

مطالعه و شبیه‌سازی اندازه متوسط قطره و توزیع اندازه قطره ایجاد شده در سامانه‌های متلاطم پراکنده مایع - مایع در درصدهای بالای فاز پراکنده در حالت پایا

حسین جان ملکی، منصور کلباسی*

تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی شیمی، صندوق پستی ۱۵۸۷۵-۴۴۱۳

مهدی ارجمند

تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، گروه مهندسی شیمی

چکیده: در این تحقیق، اندازه متوسط قطره و توزیع اندازه قطره که مهم‌ترین عامل‌ها در سامانه‌های پراکنده مایع - مایع می‌باشند در گستره وسیعی از درصد فاز پراکنده برای چهار سامانه متفاوت فاز پراکنده غیر ویسکوز (یعنی اتیل‌هگزانوات، تولوئن، کروزن و فیتول) در آب مطالعه شده است. فازهای پراکنده‌ای که در غلظت‌های ۵ تا ۵۰ درصد حجمی استفاده شده‌اند، به وسیله همزن توربینی راشتون با سرعت‌های گردشی متغیر بین ۳۰۰ تا ۷۰۰ دور بر ثانیه متلاطم شده‌اند. توزیع اندازه قطره به وسیله یک روش آندوسکوپی اندازه‌گیری شده است. توزیع‌های اندازه قطره در سامانه‌های به هم‌خور از تعادل پویایی که بین بهم پیوستن و شکسته شدن قطره‌ها وجود دارد به دست می‌آید. از آنجا که رابطه تصحیح شده‌ی مرسوم $d_{pp} \sim (1 + \text{const}\phi) We^{-1/6}$ قطر ساتر را به ویژه در نسبت‌های بالای فاز پراکنده تا حدودی غیر دقیق تخمین می‌زند و وابستگی خطی قطر ساتر به درصد فاز پراکنده مورد تردید قرار گرفته است؛ در چهارچوب نظریه کلاسیک هاینز - کولموگروف یک معادله‌ی دو پارامتری جدید معرفی شده است که قطر متوسط ساتر را به عدد وبر در درصدهای بالای فاز پراکنده به‌طور بسیار قابل اطمینان‌تری رابطه می‌دهد. همچنین در این مطالعه تابع توزیع نرمال خطی در شکل تجمعی آن برای تطبیق با داده‌های تجربی با توافق مطلوبی به کار رفته است. برای تغییرات انحراف استاندارد نسبی با قطر متوسط ساتر و درصد فاز پراکنده نیز رابطه‌ای به دست آمده است. برای تشریح ریاضی توزیع‌های اندازه‌ی قطره، با استفاده از روش تقسیم بندی متغیرها، معادله‌ی موازنه‌ی جمعیتی حل شده است. برای بیان فرکانس شکستن و بهم پیوستن قطره‌ها از مدل معروف کولولوگلو و تاواریدس استفاده شده است و پارامترهای مدل با استفاده از روش مربع کمترین خطاها به دست آمده است. نتیجه‌ها نشان داد در صورتی که پارامترهای مدل برای یک سرعت دورانی به ویژه به دست آمده باشند، شبیه‌سازی توزیع‌های اندازه قطره با داده‌ای تجربی دارای توافق خوبی می‌باشد، اما از آنجا که پارامترهای مدل به صورت تابعی از انرژی اعمال شده می‌باشد، لذا بایستی این مدل‌ها بهبود یابند.

واژه‌های کلیدی: توزیع اندازه قطره، به هم پیوستن قطره‌ها، شکسته شدن قطره‌ها، سامانه پراکنده مایع - مایع، اختلاط.

KEY WORDS: Drop size distribution, Coalescence, Breakup, Liquid-liquid dispersion, Mixing.

+E-mail: mkalbasi@aut.ac.ir

*عهده دار مکاتبات

مقدمه

یک روش مرسوم برای ایجاد و افزایش سطح تماس بین دو فاز مایع امتزاج ناپذیر، پراکنده سازی یکی از فازها در فاز دیگر به وسیله همزدن می‌باشد. برای بهینه سازی و کنترل فرایندهای اختلاط مایع - مایع، ضروری است تا مشخصات توزیع اندازه قطره پیش‌بینی شود. توزیع اندازه قطره‌های به وجود آمده در یک ظرف اختلاط در نتیجه دو فرایند رقابت کننده شکسته شدن قطره‌ها ناشی از میدان توربلانسی و به هم پیوستن قطره‌های حاصل از برخورد بین قطره‌ها می‌باشد. نرخ به هم پیوستن قطره‌ها بستگی به فرکانس برخورد و همچنین ضریب کارایی برخورد دارد که این ضریب نیز وابسته به زمان تماس بین قطره‌های به هم پیوند کننده می‌باشد. در سامانه‌های با تمایل پایین برای به هم پیوستن قطره‌ها؛ یعنی سامانه‌هایی با درصد فاز پراکنده کم و یا سامانه‌هایی حاوی عوامل پایدار کننده، پارامترهایی نظیر سرعت بالای همزدن و یا کشش بین سطحی پایین به‌طور اغلب فرکانس شکسته شدن قطره‌ها را افزایش می‌دهد [۱]. از طرف دیگر افزایش در درصد فاز پراکنده منجر به افزایش در اندازه قطره خواهد شد. اما مقدار زیاد فاز پراکنده می‌تواند خواص تلاطمی فاز پیوسته را تغییر دهد [۲]. در یک سامانه پراکنده مایع - مایع، پارامترهای مهمی که وابستگی نزدیکی به نرخ شکسته شدن و بهم پیوستن قطره‌ها دارند، عبارتند از کوچکترین و بزرگترین اندازه قطره پایدار که به ترتیب با d_{min} و d_{max} نشان داده می‌شوند. در یک میدان تلاطمی هر قطره بزرگتر از d_{max} شکسته خواهد شد و این در حالی است که قطره‌های کوچکتر از d_{min} با قطره‌های دیگر پیوند خواهند کرد. پژوهشگران زیادی به صورت تجربی بزرگترین قطره پایدار را در ظرف به هم خور تعیین کرده‌اند و رابطه‌های مختلفی برای پیش‌بینی کردن آن ارائه داده‌اند که به صورت تابعی از ویژگی‌های میدان جریان و خواص فیزیکی سامانه می‌باشند [۳-۶]. بیشتر آنها از مفهوم انرژی توربلانسی آشپاری برای این امر استفاده کرده‌اند که از تئوری کولمرگروف - هانز استفاده می‌کند [۷]. در سامانه‌های فاز پراکنده با ویسکوزیته پایین فازها می‌توان با موازنه بین نیروهای پایدار کننده که از کشش بین سطحی، γ ، بوجود می‌آیند، با نیروهای شکننده ناشی از فاز پیوسته با دانسیته ρ ؛ برای بزرگترین قطره‌ی پایدار رابطه‌ای به دست آورد که اندازه آن را به بزرگترین توان به هدر رونده، ϵ_{max} ، با رابطه زیر مرتبط می‌کند [۸،۹].

$$d_{max} \sim (\epsilon_{max})^{-1/4} \left(\frac{\gamma}{\rho_c} \right)^{1/6} \quad (1)$$

در شرایطی که نرخ‌های انرژی به هدر رونده درون ظرف به هم‌خور از لحاظ فضایی یکنواخت باشد، می‌توان ϵ_{max} را متناسب با نرخ انرژی متوسط در نظر گرفت. بنابراین می‌توان معادله (۱) را به صورتی دوباره نویسی کرد که در آن از عدد وبر استفاده شود. اگر همچنین فرض شود که در تعادل دینامیک قطره داشته باشیم $d_{32} \sim d_{min}$ (همانطور که اولین بارتوسط شینار [۱۰] پیشنهاد شده است) آنگاه معادله (۱) به معادله (۲) تبدیل می‌شود:

$$\frac{d_{32}}{D} = C_1 We^{1/6} \quad (2)$$

که در آن $We = \rho_c N^2 D^2 / \gamma$ ، قطر همزن و C_1 یک ثابت بدون بعد است که بستگی به نوع همزن بویژه عدد توان آن دارد و به عنوان یک ضریب هندسی تعبیر می‌شود.

کمترین اندازه‌ی قطر پایدار از شرایطی تخمین زده می‌شود که در آن شرایط میزان انرژی وارد شده به یک جفت قطره هنگامی که در تماس با هم هستند ناکافی باشد تا نتواند جلوی به هم چسبیدن و ادغام نهایی بین آنها را بگیرد [۱۰]. در این شرایط ثابت شده است [۱۱]:

$$\frac{d_{min}}{D} \sim We^{-3/8} \quad (3)$$

شینار [۱۰] همچنین فرض کرد که برای سامانه‌هایی که اندازه قطره به وسیله فرایند به هم پیوستن قطره‌ها کنترل می‌شود، d_{32} متناسب با d_{min} است، لذا معادله (۳) به فرم ذیل در می‌آید:

$$\frac{d_{32}}{D} \sim We^{-3/8} \quad (4)$$

از طرف دیگر اسپارو [۵] فرض نمود که قطر ساتر تنها به بزرگترین قطر قطره پایدار وابسته است و این تناسب به وسیله بسیاری از پژوهشگران، [۱۱-۱۳]، به کار برده شده و اغلب رابطه‌ها ارائه شده برای قطر ساتر در سامانه‌های رقیق به وسیله معادله (۲) ارائه شده است. حتی برای سامانه غلیظ‌تر که در آنها نرخ به هم پیوستن قطره‌ها مهم است و دیگر کاربرد نظری کنترل اندازه قطره بوسیله موازنه نیروهای مخالف درست نمی‌باشد، اما در اغلب کارهای انجام گرفته، معادله اصلاح شده (۲) به شکل زیر پیشنهاد شده است:

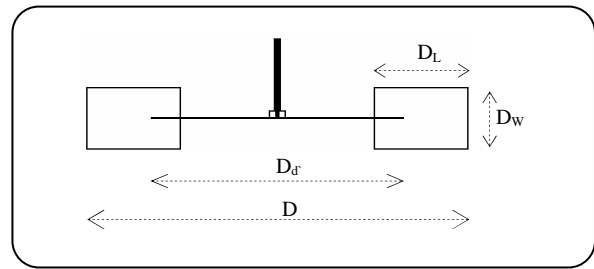
$$\frac{d_{32}}{D} = C_1 (1 + C_2 \phi) We^{-1/6} \quad (5)$$

و توابع توزیع نرمال لگاریتمی [۲۱] خطاهای کمتری داشته‌اند. ژرو و کرسا [۲۰] برای محدوده‌ای از انواع همزن مشاهده کردند که شکل توزیع با افزایش سرعت همزن از حالت تک بیشینه در قطره‌های کوچک اندازه به حالت دو بیشینه در قطره‌های کوچک و بزرگ اندازه و در نهایت به حالت تک بیشینه در قطره‌های متوسط اندازه تغییر می‌کند. توابع توزیع نرمال و نرمال لگاریتمی هنگامی که به صورت تجمعی استفاده می‌شود با داده‌های تجربی خیلی خوب توافق دارند ولی اگر به صورت فرکانس تعدادی قطره‌ها به کار برده شوند، جواب خیلی رضایت‌بخشی نمی‌دهند. این امر بدان خاطر است که تمام دامنه توزیع اندازه قطره به‌ویژه دو سر آنها آن‌را نمی‌توان تنها با یک تابع توزیع به صورت دقیق بیان نمود.

بخش تجربی

سامانه اختلاط استفاده شده است یک مخزن استوانه‌ای شیشه‌ای می‌باشد که ارتفاع مایع (H) در آن برابر با قطر آن $D_T = 0.15 \text{ m}$ می‌باشد. برای جلوگیری از تشکیل گردابه عمیق، ظرف مجهز به ۴ بافل شیشه‌ای با عرض $D_T/10$ بوده و برای کنترل دما در 20°C ، درون یک حمام آب قرار گرفته است. سرعت دورانی همزن در محدوده ۷۰۰-۳۰۰ rpm می‌باشد. این دو محدوده سرعت مربوط به حداقل سرعت لازم برای ایجاد سوسپانسیون کامل قطره‌ها و حداکثر سرعت مجاز برای جلوگیری از ورود هوا به داخل سامانه پراکنده می‌باشد. توربین راشتون با ابعاد $D_L = D/4$ ، $D_H = 2D/3$ ، $D = D_T/3$ و $D_W = D/5$ ، شکل ۱، استفاده شده است که در فاصله $1/3$ ارتفاع مایع از کف مخزن قرار دارد.

در تمام آزمایش‌ها از آب خالص با دانسیته $\rho_c = 997 \text{ kg/m}^3$ و ویسکوزیته‌ی دینامیک $\mu_c = 0.993 \text{ mPas}$ استفاده شده است. فازهای آلی استفاده شده عبارتند از: اتیل‌هگزانات، کروزن، تولوئن و فنیتول که از شرکت مرک^(۱) آلمان با خلوص بالای ۹۸٪ خریداری شده است. خواص فیزیکی این مواد در جدول ۱ آورده شده است. کشش بین سطحی سامانه‌های آلی/آب به‌وسیله دستگاه Fisher Surface Tensiomat اندازه‌گیری شده و دانسیته و ویسکوزیته مایعات به ترتیب از طریق اندازه‌گیری گراویته ویژه و با ویسکوزیته متر استوالد^(۲) به‌دست آمده است.



شکل ۱- همزن توربین راشتون.

بر اساس این معادله، افزایش درصد فاز پراکنده باعث ایجاد قطره‌های بزرگتر در سامانه اختلاط شونده می‌شود. این نوع رفتار در نرخ‌های پایین و بالای به‌هم پیوستن قطره‌ها مشاهده شده است [۴، ۱۴]. از جمله $C_p \phi$ می‌توان دو تعبیر داشت: این که آن‌را تنها به‌عنوان یک عامل میرایی در توربانسی در نظر گرفت، هنگامی که غلظت فاز پراکنده هنوز به نسبت پایین است و C_p مقداری در حدود ۳ می‌گیرد [۴، ۱۵]، و یا این که به‌خاطر به‌هم پیوستن قطره‌های C_p دارای مقدارهای بین ۳ تا ۲۰ با توجه به تمایل برای به‌هم پیوستن قطره‌ها داشته باشد [۱۷، ۱۶]. برخی تردیدها از جنبه اعتبار نظری معادله (۵) به‌وسیله پژوهشگران [۱۸] ابراز شده است. همانطور که در این مقاله ذکر خواهد شد، معادله (۵) برای سامانه‌های غلیظ پراکنده مناسب نمی‌باشد، در نتیجه رابطه‌های دیگری مدنظر قرار گرفته است؛ معادلاتی که دارای ۳ پارامتر می‌باشند، مانند معادله (۶)، [۱۸] و یا معادله (۷)، [۱۹].

$$\frac{d_{32}}{D} = C'_1 (1 + C'_2 \phi) We^{-\alpha} \quad (6)$$

$$\frac{d_{32}}{D} = C_p (1 + C_p \phi)^n We^{-\alpha} \quad (7)$$

معادله‌های (۵) تا (۷) با افزایش درصد فاز پراکنده، افزایش در قطر ساتر را پیش‌بینی می‌کنند.

علی‌رغم این واقعیت که توزیع اندازه قطره بر اندازه متوسط و مساحت بین سطحی کل مؤثر است؛ اطلاعات کمی وجود دارد تا بتوان از آن برای پیش‌بینی منحنی توزیع و چگونگی رفتار تغییرات آن با پارامترها اختلاط و خواص فیزیکی فازهای پراکنده، استفاده کرد. ژرو و کرسا [۲۰]، عنوان کرده‌اند که بایستی رابطه‌ای بین توزیع اندازه قطره و اندازه متوسط قطره وجود داشته باشد تا بتوان رفتار اختلاط را پیش‌بینی نمود. برای مخازن اختلاط با طراحی استاندارد، توابع توزیع نرمال [۸، ۱۵]

(۱) Merck Co Ltd. (Darmstadt, Germany)

(۲) Ostwald

جدول ۱- خواص فیزیکی مایعات آلی استفاده شده به‌عنوان فاز پراکنده در دمای ۲۰°C.

	ρ_a [kg/m ³]	μ_a [mPas]	γ [10 ⁻³ N/m]
فیتول	۹۶۴	۱٫۰۵	۳۹٫۴
تولون	۸۶۸	۰٫۵۶	۳۵٫۶
کروزن	۸۳۰	۰٫۵۴	۴۴٫۱
اتیل هگزانوات	۸۷۱	۱٫۱۷	۲۰٫۷

در سامانه‌ها با ویسکوزیته پایین قطره این زمان در حدود ۲ تا ۳ ساعت می‌باشد [۲۴، ۲۰]. در نتیجه در تمام آزمایش‌های انجام گرفته بعد از ۳ ساعت از تزریق فاز پراکنده، اندازه‌گیری انجام شده است؛ اگرچه در غالب آزمایش‌های زمان‌های کمتری برای رسیدن به تعادل لازم بود. مطابق با کارهای انجام شده توسط دسنویر و همکاران [۱۹]، برای سامانه‌های با تمایل بیشتر برای به‌هم پیوستن قطره‌ها؛ یعنی کروزن و اتیل‌هگزانوات، نسبت به سامانه‌های با تمایل کمتر برای به‌هم پیوستن قطره‌ها؛ یعنی تولون و فیتول، زمان لازم برای رسیدن به تعادل کمتر بود. این اختلاف می‌تواند به این واقعیت برگردد که در سامانه‌هایی که نرخ بهم پیوستن قطره‌ها بالاتر است، فرایند به‌هم پیوستن خیلی سریع‌تر با فرایند شکسته شدن به تعادل می‌رسد.

نتیجه‌ها و بحث

برای درصد پایین فاز پراکنده و در نتیجه نرخ‌های پایین به‌هم پیوستن قطره‌ها، معادله تئوری (۲) معتبر است. هنگامی که احتمال به‌هم پیوستن قطره‌ها به نسبت کم است، فرایند شکسته شدن غالب است و در نتیجه فرضیه‌های صورت گرفته برای به‌دست آوردن معادله (۲) صادق می‌باشند. اما با حضور مقدار بیشتر فاز پراکنده، اندازه قطره تعادلی از دو طریق تحت تأثیر قرار می‌گیرد:

- ۱- هنگامی که قطره‌ها در مجاورت هم قرار می‌گیرند، ساختار مقیاس کوچک توربلانسی فاز پیوسته تغییر کرده و انرژی توربلانسی آن برای شکست قطره‌ها کم می‌گردد.
- ۲- از طرف دیگر نرخ به‌هم پیوستن قطره‌ها به علت افزایش احتمال برخورد قطره‌ها شدت می‌گیرد. اگر درصد حجمی فاز پراکنده خیلی بالا نباشد، می‌توان مدلی را برای مقدارهای پایین تا مقدارهای متوسط ϕ ارائه داد که تنها تأثیر میرایی انرژی توربلانسی را شامل شود. در مقدارهای بالای ϕ هر مدلی که بهم پیوستن قطره‌ها را نادیده بگیرد حتی در ناحیه همزن که شکسته شدن غالب است، کاربردی نخواهد بود.

دولا [۱۴] به بررسی اثر ϕ در انرژی توربلانسی مؤثر در شکستن قطره‌ها پرداخته و آن را با رابطه ذیل به انرژی به‌هدر رونده‌ی متوسط مربوط دانسته است:

$$\varepsilon_{\phi} = \varepsilon (\rho_e / \rho_c)^{-3} (1 + 2/5\phi)^{-3} \quad (8)$$

توزیع‌های اندازه قطره با روش اندوسکوپي تشریح شده توسط ریتر و کرامه [۲۲] اندازه‌گیری شده است. به‌طور عمومی در حدود ۱۵۰ تا ۲۰۰ قطره شمرده و اندازه‌گیری شده تا یک توزیع قابل قبولی و اعتماد به‌دست آید. در این مطالعه به منظور اینکه ناهمگونی فضایی توزیع اندازه قطره‌ها در نظر گرفته شود، اندازه‌گیری در دو ناحیه صورت گرفته و با ترکیب داده‌های به‌دست آمده از ناحیه همزن و بالک، میانگین حسابی اندازه قطره‌های متوسط برای نتیجه‌های بهتر و قابل اطمینان‌تر محاسبه شده است. محل قرارگیری اندوسکوپ در $r/D_T = 0.125$ در سطح تیغه همزن (برای ناحیه همزن) و $D_T/5$ زیر سطح مایع (برای ناحیه بالک) مطابق با مطالعه کرامه و همکاران [۲۳] در نظر گرفته شده است. اندازه متوسط قطره و توزیع اندازه قطره برای درصد فاز پراکنده ۵ تا ۵۰٪ حجمی اندازه‌گیری شده است. هر آزمایش با روند ذیل صورت گرفته است:

- ۱- ابتدا مخزن با آب دی‌یونیزه پر شده است.
- ۲- سرعت چرخشی همزن مطابق مقدار دلخواه تنظیم شده و بعد از ۱۵ دقیقه فاز پراکنده به‌وسیله پیپت نزدیک نوک همزن اضافه شده است.
- ۳- بعد از ۳ ساعت از تزریق، توزیع اندازه قطره اندازه‌گیری شده است.

به‌طور کلی بعد از یک دوره مشخص زمانی از شروع به‌هم خوردن سامانه مایع-مایع، یک تعادل دینامیک بین فرایندهای شکسته شدن و بهم پیوستن قطره‌ها به‌وجود می‌آید که بعد از آن دیگر تغییری در اندازه متوسط قطره و توزیع اندازه قطره رخ نخواهد داد. زمان لازم برای رسیدن به این تعادل از سامانه‌ای به سامانه دیگر متغیر است و به‌علاوه به نوع همزن به‌کار رفته، متغیرهای عملیاتی از نظیر دور هم زدن و درصد فاز پراکنده نیز وابسته است. به نوعی برای توربین راشتون

جدول ۲— مقایسه داده های تجربی برای سیستم تولوئن/آب با نتیجه‌های حل از معادله (۹).

N(rpm)	d _{۳۳} (μm) تجربی		d _{۳۳} (μm) محاسبه شده با معادله (۹)	
	φ = ۰٫۰۵	φ = ۰٫۰۵	φ = ۰٫۰۵	φ = ۰٫۰۵
۴۰۰	۱۹۸	۶۱۹	۱۷۵	۳۵۵
۶۰۰	۱۴۲	۴۵۱	۱۱۳	۲۱۸
۷۰۰	۱۲۵	۴۰۱	۹۴	۱۸۱

جدول ۳— پارمترهای و ضرایب تعیین چندگانه برای معادله‌های (۵) و (۱۱) برای تمام سیستم های مورد مطالعه.

	پارامترهای معادله (۵)			پارامترهای معادله (۱۱)		
	C _۱	C _۲	R ^۲	C _۱ '	β	R ^۲
فنیترول	۰٫۰۶	۱۲٫۵	۰٫۸۲	۰٫۱۲	۰٫۵۲	۰٫۹۵
تولوئن	۰٫۰۶	۵٫۴	۰٫۷۸	۰٫۱۲	۰٫۳۲	۰٫۹۱
اتیل‌هگزانوات	۰٫۰۷	۱۹	۰٫۷۵	۰٫۱۹	۰٫۳۷	۰٫۸۸
کروزن	۰٫۰۵	۱۹	۰٫۷۴	۰٫۰۸	۰٫۷۲	۰٫۸۶

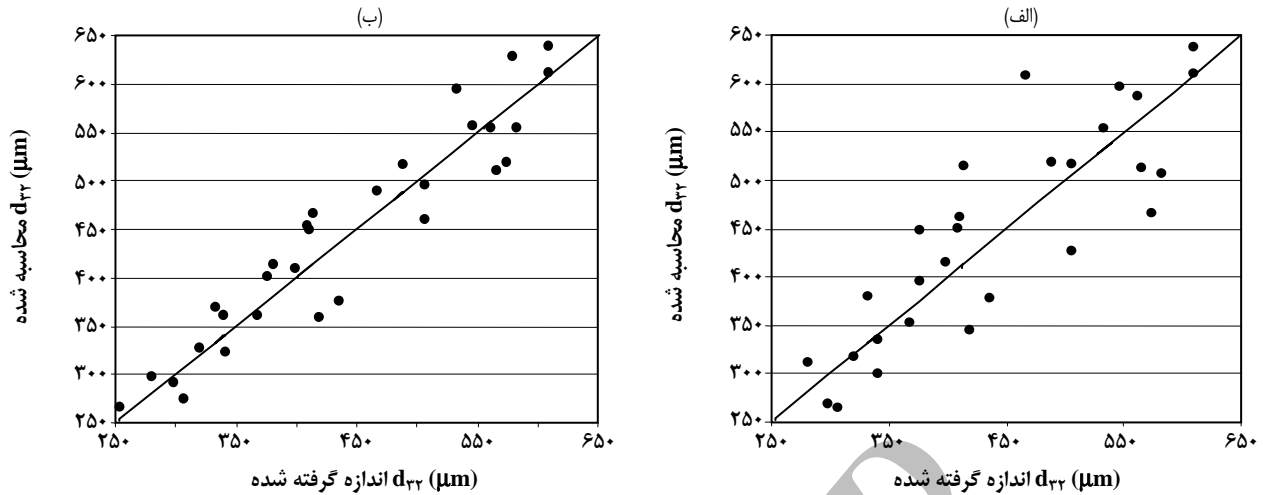
با مطالعه‌های براون و بیت [۱۵] نیز در توافق است. آنها اندازه قطره را در نوک همزن از طریق عکس برداری به دست آورده و دریافتند که وابستگی خطی d_{۳۳} به φ در مقادیرهای φ = ۰٫۰۴ و بیشتر برقرار نیست. علاوه بر این موضوع چگونگی وابستگی قطر ساتر به عدد وبر توسط برخی پژوهشگران مورد سؤال قرار گرفته است. بروکس [۲۵]، پاسک و همکاران [۱۸] و کول و همکاران [۲۶] مقادیرهای بالاتری از ۰٫۰۶ - (یعنی ۰٫۰۳) را برای توان عدد وبر در سامانه‌هایی که جزء حجمی آنها تا ۲۰٪ رسیده است، پیشنهاد داده‌اند. هارتلند و همکاران [۲۷] مقدار ۰٫۰۴ - را به دست آورده و این در حالی است، ۰٫۰۴۳ - مقداری است که توسط نیونو و همکاران [۲۸] پیش‌بینی شده است. این افزایش توان با مطالعه‌های دسنویر و همکاران [۱۹] در توافق می‌باشد. آنها بیان داشتند که این رفتار را نمی‌توان با تئوری کلاسیک هاننیز - کولموگروف بیان نمود چرا که علت آن را نمی‌توان تنها به تغییر مکانیسم شکسته شدن و یا تنها به میرایی توربلانسی در سامانه‌های غلیظ مربوط دانست؛ بلکه یک مکانیسم متفاوت از برهم کنش قطره - گردابه توربلانسی نسبت به آنچه که هاننیز - کولموگروف مفروض داشته است، لازم است. براونر [۲۹] اظهار داشته است که اگرچه در سامانه رقیق اندازه قطره

اگر این معادله برای نرخ انرژی به هدر رونده به کار رود و فرض شود که $\rho_d \approx \rho_c$ می‌باشد و جمله‌های ϕ^2 و از درجه بزرگتر از ۲ در نظر گرفته نشود، آنگاه برای قطره‌هایی که نیروی ویسکوزیته مانعی در شکستن آنها نمی‌باشد، معادله زیر به دست می‌آید [۹]:

$$\frac{d_{33}}{D} = C_1 (1 + 3\phi) We^{-0.6} \quad (9)$$

برخی پژوهشگران برای سامانه‌ها با ویسکوزیته کم قطره و همزن توربین راشتون این معادله را به کار برده و مقادیرهای به دست آمده آنها برای پارامتر هندسی C_۱ (۰٫۰۶۰ تا ۰٫۰۵۱) با مقدار ۰٫۰۵۴ که برای معادله (۲) در سامانه‌های رقیق پیشنهاد شده تفاوت خاصی نداشته است. اما همانطور که قبلاً گفته شد این معادله تنها برای شرایطی قابل استفاده است که فقط میرایی انرژی توربولانسی پدیده رخ داده باشد و به هم پیوستن قطره‌ها وجود نداشته باشد (به جدول ۲ توجه شود). همانطور که در این جدول مشاهده می‌شود توافق نسبی در جزء های حجمی پایین فاز پراکنده تولوئن/آب به دست آمده است؛ اما در جزءهای حجمی بالاتر، معادله (۹) مقادیرهای خیلی کمتری از مقادیر واقعی برای قطر ساتر پیش‌بینی می‌کند. در جزءهای حجمی بالاتر، به هم پیوستن قطره‌ها اجتناب ناپذیر است و لذا برای بحساب آوردن آن فرم عمومی تری از معادله (۹)، یعنی معادله (۵) استفاده شده و مقادیر بزرگتری از ۳ یعنی تا حدود ۲۰ برای C_۲ در نظر گرفته شده است. بنابراین نتایج تمام سامانه‌های مورد مطالعه با معادله (۵) فیت شده و بهترین مقادیر پارامترهای آن در جدول ۳ آورده شده است.

تأثیر جزء حجمی بر قطر متوسط در سامانه‌هایی که در آنها قطره‌ها تمایل بیشتری برای به هم پیوستن دارند دارای شیب بیشتری (مقادیر بالاتر C_۲) است تا سامانه‌هایی که در آنها تمایل به به هم پیوستن کمتر است. اما این رفتار خطی وابستگی قطر ساتر به جزء حجمی همواره برقرار نیست و با افزایش φ، تأثیر آن بر قطر ساتر ضعیف‌تر می‌شود. همانطور که انتظار می‌رود، ضریب تعیین چندگانه R^۲ دارای مقادیرهای به نسبت مقبولی بین ۰٫۸۲ تا ۰٫۷۴ می‌باشد که این امر از شکل ۲ - الف نیز مشخص است که در آن مقادیر واقعی بر حسب مقادیر محاسبه شده توسط معادله (۵) برای سامانه اتیل‌هگزانوات/آب نمایش داده شده است. بنابراین معادله (۵) هنگامی که برای مقادیرهای φ بالا به کار برده شود تقریباً جواب‌های ضعیفی می‌دهد که



شکل ۲- قطر ساتر اندازه گرفته شده برای سیستم اتیل‌هگزانوات بر حسب قطر محاسبه شده با الف) معادله (۵) و ب) معادله (۱۱).

جنبشی در ناحیه به هدر رونده یا ویسکوز می‌شود و این در حالی است که حداکثر اندازه قطره پایدار از مقیاس طول کولموگروف بزرگتر و براساس نظریه هاینز سهم انرژی ناحیه ویسکوز در فرایند شکسته شدن ناچیز است. بنابراین در سامانه‌های پراکنده مایع - مایع با اختلاف کم دانسیته، طیف انرژی توربلانسی دو فازی در ناحیه ماند با حضور فاز پراکنده حتی در جزءهای حجمی بالا تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد [۳۱، ۳۰].

بنابراین استفاده از معادله (۸) برای اصلاح تئوری هاینز در سامانه غلیظ صحیح نبوده و در معادلاتی که برای پیش بینی قطر ساتر و یا قطر ماکزیمم استفاده می‌شوند، معرفی عبارت $(1+\text{conts}\phi)$ به‌عنوان عامل میرایی توربلانسی منطقی نمی‌باشد. پس دیگر حتی احتیاجی نیست معادله (۷) یا معادلاتی نظیر آن بررسی شود. با نگاهی اجمالی به جدول ۳ و شکل ۲ برتری معادله (۱۱) نسبت به معادله (۵) مشهود است و ریب‌های تعیین چندگانه مقدارهای بالاتری بین ۰/۸۶ تا ۰/۹۵ دارند. بنابراین یک معادله دو پارامتری جدیدی معرفی شد که علیرغم اینکه جواب‌های خوبی می‌دهد به تئوری هاینز نیز در ϕ ها پایین برگشت می‌کند.

همانطور که قبلاً بیان شد، توزیع اندازه قزره‌ها اغلب به‌صورت توابع توزیع نرمال بیان می‌شوند. در شکل ۳ توزیع‌های تعدادی تجمعی Q_c برای سامانه اتیل‌هگزانوات/آب، در شبکه‌ی احتمالاتی برای جزءهای حجمی متفاوت فاز پراکنده رسم شده است. توزیع‌های اندازه‌گیری شده تقریباً خطی بوده و لذا می‌توان آنها را توزیع نرمال خطی انگاشت. با افزایش قطر ساتر، انحراف استاندارد افزایش یافته و توزیع گسترده‌تر می‌شود.

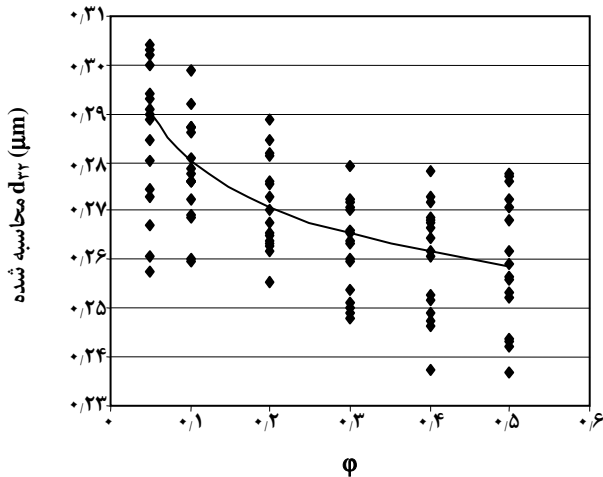
از موازنه نیروهای استاتیک بر روی قطره تعیین می‌شود اما در سامانه‌های غلیظ شار انرژی جنبشی توربلانسی بایستی از نرخ تولید انرژی سطحی لازم برای شکسته شدن قطره‌ها بالاتر باشد تا قطره بشکند. بنابراین یک معادله‌ی ۳ پارامتری یعنی معادله (۶) منطقی است تا در جزءهای بالای فاز پراکنده به کار برده شود. اما این معادله از پایه تئوری ضعیفی برخوردار است چرا که در جزءهای حجمی پایین توانی غیر از ۰/۶- خواهد داشت. به عبارت دیگر کاربرد این معادله با تئوری پایه‌ای هاینز در تناقض است و قابلیت تبدیل به معادله (۲) را ندارد. پس مدلی بایستی ارائه شود که علاوه بر این که در ϕ های بالا برای سامانه‌های مستعد به به هم پیوستن قطره‌ها جواب‌های خوبی دهد، بلکه معادله (۲) را نیز در ϕ های پایین نقض نکند و با افزایش ϕ توان و بر از ۰/۶- به مقادیر بزرگتری تبدیل شود؛ به عبارت دیگر وابستگی توان عدد و بر به جزء حجمی فاز پراکنده را نشان دهد. بنابراین یک فرم عمومی‌تری به شکل معادله (۱۰) بیان می‌شود:

$$d_{p,3} = C_1^* D (1 + C_2^* \phi) We^{-\gamma/\phi + \beta\phi} \quad (10)$$

بر اساس کارهای انجام شده در این مطالعه معلوم شد که مقدار پارمتر C_2^* بسیار نزدیک به صفر می‌باشد، لذا حذف آن یک معادله دو پارامتری جدید به فرم معادله (۱۱) بیان می‌شود:

$$d_{p,3} = C_1^* D We^{-\gamma/\phi + \beta\phi} \quad (11)$$

باید توجه داشت که این نتیجه تعجب آور نمی‌باشد. براساس آنالیزهای مختلف انجام شده، فاز پراکنده باعث کاهش طیفی از انرژی



شکل ۴- انحراف استاندارد نسبی، σ/d_{33} ، برای توزیع های اندازه قطره اندازه گیری شده بر حسب درصد حجمی فاز پراکنده.

s جمله ایجاد و امحاء قطره های ناشی از شکسته شدن و به هم پیوستن قطره ها می باشد، که برابر است با:

$$s = s_{\text{coal}}^+ + s_{\text{coal}}^- + s_{\text{break}}^+ + s_{\text{break}}^- \quad (14)$$

این عبارات بیانگر افزایش و یا کاهش دانسیته جمعیتی ناشی از به هم پیوستن و شکسته شدن قطره ها است که مقدارهای آنها به ترتیب برابر با معادله های (۱۵) تا (۱۸) می باشند [۳۴].

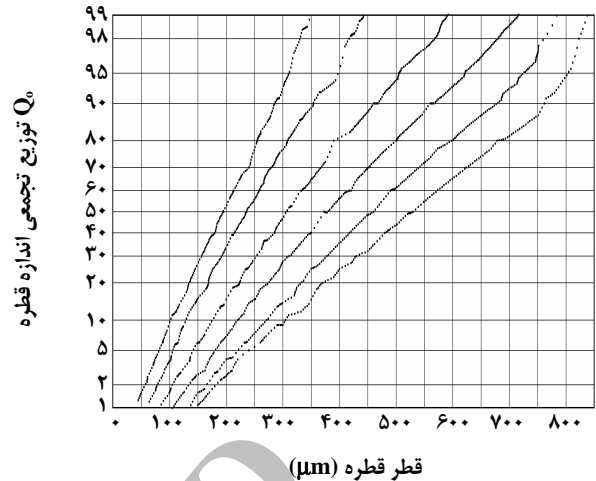
$$s_{\text{coal}}^+(d, t) = \frac{1}{2} \int_{d_{\min}}^d \Gamma(d', d-d') f(d', t) f(d-d', t) dd' \quad (15)$$

$$s_{\text{coal}}^-(d, t) = -f(d, t) \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \Gamma(d, d') f(d', t) dd' \quad (16)$$

$$s_{\text{break}}^+(d, t) = \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \nu(d') \beta f(d, d') g(d') f(d', t) dd' \quad (17)$$

$$s_{\text{break}}^-(d, t) = -g(d) f(d, t) \quad (18)$$

این معادله ها به طور شمایی در شکل ۵ نشان داده شده اند. توجه شود که احتمال بهم پیوستن سه گانه ناچیز در نظر گرفته شده است. $g(d)$ نرخ شکسته شدن قطره با اندازه d و $\Gamma(d, d')$ نرخ بهم پیوستن دو قطره با اندازه های d و d' می باشند. $\nu(d')$ تعداد قطره هایی است که از شکسته شدن قطره با اندازه d' و با حجم V' به وجود می آید و میتوان مقدار آن را به طور متوسط برای تمام اندازه قطره ها برابر با ۲ در نظر گرفت.



شکل ۳- توزیع تجمعی اندازه قطره، Q_0 بر حسب قطر قطره برای سیستم اتیل هگزانوات/آب برای درصد حجمی فاز پراکنده ۵ تا ۵۰٪.

با این حال هنگامی که افزایش قطر ساطر تنها به دلیل افزایش درصد پراکنده باشد و عدد وبر ثابت باشد، روند افزایش انحراف استاندارد کندتر شده و نسبت σ/d_{33} (انحراف استاندارد نسبی) از مقدار ۰٫۲۹ در سامانه های رقیق به ۰٫۲۵ در سامانه های غلیظ کاهش می یابد. این رفتار را می توان در شکل ۴ مشاهده کرد که در آن σ/d_{33} بر حسب ϕ برای تمام آزمایش های صورت گرفته ترسیم شده است. همچنین معادله (۱۲) از تطبیق با نتایج آزمایشی به دست آمده که در شکل ۴ نیز نشان داده شده است.

$$\frac{\sigma}{d_{33}} = 0.25 \phi^{-0.75} \quad (12)$$

شبیه سازی فرایند دینامیک جمعیتی

هدف از این شبیه سازی بررسی چگونگی رفتار پارامترهای مدل کولالوگلو-تاوولاریس [۳۲] در بیان فرکانس های شکسته شدن و بهم پیوستن قطره ها با تغییر سرعت دورانی یا همان انرژی اعمال شده به سامانه می باشد. به وسیله شبیه سازی سیستماتیک می توان به بررسی این موضوع پرداخت که کدام پارامترها تأثیر در توزیع اندازه قطره دارند. این دانش و آگاهی را آنگاه می توان در کنترل و بهینه سازی توزیع اندازه قطره به کار برد.

معادله موزانه جمعیتی در یک سامانه پراکنده مایع - مایع به صورت ذیل می باشد [۳۳].

$$\frac{\partial f(d, t)}{\partial t} = s(d, t) \quad (13)$$

مثلاً سرعت ایمپلر) استفاده شود، شبیه‌سازی با یک دسته از این پارامترها را شاید نتوان برای شبیه‌سازی موارد دیگر به‌کاربرد. اما همانطور که بیان شد در شبیه‌سازی انجام گرفته از مدل کولالوگلو و تاولاریس [۳۲] برای نرخ‌های شکسته شدن و به‌هم پیوستن استفاده گردیده است، چرا که این مدل بهترین تطابق را با داده‌های تجربی داشته است و برای توزیع قطره‌های دختر نیز از توزیع نرمال گوسین استفاده شده است، که به ترتیب به صورت زیر می‌باشند:

$$f(d) = \frac{C_{break} \varepsilon^{1/3} d^{-2/3}}{1 + \phi} \exp\left(\frac{-C_{break} \sigma (1 + \phi)^2}{\rho_d d^{5/3} \varepsilon^{1/3}}\right) \quad (21)$$

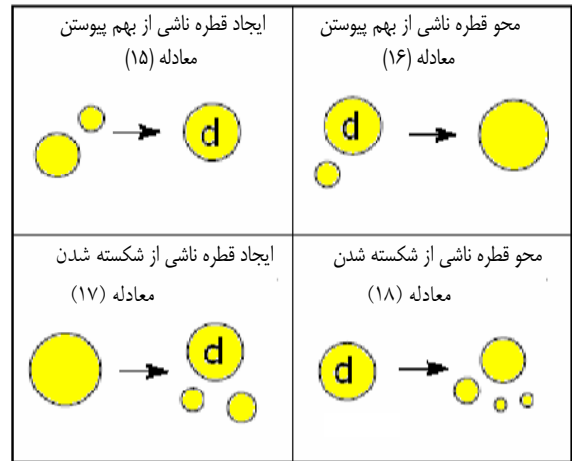
$$\Gamma(d, d') = \frac{C_{coal} (d^2, d'^2)}{1 + \phi} (d^{2/3}, d'^{2/3})^{1/2} \varepsilon^{1/3} \times \exp\left(-\frac{C_{coal} \mu_c \rho_c \varepsilon}{\sigma^2 (1 + \phi)^2} \left(\frac{dd'}{d + d'}\right)^4\right) \quad (22)$$

$$\beta(d, d') = \gamma \frac{d^2}{d'^2} \exp\left(-\gamma \delta \left(\frac{2d^2 - d'^2}{d'^2}\right)^2\right) \quad (23)$$

از آنجا که قطره‌های دختر دارای حجم برابر با قطره مادر می‌باشند، لذا انتگرال ذیل باید برقرار باشد؛ که در واقع تساوی حجم قطره مادر با قطره‌های دختر را بیان می‌دارد [۳۵]:

$$v' = v \int_0^{d'} \beta(d, d') \frac{\pi}{6} d^3 dd \quad (24)$$

برای حل معادله (۱۳) با توجه به معادله‌های (۱۴) تا (۲۳) از روش تقسیم بندی متغیرهای شرح داده شده توسط کومار و رامکریشنا [۳۶] استفاده شده است. این روش در واقع نوعی روش المان محدود می‌باشد که در آن اندازه قطره به زیر دامنه‌هایی تقسیم بندی می‌شود. ریزتر بودن این زیر دامنه‌ها دقت بیشتر این روش را موجب می‌شود. شبیه‌سازی انجام شده برای درصد فاز پراکنده ۱۰ درصد بوده است و پارامترهای تطبیق شونده C_{break1} ، C_{break2} ، C_{coal1} و C_{coal2} با استفاده از روش مربع کمترین خطاها بهینه شده‌اند تا اختلاف بین داده‌های تجربی و شبیه‌سازی را به حداقل ممکن برسد. در شکل ۶ مقادیرهای به دست آمده از شبیه‌سازی انجام شده (نقاط) به همراه مقادیرهای تجربی (خطوط) برای چهار ماده‌ی مورد مطالعه در سرعت دورانی ۵۵۰ دور بر دقیقه ترسیم شده است، که موفقیت مدل سازی انجام شده را به خوبی نشان می‌دهد.



شکل ۵- جمله‌های ایجاد و امحاء ناشی از شکسته شدن و بهم پیوستن.

$\beta(d, d')$ توزیع اندازه قطره‌های دختر یا قطره‌هایی که از شکستن قطره مادر به وجود می‌آیند، می‌باشد که احتمال به وجود آمدن قطره‌ای با قطر d را از شکسته شدن قطره‌ای با قطر d' می‌دهد.

شرایط اولیه و مرزی معادله (۱۳)

شرط اولیه عبارت است از:

$$f(d, 0) = f_0(d) \quad (19)$$

$f_0(d)$ یک تابع دلخواه که معمولاً یک تابع گوسی است.

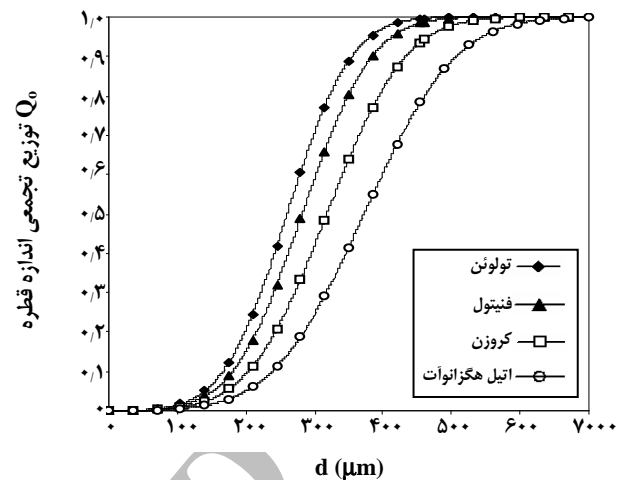
شرط مرزی عبارت است از:

$$f(d_{min}, t) = f(d_{max}, t) = 0 \quad (20)$$

به‌طور کلی، توزیع اندازه قطره در سامانه‌های مایع-مایع به متغیرهای مختلفی بستگی دارد که به چهار دسته تقسیم بندی می‌شوند: ۱- توان ورودی یا دور همزن، ۲- درصد فاز پراکنده، ۳- پارامترهای هندسی از قبیل نسبت بین قطر مخزن و قطر پروانه، نسبت بین فاصله بین پروانه تا کف مخزن و ارتفاع مخزن و نوع و شکل همزن و ۴- خواص فیزیکی از قبیل کشش بین سطحی، ویسکوزیته فازها و دانسیته فازها. به صورت آشکار تأثیر این متغیرها را می‌توان به وسیله مدل‌های ریاضی‌ای که فرایندهای بهم پیوستن شکسته شدن قطره را تشریح می‌کنند، بیان نمود. با این حال در اغلب مدل‌های مقالات، تمام این متغیرها لحاظ نشده‌اند. در عوض پارامترهای تطبیقی برای کاربردهای معین استفاده شده است. مسئله موجود در این روش این است که اگر مقادیرهای دیگری برای پارامترهای ورودی خاصی

معادله‌های سایر پژوهش‌گران اثبات شد که در به‌دست آوردن معادله (۵) مفروضات نامناسبی به‌کار برده شده است و این معادله بنیان نظری ضعیفی دارد، چرا که انرژی جنبشی در ناحیه ماند حتی در درصدهای بالای فاز پراکنده تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد و این در حالی است که قطر قطره‌ها در محدوده ماند قرار دارند. در واقع فاز پراکنده باعث می‌شود که طیف انرژی در ناحیه به‌هدر رفته گاهش یابد که اثر خاصی در شکستن قطره‌ها ندارد، لذا به‌کار بردن پارامتر تصحیح کننده $(1+const\phi)$ منطقی نمی‌باشد. با توجه به این نتیجه و اینکه در مطالعه انجام شده پارامتر C_p در معادله (۱۰) مقدارهای صفر یا نزدیک به صفر را داشت و همچنین توجه به این واقعیت که توان عدد و بر با افزایش ϕ افزایش می‌یابد، یک معادله دو پارامتری جدید، یعنی معادله (۱۱)، ارائه گردید که نتایج به مراتب بهتری نسبت به معادله مرسوم (۵) ارائه می‌کند. بنابراین ضریب‌های تعیین چنگانه R^2 از محدوده ۰/۷۸ تا ۰/۸۴ برای معادله (۵) به محدوده ۰/۸۶ تا ۰/۹۵ برای معادله (۱۱) افزایش پیدا کرد. به‌طور کلی پذیرفته شده است که توابع توزیع نرمال خطی به فرم جمعی آن توزیع‌های اندازه قطره را به‌خوبی بیان می‌نمایند. با به‌کار بردن این توابع در تطبیق دادن پارامترها، انحراف استاندارد، σ ، برای هر توزیع به‌دست آمده و به تبع آن انحراف نسبی استاندارد، σ/d_p ، نیز محاسبه و مشخص شد که انحراف استاندارد نسبی σ/d_p دارای مقدار ثابتی نبوده و با افزایش ϕ از ۰/۰۵ تا ۰/۵ از ۰/۲۹ به ۰/۲۵ کاهش پیدا کرد. با معرفی معادله (۱۲) یک رابطه جدید که این رفتار را پیش‌بینی می‌کند نیز ارائه شد.

همچنین با حل معادله موازنه جمعیتی به روش تقسیم بندی متغیرها و با استفاده از مدل معروف کولالوگلو و تاوولاریس در بیان فرکانس‌های شکسته شدن و به‌هم پیوستن قطره‌ها؛ نتیجه‌ها نشان داد که شبیه‌سازی توزیع‌های اندازه قطره با داده‌ای تجربی دارای توافق خوبی می‌باشد، اما از آنجا که پارامترهای مدل به‌صورت تابعی از انرژی اعمال شده می‌باشد، لذا بایستی این مدل‌ها بهبود یابند. بنابراین دیگر این مدل‌ها را نمی‌توان به‌عنوان مدل‌ها پیش‌بینی کننده برای سایر سرعت‌های دورانی به‌کار برد. این مسئله دلیل این است که چرا بایستی شبیه‌سازی‌های نظام‌مند به‌کار برده شود تا مدل‌های موجود در مقاله‌ها را با در نظر گرفتن بیشتر وابستگی به پارامترهای فیزیکی اصلاح کرد.

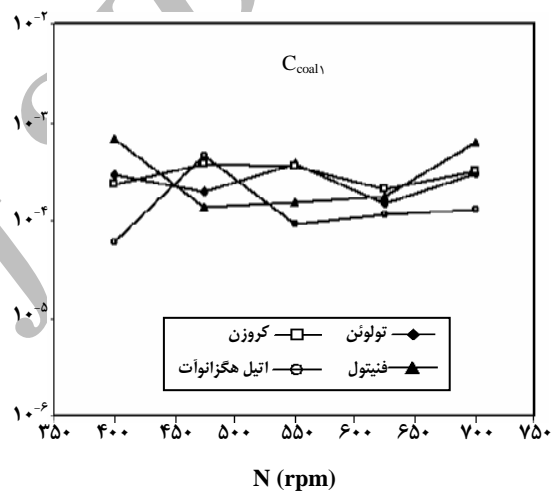
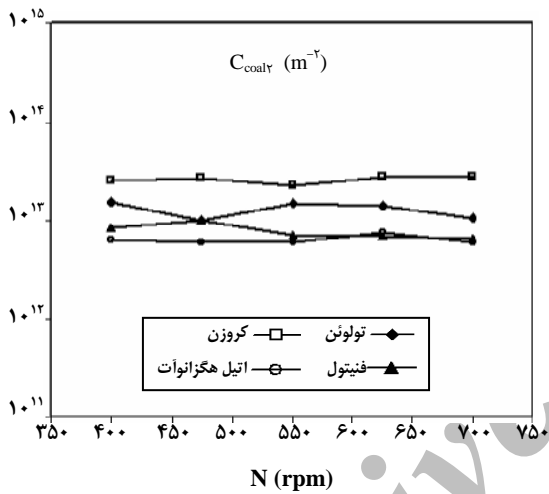
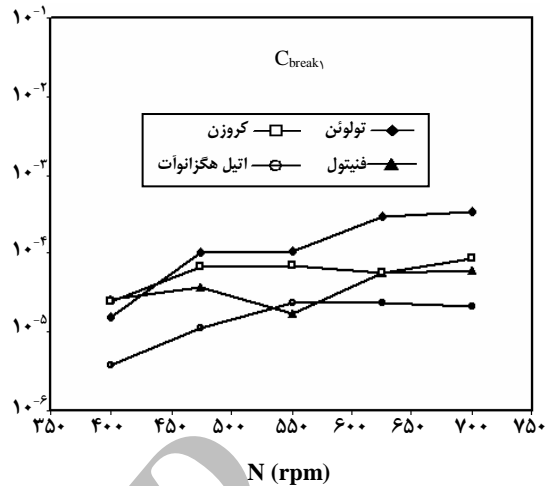
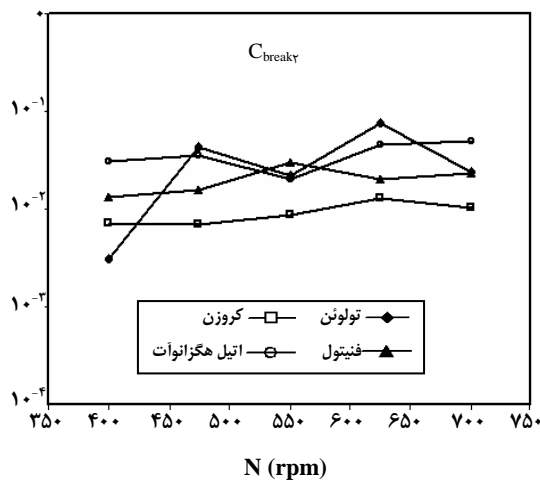


شکل ۶ - مقدارهای تجربی (خطوط) و مقدارهای محاسبه شده با مدل‌سازی (نقاط) برای چهار ماده مورد مطالعه در سرعت دورانی ۵۵۰ rpm

همچنین حساسیت پارامترهای معادلات نسبت به توان ورودی برای سرعت‌های چرخش متفاوت ۴۰۰، ۴۷۵، ۵۵۰، ۶۲۵ و ۷۰۰ دور بر دقیقه مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکل ۷ مقدارهای به‌دست آمده برای پارامترهای مدل برای دوره‌های مختلف برای تمام مواد مورد آزمایش نشان داده شده است. با توجه به تغییرات قابل ملاحظه و وابستگی این پارامترها به سرعت چرخش پروانه، می‌توان به‌طور کلی استنباط کرد که شبیه‌سازی انجام شده تنها در دوره‌های مورد مطالعه معتبر است. این امر تعجب آور نمی‌باشد چرا که اگر پارامترها درست انتخاب گردد؛ در این حالت شکل توزیع می‌تواند خود را با داده‌های تجربی وفق دهد. با این حال اگر یک دسته از پارامترها برای سرعت چرخش بالاتر (یا پایین‌تر) استفاده گردد، به احتمال نتیجه‌ها پراکنده خواهد بود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله بررسی‌هایی بر روی اندازه قطره و توزیع اندازه قطره در سامانه‌های پراکنده مایع-مایع در یک مخزن به‌هم خور انجام گرفته است. نتیجه‌ها نشان داد که فرمولاسیون ماکروسکوپیک توزیع از تئوری مرسوم هاینز برای به‌حساب آوردن تأثیر فاز پراکنده در به‌دست آوردن قطر بیشینه و در نتیجه آن قطر ساتر به‌صورت خطی پیروی نمی‌کند. با بررسی



شکل ۷- وابستگی پارامترهای فرکانس شکسته شدن و بهم پیوستن قطره‌های مدل کولالوگلو و تائالاریدس به سرعت دورانی پروانه.

نمادها

Q_0 توزیع اندازه تجمعی
 R^2 ضریب تعیین چندگانه
 s جمله ایجاد و امحاء قطره‌ها
 ناشی از شکسته شدن و بهم پیوستن $(T^{-1}L^{-1}L^{-3})$
 $We = \rho_c N^2 D^3 / \gamma$ عدد وبر پروانه
 α, β پارامتر
 $\beta(d, d')$ توزیع اندازه قطره‌های دختر (L)
 $\Gamma(d, d')$ نرخ بهم پیوستن دو قطره با اندازه‌های $(L^3 T^{-1}, d', d)$
 ϵ_p, ϵ توان به‌هدر رونده به ازای واحد جرم (L^3/T^3)
 ϵ_{max} حداکثر توان به‌هدر رونده به ازای واحد جرم (L^3/T^3)
 μ_c ویسکوزیته فاز پیوسته (M/LT)
 μ_d ویسکوزیته فاز پراکنده (M/LT)

ثوابت
 $C_1, C_2, C'_1, C'_2, C''_1, C''_2$
 L^{-2}
 $C_{coal2}, C_{coal1}, C_{break2}, C_{break1}$
 d_{p3} قطر ساتر (L)
 d_{max} حداکثر اندازه قطره پایدار (L)
 d_{min} حداقل اندازه قطره پایدار (L)
 D قطر پروانه (L)
 D_T قطر مخزن (L)
 $f(d, t)$ دانسیته جمعیتی $(L^{-1}L^{-3})$
 $g(d)$ نرخ شکسته شدن قطره با اندازه $d (L^{-1})$
 H ارتفاع مخزن (L)
 N سرعت دورانی همزن (T^{-1})

σ	انحراف استاندارد (L^{-1})	φ	درصد حجمی فاز پراکنده
$(\nu(d'))$	تعداد قطره‌های دختر	ρ_c	دانسیته فاز پیوسته M/L^3
		ρ_c	دانسیته فاز پراکنده M/L^3
	تاریخ دریافت: ۱۷/۴/۲۹ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۷/۱۱/۱۴	γ	کشش بین سطحی (F/L or M/T^2)

مراجع

- [1] Chatzi E.G., Kiparissides C., Steady-State Drop-Size Distributions in High Holdup Fraction Dispersion Systems, *AIChE J.*, **41**, p. 1640 (1995).
- [2] Pal R., Pipeline Flow of Unstable and Surfactant-Stabilized Emulsions, *AIChE J.*, **39**, p. 1754 (1993).
- [3] Kumar S., Kumar R., Ghandi K. S., Alternative Mechanisms of Drop Breakage in Stirred Vessels, *Chem. Eng. Sci.*, **46**, p. 2483 (1991).
- [4] Lagissey J.S., Das P.K., Kumar R., Gandhi K.S., Breakage of Viscous and Non-Newtonian Drops in Stirred Dispersions, *Chem. Eng. Sci.*, **41**, p. 65 (1986).
- [5] Sprow F.B., Distribution of Drop Size Produced in Turbulent Liquid-Liquid Dispersion, *Chem. Eng. Sci.*, **22**, p. 435 (1967).
- [6] Lam A., Sathyagal A. N., Kumar S., Ramkrishna D., Maximum Stable Drop Diameter in Stirred Dispersions, *AIChE J.*, **42**, p. 1547-1552 (1996).
- [7] Hinze J.O., Fundamentals of the Hydrodynamic Mechanism of Splitting Dispersion Process, *AIChE J.*, **1**, p. 289 (1955).
- [8] Chen H. T., Middleman S., Drop Size Distribution in Agitated Liquid-Liquid Systems, *AIChE J.*, **13**, p. 989 (1967).
- [9] Calabrese R. V., Wang C. Y., Bryner N. P., Drop Breakup in Turbulent Stirred-Tank Contactors, Part III Correlations for Mean Size and Drops, *AIChE J.*, **32**, p. 677 (1986).
- [10] Shinnar R., On the Behavior of Liquid Dispersions in Mixing Vessel, *J of Fluid Mechanics*, **10**, p. 259 (1961).
- [11] Godfrey J.C., Hanson C., Liquid-liquid Systems, "In Handbook of Multiphase Systems", ed. Hestroni G., Hemisphere Pub. Co., Washington, DC, U.S.A. 4-1 (1982).
- [12] Davies G. A., Mixing and Coalescence Phenomena in Liquid-Liquid Systems, "In Science and Practice of Liquid-Liquid Extraction", ed. Thornton J.D., Oxford, U.K: Clarendon Press, **1**, pp. 245-342 (1992).
- [13] Peters D. C., "Dynamics of Emulsification, In Mixing in the Process Industries", Paperback Edition, Chap. 14, eds. Harnby N., Edwards M.F., Nienow A.W., pp. 294-321. Butterworth-Heinemann's, Oxford, 294 (1997).
- [14] Doulah M. S., An Effect of Hold-Up on Drop Sizes in Liquid-Liquid Dispersions, *Industrial and Engineering Chemistry, Fundamentals*, **14**, p. 137 (1975).

- [15] Brown D.E., Pitt K., Drop Size Distribution of Stirred Noncoalescing Liquid-Liquid System, *Chem. Eng. Sci.*, **27**, p. 577 (1972).
- [16] Godfrey J.C., Obi F.I.N., Reeve, R. N., Measuring Drop Size in Continuous Liquid-Liquid Mixers, *Chemical Engineering Progress*, **85**, p. 61 (1989).
- [17] Nishikawa M., Mori F., Kayama T., Nishikawa S., Drop Size Distribution in a Liquid-Liquid Phase Mixing Vessel, *J. of Chemical Engineering of Japan*, **24**, p. 88 (1991).
- [18] Pacey A.W., Man C.C., Nienow A.W., On the Sauter Mean Diameter and Size Distributions in Turbulent Liquid-Liquid Dispersions in a Stirred Vessel, *Chem. Eng. Sci.*, **53**, p. 2005 (1998).
- [19] Desnoyer C., Masbernat O., Gourdon C., Experimental Study of Drop Size Distributions at High Phase Ratio in Liquid-Liquid Dispersions, *Chem. Eng. Sci.*, **58**, p. 1353 (2003).
- [20] Zhou G., Kresta S.M., Evolution of Drop Size Distribution in Liquid-Liquid Dispersions for Various Impellers, *Chem. Eng. Sci.*, **53**, p. 2099 (1998).
- [21] Key R.B., Glen J.B., Area-Free Mass Transfer Coefficient for Liquid Extraction in a Continuously Worked Mixer, *AIChE J.*, **15**, p. 942 (1969).
- [22] Ritter J., Kraume M., On-line Measurement Technique for Drop Size Distributions in Liquid-Liquid Systems at High Dispersed Phase Fractions, *Chemical Engineering Technology*, **23**, p. 579 (2000).
- [23] Kraume M., Gäbler A., Schulze K., Influence of Physical Properties on Drop Size Distributions of Stirred Liquid-Liquid Dispersions, *Chemical Engineering Technology*, **27**, p. 330 (2004).
- [24] Calabrese R.V., Pacey A.W., Nienow A.W., Coalescence of Viscous Drops in Stirred Dispersions, The Institution of Chemical Engineers Research Event, Birmingham, January, "Institution of Chemical Engineers", Rugby, UK, pp. 642-644 (1993).
- [25] Brooks B.W., Drop Size Distributions in an Agitated Liquid-Liquid Dispersion, *Transaction of the Institution of Chemical Engineers*, **57**, p. 210 (1979).
- [26] Cull S., Lovick J.W., Lye G.J., Angeli P.A., Scale Down Studies on the Hydrodynamics of Two-Liquid Phase Biocatalytic Reactors, *Bioprocess and Biosystems Engineering*, **25**, p. 143 (2002).
- [27] Hartland S., Laso M., Steiner L., Dynamic Simulation of Agitated Liquid-Liquid Dispersions-II, Experimental Determination of Breakage and Coalescence Rates in a Stirred Tank, *Chem. Eng. Sci.*, **42**, p. 2437 (1987).
- [28] Nienow A.W., Pacey A.W., Man C.C., On the Sauter Mean Diameter and Size Distributions in Turbulent Liquid/Liquid Dispersions in a Stirred Vessel, *Chem. Eng. Sci.*, **53**, p. 2005 (1998).
- [29] Brauner N., The Prediction of Dispersed Flows Boundaries in Liquid-Liquid and Gas-Liquid Systems, *International J of Multiphase Flow*, **27**, p. 885 (2001).
- [30] Masbernat O., Gourdon C., Casamatta G., Local Measurements in a Dense Two-Phase Liquid Flow: Continuous-Phase Point Velocity and Phase Ratio, *Chem. Eng. Sci.*, **48**, p. 3225 (1993).
- [31] Jairazbhoy V., Tavlarides L L., A Cascade Model for Neutrally Buoyant Dispersed Two-Phase Homogeneous Turbulence, *International J of Multiphase Flow*, **21**, p. 485 (1995).

- [32] Coualaloglou C.A. and Tavlarides L.L., Description of Interaction Processes in Agitated Liquid-Liquid Dispersions, *Chemical Engineering Science*, **32**, p. 1289 (1977).
- [33] Ramkrishna D., "Population Balances" Academic Press, San Diego (2000).
- [34] Schlauch S., Modeling of Stirred Liquid-Liquid Dispersions, Preprint 41-2004, Institut für Mathematik, Technische Universität Berlin, (2004).
- [35] Wang T., Wang J. and Jin Y., A Novel Theoretical Breakup Kernel Function for Bubbles/Droplets in a Turbulent Flow, *Chemical Engineering Science*, **58**, p. 4629 (2003).
- [36] Kumar S., Ramkrishna D., On the Solution of Population Balance Equations by Discretization-I. A ;xed pivot technique, *Chemical Engineering Science*, **51**, p. 1311 (1996).

Archive of SID