جریانهای ناپیوسته در کانالهای باز با تفاضل محدود یا اجزاء محدود؟

کیوان اصغری استادیار دانشکدة مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان
ذوالفقار مهدیزاده کارشناس ارشد مهندسی آب، دانشکدة عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده

در این مطالعه بهبررسی و تحلیل قابلیتهای روش اجزاء محدود در مقایسه با تفاضل محدود در روندیابی جریان در کانالهای باز پرداخته شده است. مشکلات مربوط به ناپیوستگی جریان، مانند جریان برگشتی، پرش هیدرولیکی و جریان با سرعتهای بالا، از طریق حل عددی معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان (پیوستگی و ممنتوم) در فرم یک بعدی آن با استفاده از دو روش تفاضل محدود و اجزاء محدود بررسی شده است. در شرائطی که کانالها دارای سطح مقطع ثابت بوده و در آنها جریان پیوسته برقرار باشد، روشهای عددی کلاسیک موجود، از جمله روشهای تفاضل محدود، نسبت بهروشهای دیگر مانند روش اجزاء محدود گالرکین از کارایی خوب محاسباتی برخوردار هستند. اما در شرائط وجود جریان بهحالت ناپیوسته حل معادلات از طریق روشهای تفاضل محدود غیر ممکن و یا با خطای بسیار زیاد روبرو خواهد بود. با در نظر گرفتن توابع وزنی ناپیوسته در روش اجزاء محدود استاندارد گالرکین، راه حلهایی دقیق و مانا در تحلیل جریانهای ناپیوسته ارائه گردیده است.

کلمات کلیدی: کانالهای باز، روندیابی جریان ناپیوسته، تفاضل محدود و اجزاء محدود

Discontinuous Open Channel Flow Analysis with Finite Difference or Finite Element?

K. Asghari Dept. of Civil Eng., Isfahan Univ. of Technology
Z. Mehdizadeh Dept. of Civil Eng., Isfahan Univ. of Technology

Abstract

A discontinuous free-surface flow analysis in open channels using finite difference and finite element methods is presented. Difficulties related to routing discontinuous flow, such as hydraulic jumps, back water flow and flow in junctions, produces very poor results when finite difference and classical Galerkin finite element methods are applied. A variance of finite element method, called Petrov Galerkin, uses discontinuous weighted test functions to dampen the numerically generated oscillations. Here one-dimensional linear elements was shown to estimate the flow depth and velocity accurately.

Key words: Open channels, Discontinuous flow routing, Finite difference, Finite element

۱- مقدمه

تاریخ مطالعه و محاسبات مربوط بهروندیابی و شبیهسازی جریان در کانالها و مسیلهای باز به دهههای ۱۹۶۰ بر میگردد. لزوم شناخت رفتار و تحلیل چگونگی تغییرات این نوع جریانها از اهداف مهم چنین مطالعاتی است. با توجه بهاهمیت فوقالعاده مسئلهٔ روندیابی، همزمان با شروع پیشرفتهای نوین در علم هیدرولوژی، روشهای هیدرولوژیکی و هیدرولیکی متفاوتی برای روندیابی ارائه شده است که هر کدام دارای نقاط قوت و ضعف ویژهای هستند. در روشهای هیدرولوژیکی معمولاً از قانون بقای جرم (اصل پیوستگی) و رابطه بین دبی و ذخیره موقت آب در طول زمان جریان استفاده میشود. این روشها نسبتاً آسان بوده و نتایج آنها بهدلیل عدم استفاده از تمام قوانین فیزیکی حاکم، همراه با خطای زیاد است. اما در روشهای هیدرولیکی از قوانین و اصول پایه هیدرولیک و قوانین جریانهای غیرماندگار در کانالهای باز استفاده میگردد. در روندیابی هیدرولیکی علاوه بر معادله پیوستگی از معادله حرکت جریان (ممنتوم) نیز استفاده میشود.

فرم معمول این معادلات بهصورت معادلات دیفرانسیل جزئی بیضوی بوده و معروف بهمعادلات سنت-ونانت هستند. با توجه به غیر خطی بودن این معادلات، بهجز در مواردی خاص و شرایط مرزی بسیار ساده، حل تحلیلی آنها بسیار مشکل و غالباً غیرممکن است. بنابراین برای تحلیل جریانهای مورد نظر، حل این معادلات از طریق روشهای عددی صورت میگیرد. استفاده از روشهای مشخصه و تفاضل محدود برای اولین بار توسط لیگت و ولهایزر (۱۹۶۷) [1]، مارتین و دفازیو (۱۹۶۹) [2] و استرلکف (۱۹۷۰) [3] ارائه گردید. از اشکالات اساسی این روشها میتوان بهعدم بکارگیری معادلات کامل جریان و عدم دستیابی بهحلهای مانا در جریانهای پیوسته اشاره نمود. کاتاپودس (۱۹۸۴) [4] با بکارگیری روش اجزاء محدود موفق بهتحلیل جریانهای ناپیوسته از طریق حل غیرخطی معادلات جبری بهدست آمده گردید. هیکس و استفلر (۱۹۹۲) [5] با معرفی روش جدیدی که تلفیقی از روشهای مشخصه و اجزاء محدود گالرکین بود، توانستند بهحلهای مانا دست پیدا نمایند. مشکلات مربوط بهجریانهای ناپیوسته و دستیابی بهشکل پروفیل این جریانها، که از نمونههای آن میتوان بهجریانهای برگشتی در محل اتصال شاخههای اصلی و فرعی، پرش هیدرولیکی و جریان با سرعتهای بالا اشاره نمود، از طریق بررسی و تحلیل قابلیتهای روش اجزاء محدود در مقایسه با تفاضل محدود مورد توجه قرار گرفته است. در شرایطی که کانالها از سطح مقطع ثابت و رژیم جریان پیوسته برخوردار هستند روشهای عددی مانند تفاضل محدود دارای کارآیی خوب محاسباتی نسبت بهروشهای کلاسیک اجزاء محدود (مانند گالرکین استاندارد) هستند. اما در شرایطی که با جریانهای ناپیوسته روبرو میباشیم، روشهای عددی کلاسیک قادر بهتحلیل دقیق نخواهند بود. از ویژگیهای این نوع جریانها خاصیت پراکندگی (dispersive) و غیر میرایی (nondissipative) آنها هستند. در این مطالعه، با تأکید بر دو عنصر دقت و کارآیی محاسباتی، بهتحلیل این نوع جریانها از روش اجزاء محدود گالرکین و توابع پایهای ناپیوسته با حل خطی معادلات جبری و همچنین مقایسه با روش تفاضل محدود مبادرت شده است.

۲- معادلات اساسی حاکم بر جریان

معادلات اصلی حاکم بر جریانهای روباز، به نام سنت ونانت، از دو معادله پیوستگی و ممنتوم تشکیل گردیده است که فرم یک بعدی آن در عرض واحد بهترتیب بهصورت زیر قابل استخراج است [6]:

$$v\frac{\partial y}{\partial x}+y\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial t}=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial x}+g\left(\frac{\partial y}{\partial x}-S_o+S_f\right)=0 \qquad (۲)$$

در رابطهٔ فوق، y عمق جریان، v سرعت متوسط جریان، g شتاب ثقل، S_f شیب خط انرژی، S_o شیب کف کانال، x فاصله طولی کانال از مبداء و t متغیر زمان میباشند. در معادله ممنتوم در صورتی که از جملات مربوط بهنیروهای فشار و اینرسی صرفنظر گردد، معادله را معادله موج سینماتیک مینامند. اگر علاوه بر جملات S_o و S_f جمله مربوط به نیروی فشار $(\frac{\partial y}{\partial x})$ نیز در نظر گرفته شود، معادله به نام معادله موج دیفیوژن معروف است. در صورت ملحوظ نمودن تمام جملات این معادله یعنی جملات مربوط به نیروی اینرسی معادله موج دینامیک که شکل کامل معادله ممنتوم میباشد بهدست میآید.

۳- فرمول بندی تفاضل محدود

در فرمولبندی تفاضل محدود بهفرض اینکه مشتقات مکانی در معادلات حاکم در چه خط زمانی بهتقریب رسیده باشند، دو نوع روش صریح و ضمنی می‌توان معرفی نمود. در روش صریح، مشتقات مکانی معادله دیفرانسیل در زمان کنونی (معلوم) بهتقریب رسیده و در نتیجه آن معادله جبری بهدست آمده را می‌توان صریحاً برای نقاط مجهول بهترتیب در طول محور مکانی حل نمود. در روش ضمنی مشتقات مکانی در زمانبعدی که عمق و سرعت جریان مجهول می‌باشند بهتقریب می‌رسند و در نتیجه دستگاهی از معادلات جبری با یک سری متغیرهای مجهول بهدست می‌آید. بهدلیل برقراری بهتر شرایط پایدار بهوسیلهٔ روشهای ضمنی در مقایسه با روشهای صریح، در حل معادلات حرکت جریان، در این مطالعه از روش ضمنی چهار نقطهای استفاه شده و نتایج آن با روش اجزاء محدود مقایسه شده است.

با شبکهبندی دامنه مسئله (طول کانال) به اجزاء کوچک بهطول L و ایجاد m گره در طول کانال، از روش تفاضل محدود چهارنقطهای ضمنی معادلات پیوستگی و ممنتوم بهصورت زیر بهتقریب می‌رسند:

$$C_i = \left[(y_i + y_{i+1}) + (\theta \frac{2\Delta t}{\Delta x})(\bar{v}_i)(y_{i+1} - y_i) \right] \left[+ \theta \frac{2\Delta t}{\Delta x}(\bar{y}_i)(v_{i+1} - v_i) \right]^{j+1} + \left[-(y_i + y_{i+1}) - (1-\theta)(\frac{2\Delta t}{\Delta x})(\bar{v}_i (y_{i+1} - y_i) + (1-\theta)\frac{2\Delta t}{\Delta x}(\bar{y}_i)(v_{i+1} + v_i)^j = 0 \right] \quad (۳)$$

$$M_i = \left[(v_i + v_{i+1}) + \theta \frac{2\Delta t}{\Delta x}(\bar{v}_i)(v_{i+1} - v_i) \right] \left[+ g\theta \frac{2\Delta t}{\Delta x}(y_{i+1} + y_i) + g\theta (2\Delta t) S_{fi} \right]^{j+1} + \left[-(v_i + v_{i+1}) + (1-\theta)(\frac{2\Delta t}{\Delta x})(\bar{v}_i)(v_{i+1} - v_i) \right] \left[+ g(1-\theta)\frac{2\Delta t}{\Delta x}(y_{i+1} - y_i) + g(1-\theta)(2\Delta t) S_{fi} \right]^j - g(2\Delta t) S_0 = 0 \quad (۴)$$

بهطوریکه θ ضریب وزنی مربوط به مشتقات زمانی و

$$\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \quad , \quad \bar{v}_i = \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \quad ,$$

$$S_{fi} = \frac{n^2 v_i^2}{2.21}(1/R)^{4/3}$$

S_{fi} شیب خط انرژی است که با استفاده از معادلهٔ مانینگ که تابعی از ضریب زبری n، شعاع هیدرولیکی R و سرعت v_i در کانال است، قابل محاسبه خواهد بود.

معادلات (۳) و (۴) یک جفت معادلات جبری غیرخطی با دو درجهٔ آزادی می‌باشند. با اعمال شرائط مرزی در ابتدا و انتهای کانال و تشکیل ماتریس جاکوبین برای m-2 گره، تعداد 2m-2 معادله با 2m-2 متغیر مجهول متشکل از عمق و سرعت جریان، این معادلات تبدیل بهیک دستگاه معادلات خطی می‌گردند. با حل دستگاه معادلات مذکور مقادیر مجهول عمق و سرعت جریان بر روی هر گره محاسبه می‌گردد.

۴- فرمول بندی معادلات بهروش اجزاء محدود

روش اجزاء محدود گالرکین استاندارد برای جریانهای پیوسته نتایج قابل قبولی را ارائه می‌کند، [کینگ (۱۹۷۶) [7]، کولی و معین (۱۹۷۶) [8] و میسنر (۱۹۷۸) [9]]. زمانی که در دامنه جریان ناپیوستگی وجود داشته باشد، این روش قادر بهتحلیل صحیح و پایدار جریان نخواهد بود. نمونههایی از این ناپیوستگی پرش هیدرولیکی و جریانهای برگشتی ایجاد شده در محل اتصال شاخههای اصلی و فرعی رودخانهها می‌باشند. فرآیند فیزیکی مربوط بهاین نوع جریانهای ناپیوسته از تغییرات سریع عمق جریان در فاصلهای کوتاه در طول جریان حادث می‌گردد. بههمین منظور در مرحله بهتقریب رساندن معادلات حاکم (استفاده از حل آزمایشی) و یا در مرحله بهینهسازی اجزاء محدود بهجای استفاده از توابع وزنی پیوسته و مشابه (همانند روش گالرکین) می‌توانیم از توابع وزنی ناپیوسته (مشتقات توابع پایهای خطی) استفاده نماییم که بهنام روش گالرکین پراکنده

(Petrov or Dissipative Galerkin) شناخته می‌شوند. حاصل این عمل ملحوظ داشتن تغییرات ناگهانی جریان خواهد بود.

معادلات پیوستگی و ممنتوم را در حالت یک بعدی و برای عرض واحد می‌توان بهصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial t}=0 \qquad (۵)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{q^2}{y}+\frac{gy^2}{2}\right)=0 \qquad (۶)$$

با معرفی $u=\frac{q}{y}$ و $c=\sqrt{gy}$ بهترتیب بهعنوان سرعت متوسط در مقطع جریان و سرعت موج، از معادله ممنتوم خواهیم داشت:

$$\frac{\partial q}{\partial t}+(c^2-u^2)\frac{\partial y}{\partial x}+2u\frac{\partial q}{\partial x}=0 \qquad (۷)$$

معادلات (۶) و (۷) را بهفرم ماتریسی می‌توان بهصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial U}{\partial t}+A\frac{\partial U}{\partial x}=0 \qquad (۸)$$

بهطوریکه

$$U=\begin{Bmatrix} y \\ q \end{Bmatrix} \quad , \quad A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c^2-u^2 & 2u \end{bmatrix}$$

معادلهٔ (۸) یک جفت معادله مشتق جزیی مرتبه اول از نوع هذلوی‌گون است که بهروش گالرکین پراکنده بهتقریب می‌رسد. با انتخاب جوابهای حل آزمایشی و جایگذاری آنها در معادلات دیفرانسیل، معادلات باقیمانده زیر بهدست می‌آید:

$$R_1=\frac{\partial \hat{y}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{q}}{\partial x} \qquad (۹)$$

$$R_2=\frac{\partial \hat{q}}{\partial t}+(c^2-u^2)\frac{\partial \hat{y}}{\partial x}+2u\frac{\partial \hat{q}}{\partial x} \qquad (۱۰)$$

بهطوریکه:

$$\begin{Bmatrix} \hat{y} \\ \hat{q} \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} N_1 & N_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & N_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \qquad (۱۱)$$

N_1 و N_2 توابع خطی پایهای المانهای یک بعدی با دو گره در انتهای المان می‌باشند. در روش اصلاح شده گالرکین برای محیطهای ناپیوسته، توابع وزنی همانند توابع پایهای نخواهند بود و بهجای آنها از توابع خطی شکسته که توسط دندی (۱۹۷۴) [10] پیشنهاد گردیده است استفاده می‌گردد.

$$N_1^*=N_1+\varepsilon\frac{\partial N_1}{\partial x}$$

$$N_2^*=N_2+\varepsilon\frac{\partial N_2}{\partial x} \qquad (۱۲)$$

در روابط فوق ε پارامتری است که تراز میرایی را مشخص می‌نماید. پس از انتخاب توابع وزنی، انتگرال حاصلضرب باقی ماندهها در توابع وزنی بر روی المان نمونه برابر صفر قرار داده می شود:

$$\int_e N^{*^T}\left(\frac{\partial U}{\partial t}+A\frac{\partial U}{\partial x}\right)dx=0 \qquad (۱۳)$$

بهطوریکه N^{*^T} ترانهاده ماتریس توابع وزنی است. با توجه به فرم معادله (۸) توابع وزنی استفاده شده بهفرم زیر انتخاب گردیده اند:

$$N^*=N+\varepsilon A^T\frac{\partial N}{\partial x} \qquad (۱۴)$$

که بسط آن بهصورت زیر می‌باشد:

$$N^* = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \varepsilon(c^2-u^2)\frac{\partial N_1}{\partial x} & \varepsilon(c^2-u^2)\frac{\partial N_2}{\partial x} \\ \varepsilon\frac{\partial N_1}{\partial x} & \varepsilon\frac{\partial N_2}{\partial x} & N_1+2\varepsilon u\frac{\partial N_1}{\partial x} & N_2+2\varepsilon u\frac{\partial N_2}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

با جایگذاری توابع وزنی (۱۵) در معادلهٔ (۱۳) و محاسبهٔ انتگرال، دستگاه معادلات دیفرانسیل زمانی زیر حاصل می‌گردد:

$$M\dot{U} + CU = 0 \quad (۱۶)$$

در رابطهٔ (۱۶) M ماتریس جرم، C ماتریس انتقال، U بردار مجهولات $\dot{U}$ بردار مشتقات زمانی مجهولات می‌باشند. با بهتقریب رساندن مشتقات زمانی بهروش تفاضل محدود پیشرو و با فرض معلوم بودن مقادیر c و u از زمان پیشین و اعمال شرائط مرزی و اولیه، دستگاه معادله فوق برای مجهولات عمق و دبی در واحد عرض قابل حل می‌باشد. از آنجاییکه در هر گره دو درجه آزادی وجود دارد بهتعداد دو برابر گرهها، معادله جبری خطی حاصل می‌گردد که با اعمال شرایط مرزی و اولیه مناسب می‌توان آنها را حل نمود.

۵- کاربرد مدلها و تجزیه و تحلیل نتایج

جهت آزمون قابلیت مدلهای ارائه شده در تحلیل جریانهای ناپیوسته، دو نمونه مسئله از این نوع جریانها حل گردیده و نتایج بهدست آمده تحلیل شده‌اند. مسئله اول مربوط است بهبسته شدن ناگهانی دریچهای که در مسیر یک جریان فوق بحرانی یکنواخت قرار دارد و مسئله دوم شبکه‌ای از سه شاخه کانال که جریان فوق بحرانی از دو شاخه آن وارد شاخه سوم می‌گردد.

۶- بسته شدن ناگهانی دریچه

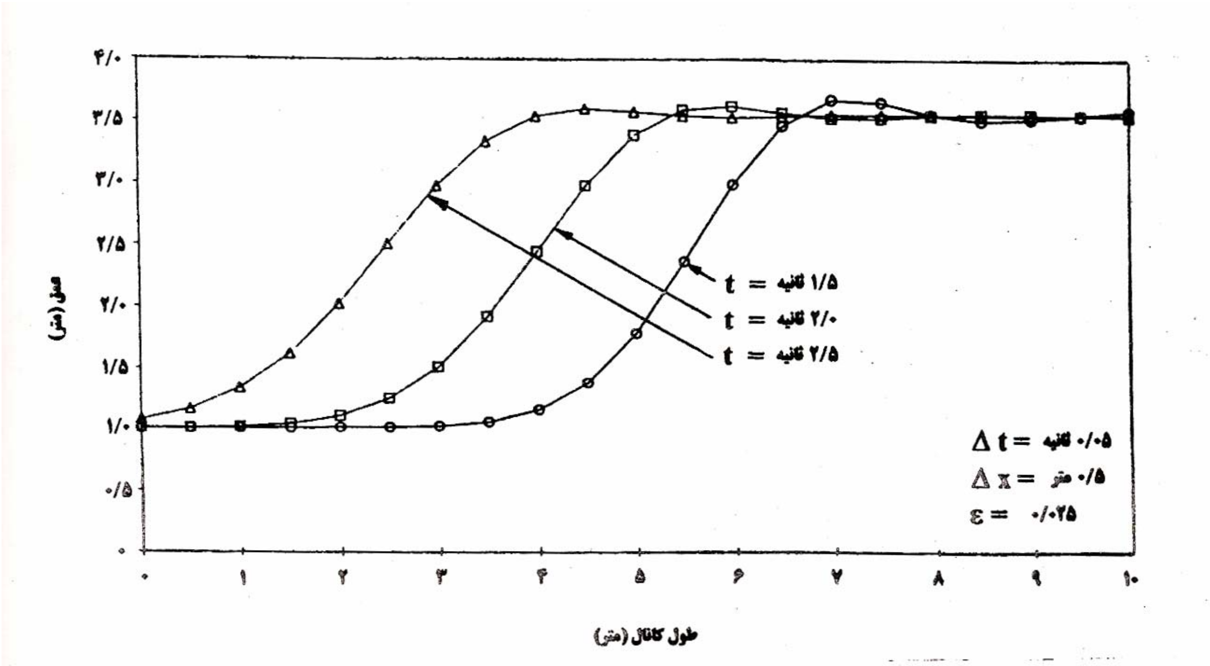
در این مثال کانالی بهطول ۱۰ متر با شیب صفر توسط ۲۰ المان بهطور مساوی تقسیم بندی شده است. دریچهای واقع در انتهای مسیر جریان یکنواخت فوق بحرانی دارای عمق یک متر و دبی در واحد عرض ۸ مترمربع بر ثانیه بهطور ناگهانی بسته می‌شود. در اثر بسته شدن این دریچه سرعت جریان ناگهان کاهش یافته و به صفر می‌رسد و در نتیجه عمق جریان در پشت دریچه بر اثر جریان برگشتی افزایش می‌یابد.

در شکل (۱) تغییرات عمق در طول کانال در زمانهای ۱/۵، ۲ و ۲/۵ ثانیه با استفاده از گام زمانی ۵% و تراز میرایی ۲۵% نشان داده شده است. در شکل (۲) تغییرات دبی در عرض واحد برای طول کانال در زمانهای ۱/۵، ۲ و ۲/۵ ثانیه رسم شده است. با افزایش عمق در محل دریچه از یک متر به ۳/۵۶ متر و حرکت موج به سمت بالادست، دبی در عرض واحد از ۸ مترمربع در ثانیه بهصفر کاهش یافته است و این موج با گذشت زمان بهسمت بالادست حرکت کرده است.

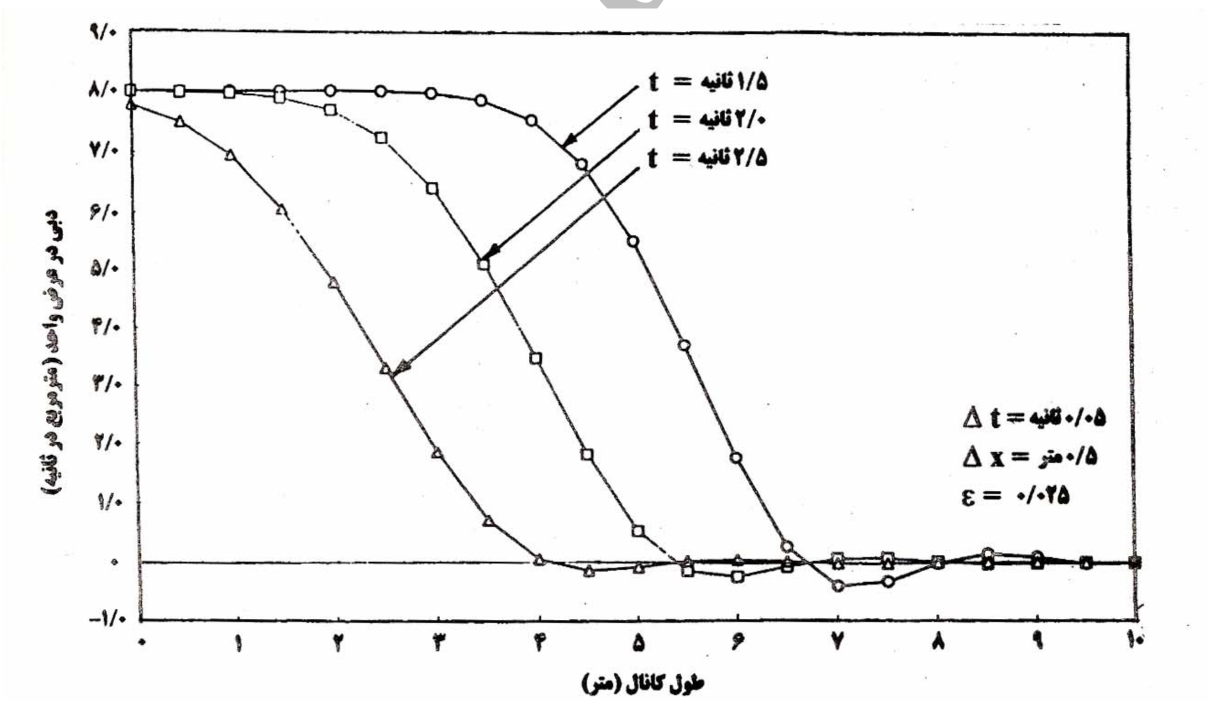
تغییرات عمق جریان در طول کانال نسبت به مقادیر مختلف تراز میرایی در شکل (۳) ارائه شده است. در این شکل ملاحظه می‌شود که با کاهش مقدار تراز میرایی و نزدیک شدن آن بهصفر پروفیل عمق در طول کانال بهتدریج بهسمت ناپایداری میل می‌نماید. مشکل ناپایداری در رژیم جریان بهوضوح در حل تفاضل محدود دیده می‌شود. در صورت انتخاب تراز میرایی بزرگتر از ۲۵% نتایج قابل قبولی حاصل می‌گردد اما با افزایش آن زمان محاسبات نیز افزایش می‌یابد. در نتایج بهدست آمده از مثال فوق با استفاده از مقادیر متفاوت Δt و ε مشاهده گردید که مقدار تراز میرایی بهینه همواره نزدیک بهنصف اندازه گام زمانی خواهد بود.

در شکل (۴) نتایج تغییرات عمق در یک کانال با ضریب زبری ۰/۰۰۵ و شیب ۰/۵% با استفاده از تراز میرایی ۲۵% در زمانهای ۱/۵، ۲ و ۲/۵ ثانیه ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که اعمال شیب و ضریب زبری باعث بهوجود آمدن کشیدگی بیشتری در پروفیل عمق نسبت به شکل (۱) (شرایط شیب و ضریب زبری صفر) می‌گردد.

نتایج مثال فوق در حالت بکارگیری مدل گالرکین استاندارد $(\varepsilon = 0)$ در شکل (۵) نشان داده شده است.

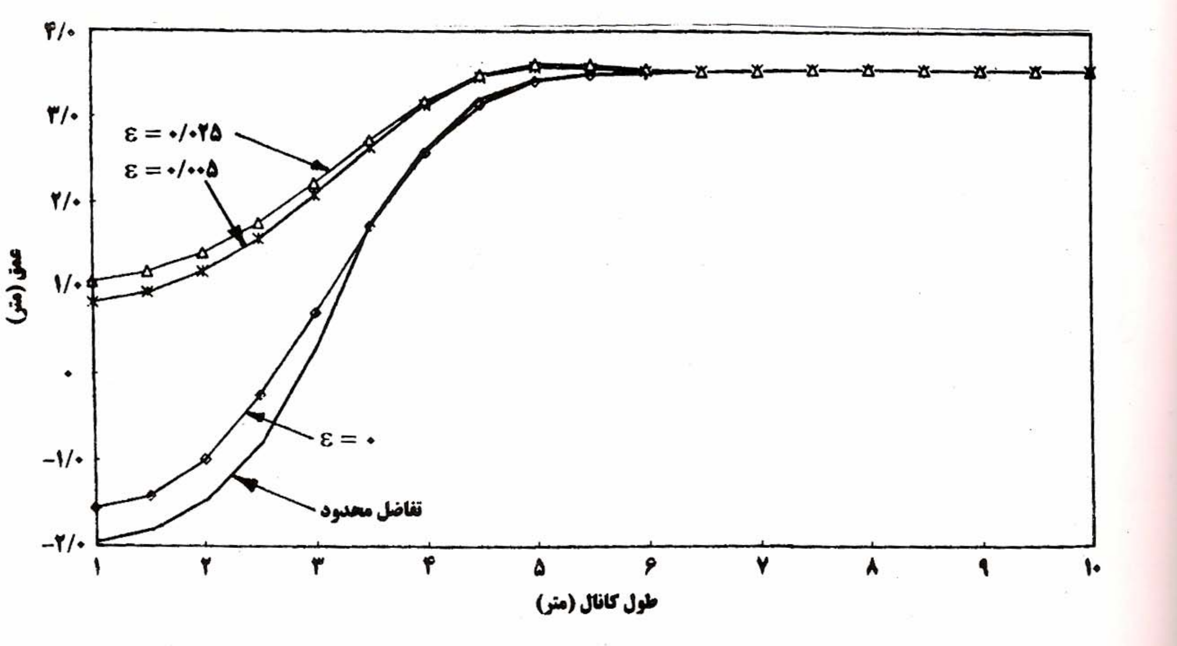


شکل ۱- تغییرات عمق در طول کانال در زمانهای ۱/۵، ۲ و ۲/۵ ثانیه (بسته شدن ناگهانی دریچه)

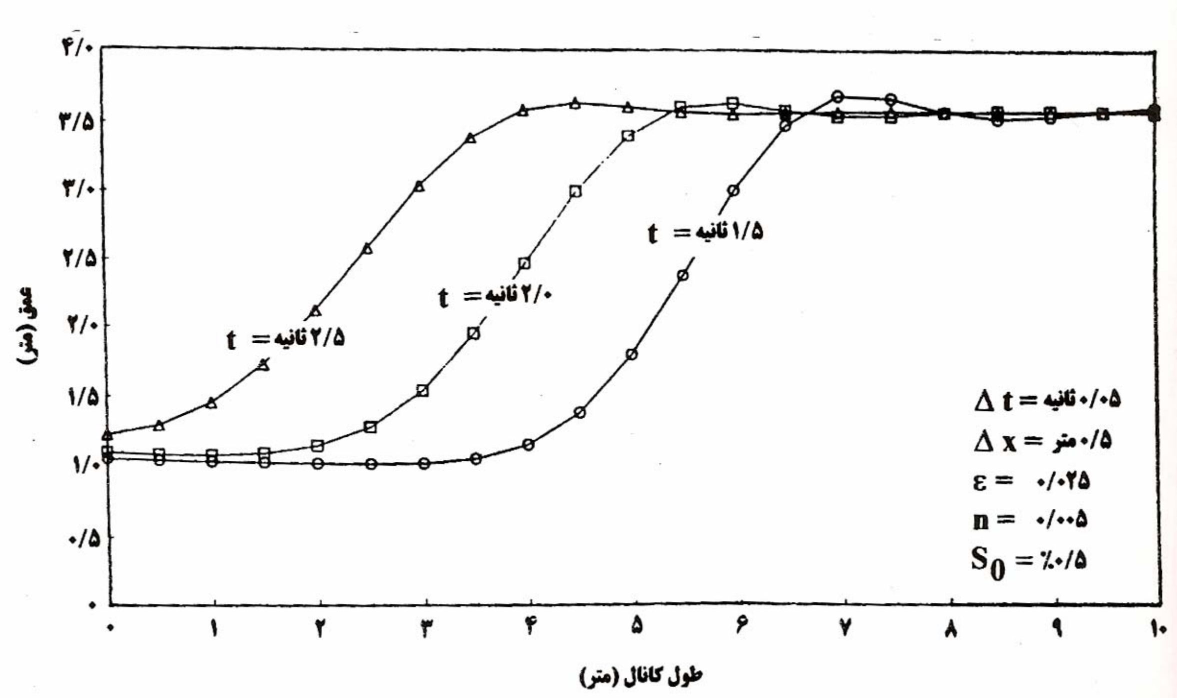


شکل ۲- تغییرات دبی در عرض واحد در زمانهای ۱/۵، ۲ و ۲/۵ ثانیه (بسته شدن ناگهانی دریچه)

در این حالت بعلت وجود شیب و ضریب زبری در کانال شرایط ناپایداری تشدید گردیده است. جهت مشاهده بهتر شرایط ناپایداری در مدل استاندارد گالرکین و تفاضل محدود، تغییرات عمـق در گره ۵ نسبت به زمـان در شکل (۶) نشان داده

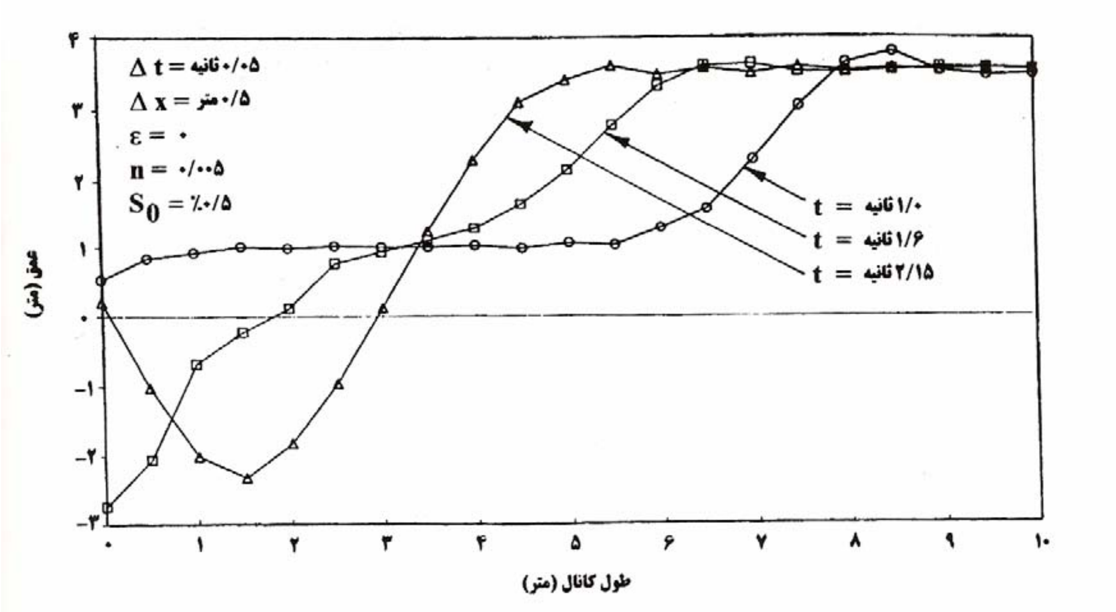


شکل ۳- مقایسهٔ تغییرات عمق در طول کانال در زمان ۲/۲۵ ثانیه (بسته شدن ناگهانی دریچه)

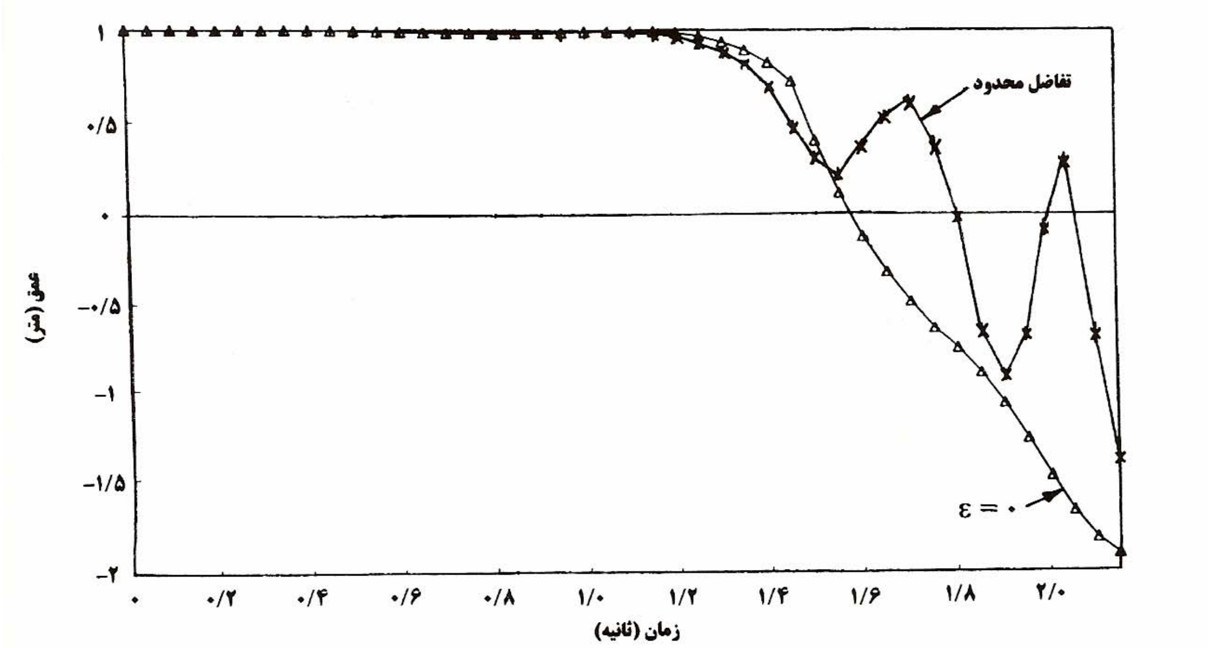


شکل ۴- تغییرات عمق در طول کانال شیبدار در زمانهای ۱/۵، ۲ و ۲/۵ ثانیه (بسته شدن ناگهانی دریچه)

شده است. در زمانی که موج برگشتی بهاین گره رسیده و عمق جریان می‌بایست سیر صعودی را طی نماید، بهدلیل ناپایداری در حل مسئله، مقادیر عمق منفی شده و حل آن بعد از مدت کوتاهی متوقف می‌شود.



شکل ۵- فرآیند ناپایداری تغییرات عمق در طول کانال (بسته شدن ناگهانی دریچه)

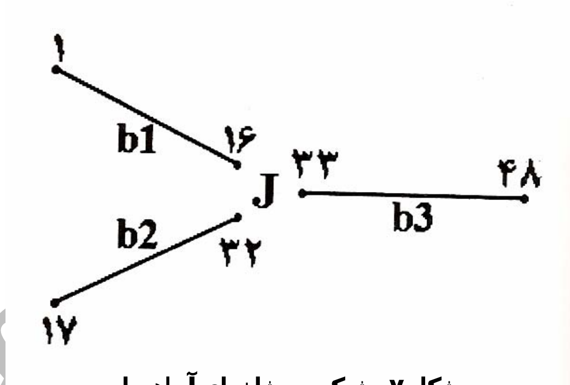


شکل ۶- فرآیند ناپایداری تغییرات عمق در فاصله ۲/۵ متری از ابتدای کانال (گره ۵)
(بسته شدن ناگهانی دریچه)

۷- شبکه آبراه‌ها

در ایـن مثال از یـک شبکـه سه شاخهای با طولهای مساوی ۷/۵متر که در ورودی دو شاخه از آن دو موج فوق بحرانی با عمق مساوی ۲/۵ متر و دبی در عرض واحد ۱۴ مترمربع بر ثانیه بهطور ناگهانی وارد می‌شود، استفاده می‌گردد شکل (۷). جریان این دو شاخه وارد شاخه سوم شده و در اثر این فرآیند در نقطه

اتصال شاخهها جریانی ناپیوسته و برگشتی ایجاد می‌گردد. جهت تحلیـل جریان، گام زمانـی و مکانی بهترتیب برابر ۰/۰۵ ثانیه و ۰/۵ متر انتخاب شده است. با توجه بهنتایج بهدست آمده از مثال قبل تراز میرایی برابر نصف گام زمانی یعنی ۰/۰۲۵ که یک مقدار بهینه است انتخاب می‌شود.



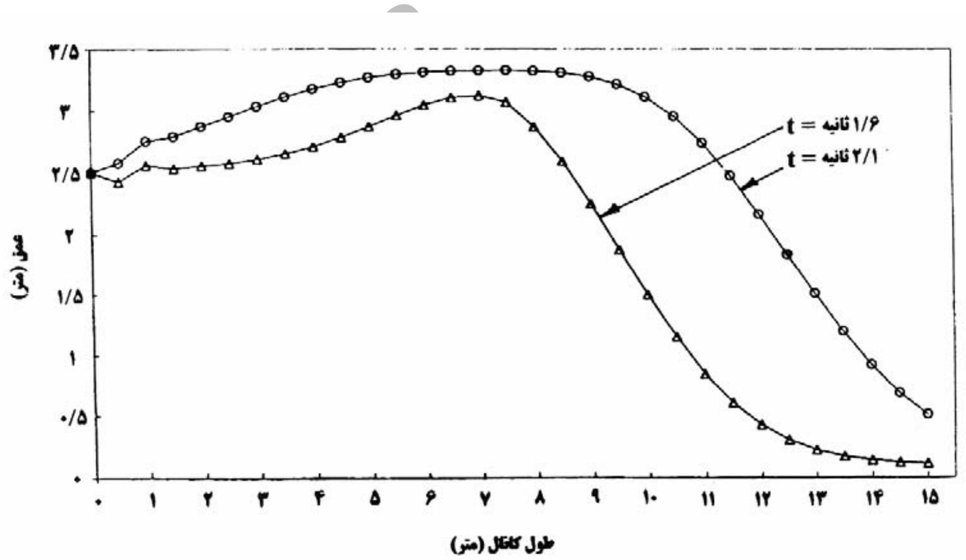
شکل ۷- شبکه سه شاخهای آبراههها

چگونگی اعمال شرایط مرزی بدین ترتیب است که عمق آب در گرههای انتهایی شاخه b_1 و b_2 برابر عمق در ابتدار شاخه b_3 و همچنین دبی در گره ۳۳ (ابتدای شاخه b_3) برابر مجموع دبی در گرههای ۱۶ و ۳۲ (انتهای شاخهای b_1 و b_2) می‌باشد، بنابراین معادلات جایگزین در گرههای ۱۶، ۳۲ و ۳۳ بهترتیب بـهصورت زیر نوشته می‌شوند:

$$y_{16} = y_{32} = y_{33}$$
$$q_{16} + q_{32} = q_{33}$$

همچنین شرایط مرزی گرههای بالادست شاخههای b_1 و b_2 دبی در عرض واحد ۱۴ متر مربع در ثانیه و عمق ۲/۵ متر و شرایط اولیه عمق ثابت ۰/۱ متر با دبی صفر (آب ساکن) در هر شاخه ۷مورد استفاده قرار گرفته است.

در شکل (۸) پروفیل جریان در طول شاخههای b_1 و b_3 در زمانهای ۱/۶ و ۲/۱ ثانیه رسم شده است.

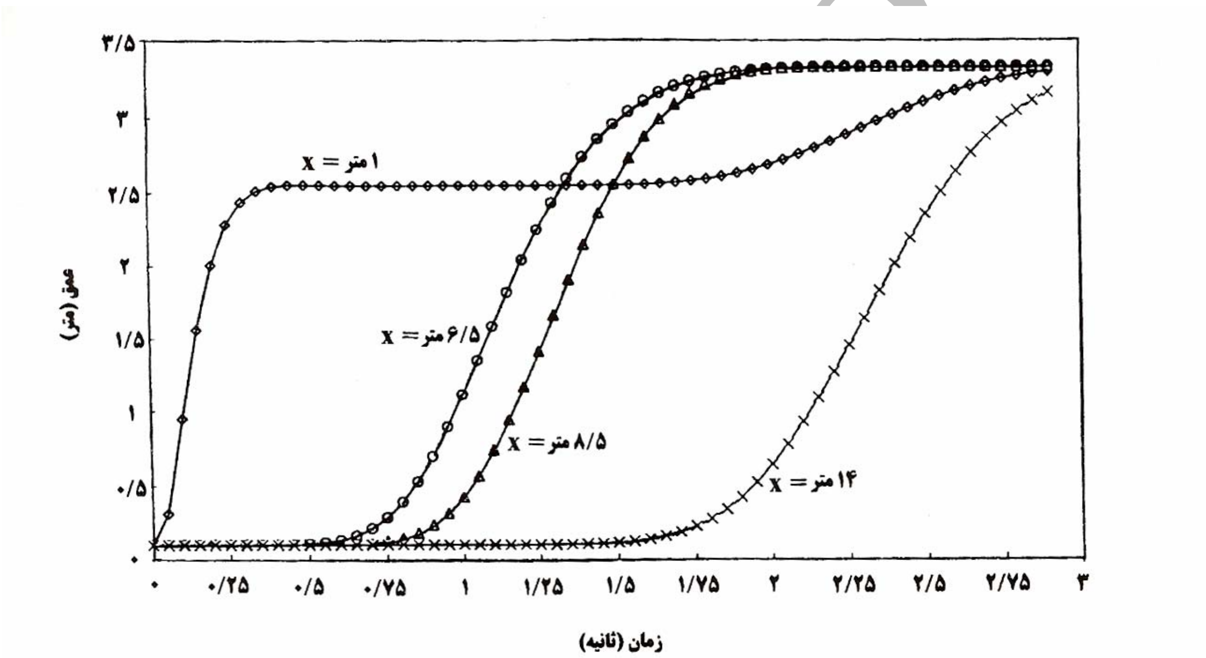


شکل ۸- تغییرات عمق در طول کانال در شاخههای ۱ و ۳ (شبکه آبراههها)

در پروفیل مربوط بهزمان ۱/۶ ثانیه موج در دو شاخه b_1 و b_2 بهنقطه اتصال (گره ۱۶ یا ۳۲) رسیده است و بنابراین در این نقطه جریان برگشتی با ارتفاع ۰/۶۵ متر ایجاد شده که بهسمت گرههای بالادست حرکت کرده است. بعد از نقطه اتصال، کانال تحت تأثیر موج وارد شده از شاخههای b_1 و b_2 قرار گرفته و عمق جریان در شاخه b_3 نسبت زمان در حال افزایش است. با توجه به شکل (۸) ملاحظه می‌شود که در گره ۱۴ (فاصله ۶/۵ متری از ابتدای شاخه یک) عمق جریان در زمان ۱/۶ ثانیه هنوز بهوضعیت پایدار (عمق ۳/۳۵ متر) نرسیده است. در زمان ۲/۱ ثانیه، با پیشروی موج برگشتی بهسمت بالادست و اعمال اثرات

جریان بهقسمتهای پایین دست، عمق این موج بـهمقدار پایدار ۳/۳۵ متر افزایش می‌یابد. شرایط پایدار در چند گره قبل و چند گره بعد از اتصال در زمان ۲/۱ ثانیه مشاهده می‌شود.

تغییرات عمق در فواصل ۱/۰ و ۶/۵ متری از ابتدای شاخه b_1 و ابتدای شاخه b_3 در طول مدت ۳ ثانیه در شکل (۹) نشان داده شده است. در منحنی مربوط به گره ۳ مشاهده می‌شود عمق از مقدار پایه ای ۰/۲ متر در مدت ۰/۳۵ ثانیه به مقدار ۲/۵ متر که همان عمق جریان ورودی است می‌رسد. قبل از زمان ۱/۷ ثانیه، مقدار عمق در این گره در ۲/۵ متر ثابت می‌ماند. بعد از گذشت ۱/۷ ثانیه، اثرات آب برگشتی در این گره ظاهر شده و عمق تدریجاً افزایش یافته و پس از۳ ثانیه به مقدار پایدار ۳/۳۵ متر می‌رسد. در منحنی‌های مربوط به گرههای ۱۴ و ۳۴ (بهترتیب ۱ متر قبل و ۱ متر بعد از اتصال) موج ورودی بهترتیب پس از ۰/۶ و ۰/۸ ثانیه بهاین نقاط می‌رسند. در گره ۳۴ که در ۱ متری انتهای کانال قرار دارد اثرات موج ورودی بعد از گذشت ۱/۵۵ ثانیه مشاهده گردیده است.

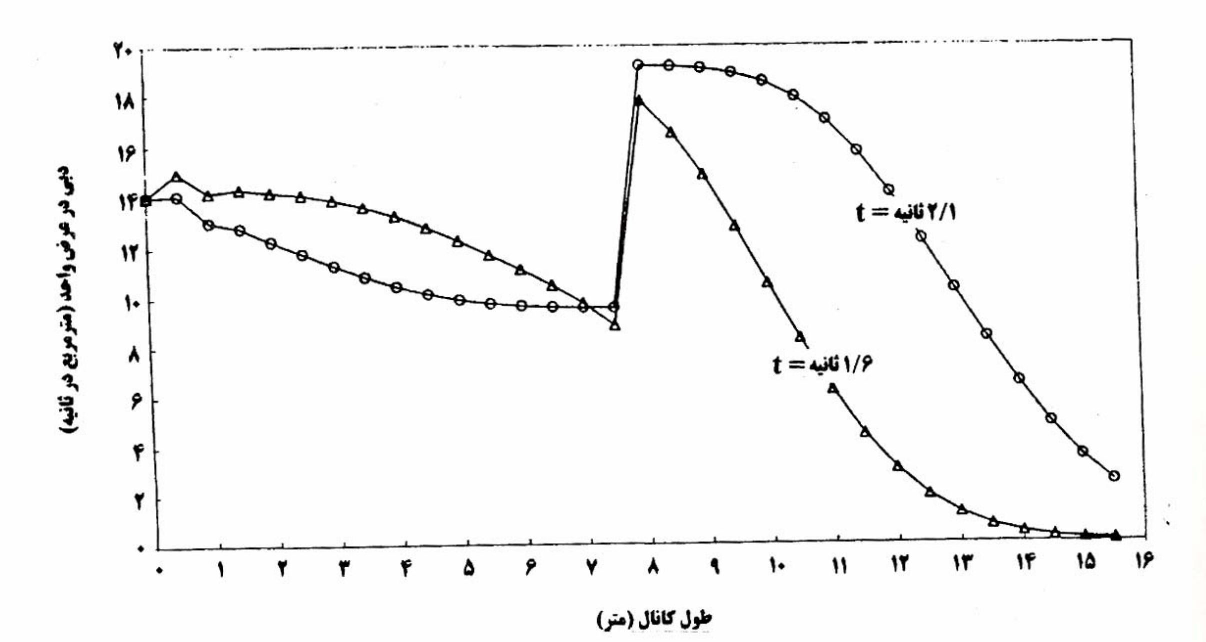


شکل ۹- مقایسهٔ عمق جریان در فواصل ۱، ۶/۵، ۸/۵ و ۱۴ متری از ابتدای کانال در زمان ۳ ثانیه (شبکه آبراههها)

در شکـل (۱۰) تغییرات دبـی در عرض واحد در زمانهای ۱/۶ و ۲/۱ ثانیه در طول شاخههای b_1 و b_3 نشان داده شده است. در منحنی‌های رسم شده، در نزدیکی گره مرزی بالادست نوساناتی در مقدار دبی مشاهده می‌شود که علت آن وجود طول کوتاه کانال و اعمال شرایط مرزی در اولین گره است.

با توجه به شکل (۸) و شکل (۱۰) مشاهده می‌شود که اثرات موج برگشتی در ۱/۶ ثانیه هنوز به گره سوم نرسیده و بنابراین دبی در این نقطه مقدار اولیه ۱۴ مترمربع بر ثانیه را دارا می‌باشد. در گرههای بعدی، با پیشروی در طول کانال، در اثر موج برگشتی مقدار دبی جریان کاهش یافته بهطوریکه در گره ۱۶ بهکمترین مقدار خود یعنی ۸/۹۵ مترمربع بر ثانیه رسیده است.

پس از این گره جهش ناگهانی از مقدار ۸/۹۵ به ۱۷/۹ مترمربع بر ثانیه در طول المان مشاهده می‌شود. علت این افزایش در گره محل اتصال، مضاعف شدن مقدار دبی ۸/۹۵ مترمربع بر ثانیه است که مجموع دبی‌های دو شاخه b_1 و b_2 خواهد بود. منحنی مربوط به زمان ۲/۱ ثانیه رفتاری مشابه را نشان می‌دهد با این تفاوت که در گرههای قبل و بعد از نقطه اتصال مقدار دبی، بر اثر نزدیک شدن بهشرایط پایدار، افزایش یافته و تمام طول کانال تحت تأثیر تغییرات دبی قرار گرفته است.



شکل ۱۰- مقایسهٔ دبی در عرض واحد در زمانهای ۱/۶ و ۲/۱ ثانیه در طول کانال (شبکه آبراهه ها)

۸- نتیجه گیری

مدل ارائه شده نشان داده است که با استفاده از توابع وزنی ناپیوسته روش ناپایدار اجزاء محدود گالرکین و تفاضل محدود را می‌توان بهروشی پایدار و دقیق جهت محاسبه و تحلیل جریانهای ناپیوسته در کانالهای باز تبدیل نمود. علاوه بر مزیت روش اجزاء محدود در ایجاد پایداری در رژیم جریان نسبت بهروشهای پیشنهاد شده تفاضل محدود، می‌توان بهقابلیتهای دیگر این روش، بهطور مثال، ساده بودن اعمال شرائط مرزی و ملحوظ داشتن دقیق فضای غیرمنظم در مسائل دو و یا سه بعدی نیز اشاره نمود. با استفاده از مدل یک بعدی و توابع خطی، هزینه محاسباتی، برابری بسیار خوبی با روشهای تفاضل محدود، با در نظر گرفتن تعداد اجزاء مساوی، از خود نشان می‌دهد.

۹- تشکر و قدردانی

این مقاله حاصل طرح تحقیقاتی مصوب شورای تحقیقات دانشگاه صنعتی اصفهان است. به این وسیله از معاونت محترم پژوهشی دانشگاه و شورای پژوهشی دانشکدهٔ مهندسی عمران تشکر و قدردانی می‌گردد.

مراجع

[1] Ligget, J. A. and Woolhiser D. A., "Difference Solution of Shallow-Water Equations", J. of Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 93, No. EM2, pp. 39-71. 1967.
[2] Martin, C. S., and De Fazio, F. G., "Open Channel Surge Simulation by Digital Computer", J. of Hydraulics Div., ASCE, Vol. 95, No. HY6, pp. 2049-2070, 1969.
[3] Strelkoff, T., "Numerical Solution of Saint-Venant Equations", J. Hyd. Div., ASEC, Vol. 96, No. HY1, pp. 223-252, 1970.
[4] Katopodes, N. D., "Dissipative Galerkin Scheme for Open Channel Flow", J. of Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 450-466, 1984.
[5] Hicks, F. E., and Steffler, P.M., "Characteristic Dissipative Galerkin Scheme for Open Channel Flow", J. of Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 118, No. 2, pp. 337-352, 1992.
[6] Chow, V. T., Maidment, D. R. and Mays, L.W., "Applied Hydrology", McGraw-Hill, Inc., pp. 314-325, 1988.
[7] King, I. P., "Finite Element Models for Unsteady Flow Routing through Irregular Channels", Finite Elements in Water

Resources, C. A. Brebbia, et al., eds., Pentech Press, London, 1976.

[8] Cooley, R. L., and Moin, S. A., "Finite Element Solution of Saint-Venant Equations", J. of Hydraulics Div., ASCE, Vol. 102, No. HY6, Proc. Paper 12213, pp. 759-775, 1976.

[9] Meissner, U., "An Explicit-Implicit Water Level Model for Tidal Computations of Rivers", Com. Methods in Applied Mech. and Eng., Vol. 13, pp. 221-232, 1978.

[10] Dendy, J. E., "Two Methods of Galerkin-Type Achieving Optimum L^2 Rates of Convergence for First-Order Hyperbolics", SIAMJ. of Numerical Analysis, Vol. 11, pp. 637-653, 1974.