

## کنترلر پیش بین غیر خطی برای راکتور پیوسته ناپایدار

مسعود خاکسار طرقي، محمد شاهرخي\*

تهران، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی شیمی و نفت، صندوق پستی ۹۴۵۶ - ۱۱۳۶۵

**چکیده:** در این مقاله رفتار مدار بسته سامانه‌های غیر خطی ناپایدار با استفاده از کنترلر پیش‌بین مورد بررسی قرار گرفته است. پایداری سامانه مدار بسته در حضور محدودیت روی ورودی سامانه مطرح شده و قضیه‌های مربوطه بیان شده است. مسئله در دو حالت بررسی شده است. ابتدا فرض شده متغیرهای حالت در دست است و سپس پایداری در صورت عدم دسترسی به متغیرهای حالت و استفاده از مشاهده‌گر بررسی شده است. از آنجا که سرعت همگرایی مشاهده‌گر در عملکرد سامانه مدار بسته موثر است، در حالت دوم از یک مشاهده‌گر با بهره بالا استفاده شده و اثر بهره مشاهده‌گر بر عملکرد سامانه از طریق شبیه سازی نشان داده شده است.

**واژه‌های کلیدی:** پایداری حلقه بسته، راکتور همزن دار، کنترلر پیش بین، مشاهده‌گر با بهره بالا.

**KEY WORDS:** Closed-loop stability, Stirred reactor, Predictive control, High gain observer.

### مقدمه

رفتارهای غیرخطی شدید دارند، MPC مبتنی بر مدل خطی توصیه نمی‌شود. استفاده از کنترل کننده‌های مبتنی بر مدل خطی برای چنین سامانه‌هایی باعث انحراف از عملکرد مطلوب سامانه کنترل می‌شود. تعداد زیادی از روش‌های پیش بین غیرخطی مبتنی بر مدل‌های سامانه در فضای حالت می‌باشند. در این نوع سامانه‌ها به طور معمول از کنترلر پس‌خور حالات<sup>(۱)</sup> استفاده می‌شود. یکی از نکته‌های قابل توجه و مهم در رابطه با این کنترلرها، بحث پایداری مدار بسته می‌باشد. بسته به این که افق پیش‌بینی متناهی و یا نامتناهی باشد روش اثبات آن متفاوت است. در کنترلر پیش‌بین با افق نامتناهی<sup>(۲)</sup> اثبات پایداری به کمک یک تابع لیاپونوف که همان تابع هدف می‌باشد، صورت می‌گیرد [۲]. عیب این کنترلر، حجم زیاد محاسبات و عملی نبودن آن به دلیل در نظر گرفتن افق بی‌نهایت می‌باشد. روش دیگر برای تضمین پایداری در نظر گرفتن تابع هدف با افق محدود است [۳-۶]. برای این منظور می‌توان از قیده‌های تساوی یا نامساوی و یا جمله‌های جریمه مناسب

در کنترلر پیش‌بین<sup>(۱)</sup> از یک مدل دینامیکی برای پیش‌بینی و بهینه سازی عملکرد کنترلر استفاده می‌شود. اولین الگوریتم MPC در سال ۱۹۷۰ میلادی توسعه یافت [۱]. در واقع در این الگوریتم، رفتار آینده فرایند با استفاده از مدل تخمین زده می‌شود و در هر بازه کنترلی با حل یک مسأله بهینه سازی یک دنباله از متغیر کنترل کننده به منظور بهینه کردن رفتار کنترلر محاسبه می‌شود. اولین عنصر از این دنباله به فرایند اعمال می‌شود و این مساله در هر بازه کنترلی تکرار می‌شود. یکی از ویژگی‌های مهم کنترلر پیش‌بین، در نظر گرفتن قیدها روی ورودی، خروجی و حالت‌های سامانه می‌باشد [۲]. این الگوریتم می‌تواند برای سامانه‌های خطی و غیرخطی، مینیمم فاز و غیرمینیمم فاز به کار رود. از این نوع کنترلر کننده می‌توان برای کنترل فرایندهای شیمیایی پیچیده استفاده نمود، اما استفاده از مدل پیش بین خطی کاربرد آن را به سامانه‌هایی که دارای رفتار غیرخطی ملایم‌اند، محدود می‌نماید. برای فرایندهایی مانند برج تقطیر با خلوص بالا، فرآیند خنثی سازی pH، فرایندهای شیمیایی که در ذات

\*عهد دار مکاتبات

+E-mail: shhrokhi@sharif.edu

(۱) Model predictive control

(۳) Infinite horizon control

(۲) State feedback controller

## بخش نظری

## کنترل پیش بین غیرخطی با پس خور حالات

مدل سامانه در فضای حالت به صورت زیر فرض می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1)$$

تابع هدفی که در نظر گرفته می‌شود، یک تابع هدف با افق محدود و تابعیت از حالت‌ها و نرخ تغییرهای ورودی می‌باشد. شکل کلی آن به صورت زیر است:

$$V_n(x, u) = \sum_{k=0}^{N-1} I(x(k), \Delta u(k)) + F(x(N)) \quad (2)$$

$$I(x, u) = x^T Q x + \Delta u^T R \Delta u \quad (3)$$

در اینجا محدودیتی که اعمال می‌شود در ورودی به صورت  $u \in \Omega$  می‌باشد که  $\Omega$  ناحیه است که  $u$  در آن تعریف می‌شود و بستگی به شرایط مسأله دارد. حل مسأله منجر به  $u = \{u(0), \dots, u(N-1)\}$  می‌شود، که از بهینه کردن تابع هدف به دست می‌آید. با اعمال جواب بهینه  $u$ ، توالی بهینه  $x$  به صورت  $x^\circ(x) = \{x^\circ(0, x), \dots, x^\circ(N, x)\}$  حاصل می‌شود و مقدار تابع هدف به ازای این مقادیرهای بهینه به عنوان تابع لیاپونوف برای این حلقه کنترل در نظر گرفته می‌شود. اولین عنصر از توالی  $u$  به سامانه اعمال می‌شود و قانون کنترل پیش بین به صورت زیر است.

$$u = k_N(x) = u^\circ(0, x) \quad (4)$$

این محاسباتها در بازه کنترل بعدی تکرار می‌شود. در ادامه شرایطی بررسی می‌شود که تحت آن شرایط، این قانون کنترل بتواند پایداری مدار بسته را به طور مجانبی تامین کند.

## فرض

سامانه خطی شده زیر در نظر گرفته می‌شود. این سامانه پایدار شونده گفته می‌شود اگر بتوان  $k$  را به گونه‌ای یافت که  $A_1 = A + kB$  پایدار باشد [۱۴]:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (5)$$

در این معادله

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_s}, \quad B = \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{x=x_s} \quad (6)$$

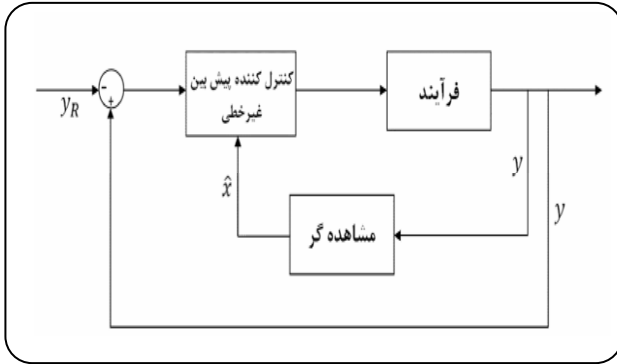
استفاده کرد و آن‌ها را به تابع هدف اضافه نمود. این قیدها هدفشان فقط پایداری است که به آنها قیدهای پایداری گفته می‌شود [۷]. یکی از ساده‌ترین این قیدها، قید تساوی نهایی صفر<sup>(۱)</sup> می‌باشد که به انتهای افق پیشگویی افزوده می‌شود [۸]. از دیگر قیدهایی که می‌توان به تابع هدف اضافه نمود قید ناحیه نهایی<sup>(۲)</sup> است. در این نوع قید، انتهای افق پیشگویی باید در داخل این ناحیه قرار گیرد و دیگر لازم نیست که برابر صفر باشد [۴]. یکی دیگر از راه‌های تضمین پایداری برای کنترلر پیش بین غیر خطی (NMPC) در حالت افق محدود، استفاده از جمله جریمه در تابع هدف است. این دو قید باید به گونه‌ای انتخاب شوند که پایداری حلقه بسته تضمین شود. در سال ۲۰۰۰ میلادی *Mayne* و همکاران نشان دادند که ۳ عامل جمله جریمه، ناحیه نهایی و کنترلر محلی تأثیر مستقیم روی پایداری حلقه کنترل دارند. آن‌ها نشان دادند که با انتخاب مناسب این سه عنصر می‌توان پایداری NMPC را ثابت نمود [۲]. در آن مقاله فرض شده است که تمام حالت‌ها، موجود می‌باشند ولی در عمل همیشه قادر به اندازه‌گیری تمام حالت‌ها به دلایل شرایط عملیاتی و اقتصادی نیستیم. بدین منظور از تخمین زنده‌ها استفاده می‌شود. مشاهده گره‌های متفاوتی را می‌توان برای تخمین حالت‌ها به کار برد. مهمترین آنها عبارت‌اند از مشاهده‌گر با بهره بالا [۹]، تخمین زنده با مرتبه کاهش یافته<sup>(۳)</sup> [۱۰] و فیلترکالمن توسعه یافته [۱۱]. هر کدام از این تخمین زنده‌ها دارای پارامترهای تنظیم ویژه‌ای می‌باشند که می‌توان به وسیله آن سرعت همگرایی مشاهده‌گر را تنظیم نمود. یکی از مسأله‌های مهمی که در رابطه با استفاده از کنترلر و مشاهده‌گر به طور همزمان مطرح می‌شود بحث پایداری مدار بسته می‌باشد. روش‌های متفاوتی برای پایداری ارایه شده است [۱۳، ۱۲]. در این مقاله به بررسی پایداری حلقه بسته یک راکتور ناپایدار CSTR با کنترلر پیش بین غیرخطی پرداخته می‌شود. در ابتدا فرض می‌شود که متغیرهای حالت‌های موجود هستند سپس با استفاده از یک مشاهده‌گر، حالت‌ها تخمین زده می‌شوند.

در این مقاله ابتدا کنترلر پیش بین غیرخطی و تعریف‌ها و قضیه‌های مربوط به پایداری بیان می‌شود. سپس کنترلر پیش بین غیرخطی در حالت پس خور خروجی بررسی شده و فرضیه‌ها و قضیه مربوط به پایداری بیان می‌شود. در بخش بعدی توصیف سامانه و نتیجه‌های شبیه‌سازی آورده شده و در بخش پایانی نتیجه‌گیری ارایه می‌شود.

(1) Zero terminal equality constraint

(2) Terminal constraint set

(3) Reduce order observer



شکل ۱- کنترل کننده پیش‌بین همراه با مشاهده‌گر.

بهره  $k$  را یافت که  $A+kB$  پایدار باشد. به این ترتیب فرضیه‌های مورد نظر محقق شده و پایداری مدار بسته ثابت می‌شود.

### کنترل پیش‌بین غیرخطی همراه با مشاهده‌گر حالت

در این حالت فرض می‌شود که تمام متغیرهای حالت در اختیار نیستند و برخی از آنها توسط مشاهده‌گر تخمین زده می‌شوند. تابع هدفی که در این حالت استفاده می‌شود، همان تابع هدف معادله (۲) می‌باشد با این تفاوت که به جای متغیرهای حالت از تخمین آنها استفاده می‌شود. نمودار جعبه‌ای سامانه‌ی کنترل در شکل ۱ نشان داده شده است.

### مشاهده‌گر با بهره بالا

یکی از مسئله‌های مهمی که در کنترل سامانه‌های فیزیکی مطرح می‌شود داشتن حالت‌های سامانه است. بسیاری از کنترل‌کننده‌های پیشرفته و غیرخطی، کنترل‌کننده‌هایی هستند که تابع حالت‌های سامانه می‌باشند که از جمله آنها کنترل‌کننده خطی‌ساز دقیق و یا کنترل‌کننده پیش‌بین غیرخطی را می‌توان نام برد. اما متأسفانه در بسیاری از موارد نمی‌توان به علت شرایط کاری و یا شرایط اقتصادی تمام حالت‌های سامانه را اندازه‌گیری نمود. در چنین شرایطی به سراغ ابزاری می‌رویم که بتوان از روی حالت‌های اندازه‌گیری شده و یا خروجی، حالات غیرقابل دسترس را تخمین زد. روش‌های متفاوتی برای طراحی یک مشاهده‌گر غیرخطی ارائه شده است. یکی از این روش‌ها استفاده از مشاهده‌گر با بهره بالا<sup>(۱)</sup> می‌باشد. استفاده از این مشاهده‌گر منوط به پیدا کردن یک تابع انتقال مناسب برای تبدیل سامانه به شکل کانونی می‌باشد. در ادامه به بیان روش طراحی این مشاهده‌گر پرداخته می‌شود.

(۱) High gain observer

فرض می‌شود که سامانه پایدار شونده باشد. ۳ عنصر در پایداری کنترل پیش‌بین غیرخطی نقش اساسی دارند که عبارتند از  $X_f$ ،  $F(\circ)$  و کنترلر محلی  $k$ . اگر این سه عنصر به درستی انتخاب شوند آنگاه پایداری مدار بسته تضمین می‌شود [۴].

قضیه [۷]: فرض کنید که جمله جریمه، ناحیه نهایی و کنترلر محلی بتوانند شرایط زیر را محقق نمایند

۱- ناحیه نهایی یک ناحیه بسته بوده و شامل مبدا

$$2- \forall x \in X_f, \quad kx \in \Omega$$

۳-  $X_f$  یک ناحیه مثبت و تغییر ناپذیر برای سامانه مورد نظر باشد.

$$X_f = \{x | x^T P x < \alpha\} \quad (7)$$

$$\left( (F^* + I)(x, k(x)) \right) \leq 0, \quad \forall x \in X_f$$

که  $F(\circ)$  یک تابع لیاپونوف محلی می‌باشد. با برقراری فرض‌ها، ثابت می‌شود که مشتق تابع لیاپونوف  $V$  منفی است و سپس به طور نمایی پایدار می‌باشد.  $X_f$  بزرگترین ناحیه‌ای است که می‌توان در نظر گرفت به طوری که به ازای هر دسته از حالت در این ناحیه  $kx \in \Omega$  برقرار باشد. نحوه به دست آوردن این ناحیه در مرجع [۴] داده شده است. شکل‌های گوناگونی برای جمله جریمه می‌توان در نظر گرفت. این تابع به عبارتی به عنوان یک تابع لیاپونوف محلی برای سامانه خطی می‌باشد. ثابت می‌شود که اگر  $F$  به عنوان لیاپونوف برای سامانه خطی (۵) با قانون کنترل  $kx$  باشد فرضیه‌های ۳ و ۴ محقق می‌شوند [۷]. در اینجا عبارت زیر به عنوان جمله جریمه در نظر گرفته شده و نشان داده می‌شود که سامانه خطی پایدار است.

$$F = x^T P x \quad (8)$$

$$\Delta F = x(k+1)^T P x(k+1) - x^T P x =$$

$$x^T A_1^T P A_1 x - x^T (A_1^T P A_1 - P) x$$

$$A_1^T P A_1 - P = -Q^*$$

که در آن

$$Q^* = A + k^T R k \quad (9)$$

معادله (۸) به عنوان معادله لیاپونوف شناخته می‌شود و با حل این معادله، ماتریس مثبت و متقارن  $P$  به دست می‌آید و تابع  $F$  به عنوان یک تابع لیاپونوف برای سامانه خطی پایدار در نظر گرفته می‌شود. وجود کنترلر محلی مشروط به این می‌باشد که سامانه خطی شده پایدار شونده باشد، به عبارت دیگر بتوان

برای اثبات پایداری وقتی از مشاهده‌گر استفاده می‌شود فرضیه‌های زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۶].

۱- ورودی متعلق به فضای  $R^m$  می‌باشد که  $m$  تعداد ورودی‌هاست و  $U$  که محدوده ورودی را نشان می‌دهد شامل  $u_s$  می‌باشد.  
 ۲- اگر  $z_s, u_s$  شرایط متناظر با نقطه تعادل باشند، باید تابع  $\varphi$  به ازای آنها صفر شود و به علاوه  $\varphi$  یک تابع لیپ شیت باشد.  
 ۳- تابع  $l$  در تابع هدف مربوط به کنترلر به ازای شرایط نقطه تعادل صفر شود، یعنی  $l(0,0)=0$  و به ازای سایر مقادیر آن مثبت باشد.  
 ۴- کنترلر  $u(x)$  در صورت موجود بودن حالت‌ها بتواند سامانه را به‌طور مجانبی پایدار کند و به علاوه لیپ شیت باشد.  
 تعریف: فرض کنید  $x_{sf}$  پروفیل حاصل از پس‌خور حالات و  $x_e$  پروفیل حاصل از پس‌خور خروجی توسط یک کنترلر غیرخطی باشد که با مشاهده‌گر عمل می‌کند. بازیابی عملکرد با توجه به  $\varepsilon$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

فرض کنید  $x_e$  و  $x_{sf}$  از یک مقدار اولیه یکسان شروع شده باشند. بازیابی عملکرد با توجه به مقدار  $\varepsilon$  به این معناست که برای هر  $\delta$  مثبت وجود داشته باشد یک  $\varepsilon^*$  طوری که برای همه  $\varepsilon^* < \varepsilon < \varepsilon^*$  داشته باشیم:

$$\|x_e - x_{ef}\| \leq \delta \quad \forall t > 0, \forall \hat{x} \in \Gamma \quad (17)$$

در آن  $\Gamma$  یک ناحیه دلخواه اما ثابت و ممکن برای شرایط اولیه مشاهده‌گر می‌باشد.

با توجه به این تعریف برای بازیابی عملکرد، از قضیه زیر استفاده می‌شود.

قضیه: اگر فرضیه‌های ۱ تا ۴ برقرار باشد و مقادیر اولیه مشاهده‌گر طوری انتخاب شد که در ناحیه  $\Gamma$  قرار بگیرد آنگاه وجود دارد یک  $\varepsilon^*$  به طوری که برای هر  $\varepsilon^* < \varepsilon < \varepsilon^*$  سامانه مدار بسته به طور مجانبی پایدار می‌باشد و به علاوه عملکرد کنترلر NMPC با پس‌خور حالات به وسیله کنترلر NMPC با پس‌خور خروجی قابل حصول است [۱۷].

### نتیجه‌های شبیه‌سازی کنترل راکتور همزن‌دار

در این بخش کنترل یک راکتور شیمیایی با استفاده از کنترل پیش‌بینی غیرخطی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

راکتورهای همزن‌دار یکی از انواع راکتورهای متداولی هستند که در صنعت به طور فراوان مورد استفاده قرار می‌گیرند. کنترل این نوع راکتورها همیشه مورد توجه پژوهش‌گران بوده است. این راکتور می‌تواند بسته به نوع واکنش و پارامترهای مربوط به آن

اگر سامانه مشاهده‌پذیر باشد می‌توان سامانه (۱) را به شکل کانونی زیر انتقال داد [۱۵].

$$z = \Phi(x) \Rightarrow x = \Phi^{-1}(z) \quad (10)$$

$$\dot{z} = Az + B\varphi(z, u)$$

$$y = cz$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} \circ & 1 & \circ & \dots & \circ \\ \circ & \circ & 1 & \dots & \circ \\ \circ & \dots & \dots & \dots & \circ \\ \circ & \dots & \dots & \dots & \circ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \circ \\ \cdot \\ \cdot \\ \circ \\ 1 \end{bmatrix} \quad c = [1 \ \circ \ \dots \ \circ] \quad (11)$$

بردار انتقال به صورت زیر است:

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix} \quad (12)$$

با توجه به تغییر مختصات و فرم جدید سامانه، مشاهده‌گر با بهره بالا به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{z} = A\hat{z} + B\hat{\varphi}(\hat{z}, u) + H(y - c\hat{z}) \quad (13)$$

که در این معادله

$$H = \text{blockdiag}[H_1, \dots, H_p] \quad (14)$$

$$H_i = \begin{bmatrix} \alpha_i / \varepsilon \\ \alpha_i / \varepsilon^2 \\ \vdots \\ \alpha_i / \varepsilon^{r_i} \end{bmatrix} \quad (15)$$

پارامتر  $\varepsilon$  مثبت و ثوابت  $\alpha_i$  طوری تعیین می‌شود که ریشه‌های چند جمله‌ای زیر در طرف چپ محور موهومی قرار گیرند. به عبارت دیگر چند جمله‌ای زیر پایدار باشد.

$$s^{r_i} + \alpha_i s^{r_i-1} + \dots + \alpha_i = 0 \quad (16)$$

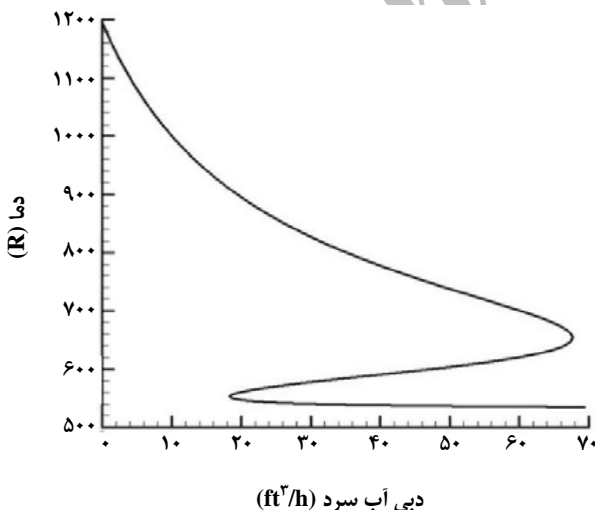
پارامتر  $\varepsilon$  یک پارامتر تنظیم برای تعیین سرعت همگرایی مشاهده‌گر می‌باشد. هرچه مقدار این پارامتر کوچکتر باشد سرعت همگرایی بالاتر است.

جدول ۱- پارامترها و شرایط عملیاتی سامانه.

$C_{A0} = 0.3089 \text{ mol ft}^{-3}$	$T_0 = 530 \text{ R}$
$T = 613.9735 \text{ R}$	$R = 1.99 \text{ Btu mol}^{-1} \text{ R}^{-1}$
$V = 48 \text{ ft}^3$	$U = 150 \text{ Btu h}^{-1} \text{ ft}^{-2} \text{ R}^{-1}$
$T_{j0} = 530 \text{ R}$	$A = 150 \text{ ft}^2$
$C_{A0} = 0.75 \text{ mol ft}^{-3}$	$C_p = 0.75 \text{ Btu lb}_m^{-1} \text{ R}^{-1}$
$E = 29900 \text{ Btu mol}^{-1}$	$C_{pj} = 1 \text{ Btu lb}_m^{-1} \text{ R}^{-1}$
$F = 40 \text{ ft}^3 \text{ h}^{-1}$	$\rho_c = 62.3 \text{ lb}_m \text{ ft}^{-3}$
$F_j = 56.62 \text{ ft}^3 \text{ h}^{-1}$	$K_0 = 7.08 \times 10^7 \text{ ft}^{-3} \text{ mol}^{-1} \text{ h}^{-1}$
$T_j = 602.605 \text{ R}$	$\Delta H = 50000 \text{ Btu mol}^{-1}$
$\rho = 50 \text{ lb}_m \text{ ft}^{-3}$	$V_j = 16 \text{ ft}^3$

جدول ۲- مشخصه‌های نقاط پایا.

رفتار سامانه	$C_A(\text{mol ft}^{-3})$	$T_j(\text{R})$	$T(\text{R})$
پایدار	0.4865	535.09	535.8893
ناپایدار	0.3089	602.605	613.9735
پایدار	0.08309	688.437	713.2778



شکل ۲- حالت‌های پایای دمای راکتور به ازاء دبی جریان سیال مبرد.

(۱) Multiplicity

در شرایط مختلف عملیاتی همچون پایدار و یا ناپایدار قرار گیرد و دارای چند نقطه تعادل<sup>(۱)</sup> باشد [۱۸]. الگوریتم‌های مختلف کنترل از قبیل خطی‌ساز دقیق یا کنترل غیرخطی تطبیقی برای این راکتور استفاده شده است [۱۹، ۲۰]. فرض می‌شود که یک واکنش درجه ۲ به صورت زیر در راکتور انجام می‌شود:



موازنه جرم برای جزء A:

$$\frac{dc_A}{dt} = \frac{F}{V}(c_{A0} - c_A) - Kc_A^2 \quad (19)$$

موازنه انرژی برای راکتور:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_0 - T) + \frac{\Delta HKc_A^2}{\rho c_p} - \frac{UA}{\rho V c_p}(T - T_j) \quad (20)$$

موازنه انرژی برای ژاکت:

$$\frac{dT_j}{dt} = \frac{F_j}{V_j}(T_{j0} - T_j) + \frac{UA}{\rho_j c_{pj} V_j}(T - T_j) \quad (21)$$

در قالب معادله (۱) توابع f و g به صورت زیر است.

$$f(x) = \begin{bmatrix} \frac{F}{V}(c_{A0} - c_A) - Kc_A^2 \\ \frac{F}{V}(T_0 - T) + \frac{\Delta HKc_A^2}{\rho c_p} - \frac{UA}{\rho V c_p}(T - T_j) \\ \frac{UA}{\rho_j c_{pj} V_j}(T - T_j) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (T_{j0} - T_j)/V_j \end{bmatrix}, h(x) = T \quad (23)$$

$$x = [C_A, T, T_j], u = F_j$$

هدف، کنترل دمای راکتور حول نقطه تعادل ناپایدار می‌باشد و متغیر کنترل کننده دبی جریان ورودی به ژاکت است. در جدول ۱ پارامترها و شرایط عملیاتی راکتور همزن دار آورده شده است.

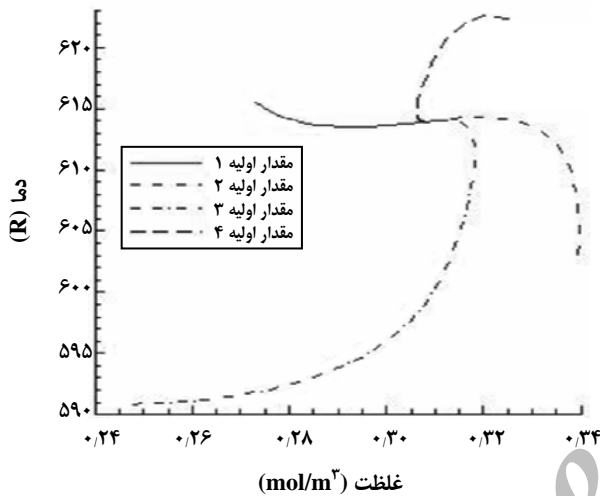
در شکل ۲ رفتار ورودی - خروجی سامانه در حالت‌های پایا رسم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود این سامانه دارای ۳ نقطه تعادل می‌باشد که نقطه میانی، یک نقطه تعادل ناپایدار است. در جدول ۲ مشخصات هر سه نقطه ذکر شده است.

در اینجا هدف نشان دادن پایداری حلقه بسته در اطراف نقطه ناپایدار می‌باشد. قیدی که در نظر گرفته شده است روی ورودی می‌باشد که به صورت زیر است:

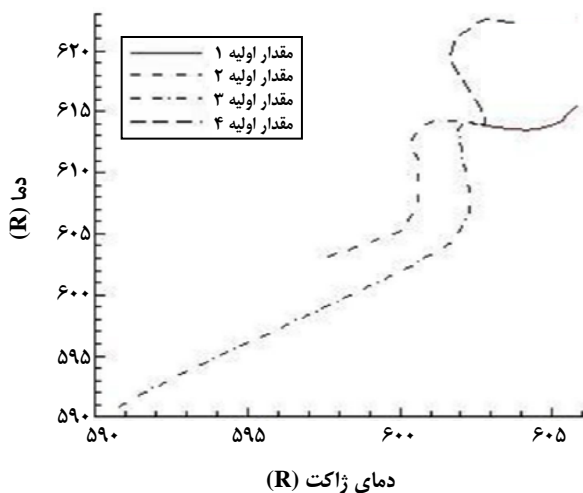
$$\Omega = \{u \in \mathbb{R} \mid 0 \leq u \leq 100\}$$

جدول ۳- شرایط اولیه سامانه.

شماره مورد شبیه سازی	$[C_A(o) \quad T(o) \quad T_j(o)]$
۱	$[0,272 \quad 615,45 \quad 605,8302]$
۲	$[0,3395 \quad 603,085 \quad 597,65]$
۳	$[0,2476 \quad 590,86 \quad 590,76]$
۴	$[0,3251 \quad 622,374 \quad 603,37]$



شکل ۳- مسیر حالات دمابر حسب غلظت برای شرایط اولیه متفاوت.



شکل ۴- مسیر حالات دمای ژاکت بر حسب دمای راکتور برای شرایط اولیه متفاوت.

ماتریس های A و B که از خطی سازی و گسسته سازی معادله های سامانه حاصل شده اند، عبارتند از:

$$A = \begin{bmatrix} 0,9012 & -0,002916 & -6,24 \times 10^{-5} \\ 63,26 & 0,9847 & 0,3363 \\ 24,45 & 0,6072 & 0,4204 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5,25 \times 10^{-4} \\ -0,4621 \\ -0,1407 \end{bmatrix}$$

برای سامانه خطی شده بالا یک کنترلر پایدار کننده با پاسخور حالات با بهره زیر به دست آمده است:

$$k = [0,1 \quad 4,52 \quad 4,55]$$

حال با انتخاب ماتریس های Q و مقدار حقیقی R، از حل معادله لیاپونوف ماتریس P حاصل می شود.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = 0,115$$

$$P = \begin{bmatrix} 0,1053 & 1,2733 & 0,5684 \\ 1,2733 & 488,6646 & 169,1494 \\ 0,5684 & 169,1494 & 70,1501 \end{bmatrix}$$

اکنون با توجه به تعریف ناحیه نهایی با انجام مسئله بهینه سازی که از الگوریتم ژنتیک نرم افزار Matlab بدین منظور استفاده شده است، وسیع ترین ناحیه که شرایط ۱ و ۲ در آن صادق است به شرح زیر به دست می آید.

$$X_f = \{x \in R^3 \mid x^T P x \leq 3,26 \times 10^8\}$$

دیگر پارامترهای کنترلر یعنی افق کنترل و افق پیش بین به ترتیب ۱۰ و ۵ انتخاب شده است. سامانه از ۴ مکان متفاوت راه اندازی شده که در جدول ۳ این حالتها آورده شده است. سامانه مدار بسته شبیه سازی شده و نحوه تغییر حالت های سامانه برای شرایط اولیه متفاوت در شکل های ۳ و ۴ نمایش داده شده است. در شکل های ۵ الی ۷ رفتار دینامیکی حالتها نشان داده شده است.

شکل ۳ نحوه تغییرات دمای راکتور را بر حسب غلظت جزء A برای شرایط اولیه متفاوت و (چهار حالت) نشان می دهد. در شکل ۴ نحوه تغییرات دمای راکتور بر حسب دمای ژاکت برای همین شرایط نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می شود، وقتی شرایط اولیه تغییر می کند، مسیر تغییرات متغیرهای سامانه

جدول ۴- پارامترهای به‌کار رفته در شبیه‌سازی.

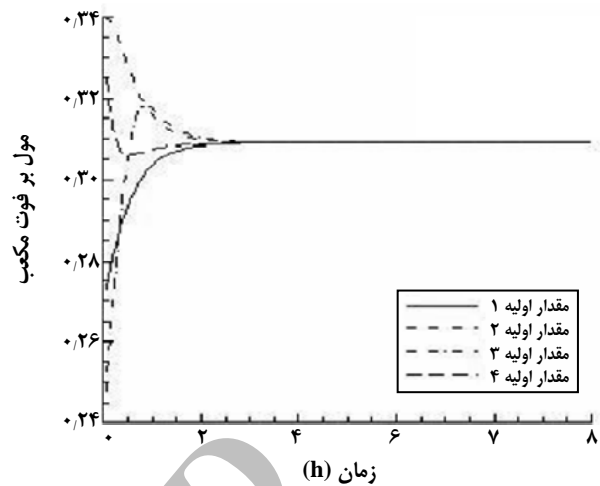
شرایط اولیه راکتور	$[C_A, T, T_j] = [0.3, 611.9735, 613.602]$
شرایط اولیه مشاهده‌گر	$[\hat{C}_A, \hat{T}, \hat{T}_j] = [0.26, 615.9735, 595.602]$
ضرائب بهره مشاهده‌گر	$\alpha_{11} = 1.9375, \alpha_{12} = 0.8984, \alpha_{13} = 0.488$ $\alpha_{21} = 1.375, \alpha_{22} = 0.4492, \alpha_{23} = 0.366$

نیز عوض می‌شود. پاسخ گذرای متغیرهای حالت (غلظت جزء A، دمای راکتور و دمای ژاکت) برای چهار شرط اولیه انتخاب شده در شکل‌های ۵ الی ۷ نشان داده شده است.

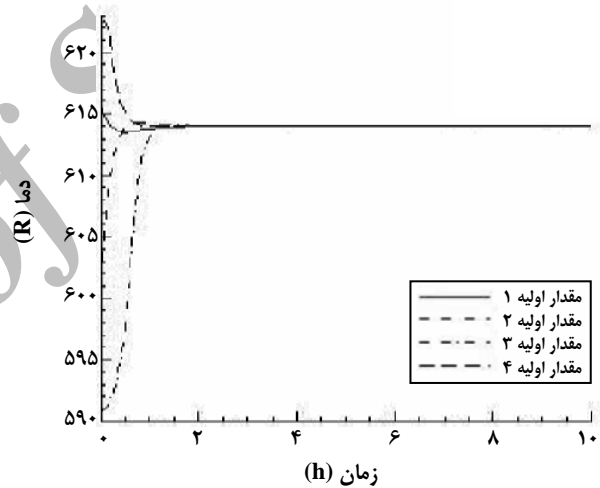
همان‌گونه که از شکل‌های ۳ تا ۷ قابل مشاهده است، سامانه مدار بسته با شرایط اولیه متفاوت پایدار بوده و به مبدا همگرا می‌شود و صحت قضایای مطرح شده تأیید می‌شود. در حالت دوم فرض می‌شود که متغیرهای قابل اندازه‌گیری دمای راکتور و ژاکت می‌باشد و غلظت توسط یک مشاهده‌گر با درجه کامل و با بهره بالا تخمین زده می‌شود. در جدول ۴ پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی ارائه شده است.

شکل‌های ۸ و ۹ نحوه عملکرد مشاهده‌گر به ازای دو مقدار متفاوت  $\varepsilon$  را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با کوچک شدن مقدار  $\varepsilon$  که نتیجه آن بزرگ شدن بهره مشاهده‌گر می‌باشد، سرعت همگرایی مشاهده‌گر بیشتر می‌شود.

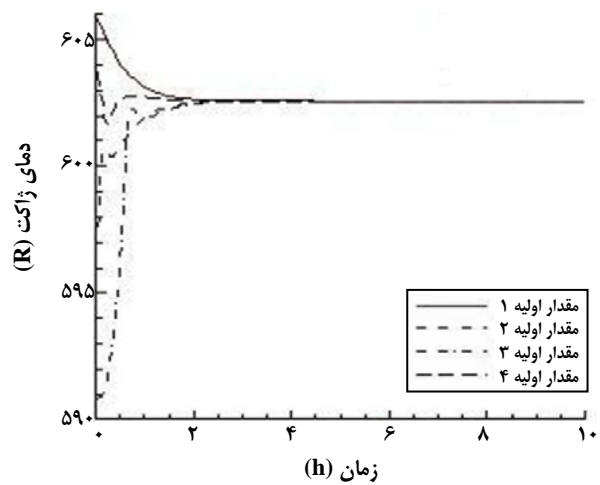
در شکل ۱۰ عملکرد کنترلر به ازای مقادیرهای متفاوت  $\varepsilon$  نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با بزرگ شدن بهره مشاهده‌گر، عملکرد کنترلر در رساندن به مقدار مقرر بهبود یافته است. همان‌طور که نتیجه‌ها نشان می‌دهد کنترلر به خوبی توانسته است پایداری مدار بسته را در اطراف نقطه ناپایدار در هر دو حالت تضمین کند. از شبیه‌سازی‌های انجام شده نتیجه‌های زیر حاصل می‌شود. ۱- صحت قضیه مطرح شده در مرجع [۷] بررسی شده و ملاحظه می‌شود با کنترل کننده طراحی شده می‌توان سامانه را از شرایط اولیه مختلف حول نقطه تعادل ناپایدار، کنترل نمود. ۲- در صورت در دسترس نبودن بعضی از متغیرهای حالت، در صورت مشاهده‌پذیر بودن سامانه، با استفاده از مشاهده‌گر می‌توان سامانه را کنترل کرد. چنانچه از مشاهده‌گر با بهره بالا استفاده شود با افزایش بهره، عملکرد مشاهده‌گر بهبود یافته و در نتیجه عملکرد سامانه مدار بسته نیز ارتقاء می‌یابد.



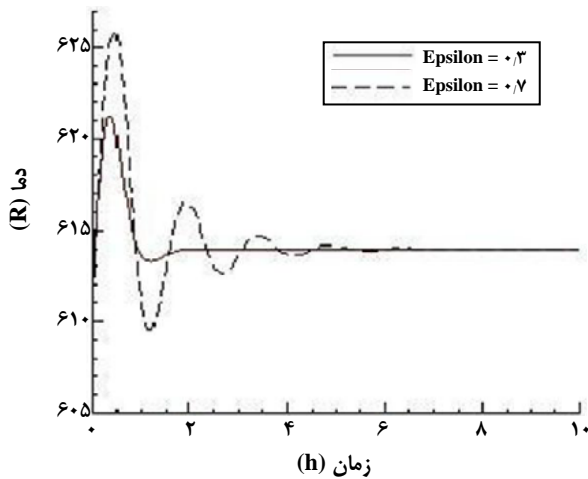
شکل ۵- حالت گذرای غلظت.



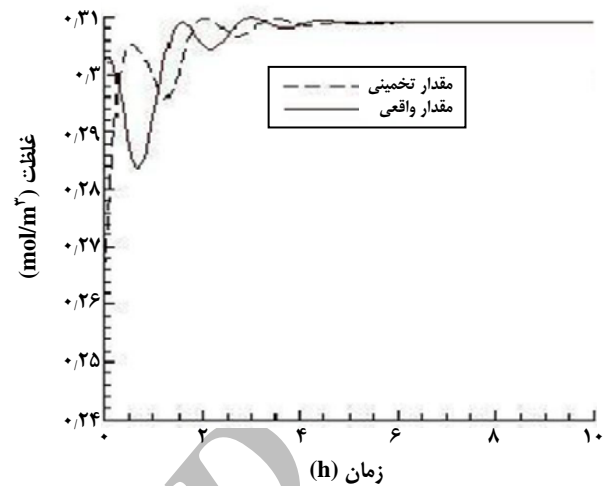
شکل ۶- حالت گذرای دمای راکتور.



شکل ۷- حالت گذرای دمای ژاکت.



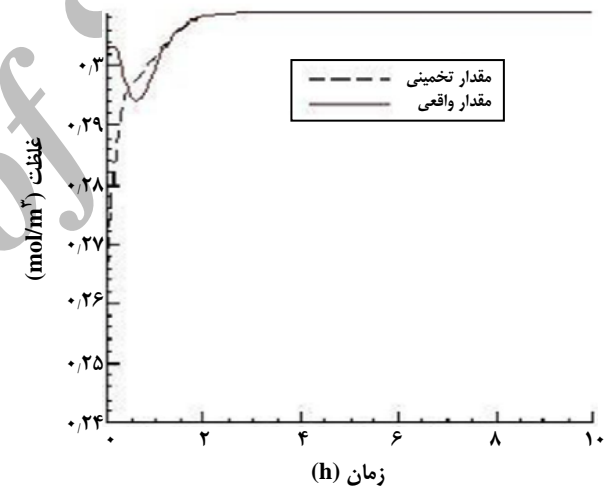
شکل ۱۰- عملکرد کنترلر همراه با مشاهده گر در کنترل دمای راکتور.



شکل ۸- عملکرد مشاهده گر به ازای  $\epsilon=0.7$ .

### نتیجه گیری

در این مقاله استفاده از کنترل پیش بین برای یک فرایند غیر خطی ناپایدار مورد بررسی قرار گرفت. فرایند مورد نظر یک راکتور پیوسته می باشد که دارای نقطه‌های تعادل متعدد است و هدف کنترل آن در نقطه تعادل ناپایدار می باشد. قضیه‌های پایداری حلقه بسته بیان شده و صحت آنها از طریق شبیه سازی نشان داده شده است. ابتدا فرض شده کلیه متغیرهای حالت در دست است و سپس فرض شده از یک مشاهده گر با بهره بالا جهت تخمین غلظت استفاده می شود. از طریق شبیه سازی نشان داده شده است که با افزایش بهره مشاهده گر سرعت همگرایی آن افزوده شده که باعث بهبود عملکرد پاسخ مدار بسته می شود. شرط پایداری سامانه کنترل به همراه مشاهده گر بیان شده و از طریق شبیه سازی مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۹- عملکرد مشاهده گر به ازای  $\epsilon=0.3$ .

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۱۰/۱۶ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۸/۱۰/۲۸

### مراجع

- [1] Henson M.A., Nonlinear Model Predictive Control: Current Status and Future Direction, *Computer and Chemical Engineering*, **23**, p. 187 (1998).
- [2] Slotin J.J., Li W., "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, New Jersey, USA, (1991).
- [3] Almir M., Bornard G., Stability of A Truncated Infinite Constrained Receding Horizon Scheme: The General Discrete Nonlinear Case, *Automatica*, **31**(9), p.1353 (1995).
- [4] Chen H., Allgower F., A Quasi-Infinity Horizon Nonlinear Model Predictive Control Scheme with Guaranteed Stability, *Automatica*, **34**(10), p.1205 (1998).



- [5] Oliveira Kothare S.de., Morari M., Contractive Model Predictive Control for Constrained Nonlinear System, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **45**(6), p. 1053 (2000).
- [6] Jadbabaie A., Yu J., Hauser J., Unconstrained Receding Horizon Control for Nonlinear System, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **46**(5), p. 776 (2001).
- [7] Mayne D.Q., Rawling J.B., Rao C.V., Scokaert P.O.M., Constrained Model Predictive Control: *Stability and Optimality*, *Automatica*, **26**(6), p. 789 (2000).
- [8] Mayne D.Q., Michalska H., Receding Horizon Control of Nonlinear System, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **35**(7), p. 814 (1990).
- [9] Gauthier J., Hammouri H., Othman S., A Simple Observer for Nonlinear Systems. Applications to Bioreactor, *IEEE Transactions on Automatic Control*, **37**(6), p. 875 (1992).
- [10] Soroush M., Nonlinear State-Observer Design with Application to Reactor, *Chemical Engineering Science*, **52** (3), p. 378 (1997).
- [11] Stephanopoulos G., San K.Y., Studies on On-Line Bioreactor Identification, *Biotechnology and Bioengineering*, **26**, p. 1176 (1984).
- [12] Allgower F., Badgwell T.A., Qin J.S., Rawlings J.B., Wright S.J., Nonlinear Predictive Control and Moving Horizon Estimation-An Introductory Overview, in: P.M. Frank (Eds), *Advances in Control, Highlights of ECC'99*, Springer, p.391 (1999).
- [13] Magni L., Nicolawo G.De, Scattolini R., "Stability and Robustness of Nonlinear Receding Horizon Control, in: A.Zheng, F.Allgower(Eds), *Nonlinear Predictive Control*", Birkhauser, p. 3-23 (2000).
- [14] Magni L., Nicolawo G.De, Magnani L., Scattolini R., A Stabilizing Model-Based Predictive Control Algorithm for Nonlinear Systems, *Automatica*, **37**, p. 1351 (2001).
- [15] Isidori A., "Nonlinear Control System", third ed. Spring, London, UK, (1995).
- [16] Imsland L., Findeisen R., Bulkinger E., Allgower F., Foss B., A Note on Stability, Robustness and Performance of Output Feedback Nonlinear Model Predictive Control, *Journal of Process Control*, **13**, p. 633 (2003).
- [17] Atassi A.N., Khalil H.K, A Separation Principle for the Stabilization of Class of Nonlinear Systems, *IEEE Trans. Automatic Control*, **44**(9), p. 1672 (1999).
- [18] UPPAL A., Ray W.H., On the Dynamic Behavior of Continues Stirred Tank Reactors, *Chemical Engineering Science*, **29**, p. 967-985 (1973).
- [19] Salehi S., Shahrokhi M., Two Observer Based Nonlinear Control Approaches for Temperature Control of a Class of Continuous Stirred Tank Reactor, *Chemical Engineering Science*, **63**, p. 395 (2008).
- [20] Zhang T., Guay M., Adaptive Nonlinear Control of Continuously Stirred Tank Reactor System, In Proceedings of the "American Control Conference", p. 1274-1277 (2001).