۶۳۷۲۲
Adjusted R^2	۰/۹۱۹۷۶۶	Prob(F-statistic)	۰/۰۰۰۰۰۵

طبق جدول ۳ احتمال صفر بودن a (توان عدد و بر) برابر 0.09 بوده و مطابق توضیح‌های بالا می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. این کار برای مدل اولیه صورت گرفته و نتیجه‌ها در زیر گزارش شده است. بنابراین، شکل کلی مدل جدید به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d_{\text{max}}}{d_N} = k \text{Re}^a \text{Eo}^b \quad (11)$$

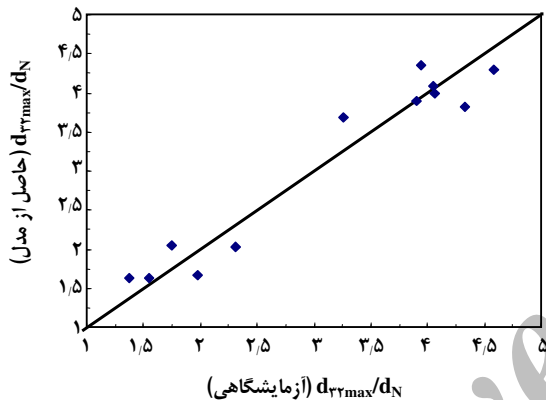
نتیجه‌های حاصل از ایجاد مدل جدید در جدول ۴ آمده است. با مشاهده این جدول خواهیم دید که Prob (t-Statistic) ضریب‌های

به طور کلی هیچ‌یک از متغیرهای مورد استفاده در برازش منحنی دارای اهمیت نباشند. میزان احتمال تأیید این نظریه با پارامتر Prob (F-Statistic) در جدول ۳ نشان داده شده است و مقدار آن برای مدل به دست آمده، برابر با صفر است و از این لحاظ نیز درستی مدل تأیید می‌شود. بنابراین، مشاهده می‌شود که مدل مذکور به خوبی متغیرهای مستقل را می‌پوشاند و هیچ متغیر حایز اهمیتی از مدل حذف نشده است.

$$\frac{d_{r_{\max}}}{d_N} = 0.41 Re^{0.45} Eo^{-0.25} \quad (12)$$

با دقت به توان عددهای بدون بعد موجود در معادله‌ی بالا می‌توان حساسیت معادله‌ی (۱۲) را نسبت به متغیرهای موجود

استفاده از R_{adj}^2 (۳) به جای انحراف‌ها، واریانس‌ها در محاسبه میزان انطباق مدل و نتیجه‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می‌گیرند و از رشد کاذب R^2 جلوگیری می‌شود. همان طوری که در جدول‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود، مقدار این پارامتر در



شکل ۹- مقایسه‌ی داده‌های آزمایشگاهی با مقدارهای حاصل از معادله‌ی (۱۲) برای $d_{r_{\max}}$.

رابطه‌های به دست آمده به ترتیب برابر با ۰/۹۲ و ۰/۹۱ است که نشان‌دهنده صحت میزان R^2 و هم‌پوشانی مناسب اطلاعات در مدل‌هاست.

یکی از آزمون‌های مهمی که روی مدل‌های تهیه شده بررسی شده است، آزمون دوربین - واتسون (۳) است. این آزمون متداول‌ترین روش برای تشخیص خود همبستگی باقی‌مانده‌هاست. پس از تعیین مدل به وسیله‌ی نرم‌افزار EViews، نتیجه این آزمون بر اساس یک آماره گزارش می‌شود. هر چه مقدار این آماره بزرگ‌تر از ۱/۰ باشد، احتمال وجود خودهمبستگی باقی‌مانده‌ها کاهش می‌یابد. همان طوری که در جدول‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود، مقدار این پارامتر در مدل‌های تهیه شده به ترتیب برابر با ۳/۲۱۲ و ۳/۱۶۴ است که نشان‌دهنده درستی مدل از لحاظ خود همبستگی باقی‌مانده‌هاست. برای بررسی دقیق‌تر مدل

a و b دارای مقدارهای بسیار مناسبی شده و مقدار R^2 نیز تغییر محسوسی نکرده است. بنابراین، می‌توان گفت این مدل نسبت به مدل قبلی دارای پارامترهای مدل‌سازی بهتری است.

در نهایت، پس از جایگذاری ضریب‌ها در معادله‌ی (۱۱) به معادله‌ی (۱۲) که معادله‌ی نهایی و به دست آمده از تحلیل داده‌های آزمایشگاهی به وسیله‌ی نرم افزار مذکور است، خواهیم رسید.

در این عددها، مورد بحث قرار داد. طبق تعریف عدد رینولدز و عدد ایوتوس در معادله‌های (۸) و (۹) می‌توان دریافت که پارامتر $d_{r_{\max}}/d_N$ با توان ۰/۴۵ به سرعت بحرانی وابسته بوده و رابطه‌ی مستقیم با این پارامتر دارد. همچنین با توجه به توان d_N در معادله‌ی (۱۲) می‌توان دریافت که پارامتر $d_{r_{\max}}/d_N$ رابطه عکس، با توان -۰/۰۵، به قطر نازل دارد. بیشترین تأثیر در بین ویژگی‌های فیزیکی، مربوط به گرانروی فاز پراکنده با توان ۰/۴۵- و پس از آن کشش سطحی فاز پراکنده با توان ۰/۲۵ است. با توجه به توان‌های مذکور می‌توان دریافت که هرچه گرانروی فاز قطره افزایش یابد، قطر قطره‌ها مقدارهای کم‌تری به خود می‌گیرند. از طرفی با افزایش هرچه بیشتر کشش سطحی فاز قطره، قطرهای بزرگ‌تری تشکیل خواهند شد و در نتیجه، ماکسیمم قطر ساتر قطره‌ها افزایش خواهد یافت.

انحراف معیار ضریب‌های محاسبه شده به وسیله‌ی نرم افزار Eviews در ستونی با عنوان Std. Error در کنار ستون مقدارهای ضریب‌ها، ارائه شده است. با مقایسه جدول‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود که انحراف معیار ضریب‌های معادله‌ی (۱۲) نسبت به معادله‌ی (۱۰) بهبود یافته و مقدارهای کم‌تری به خود گرفته است. یکی از معیارهای خوب و با ارزشی که برای برازش و مقایسه اعتبار نتیجه‌های الگوهای رگرسیون‌ی دارای متغیرهای مستقل به کار می‌رود، پارامتر R^2 (۱) است. با داشتن این پارامتر می‌توان تعیین کرد که چند درصد از تغییرهای متغیر وابسته به وسیله‌ی متغیرهای مستقل توضیح داده شده است. در حالت کلی، مقدار این پارامتر بین صفر و یک قرار دارد و هر چه به یک نزدیک‌تر باشد، مطلوب‌تر خواهد بود. همان طوری که در جدول‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود، مقدار این پارامتر در مورد مدل‌های تهیه شده برابر با ۰/۹۳۴ است که نشان‌دهنده انطباق مناسب نتیجه‌های آزمایشگاهی با مدل‌های به دست آمده می‌باشد.

هنگامی که تعداد متغیرهای مستقل افزایش پیدا کند، مقدار ضریب R^2 افزایش پیدا می‌کند و هر چند R^2 افزایش می‌یابد، مقدار واریانس بزرگ‌تر می‌شود و این مورد مطلوب نیست. اما با

آزمایشگاهی و این مدل‌ها دارد. شکل ۹ میزان انطباق داده‌های آزمایشگاهی و مقدارهای حاصل از معادله‌ی (۱۲) را برای ماکسیمم قطر متوسط قطره‌ها نشان می‌دهد.

به‌دست آمده، مقدار درصد خطای مطلق متوسط نسبی (AARD %) به‌کمک معادله‌ی زیر تعیین شد:

$$\text{AARD} \% = \left(\frac{\sum_{i=1}^{i=n} |d_{3\mu\text{max,actual}_i} - d_{3\mu\text{max,model}_i}|}{\sum_{i=1}^{i=n} d_{3\mu\text{max,actual}_i}} \right) \times 100 \quad (13)$$

(۱) R- squared

(۲) Adjusted R-squared

قطره‌ها دارد. به طور معمول میزان چرخش‌های درونی در قطره‌های بزرگ‌تر، بیشتر است.

شکل‌های ۵ و ۶ نیز حاکی از رفتار دوگانه سرعت حد نسبت به افزایش قطر قطره‌ها هستند. نقطه ماکسیمم در شکل‌های مربوط به هر دو سیستم، نشان دهنده قطر بحرانی و سرعت حد بحرانی است. به‌طور کلی با افزایش قطر قطره، قطره‌ها تغییر شکل یافته و به‌صورت قطره‌های بیضوی شکل در می‌آیند. بنابراین، در این حالت نیروهای سطحی و وزنی بر نیروی شناوری غلبه یافته و سرعت صعود قطره‌ها در ستون کاهش می‌یابد و حتی قطره‌ها حرکت چرخشی و دورانی پیدا می‌کنند. همچنین نتیجه‌ها نشان می‌دهند (شکل ۷)، که هر چه کشش بین فازی سیستم افزایش می‌یابد قطر بحرانی افزایش می‌یابد. از طرفی هر چه تفاوت چگالی دو فاز بیشتر باشد (سیستم شیمیایی تولوئن - آب) سرعت حد بحرانی و به‌طور کلی گستره سرعت حد بالاتر است، زیرا تفاوت چگالی بیشتر به‌طور اصولی باعث افزایش صعود قطره‌ها در فاز پیوسته خواهد شد. این مقایسه در شکل ۸ آمده است.

در کنار بررسی‌های صورت گرفته روی قطر متوسط قطره، دو رابطه با دقت به نسبت بالا برای محاسبه حداکثر قطر متوسط قطره و همچنین سرعت حد در ستون‌های استخراج پاششی ارائه شده است که می‌توانند با حداکثر درصد خطای ۹/۴۶ قطر متوسط ماکسیمم قطره را پیش‌گویی کنند.

البته پس از بررسی‌های صورت گرفته مشخص شد که مدل دوم، رابطه (۱۲)، که نمونه اصلاح شده مدل اولی است دارای Prob (t-Statistic) های بسیار کوچک‌تر از مدل اولی است و در نتیجه ضریب و توان‌های موجود در معادله‌ی (۱۲) را با اطمینان بیشتری تأیید می‌کند.

از برتری‌های مدل اصلاح شده نسبت به مدل اول، افزون بر Prob (t-Statistic)، می‌توان به کم‌تر بودن متغیرهای بی‌بعد اشاره کرد که یک امتیاز به شمار می‌رود. در واقع مدل اصلاح شده ما را

مقدار اولیه خطای اندازه‌گیری شده بر اساس هر دو مدل برابر ۹/۴۶ درصد است که نشان از هم‌پوشانی خوب داده‌های

نتیجه‌گیری نهایی

همان‌طوری که از شکل‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شود، اندازه‌ی قطره رفتاری دوگانه نسبت به افزایش دبی حجمی فاز پراکنده از خود نشان می‌دهد. علت وجود این اکستریم در نمودار اندازه‌ی قطره بر حسب دبی حجمی فاز پراکنده این است که تشکیل قطره در دو مرحله صورت می‌گیرد: مرحله‌ای که قطره ساکن است و فقط رشد قطره انجام می‌شود و مرحله‌ای که قطره جدا می‌شود، یعنی زمانی که نیروی شناوری بر نیروی کشش بین سطحی غلبه می‌یابد و قطره شروع به بالا رفتن می‌کند.

قطره قبل از جدا شدن از نازل روی یک کلاهک یا گردن قطره متصل است و فاز پراکنده در طول این مدت به درون قطره تزریق می‌شود و حجم قطره افزایش می‌یابد و در نتیجه حجم نهایی قطره که مجموع حجم قطره ساکن و این حجم اضافی است که به قطره منتقل می‌شود، افزایش می‌یابد. از طرفی این حجم اضافی را در دبی حجمی ثابت فاز پراکنده، به صورت حاصل ضرب دبی حجمی در زمان جداشدن تعریف می‌کنند و به‌طور اصولی تغییرهای اندازه‌ی قطره با دبی حجمی را به این زمان جداشدن ربط می‌دهند. زمانی که دبی حجمی فاز پراکنده افزایش می‌یابد (بالاتر از نقطه ماکسیمم قطر قطره)، به‌طور ناگهانی زمان جدا شدن به طرز چشم‌گیری کاهش می‌یابد و در نتیجه مقدار حجم اضافی کاهش یافته و در نهایت حجم نهایی قطره نیز کاهش می‌یابد. به‌طور کلی، وقتی دبی حجمی فاز پراکنده به سرعت جت نزدیک می‌شود زمان جدا شدن کاهش می‌یابد و در نتیجه حجم قطره کاهش یافته و بنابراین، قطر قطره کاهش می‌یابد.

همچنین از مقایسه شکل‌های ۳ و ۴ می‌توان نتیجه گرفت که در دبی‌های حجمی یکسان، اندازه‌ی متوسط قطره‌ها برای سیستم شیمیایی با کشش بین فازی بالاتر (تولوئن) بزرگ‌تر از سیستم شیمیایی دیگر است. لازم به ذکر است اندازه‌ی قطره‌ها تأثیر به‌سزایی روی مکانیسم انتقال جرم و میزان چرخش‌های درونی

از محاسبه عدد بدون بعد Weber و جایگذاری آن در معادله‌ی اصلی، معادله‌ی (۶)، بی‌نیاز می‌سازد. در نهایت، به منظور تأیید دقت رابطه مدل شده برای پیش بینی ماکسیمم قطر متوسط قطره‌ها، مقایسه‌ای بین مقادیر d_{32max}/d_N حاصل از معادله‌ی (۱۲) و مقادیرهای آزمایشگاهی این پارامتر صورت گرفت که نتیجه این مقایسه در شکل ۹ آورده شده است و نشان از انطباق خوب نتیجه‌های به دست آمده از مدل با داده‌های تجربی دارد.

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۵/۳ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۱/۲۶

مراجع

- [1] Kentish, S.E., Stevens, G.W. and Pratt, H.R.C., Measurement of Drop Rise Velocities within a Kuhni Extraction Column, *Industrial Engineering Chemistry & Research*, **36**, p. 4928 (1997).
- [2] Sudheer, K.P. and Panda, R.K., Digital Image Processing for Determining Drop Sizes from Irrigation Spray Nozzles, *Agricultural Water Management*, **45**(2), p. 159 (2000).
- [3] Podgorska, W. and Baldyga, J., Scale-Up Effects on the Drop Size Distribution of Liquid-Liquid Dispersions in Agitated Vessels, *Chemical Engineering Science*, **56**(3), p. 741 (2001).
- [4] Desnoyer, C., Masbernat, O. and Gourdon, C., Experimental Study of Drop Size Distributions at High Phase Ratio in Liquid-Liquid Dispersions, *Chemical Engineering Science*, **58**(7), p. 1353 (2003).
- [5] Luo, G.S., Li, H.B., Tang, X.J. and Wang, J.D., Drop Breakage in a Coalescence-Dispersion Pulsed-Sieve-Plate Extraction Column, *Chemical Engineering Journal*, **102**, p. 185 (2004).
- [6] Mjalli, F.S., Neural Network Model-Based Predictive Control of Liquid-Liquid Extraction Contactors, *Chemical Engineering Science*, **60**, p. 239 (2005).
- [7] Aravamudan, K. and Baird, M.H.L., Formation of Tailed Drops in Liquid-Liquid Extraction, *Chemical Engineering Science*, **55**(5), p. 1029 (2000).
- [8] Chen, C.T., Maa, J.R. and Yang, Y.M., Drop Formation from Flat tip Nozzles in Liquid-Liquid System, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **28**(5), p. 681 (2001).
- [9] Lovick, J. and Angeli, P., Droplet Size and Velocity Profiles in Liquid-Liquid Horizontal Flows, *Chemical Engineering Science*, **59**, p. 3105 (2004).
- [10] Brodkorb, M.J., Bosse, D., Von Reden, C., Gorak, A. and Slater, M.J., Single Drop Mass Transfer in Ternary and Quaternary Liquid-Liquid Extraction Systems, *Chemical Engineering and Processing*, **42**(11), p. 825 (2003).
- [11] McCreery, G.E. and Stoots, C.M., Drop Formation Mechanisms and Size Distributions from Spray Plate Nozzles, *International Journal of Multiphase Flow*, **22**(3), p. 431 (1996).
- [12] Sidahmed, M.M., A Theory for Predicting the Size and Velocity of Droplets from Pressure Nozzles, *Transactions of the ASAE*, **39**(2), p. 385 (1996).

- [13] Chen, C.T., Maa, J.R., Yang, Y.M. and Chang, C.H., Drop Formation from Flat Tip Nozzles in Liquid-Liquid System, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **28**(5), p. 681 (2001).

[۱۴] بیدرام، رسول؛ Eviews همگام با اقتصادسنجی، منشور بهره‌وری، (۱۳۸۱).

Archive of SID