

# بررسی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره در يك ستون پاششی و ارایه رابطه‌ای تجربی برای آن

حسین ابوالقاسمی، محمد قنادی، علی سلیمی خورشیدی\*<sup>+</sup>

تهران، دانشگاه تهران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشکده مهندسی شیمی، صندوق پستی ۱۱۳۶۵-۴۵۶۳

**چکیده:** در این مقاله، به بررسی ضریب انتقال جرم قطره در مرحله تشکیل، در یک ستون پاششی با جریان غیرهمسو پرداخته شده و سپس با استفاده از تحلیل آماری و به کارگیری روش حداقل میانگین مربعات، رابطه‌ای ریاضی برای تخمین دقیق و محاسبه این پارامتر ارایه شده است. برای انجام آزمایش‌ها از سه صفحه روزنه‌دار با قطرهای داخلی ۰٫۸، ۱ و ۱٫۲ میلی‌متر به عنوان توزیع‌کننده استفاده شده است. ضریب انتقال جرم تشکیل قطره در ابتدای ستون و جایی که قطره از توزیع‌کننده جدا می‌شود، اندازه‌گیری شده و با توجه به وابستگی آن به پارامترهای موجود مدل‌سازی شده است. نتیجه‌های مدل‌سازی نشان می‌دهد که ضریب انتقال جرم تشکیل قطره متأثر از پارامترهایی از قبیل زمان تشکیل، قطر متوسط قطره‌ها، خواص فیزیکی سامانه شیمیایی مورد استفاده و عددهای بدون بعدی همچون عدد رینولدز تشکیل و عدد ایوتوس است. در نهایت، نشان داده شده است که معادله‌ی به‌دست آمده ضریب انتقال جرم تشکیل قطره را با خطای نزدیک به ۱٫۱۲ درصد پیش‌بینی می‌کند که نشان از انطباق بسیار خوب معادله‌ی به دست آمده با داده‌های آزمایشگاهی دارد.

**واژه‌های کلیدی:** استخراج مایع - مایع، ضریب انتقال جرم، ستون پاششی.

**KEY WORDS:** Liquid- liquid extraction, Mass transfer coefficient, Spray column.

## مقدمه

در بسیاری از عملیات صنعتی، توزیع مایع - مایع برای افزایش انتقال جرم و حرارت بین دو فاز یا برای بالا بردن سرعت یک واکنش شیمیایی صورت می‌گیرد [۱ و ۲]. دلیل توزیع یک فاز به صورت قطره به داخل فاز دیگر این است که سطح انتقال جرم افزایش یابد. این کار به افزایش ضریب انتقال جرم و در نتیجه افزایش انتقال جرم منتهی می‌گردد. ضریب انتقال جرم به عنوان مهم‌ترین پارامتر در طراحی ستون‌های استخراج شناخته شده و همواره مورد استفاده قرار گرفته است. پژوهشگران بسیاری نیز به بررسی تجربی و مدل‌سازی ریاضی ضریب انتقال جرم قطره

در انواع دستگاه‌های استخراج و شناخت اثرهای پارامترهای عملیاتی متفاوت، بر این پارامتر مهم پرداخته‌اند [۳-۸]. بنابراین، نیاز به شناخت بیشتر این پارامتر بسیار مهم، برای ارزیابی کیفی فرایند انتقال جرم در مقیاس پژوهشی ضروری است. در ستون استخراج پاششی که یکی از پرکاربردترین و ساده‌ترین دستگاه‌های استخراج در این مقیاس است، ضریب انتقال جرم از سه دیدگاه عمده بررسی می‌شود. وجه تمایز این دیدگاه‌ها، موقعیت قطره در

\*عهدہ دار مکاتبات

+E-mail: akhorshidi@ut.ac.ir

طول ستون و در مواجهه با قطره‌های دیگر است که سه مرحله را شامل می‌شود: تشکیل قطره، صعود قطره و ائتلاف قطره‌ها.

پژوهشگران زیادی روی انتقال جرم در هر کدام از این سه مرحله پژوهش کرده و به نتیجه‌های دقیق و مهمی نیز دست یافته‌اند [۹ و ۱۰]. طبق نظر پژوهشگران، به تقریب نیمی از انتقال جرم در مرحله تشکیل قطره و پس از جدایی قطره از توزیع کننده صورت می‌گیرد. از این رو، بررسی پارامترهای انتقال جرم و شناخت عامل‌های تأثیرگذار بر میزان و کیفیت انتقال جرم در این مرحله، مهم می‌باشد [۱۱]. در این پژوهش، ضریب انتقال جرم قطره در مرحله تشکیل مورد ارزیابی قرار گرفته و عامل‌های تأثیرگذار بر آن بررسی شده‌اند.

یکی از پارامترهای مهم در ستون استخراج مایع - مایع از نوع پاششی، اندازه‌ی قطره است که در بیشتر محاسبه‌ها و بررسی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. واضح است که این پارامتر یکی از عامل‌های تأثیرگذار بر ضریب انتقال جرم در این ستون نیز خواهد بود که در ادامه، این امر مورد بررسی بیشتر قرار خواهد گرفت. از آنجایی که در ستون‌های پاششی به طور معمول توزیع اندازه‌ی قطره وجود دارد، در محاسبه‌ها از قطر معادل (قطر متوسط حجمی - سطحی) استفاده می‌شود که به وسیله‌ی معادله‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$d_{33} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i d_i^3}{\sum_{i=1}^N n_i d_i^2} \quad (1)$$

$d_i$  قطر هر قطره است که به وسیله‌ی عکس برداری از ستون در هر آزمایش قابل اندازه‌گیری است. البته محاسبه اندازه‌ی قطره، خود یکی از مطالعاتی است که توسط پژوهشگران صورت گرفته است [۱۲ و ۱۳]. درحالی که پژوهشگران دیگری به ساز و کارهای تشکیل قطره به عنوان عامل افزایش دهنده‌ی سطح تماس بین دو فاز و توزیع اندازه‌ی آن در توزیع کننده‌ها و همچنین مباحث مربوط به انتقال جرم قطره در این مرحله پرداخته‌اند [۱۴-۱۶].

به طور کلی با داشتن پارامترهای متفاوت مربوط به قطره‌های موجود در دستگاه استخراج مورد استفاده، در شرایط عملیاتی متفاوت می‌توان به کمک روش‌های موجود، یک مدل ریاضی مناسب برای محاسبه تغییرهای ضریب‌های انتقال جرم قطره ارایه کرد. بنابراین، لزوم ساخت یک مدل آن است که افزون بر پیروی

از فرضیه‌های حاکم بر موضوع، فرض‌های اساسی مدل‌سازی را نیز به درستی رعایت کرده باشد. برای این منظور با استفاده از یک

نرم افزار آماری مناسب مدل بهینه تهیه شد. سپس برای ارزیابی درستی آماری مدل نیز از آزمون‌های متعددی که در نرم‌افزار مذکور وجود دارد، استفاده شد که از میان آنها می‌توان به میزان هم‌پوشانی تغییرهای متغیر وابسته به وسیله‌ی متغیرهای مستقل (آزمون  $R^2$  و  $R_{adj}^2$ ) و بررسی خودهمبستگی باقی‌مانده‌ها و متغیرهای مستقل (آزمون دوربین - واتسون) اشاره کرد.

افزون بر این، در مقاله حاضر ضریب انتقال جرم تشکیل قطره ( $k_{df}$ ) با استفاده از روش *اسلیر* و *همکارانش* <sup>(۱)</sup> [۱۶] یعنی معادله‌ی (۲) محاسبه شده است. در این روش فرض شده است که تمام مقاومت انتقال جرم در فاز قطره موجود است.

$$k_{df} = -(d_{33}/6t_f) \ln(1-E_f) \quad (2)$$

در معادله‌ی بالا  $k_{df}$  ضریب انتقال جرم تشکیل قطره بر حسب  $\text{cm/s}$ ،  $t_f$  زمان تشکیل قطره بر حسب  $\text{sec}$ ،  $d_{33}$  قطر معادل قطره بر حسب  $\text{cm}$  و  $E_f$  بازده انتقال جرم در مرحله تشکیل قطره می‌باشد که به وسیله‌ی معادله‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$E_f = \frac{C_o - C_f}{C_o} \quad (3)$$

که در معادله‌ی اخیر  $C_o$  غلظت اولیه فاز پراکنده و  $C_f$  غلظت قطره به هنگام جدایی است. لازم به ذکر است که غلظت‌های مورد نیاز در آزمایش‌ها به وسیله‌ی نمونه‌گیری از ستون در مقاطع دلخواه و سپس تجزیه‌ی نمونه‌ها به وسیله‌ی دستگاه اسپکتروفتومتر ماوراء بنفش <sup>(۲)</sup>، برای اندازه‌گیری غلظت جزء منتقل شونده در فاز پراکنده، صورت گرفت.

همچنین در بررسی‌ها به عدد رینولدز تشکیل قطره اشاره شده است که با  $Re_f$  نشان داده شده و طبق معادله‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$Re_f = \frac{\rho_d V_d d}{\mu_d} \quad (4)$$

که  $\rho_d$  و  $\mu_d$  به ترتیب چگالی و گرانروی فاز پراکنده،  $V_d$  سرعت فاز قطره در پاشنده و  $d$  قطر پاشنده (صفحه روزنه‌دار) می‌باشد. سرعت قطره در پاشنده از معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

(۱) Slater et al.

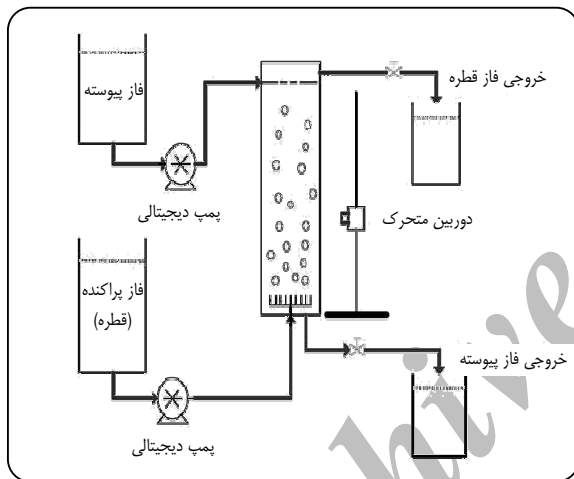
$$(۵) \quad \frac{UV_{\text{Spectrophotometer}}}{A} = \frac{\rho_c}{\rho_d} \frac{4}{\pi d^2} \quad (۵)$$

که n تعداد روزنه‌ها، Q جریان حجمی خروجی از n روزنه روی پاشنده و A سطح مقطع هر روزنه است.

جدول ۱- خواص فیزیکی سامانه شیمیایی مورد استفاده.

سامانه	$\mu_d$ (Kg/m.sec)	$\mu_c$ (Kg/m.sec)	$\rho_d$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_c$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma_d$ (N/m)	$D_M$ (m <sup>2</sup> /sec)
تولون - آب	$643.4 \times 10^{-6}$	$930.7 \times 10^{-6}$	۸۵۷٫۹	۹۹۵٫۶	$3.2 \times 10^{-3}$	$2.27 \times 10^{-9}$

سه مجموعه آزمایش انجام گرفته و از نتیجه‌ی این آزمایش‌ها معادله‌های مورد نظر استخراج شده‌اند. در مجموعه نخست آزمایش‌ها از قطر روزنه ۰٫۸ میلی‌متر استفاده شده است. تمامی پارامترهای مورد نیاز برای مدل‌سازی



شکل ۱- نمای ساده‌ای از ستون پاششی مورد استفاده در آزمایش‌ها.

در پنج جریان حجمی متفاوت فاز پراکنده محاسبه شدند. جریان حجمی فاز پیوسته، در تمامی آزمایش‌ها ثابت و برابر ۱۹/۲۲ میلی‌لیتر بر ثانیه بوده است. در مجموعه دوم و سوم آزمایش‌ها به ترتیب از قطر روزنه ۱ و ۱٫۲ میلی‌متر برای صفحه روزنه‌دار استفاده شده و همانند مجموعه نخست، مقدارهای تمامی پارامترهای مورد نیاز در پنج جریان حجمی متفاوت فاز پراکنده محاسبه شده است. بنابراین، تعداد کل آزمایش‌های انجام شده برابر با ۱۵ است.

لازم به ذکر است که برای اندازه‌گیری قطر متوسط قطره‌ها، در هر جریان حجمی به وسیله‌ی دوربین از قطره‌ها عکس‌برداری

## دستگاه و مواد شیمیایی مورد استفاده

ستون پاششی مورد استفاده در آزمایش‌ها از جنس شیشه و به قطر ۱۰ و ارتفاع ۱۲۰ سانتی‌متر ساخته شده است که در قسمت پایین آن یک شیر تخلیه و یک ورودی برای اتصال توزیع کننده‌های متفاوت برای ورود فاز پراکنده تعبیه شده است. توزیع کننده‌ها از نوع صفحه‌های روزنه‌دار هستند. برای انجام آزمایش‌ها از توزیع کننده‌هایی با قطرهای ۰٫۸، ۱ و ۱٫۲ میلی‌متر استفاده شده است. جریان حجمی فاز پراکنده به وسیله‌ی یک پمپ دیجیتالی قابل تنظیم است.

از دوربین عکاسی SONY مدل DSC-F828 برای عکس‌برداری از قطره‌ها استفاده شده است و به گونه‌ای در کنار ستون نصب شد که بتواند از قسمت‌های متفاوت برج عکس‌برداری کند. سرعت عکس‌برداری دوربین عکاسی مذکور برابر با ۳۳۰ عکس بر ثانیه است. از سامانه شیمیایی تولون - آب - استن برای انجام آزمایش‌ها استفاده شده است. تمامی مواد شیمیایی به کار گرفته شده در این پژوهش، فراورده‌ی شرکت مرک (Merck) آلمان بوده و دارای درجه خلوص بالا هستند. نمایی از دستگاه مورد استفاده در آزمایش‌ها و همچنین خواص سامانه شیمیایی مورد آزمایش به ترتیب در شکل ۱ و جدول ۱ آورده شده است.

$\mu_c$  و  $\mu_d$  به ترتیب گران‌روی فاز پراکنده و فاز پیوسته،  $\rho_c$  و  $\rho_d$  به ترتیب چگالی فاز پراکنده و فاز پیوسته،  $\sigma_d$  کشش سطحی فاز پراکنده و  $D_M$  ضریب نفوذ مولکولی فاز پراکنده می‌باشد.

## آزمایش‌های انجام شده

برای انجام آزمایش‌ها، ابتدا دو فاز پراکنده و پیوسته به طور کامل از یکدیگر اشباع شده و سپس ستون از فاز پیوسته پر می‌شود. به کمک پمپ، فاز پراکنده به داخل فاز پیوسته پمپ می‌شود. به منظور مدل‌سازی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره،

به دست آمده است. لازم به ذکر است که دقت اندازه‌گیری به وسیله‌ی نرم افزار اتوکد برابر  $0.001$  سانتی‌متر است. نمونه‌ای از عکس‌های گرفته شده به وسیله‌ی دوربین در شکل ۲ آمده است.

(۱) Auto CAD

در انجام بررسی‌ها از یک‌سری فرضیه‌ها استفاده شده است. فرض بسیار مهمی که می‌توان به آن اشاره کرد وجود تمام مقاومت انتقال جرم در فاز قطره است. این فرض با توجه به زیاد بودن حجم فاز پیوسته در برابر فاز پراکنده و همچنین غلظت کم جزء منتقل شونده قابل استفاده بوده و به وسیله‌ی تجزیه فاز پیوسته نیز تأیید شده است. به این معنی که غلظت جزء منتقل شونده در فاز پیوسته، پس از تجزیه این فاز، صفر گزارش شده است. دمای آزمایشگاه در طول انجام آزمایش‌ها ثابت فرض شده و در تمامی آزمایش‌ها برابر  $1 \pm 25$  بوده است. همچنین از انتقال جرمی که حین جدا کردن دو فاز در نمونه‌های به دست آمده صورت می‌گیرد، صرف‌نظر شده است. زیرا نمونه‌های به دست آمده از ستون شامل هر دو فاز پیوسته و پراکنده بوده و این دو فاز باید برای تجزیه از هم جدا شوند. بنابراین، مقداری زمان لازم است تا دو فاز از هم جدا شده و آماده تجزیه شوند. در این مدت زمان ممکن است انتقال جرم از فاز قطره به فاز حلال صورت گیرد که از این مقدار ناچیز صرف‌نظر می‌شود.

مقدارهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره،  $k_{df}$ ، برای سامانه شیمیایی تولوئن - استن - آب به ازای سه قطر صفحه روزنه‌دار، به وسیله‌ی معادله‌ی (۲) به دست آمده و تغییرهای آن نسبت به پارامترهایی از قبیل قطر متوسط قطره‌ها، زمان تشکیل و عدد رینولدز تشکیل مورد بررسی قرار گرفت که چگونگی این تغییرها به ترتیب در شکل‌های ۳ تا ۵ نشان داده شده است.

با توجه به شکل‌های ۳ تا ۵ مشاهده می‌شود که ضریب انتقال جرم تشکیل قطره نسبت به قطر متوسط قطره‌ها، رفتاری دوگانه از خود نشان می‌دهد و با زمان تشکیل قطره‌ها و عدد رینولدز تشکیل، به ترتیب رابطه معکوس و مستقیم دارد.

### مدل‌سازی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره

در کار تجربی حاضر، برای مدل‌سازی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره از روش تحلیل ابعادی استفاده شده است. ابتدا

شده و به کمک نرم افزار اتوکد<sup>(۱)</sup>، اندازه‌ی قطره‌ها به دست آمده و به کمک معادله‌ی (۱) قطر متوسط حجمی - سطحی محاسبه شده است. در واقع با تجزیه‌ی چندین عکس به ازای هر آزمایش، در مقاطع متفاوت ستون، که هر کدام شامل حداقل ۳۰ قطره بوده‌اند، به وسیله‌ی نرم افزار اتوکد ۴، و قرار دادن نتیجه‌های اندازه‌گیری در معادله‌ی (۱)، قطر متوسط قطره‌ها برای هر آزمایش



شکل ۲- نمونه‌ای از عکس‌های گرفته شده از قطره‌ها.

یکی از مهم‌ترین پارامترهای اندازه‌گیری شده و مورد استفاده در معادله‌ها، زمان تشکیل قطره‌ها در نازل است. با توجه به اینکه در ستون‌های استخراج پاششی، مرحله تشکیل قطره را گستره‌ی سه سانتی‌متری بالای نازل در نظر می‌گیرند، زمان رسیدن قطره‌ها از دهانه خروجی توزیع‌کننده تا فاصله سه سانتی‌متری بالای توزیع‌کننده، برای تعداد زیادی قطره به وسیله‌ی کروномتر اندازه‌گیری شده و یک مقدار متوسط برای آن تعیین شد تا در محاسبه‌ها از آن استفاده شود. در ضمن دقت اندازه‌گیری به وسیله‌ی کروномتر برای محاسبه زمان تشکیل قطره برابر با  $0.01$  ثانیه می‌باشد.

یکی دیگر از پارامترهایی که در محاسبه‌ها از آن استفاده شده است، سرعت حد قطره‌هاست. سرعت حد قطره‌ها به این صورت اندازه‌گیری شده است که در فواصل مشخص از طول ستون، لحظه‌ی عبور قطره از فاصله ۱۰ سانتی‌متری از بالای نازل تا رسیدن قطره به یک نقطه مشخص به وسیله‌ی کروномتر اندازه‌گیری شده و با داشتن طول طی شده به وسیله‌ی قطره و زمان آن، سرعت حد به دست آمده است. طول طی شده به وسیله‌ی قطره، به منظور اندازه‌گیری سرعت حد قطره برابر با  $80$  سانتی‌متر است. لازم به ذکر است که دقت اندازه‌گیری در مورد سرعت حد قطره برابر  $0.01$  متر بر ثانیه است.

غلظت جزء انتقال یابنده در معادله‌ی (۶) موجود نیست، چون تمام آزمایش‌ها برای غلظت کم جزء منتقل شونده (۳ درصد وزنی) انجام شده است. تابع مذکور دارای ۱۳ متغیر است که می‌توان بر طبق قضیه  $\pi$ ، ده گروه بدون بعد را در آن تعریف کرد:

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_9, \pi_{10}) = 0 \quad (7)$$

فهرست پارامترهای مؤثر بر انتقال جرم قطره در مرحله تشکیل قطره، به دست آمده و در نهایت با استفاده از تحلیل ابعادی مرتب شده و میزان تأثیر هر پارامتر تعیین می‌گردد. به طور کلی معادله‌ی زیر را می‌توان بین پارامترهای مؤثر بر ضریب انتقال جرم تشکیل قطره بیان نمود:

$$f(k_{df}, t_f, d_{33}, d, D_M, \sigma, u_T, V_d, \rho_c, \rho_d, \Delta\rho, \mu_c, \mu_d) = 0 \quad (8)$$

شکل ۵- تغییرهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره برحسب عدد رینولدز تشکیل. در نهایت به کمک تحلیل ابعادی می‌توان معادله‌ی (۷) را به صورت زیر بیان نمود:

$$f\left(Re_f, Eo, We, \frac{k_{df} t_f}{d_{33}}, \frac{V_d}{d_{33} g}, \frac{d_{33}}{t_f D_M}\right), \quad (8)$$

$$\left(\frac{\mu_d}{\sqrt{\rho_d d_{33} \sigma}}, \frac{\Delta\rho}{\rho_d}, \frac{\Delta\rho}{\rho_c}, \frac{\mu_d}{\mu_c}\right) = 0$$

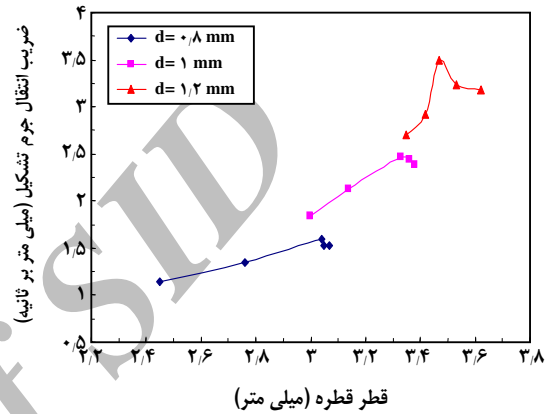
و در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{k_{df} t_f}{d_{33}} = k Re_f^a Eo^b We^c \left(\frac{V_d}{d_{33} g}\right)^d \left(\frac{d_{33}}{t_f D_M}\right)^e \times \quad (9)$$

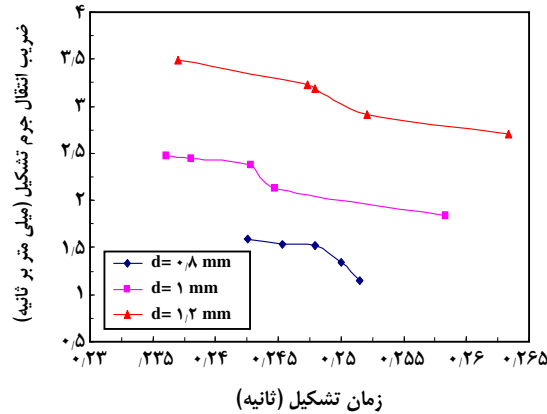
$$\left(\frac{\mu_d}{\sqrt{\rho_d d_{33} \sigma}}\right)^f \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_d}\right)^l \left(\frac{\Delta\rho}{\rho_c}\right)^m \left(\frac{\mu_d}{\mu_c}\right)^n$$

ضریب‌های ثابت  $k, a, b, c, d, e, f, l, m, n$  در حالت بهینه به وسیله‌ی روش‌های متفاوت قابل محاسبه است. این مدل با تکیه بر مبانی آماری قوی به عنوان یکی از مناسب‌ترین روش‌ها برای پیش‌بینی  $k_{df} t_f / d_{33}$  مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتیجه‌های حاصل از این مدل مبتنی بر متغیرهای بدون بعد نظیر  $Eo, We, (V_d / d_{33} g), (d_{33} / t_f D_M)$  و  $(\mu_d / \sqrt{\rho_d d_{33} \sigma})$  بوده و به پیش‌بینی پارامتر  $k_{df}$  می‌پردازد. در این مقاله، رفتار تابعی بین  $k_{df} t_f / d_{33}$  و متغیرهای مستقل بر اساس تحلیل رگرسیون داده‌های سری زمانی و نظریه‌های علمی به دست آمده است. معادله‌های

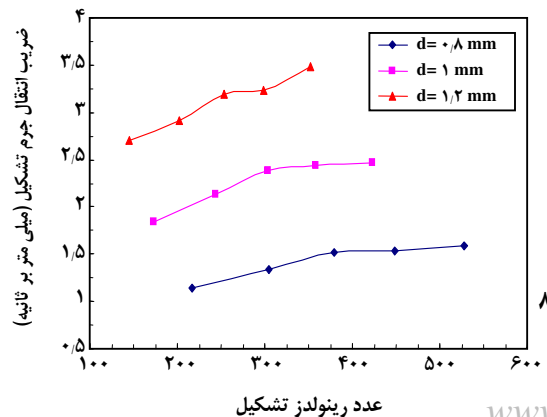
علمی - پژوهشی



شکل ۳- تغییرهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره برحسب قطر متوسط قطره‌ها.



شکل ۴- تغییرهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره بر حسب زمان تشکیل.



عدد رینولدز تشکیل

این بخش ارایه رابطه‌ای برای پیش‌بینی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره در ستون پاششی است که افزون بر خطای کم و تطبیق بیشتر با داده‌های آزمایشگاهی، به راحتی و با کم‌ترین داده‌های آزمایشگاهی قابل استفاده باشد. بنابراین، از بین رابطه‌هایی که نرم افزار مورد استفاده، با استفاده از روش میانگین حداقل مربعات برای تخمین ضریب انتقال جرم تشکیل قطره ارایه کرده است، رابطه‌ای که ساده‌ترین شکل و در عین حال بیشترین تطابق با

پارامتر بین صفر و یک قرار دارد و هر چه به یک نزدیک‌تر باشد، مطلوب‌تر خواهد بود. مقدار این پارامتر برای مدل به دست آمده برابر ۰.۹۹۶ می‌باشد.

هنگامی که تعداد متغیرهای مستقل افزایش پیدا کند مقدار ضریب  $R^2$  افزایش پیدا می‌کند و هر قدر  $R^2$  افزایش می‌یابد، مقدار واریانس بزرگ‌تر می‌شود و این مورد مطلوب نیست. اما

با استفاده از  $R^2_{adj}$  (۳) به جای انحراف‌ها، واریانس‌ها در محاسبه میزان انطباق مدل و نتیجه‌های آزمایشگاهی مورد استفاده قرار می‌گیرند و از رشد کاذب  $R^2$  جلوگیری می‌شود. مقدار این پارامتر برای معادله‌ی (۱۲) برابر ۰.۹۹۵ می‌باشد.

یکی از آزمون‌های مهمی که روی مدل تهیه شده بررسی شده است، آزمون دوربین-واتسون (۳) است. این آزمون متداول‌ترین روش برای تشخیص خودهمبستگی باقی‌مانده‌هاست. پس از تعیین مدل به وسیله‌ی نرم‌افزار، نتیجه این آزمون بر اساس یک آماره گزارش می‌شود. هرچه مقدار این آماره بزرگ‌تر از ۱۰ باشد، احتمال وجود خودهمبستگی باقی‌مانده‌ها کاهش می‌یابد. مقدار حاصل از آزمون دوربین - واتسون برای مدل ارایه شده عبارت است از ۱.۴۶. همچنین برای بررسی دقیق‌تر مدل به دست آمده، مقدار درصد خطای مطلق متوسط نسبی (AARD%) به کمک معادله‌ی زیر تعیین شد:

$$AARD\% = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left| \frac{k_{df,exp_i} - k_{df,model_i}}{k_{df,exp_i}} \right| \right) \times 100 \quad (13)$$

در حالت کلی، معادله‌ای می‌تواند دقیق باشد که پارامتر مورد نظر را با درصد خطای (AARD%) کم‌تر از ۱۰ پیش‌بینی کند. مقدارهای درصد خطای مطلق متوسط نسبی (AARD%) برای مدل حاصل عبارت است از ۱.۱۲ که مقدار بسیار پایینی است.

مورد نیاز برای محاسبه عددهای بدون بعد استفاده شده در معادله‌ی (۹)، در زیر نشان داده شده‌اند.

$$Eo = \frac{\Delta \rho g d^2}{\sigma_d} \quad (10)$$

$$We = \frac{\Delta \rho u_T^2 d}{\sigma_d} \quad (11)$$

که  $\Delta \rho = \rho_d - \rho_c$  تفاوت چگالی دو فاز،  $u_T$  سرعت حد در هر آزمایش و  $g$  شتاب گرانش است. لازم به توضیح است که هدف از جدول ۲- ضریب‌های رابطه به دست آمده طبق ضریب‌های معادله (۹).

ضریب	مقدار	انحراف معیار
k	۱,۱۱۰۰	۰,۰۸۲۴
a	۰,۱۱۲۷	۰,۰۱۴۳
b	۰,۷۹۵۸	۰,۰۱۶۵

داده‌های آزمایشگاهی و در کنار آن کم‌ترین خطا را داراست، انتخاب شده است. مقدارهای ضریب‌های حاصل از مدل‌سازی داده‌ها به وسیله‌ی نرم افزار به همراه مقدارهای انحراف معیار هر یک از این ضریب‌ها در جدول ۲ آمده است.

با جایگذاری ضریب‌های به دست آمده از مدل‌سازی داده‌ها در معادله‌ی (۹)، معادله‌ی (۱۲) که رابطه نهایی و مدل شده برای پیش‌بینی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره است، حاصل می‌شود:

$$\frac{k_{df} t_f}{d_{33}} = 1,11 Re_f^{0,11} Eo^{0,79} \quad (12)$$

معادله‌ی (۱۲) حاصل مدل‌سازی ریاضی ۱۵ داده از هر کدام از پارامترهایی است که ممکن بود روی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره تأثیرگذار باشند. نرم افزار مورد استفاده پس از ارایه معادله برای پارامتر مورد نظر، آزمون‌هایی برای درک دقت و درستی معادله‌ی به دست آمده، بر روی آن انجام می‌دهد که مشاهده و تحلیل نتیجه‌های این آزمون‌ها به پژوهشگر این امکان را می‌دهد تا مدل مورد نظر خود را با اطمینان بالایی انتخاب و سپس ارایه کند. در زیر، توضیح‌هایی راجع به آزمون‌های انجام گرفته روی معادله‌ی (۱۲) به وسیله‌ی نرم افزار داده شده است.

یکی از معیارهای خوب و با ارزشی که برای برازش و مقایسه اعتبار نتیجه‌های الگوهای رگرسیون دارای متغیرهای مستقل به کار می‌رود، پارامتر  $R^2$  (۱) است. با داشتن این پارامتر می‌توان تعیین کرد که چند درصد از تغییرهای متغیر وابسته به وسیله‌ی متغیرهای مستقل توضیح داده شده است. در حالت کلی، مقدار این

ضریب انتقال جرم تشکیل قطره نشان می‌دهد. بنابراین، معادله‌ای به‌دست آمد که می‌تواند با دقت بسیار بالایی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره را در دستگاه استخراج پاششی مورد استفاده در آزمایش‌ها تخمین بزند.

مزیت عمده‌ی معادله‌ی (۱۲) در مقایسه با معادله‌هایی که

(۱) R-Squared

(۲) Adjusted R-Squared

این مقدار خطا در واقع، میانگین خطاهایی است که هر یک از مقادیر تجربی با مقادیر حاصل از مدل، برای  $k_{df}$  دارند.

در واقع، معادله‌ی (۱۲) می‌تواند مقادیر ضریب انتقال جرم تشکیل قطره را برای سیستم مورد مطالعه، با خطای بسیار کمی پیش‌بینی کند. در نهایت، مقادیر  $R^2$ ، Adjusted  $R^2$ ، AARD% و مقدار حاصل از آزمون دوربین - واتسون برای مدل پیشنهادی (۳) جدول ۳ آمده‌اند.

جدول ۴ مقادیرهای آزمایشگاهی و مقادیرهای به دست آمده از مدل را به همراه مقادیرهای خطا در مورد هر یک از داده‌های

جدول ۳- ویژگی‌های رابطه ریاضی به‌دست آمده برای  $k_{df}$ .

شکل مدل	$R^2$	Adjusted $R^2$	Durbin-Watson Statistics	AARD%
$K_{df} / d_{pr} = 1/11 Re_f^{-1/11} Eo^{-0/958}$	۰٫۹۹۶	۰٫۹۹۵	۱٫۴۶	۱٫۱۲

بودن را داراست. مقایسه‌ای بین داده‌های آزمایشگاهی و داده‌های به‌دست آمده از این مدل برای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره در شکل ۶ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که رابطه‌ی ریاضی به دست آمده برای ضریب انتقال جرم قطره در مرحله تشکیل، تطابق بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد.

### نتیجه‌ها و بحث

ضریب انتقال جرم تشکیل قطره از این جهت حایز اهمیت است که بیش از نیمی از انتقال جرم در مرحله تشکیل قطره جدول ۴- مقادیرهای خطا برای مقادیر ضریب انتقال جرم تشکیل قطره.

$k_{df}/d_{pr}$		
مقادیر آزمایشگاهی	مقادیرهای به‌دست آمده از مدل	AARD%
۰٫۱۱۷۴۸۲	۰٫۱۱۴۹۹۹	۲٫۱۱۳۳۷۲
۰٫۱۲۱۴۶۶	۰٫۱۱۹۴۶۶	۱٫۶۴۶۷۳۷
۰٫۱۲۲۷۲۰	۰٫۱۲۲۴۸۸	۰٫۱۸۹۳۵۱
۰٫۱۲۳۱۰۲	۰٫۱۲۴۷۹۶	۱٫۳۷۶۴۲۵
۰٫۱۲۷۰۲۳	۰٫۱۲۷۱۳۴	۰٫۰۸۶۸۵۹
۰٫۱۵۸۳۶۵	۰٫۱۵۹۹۵۸	۱٫۰۰۵۵۱۹
۰٫۱۶۵۷۰۹	۰٫۱۶۶۱۷۱	۰٫۲۷۸۹۵۱
۰٫۱۷۱۰۱۴	۰٫۱۷۰۳۷۴	۰٫۳۷۴۱۸۲
۰٫۱۷۲۷۴۷	۰٫۱۷۳۵۸۵	۰٫۴۸۵۴۶۷

علمی - پژوهشی

تا کنون توسط پژوهشگران دیگر ارایه شده این است که می‌توان به تحلیل و بررسی تأثیر هر یک از پارامترهای موجود در معادله، بر ضریب انتقال جرم قطره، به‌صورت جداگانه پرداخت. به عبارت دیگر می‌توان حساسیت هر یک از پارامترها را به طور مستقل مورد بررسی قرار داد. به طور مثال با توجه به شکل معادله‌ی (۱۲) و مقادیرهای توان‌های آن می‌توان گفت بیشترین تأثیر مربوط به قطر روزنه پاشنده است که با توان ۱/۷ بر ضریب انتقال جرم تشکیل قطره اثر می‌گذارد. همین طور می‌توان گفت که ضریب انتقال جرم رابطه‌ای خطی با قطر متوسط قطره‌ها دارد و صرف‌نظر از تأثیر قطر ستر بر دیگر پارامترها می‌توان گفت با افزایش قطر ستر، ضریب انتقال جرم در مرحله تشکیل قطره به صورت خطی افزایش می‌یابد. کم‌ترین تأثیر نیز متعلق به چگالی و گرانروی فاز پراکنده و همچنین سرعت قطره در داخل توزیع کننده می‌باشد که به ترتیب با توان‌های ۰/۱۱، -۰/۱۱ و ۰/۱۱ به ضریب انتقال جرم تشکیل قطره مربوط هستند. اختلاف چگالی دو فاز و همچنین شتاب نقل دارای توان ۰/۷۹ بوده و تأثیر مشابهی بر ضریب انتقال جرم دارند. کشش سطحی فاز پراکنده و زمان تشکیل قطره نیز به ترتیب با توان‌های -۰/۷۹ و -۱ به ضریب انتقال جرم مربوط می‌شوند. این ویژگی مدل ارایه شده به پژوهشگر کمک می‌کند تا با کسب شناخت اولیه از تأثیر پارامترهای موجود، به بهینه سازی هرچه بهتر پارامترهای انتقال جرمی در دستگاه استخراج مورد مطالعه بپردازد.

با بررسی‌های انجام شده روی معادله‌ی (۱۲) مشخص شد که این معادله تمامی ویژگی‌های لازم برای دقیق و مورد اطمینان

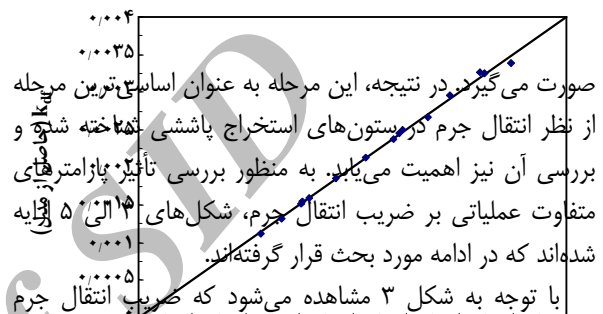
۰,۱۷۴۸۰۰	۰,۱۷۶۸۳۷	۱,۱۶۵۱۰۶
۰,۲۱۲۶۵۸	۰,۲۰۹۴۶۰	۱,۵۰۳۸۹۶
۰,۲۱۴۹۸۰	۰,۲۱۷۵۹۶	۱,۲۱۶۵۸۹
۰,۲۱۸۲۲۲	۰,۲۲۳۱۰۰	۲,۲۳۵۱۴۵
۰,۲۲۶۶۰۴	۰,۲۲۷۳۰۴	۰,۳۰۸۹۶۳
۰,۲۳۸۲۴۴	۰,۲۳۱۵۶۲	۲,۸۰۴۷۱۵

شکل ۶ - مقایسه‌ی نتیجه‌های آزمایشگاهی با نتیجه‌های حاصل از معادله‌ی (۱۲) برای  $k_{af}$ .

می‌توان توجیه کرد که چرخش‌های داخل قطره و تلاطم ایجاد شده در قطره‌ها به سبب جدا شدن از سطح توزیع‌کننده، در لحظه‌های اول تشکیل زیاد بوده و با افزایش زمان تشکیل، مقدار این چرخش‌ها کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش زمان تشکیل، حالت قطره به قطره‌های ساکن نزدیک‌تر شده و دیگر نفوذ ادی‌ها کنترل‌کننده انتقال جرم نخواهد بود. بدین ترتیب ضریب انتقال جرم تشکیل قطره رابطه‌ی عکس با زمان تشکیل قطره‌ها دارد.

تغییرهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره بر حسب عدد بدون بعد رینولدز در مرحله تشکیل قطره در شکل ۵ آورده شده است. همان‌طوری‌که از شکل ۵ پیداست، افزایش عدد رینولدز تشکیل قطره باعث افزایش ضریب انتقال جرم تشکیل قطره می‌شود. علت این امر آن است که افزایش عدد رینولدز تشکیل قطره حاکی از افزایش جریان حجمی فاز پراکنده و در نتیجه سرعت خروج قطره از توزیع‌کننده می‌باشد که این امر، خود باعث افزایش در داخل قطره و در نتیجه افزایش میزان انتقال جرم می‌شود. از طرفی با توجه به بیشتر بودن چرخش‌های درونی در قطره‌های بزرگ‌تر، در هر سه شکل مشاهده می‌شود که به ازای قطر توزیع‌کننده بزرگ‌تر، و در نتیجه ایجاد قطره‌های درشت‌تر، ضریب انتقال جرم تشکیل قطره مقادیر بزرگ‌تری به خود می‌گیرد.

رابطه‌ی ریاضی به دست آمده برای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره در قالب معادله‌ی (۱۲) آورده شده است. با توجه به ویژگی‌های معادله‌ی مذکور که در جدول ۳ ارائه شده‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که رابطه (۱۲) به خوبی می‌تواند نحوه تغییرهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره را با پارامترهای متفاوت موجود در آزمایش‌ها پیش‌بینی کند. این مدل خطای بسیار پایینی داشته، ۱/۱۲ درصد، و با اطمینان بالایی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در ضمن برای نشان دادن انطباق رابطه‌ی ریاضی به دست آمده



صورت می‌گیرند. در نتیجه، این مرحله به عنوان ساده‌ترین مرحله از نظر انتقال جرم در دستون‌های استخراج پاششی انتخاب شده است و بررسی آن نیز اهمیت می‌یابد. به منظور بررسی تأثیر پارامترهای متفاوت عملیاتی بر ضریب انتقال جرم، شکل‌های ۱۵ تا ۱۸ ارائه شده‌اند که در ادامه مورد بحث قرار گرفته‌اند. با توجه به شکل ۳ مشاهده می‌شود که ضریب انتقال جرم تشکیل قطره با افزایش قطر متوسط قطره‌ها، رفتاری دوگانه از خود نشان می‌دهد. بدین معنی که ضریب انتقال جرم تشکیل در ابتدا با افزایش قطر متوسط قطره‌ها افزایش یافته و سپس با افزایش بیشتر قطر متوسط، روندی نزولی به خود می‌گیرد. علت افزایش ضریب انتقال جرم تشکیل قطره با افزایش قطر متوسط قطره‌ها، افزایش چرخش‌های درونی قطره‌ها با زیاد شدن قطر آنها می‌باشد. بدین صورت که با افزایش قطر قطره‌ها، تلاطم داخل قطره‌ها آغاز شده و مکانیسم انتقال جرم را نفوذ ادی‌ها و تلاطم حاصل از آن در داخل قطره تعیین می‌کند. از طرفی با افزایش بیشتر قطر متوسط قطره‌ها، عامل دیگری نیز بر انتقال جرم از قطره تأثیر می‌گذارد که این عامل همان کاهش سطح تماس قطره‌ها با فاز پیوسته است. با تجاوز قطر متوسط قطره‌ها از یک مقدار خاص، سطح کلی انتقال جرم به علت زیاد شدن حجم تک قطره‌ها کاهش یافته و با سبقت گرفتن از عامل چرخش‌های درونی قطره‌ها، سبب کاهش ضریب انتقال جرم می‌شود. بنابراین، چگونگی تغییرهای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره بستگی به برتری هر یک از این دو عامل بر دیگری دارد.

شکل ۴ به چگونگی تغییرهای ضریب انتقال جرم با زمان تشکیل قطره‌ها می‌پردازد. در این شکل مشاهده می‌شود برای هر سه قطر صفحه روزنه‌دار، ضریب انتقال جرم تشکیل قطره با افزایش زمان تشکیل کاهش می‌یابد. این نحوه تغییرها را این‌گونه



که در جدول ۳ آمده‌اند، می‌باشد این نتیجه حاصل می‌شود که معادله‌ی (۱۲) هم‌پوشانی خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد.

تاریخ دریافت: ۱۶، ۱۲، ۶ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۷، ۶، ۴

برای ضریب انتقال جرم تشکیل قطره با داده‌های آزمایشگاهی این پارامتر در ستون استخراج پاششی مورد استفاده در این پژوهش، شکل ۶ ارایه شده است. با توجه به شکل ۶ که برآمده از مقادیرهای تجربی و آزمایشگاهی ضریب انتقال جرم تشکیل قطره،

## مراجع

- [1] Ruiz, M.C., Lermada, P. and Padilla, R., Drop Size Distribution in a Batch Mixer Under Breakage Conditions, *Hydrometallurgy*, **63**, p. 65 (2002).
- [2] Kumar, A. and Hartland, S., Correlations for Prediction of Mass Transfer Coefficients in Single Drop Systems and Liquid-Liquid Extraction Columns, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, **77**, 372 (1999).
- [3] Barbulescu, A. and Koncsag, C.I., A New Model for Estimating Mass Transfer Coefficients for the Extraction of Ethanethiol with Alkaline Solutions in Packed Columns, *Applied Mathematical Modelling*, **31**, p. 2515 (2007).
- [4] Sedahmed, G.H., Abdo, M.S., Hassan, M.S. and Konsowa, A.H., Intensification of Mass Transfer Controlled Processes at the Interface between Two Immiscible Liquids by an Axial Turbulent Submerged Jet, *Chemical Engineering and Processing*, **46**, p. 10 (2007).
- [5] Shi, J., Kakuda, Y., Zhou, X., Mittal, G. and Pan, Q., Correlation of Mass Transfer Coefficient in the Extraction of Plant Oil in a Fixed Bed for Supercritical CO<sub>2</sub>, *Journal of Food Engineering*, **78**, p. 33 (2007).
- [6] Painmanakul, P., Loubière, K., Hébrard, G., Mietton-Peuchot, M. and Roustan, M., Effects of Surfactants on Liquid-Side Mass Transfer Coefficients, *Chemical Engineering Science*, **60**, p. 6480 (2005).
- [7] Attarakih, M.M., Bart, H.J. and Faqir, N.M., Numerical Solution of the Bivariate Population Balance Equation for the Interacting Hydrodynamics and Mass Transfer in Liquid-Liquid Extraction Columns, *Chemical Engineering Science*, **61**, p. 113 (2006).
- [8] Xiaojin, T., Guangsheng, L. and Jiading, W., An Improved Dynamic Combined Model for Evaluating the Mass Transfer Performances in Extraction Columns, *Chemical Engineering Science*, **60**, p. 4409 (2005).
- [9] McCreery, G.E. and Stoots, C.M., Drop Formation Mechanisms and Size Distributions for Spray Plate Nozzles, *International Journal of Multiphase Flow*, **22** (3), p. 431 (1996).
- [10] Liang, T.B. and Slater, M.J., Liquid-Liquid Extraction Drop Formation: Mass Transfer and the Influence of Surfactant, *Chemical Engineering Science*, **45** (1), p. 97 (1990).
- [11] Igarashi, L., Kieckbusch, T.G. and Franco, T.T., Mass Transfer in Aqueous Two-Phases System Packed Column, *Journal of Chromatography B*, **807**, p. 75 (2004).
- [12] Babinsky, E. and Sojka, P.E., Modeling Drop Size Distributions, *Progress in Energy and Combustion Science*, **28** (4), p. 303 (2002).

- [13] Fernandez Alonso, D., Goncalves, J.A.S., Azzopardi, B.J. and Coury, J.R., Drop Size Measurements in Venturi Scrubbers, *Chemical Engineering Science*, **56** (16), p. 4901 (2001).
- [14] Lia, X., Mao, Z.S. and Fei, W., Effects of Surface-Active Agents on Mass Transfer of a Solute into Single Buoyancy Driven Drops in Solvent Extraction Systems, *Chemical Engineering Science*, **58**, p. 3793 (2003).
- [15] Slater, M.J., A Combined Model of Mass Transfer Coefficients for Contaminated Drop Liquid-Liquid Systems, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, **73**, p. 462 (1995).
- [16] Slater, M.J., Baird, M.H.I. and Liang, T.B., Drop Phase Mass Transfer Coefficients for Liquid-Liquid Systems and the Influence of Packings, *Chemical Engineering Science*, **43** (2), p. 233 (1988).

Archive of SID