تغییرات لنگر - دوران در اتصال خورجینی

فريدون ايراني — دانشيار گروه عمران، دانشكده مهندسي، دانشگاه فردوسي
محمد يوسف سعيدي — دانشجوي كارشناسي ارشد سازه، دانشكده مهندسي، دانشگاه فردوسي

چکیده

در اين مقاله مهمترين مشخصة اتصال خورجيني تير به ستون كه همان منحني لنگر - دوران اتصال است براساس مشخصات نبشي‌هاي اتصال معين شده است. براي اين منظور از يك مدل رياضي براي نمايش منحني فوق استفاده شده است كه داراي سه پارامتر است. دو پارامتر اول بهترتيب سختي اوليه اتصال و ظرفيت نهايي لنگر اتصال است و پارامتر سوم يعني پارامتر شكل اتصال خورجيني بهروش حداقل مربعات و براساس يافته‌هاي تجربي معين شده است. در نهايت به‌كمك نتايج آزمايش‌ها و معادلات رياضي روشي عملي براي تعيين سختي خمشي اتصالات خورجيني معين شده است.

کلمات کلیدی: سازه‌هاي فولادي، اتصالات، اتصالات نيمه صلب، اتصال خورجيني.

Moment – Rotation Curve in Saddlebag Connections

F. Irani and M. Y. Saiidi
Dept. of Civil Eng., School of Eng., Ferdowsi University, Meshad, Iran

Abstract

In this paper the most important character of saddlebag type connection which is the moment – rotation relation has been driven based on the dimensions of its constitutive angles. An analytical model with three parameters has been chosen to present the moment – rotation relationship. The two first parameters are respectively the initial stiffness and ultimate moment capacity of the connection, the third one (shape parameter) has been determined by the least square method. Finally considering the test results and mathematical equations a practical method is proposed to determine the rigidity of all saddlebag type connection.

Key words: Steel structures, Connections, Semi-rigid connections, Saddlebag type connections.

۱- مقدمه

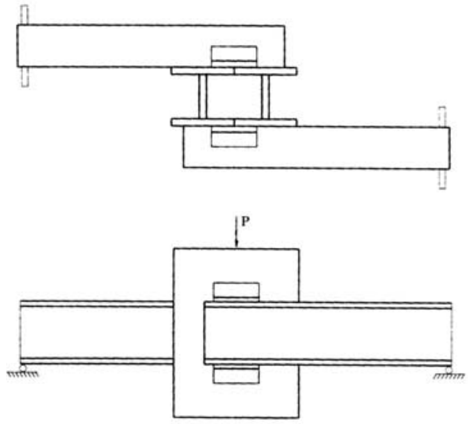
اتصال خورجيني تيرها به ستون كه توسط مجريان سازه‌هاي فولادي در ايران و در برخي ديگر از كشورها به دليل سادگي در اجرا متداول شده است. روش مدوني جهت تعيين مشخصات طراحي آن وجود ندارد و مهندسين مجري بر اساس تجربة خود اقدام به انتخاب مشخصات نبشي‌هاي اتصال مي‌نمايند و اغلب طراحان اين گونه اتصالات را اتصال ساده تصور مي‌كنند كه بر طبق يافته‌هاي تجربي با عملكرد اتصال ناسازگار است.

در ساليان گذشته تحقيقات متعددي به منظور شناسايي عملكرد اين اتصال از طرف محققين ايراني (نظير [۱ و ۲]) انجام گرفته است. در اين مقاله بر اساس يافته‌هاي حاصل از عملكرد نمونه‌هاي آزمايشي و تحليل نظري روش ترسيم منحني $M-\theta$ براي اين اتصال ارائه شده است.

۲- تشريح آزمايش و ارائه يافته‌هاي تجربي

۲-۱- شرح نمونه‌هاي آزمايشي

بـا استفاده از تجارب آزمايشگاهي موجود در مراجع مختلـف [۳ و ۴] اقدام به تهيه نمونـه‌هـاي آزمايـشي گرديـد. هـر نمونـه آزمايش در بـر گيرنـدة دو اتـصال خـورجيني كنـاري اسـت كـه همزمان تحت بارگذاري قـرار مـي‌گيرنـد شـكل (۱). هـر يـك از نمونه‌ها از دو قطعه نيمرخ IPE۱۴ به طول يك متر بعنوان تيـر و از دو قطعه نيمرخ IPE۱۴ به طـول ۷۰ سـانتي‌متـر بـه عنـوان ستون و از چهار نبشي يكسان تـشكيل شـده اسـت. جوشـكاري نبشي‌ها در كل ضخامت نبشي و نظير جوشكاري كارگاهي انجـام شده است. نحوة بارگذاري نمونه‌ها در شكل (۱) نشان داده شـده است.



شكل ۱- مدل نمونه‌هاي آزمايشي اتصال خورجيني

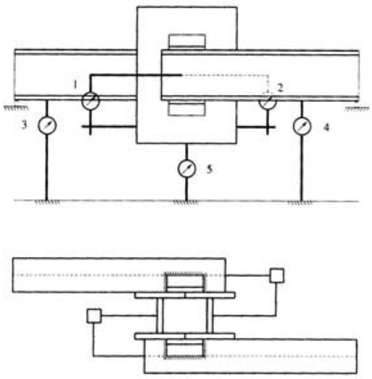
در كلية آزمايش‌ها متغيرهاي آزمايشگاهي ابعاد هندسي نبشي‌ها است كه در جدول (۱) مشخصات نمونه‌ها آورده شده است.

۲-۲- ابزار اندازه‌گيري

براي بارگذاري نمونه‌ها از جك ۱۰ تني و براي اندازه‌گيري تغيير مكان هر نمونه از ۵ گيج مكانيكي (۳ گيج براي اندازه‌گيري تغيير مكان انتقالي و ۲ گيج براي اندازه‌گيري تغيير مكان دوراني) استفاده گرديد. در شكل (۲) محل استقرار وسايل اندازه‌گيري تغيير مكان (گيج‌ها) نشان داده شده است دو گيج ۱ و ۲ جهت تعيين دوران نسبي تير و ستون (با استفاده از ميله‌هايي به طول ۳۰ سانتيمتر از مركز اتصال خورجيني) و دو گيج ۳ و ۴ به فاصله ۲۰ سانتيمتر از لبة بال ستون به منظور تعيين تغيير مكان تير و گيج ۵ كه در زير ستون قرار دارد جهت تعيين تغيير مكان ستون در اثر بارگذاري به‌كار رفته‌است.

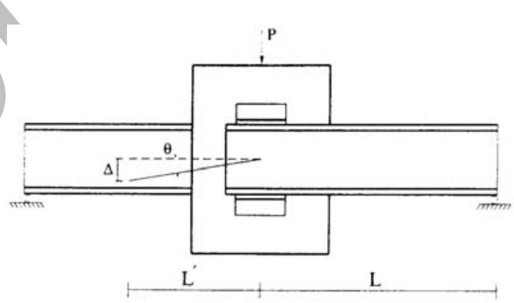
جدول ۱- مشخصات هندسي نمونه‌ها

توضيحات	طول نبشي‌ها cm	مشخصات نبشي‌ها	تير به طول ۱۰۰cm	ستون به طول ۷۰cm	شماره نمونه
ساخته‌شده با ورق	۸	۴L۶۰*۶۰*۵	۲IPE۱۴	۲IPE۱۴	S۱
ساخته‌شده با ورق	۱۰	۴L۶۰*۶۰*۵	۲IPE۱۴	۲IPE۱۴	S۲
كارخانه‌اي	۸	۴L۸۰*۸۰*۸	۲IPE۱۴	۲IPE۱۴	S۳
كارخانه‌اي	۱۰	۴L۸۰*۸۰*۶	۲IPE۱۴	۲IPE۱۴	S۴
كارخانه‌اي	۱۰	۴L۸۰*۸۰*۸	۲IPE۱۴	۲IPE۱۴	S۵



شکل ۲- وسایل اندازه‌گیري تغییر مکان‌ها

در شکل (۳) نحوة تعیین دوران انتهایي تیر (θ) به کمك اندازه‌گیري توسط گیج‌هاي ۱ و ۲ معین و محاسبه لنگر اعمال شده به اتصال از طریق روابط (۱) و (۲) نشان داده شده است.



شکل ۳- روش اندازه‌گیري لنگر و دوران اتصال

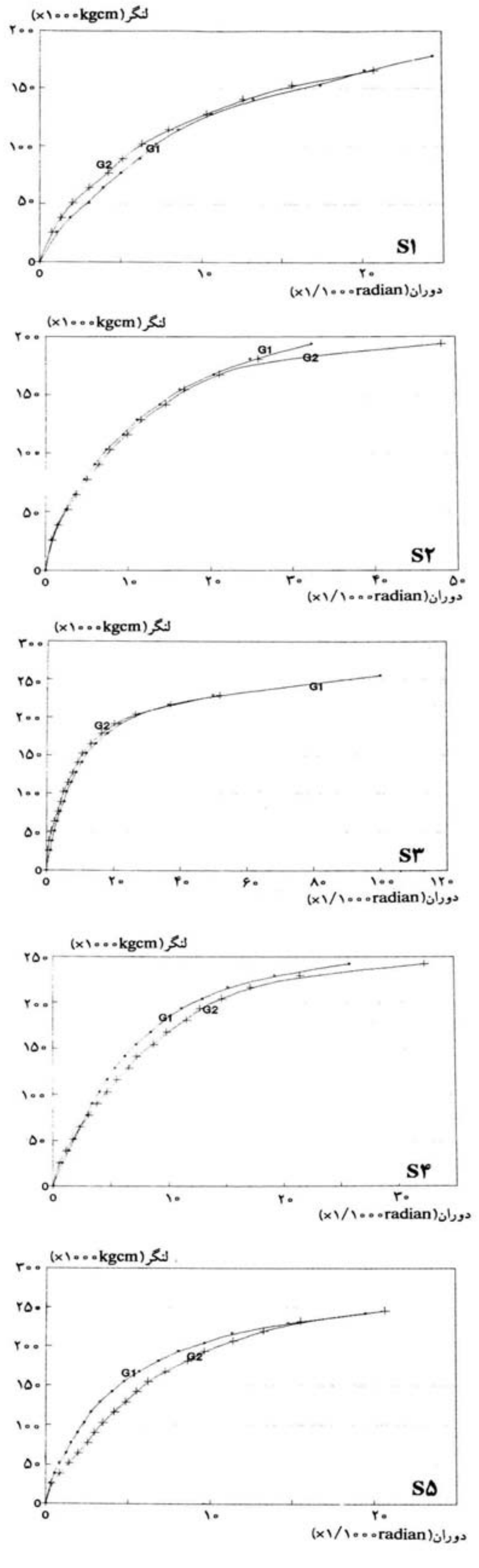
$$M = \frac{PL}{2} \qquad (1)$$

$$\theta = \frac{\Delta}{L'} \qquad (2)$$

مقدار L براي کلیه نمونه‌ها ۸۵ سانتیمتر شکل (۳) و مقدار L' برابر با ۳۰ سانتیمتر بوده است. مقادیر Δ و P براساس روند افزایش بار از طریق آزمایش معین شده است.

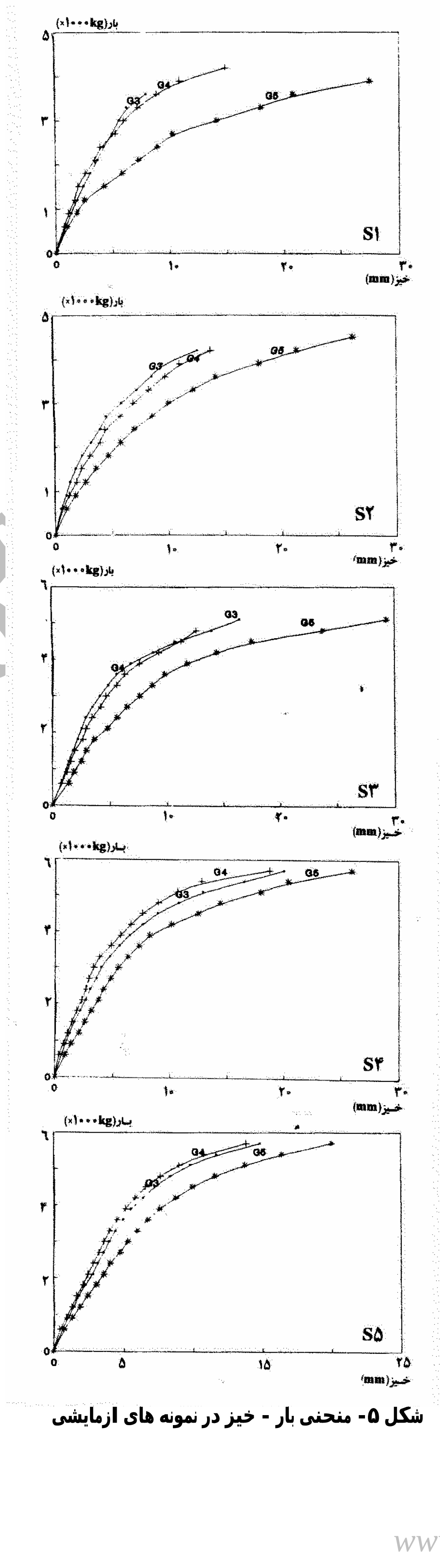
۳-۲- نتایج تجربي

در شکل‌هاي (۴) و (۵) به ترتیب نتایج حاصل از اندازه‌گیري گیج‌هاي ۱ تـا ۵ در قالب نمودار نشان داده شده است. در شکل (۴) منحني $M-\theta$ براي نمونه‌ها و در شکل (۵) تغییر مکان سه گیج نشان داده شده است.



شکل ۴- منحني لنگر - دوران در نمونه‌هاي آزمایشي

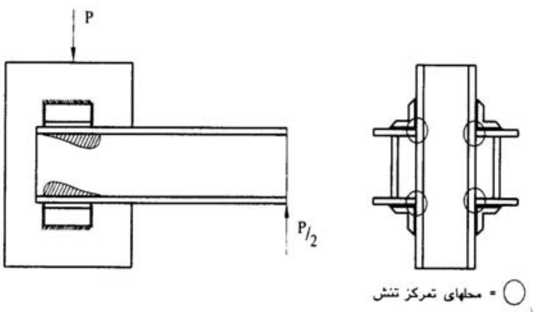
ملاحظه مي‌شود كه بهدليل تقارن نمونه‌ها انطباق مطلوبي بين نتايج حاصل از اندازه‌گيري توسط گيج‌هاي ۱ با ۲ و گيج‌هاي ۳ با ۴ وجود دارد.



شکل ۵- منحنی بار - خیز در نمونه های ازمایشی

۴-۲- گسيختگي و انهدام اتصال

گسيختگي نمونة ۱ با ترك خوردگي جوش در محل تمركز تنش شكل (۶) حاصل شد و گسيختگي ساير نمونه‌ها با تغيير شكل موضعي نبشي‌ها و بال تير به دست آمد.



شكل۶- انهدام در اثر تغيير شكل نبشي‌ها و تغيير شكل بال‌هاي تير

۳- مدل رياضي دوران در اتصال خورجيني

براي تعيين منحني لنگر - دوران اتصالات نيمه صلب از مدلهاي رياضي مختلفي [۵، ۶ و ۷] استفاده شده است كه از آن جمله مدل چند جمله‌اي (Polynommal Model)، مدل B-اسلاين درجه ۳ (Cubic B-Spline)، مدل نمايي (Exponential Model)، مدل تواني انگ و موريس (Ang-Morris Power Model)، مدل اكسپوناسيل لوئي و چن (Lui-Chen Exponential Model)، مدل تواني كلسن (Colson Power Model) و مدل تواني كيشي و چين (Kshi and chen Power Model) را مي‌توان نام برد. با بررسي دقيق مدلهاي فوق [۸] مدل تواني كيشي و چن براي ارائه منحني لنگر - دوران اين اتصال انتخاب گرديد.

۱-۳- مدل تواني كيشي و چن

اين مدل رياضي به صورت رابطه (۳) بيان مي‌شود [۶ و ۷] :

$$M(\theta_r) = \frac{R_1\,\theta_r}{\left[1+(\frac{\theta_r}{\theta_0})^n\right]^{1/n}} + R_{kp}\,\theta_r \qquad (۳)$$

که در آن داریم:

$$R_1 = R_{ki} - R_{kp} \qquad (۳-۱)$$

R_{kp} : سختي خميري اتصال و R_{ki} : سختي اوليه اتصال

$$\theta_\circ = \frac{M_u}{R_{ki}} \qquad (۳-۲)$$

M_u : ظرفيت لنگر نهايي (رابطه ۱۳)

اگر فرض شود که در لنگر نهايي منحني داراي مجانب افقي باشد $R_{kp} = \circ$ خواهد بود و رابطه (۳) به‌صورت زير در مي‌آيد.

$$M(\theta_r) = \frac{R_{ki}\,\theta_r}{\left[1+(\frac{\theta_r}{\theta_0})^n\right]^{1/n}} \qquad (۴)$$

در اين رابطه n پارامتر شکل است که مقدار آن از طريق نتايج تجربي محاسبه خواهد شد.

۲-۳- محاسبه سختي اولية اتصال

بر اساس مشاهدات آزمايشگاهي و تحليل‌هاي رايانه‌اي در خصوص نحوة تغيير شکل اتصال مي‌توان دريافت که لنگر انتهايي تير توسط دو زوج نيرو از طريق بال تيرها به ساق نبشي‌ها منتقل مي‌گردد و تغيير شکل نبشي‌ها مطابق شکل (۷) خواهد بود.
بر اين اساس خواهيم داشت شکل (۷).

$$\Delta = \frac{Pa'^3}{3EI_a}\left[1+\frac{0.78b^2}{a'^2}\right] \qquad \text{(۵) (صفحه ۱۸۲۳ مرجع [۷])}$$

$\mathrm{I_a} = \frac{1}{12}\mathrm{b^3 t_a}$ و همچنين بر طبق شکل (۷):

$$\theta = \frac{2\Delta}{h} \qquad (۶)$$

$$M = P\,h \qquad (۷)$$

و در نتيجه خواهيم داشت:

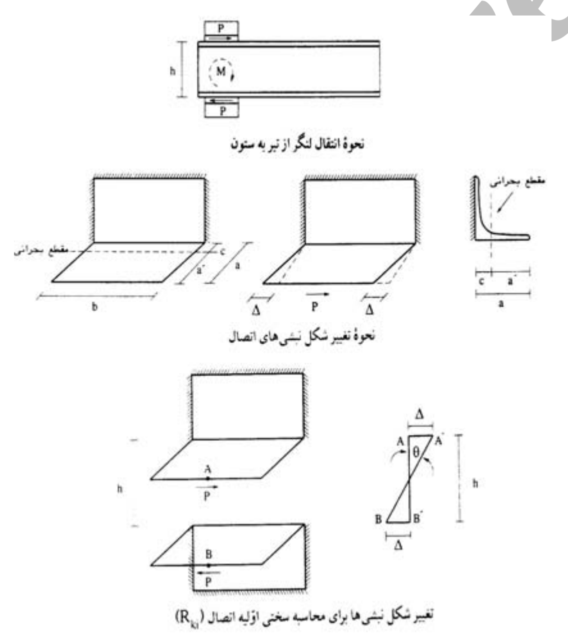
$$\frac{M}{\theta} = \frac{h^2 P}{2\Delta} \qquad (۸)$$

چون $M = R_{ki}\theta$ است، در نهايت مقدار R_{ki} به صورت زير معين مي‌شود:

$$R_{ki} = \frac{h^2 b^3 t_a}{8a'^3}\frac{E}{\left[1+\frac{0.78b^2}{a'^2}\right]} \qquad (۹)$$

$\mathrm{t_a}$ ضخامت نبشي و مقادير h ، b و a' در شکل (۷) معين شده است.

رابطة (۹) سختی اولیة اتصال را معین می‌کند. در جدول (۲) مقادیر نظری و آزمایشگاهی سختی اولیه نشان داده شده است.



شکل ۷- تغییر شکل نبشی‌ها

۳-۳- ظرفيت لنگر نهايي اتصال

فرض مي‌شود که لنگر نهايي اتصال مجموع سه لنگر نشان داده شده در شکل (۸) است.

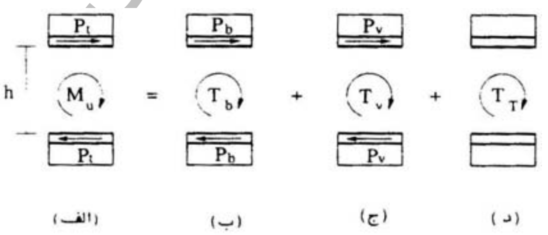
جدول ۲- مقایسه بین مقادیر سختي اولیه حاصل از نتایج آزمایشي و نظري $E = 2.1\times10^6 \ \ kg/cm^2$ و $\sigma_y = 2300 \ \ kg/cm^2$

شماره نمونه	a cm	c cm	a′ cm	b cm	t_a Cm	h cm	سختي اولیه اتصال R_{ki} t cm / radian: آزمایشگاهي	سختي اولیه اتصال R_{ki} t cm / radian: رابطه (۹)
S۱	۶	۰	۶	۸	۰/۵	۱۴	۲۶/۹	۲۵/۶
S۲	۶	۰	۶	۹/۵	۰/۵	۱۴	۳۳/۳	۳۴/۵
S۳	۸*	۲/۲۶	۵/۰۴	۸	۰/۸	۱۴	۵۴/۶۲	۵۵/۵
S۴	۶	۱/۶۹	۴/۳۱	۹/۵	۰/۶	۱۴	۶۰	۶۹
S۵	۸*	۲/۲۶	۵/۰۴	۹/۵	۰/۸	۱۴	۷۳/۵	۷۳/۱

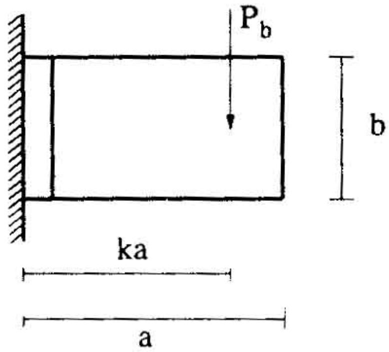
* مقدار a در این دو مورد برابر با عرض تیر یعني ۷/۳ cm منظور شده است.

الف- لنگر پیچشي ناشي از خمش ساق نبشي (یا T_b)

با توجه به شکل‌هاي (۸-ب) و (۹) خواهیم داشت:



شکل ۸- فرضیات محاسبه ظرفیت لنگر نهایي



شکل ۹- نیروي ایجاد شده در ساق نبشي به دلیل لنگر خمشي

$$M_b = \frac{\sigma_y I}{C} = \frac{\sigma_y b^2 t}{6}$$

$$P_b = \frac{M_b}{k\,a}$$

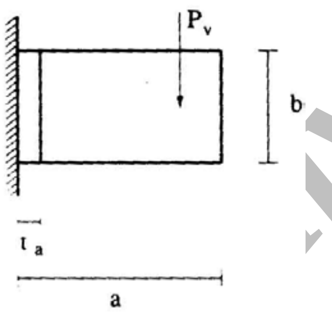
$$T_b = P_b h = \frac{M_b}{k\,a} h = \frac{h b^2 t}{6 k a} \sigma_y \qquad (۱۰)$$

ب- لنگر پیچشي ناشي از برش (یا T_v)

با توجه به شکل‌هاي (۸-ج) و (۱۰) داریم:

$$P_v = bt\tau_y$$

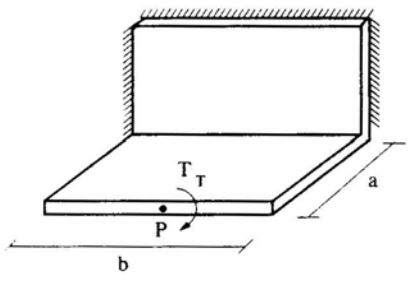
$$T_v = P_v h = bth\tau_y = \frac{bth}{\sqrt{3}}\sigma_y \qquad (۱۱)$$



شکل ۱۰- نیروي برش ساق نبشي

ج- لنگر پیچشي ناشي از پیچش ساق نبشي‌ها (یا T_T)

با توجه به شکل‌هاي (۸-د) و (۱۱) خواهیم داشت:



شکل ۱۱- ساق نبشي تحت اثر لنگر پیچشي

$$T_T = \frac{r_y\ J}{C} = \frac{(\sigma_y / \sqrt{3})\ \frac{1}{3}\ bt^3}{t/2} = \frac{2\sigma_y\ bt^2}{3\sqrt{3}}$$

و براي دو نبشي مقدار فوق درعدد ۲ ضرب مي‌شود و لذا داريم:

$$T_T = \frac{4\sigma_y\ bt^2}{3\sqrt{3}} \quad (۱۲)$$

سرانجام ظرفيت لنگر نهايي اتصال برابر خواهد بود با:

$$M_u = T_b + T_v + T_T$$

$$M_u = \left[\frac{b^2 ht}{6ka} + \frac{bth}{\sqrt{3}} + \frac{4bt^2}{3\sqrt{3}}\right]\sigma_y \quad (۱۳)$$

در روابط فوق k ضريبي است که بر اساس تحليل رايانه‌اي و نتايج آزمايشگاهـي برابر با $\frac{1}{3}$ در نظر گرفته مي‌شود. در جدول (۳) نتايج آزمايشگاهي و مقادير نظري بر طبق رابطه (۱۳) با يکديگر مقايسه شده است.

۳-۴- سختي لحظه‌اي اتصال

سختي لحظه‌اي به ازاء مقدار دلخواه θ_r حاصل مي‌شود که برابر با شيب خط مماس بر منحني $M-\theta_r$ در نقطة مورد نظر است، لذا با مشتق‌گيري از معادله (۴) نسبت به θ_r به دست خواهد آمد که بـا اعمال تغيير متغيرهاي لازم در نهايت معادلـه (۱۴) حاصل مي‌شود:

$$R(\theta_r) = \frac{dM}{d\theta_r} = \frac{R_{ki}\theta_\circ}{\left[1+\left(\frac{\theta_r}{\theta_\circ}\right)^n\right]^{\frac{n+1}{n}}} \quad (۱۴)$$

در حالتي که $n \to \infty$ ميل کند، حد معادله (۱۴) به سمت صفر ميل خواهد کرد که بيانگر حالت خميري کامل اتصال با سختي صفر است.

جدول ۳- مقايسه بين مقادير ظرفيت لنگر نهايي تجربي و نظري $\sigma_y = 2300\ kg/cm^2$

شماره نمونه	a cm	اگر $a > b_f$ $a = b_f$	b cm	k	t Cm	h cm	M_u t.cm آزمايشگاهي	M_u t.cm رابطه (۱۳)
S۱	۶	۶	۸	۱/۳	۰/۵	۱۴	۱۷۰	۱۶۲
S۲	۶	۶	۹/۵	۱/۳	۰/۵	۱۴	۲۰۰	۲۱۱
S۳	۸	۷/۳	۸	۱/۳	۰/۸	۱۴	۲۴۰	۲۳۹
S۴	۶	۶	۹/۵	۱/۳	۰/۶	۱۴	۲۵۰	۲۵۵
S۵	۸	۷/۳	۹/۵	۱/۳	۰/۸	۱۴	۲۸۰	۳۰۸

۳-۵- تعيين پارامتر شکل n بهروش حداقل مربعات

مي‌دانيم که منحني $M-\theta_r$ از معادله (۴) حاصل مي‌شود که در آن $\theta_\circ$ از رابطه (۳-۲) و مقدار M_u از رابطه (۱۳) و R_{ki} از رابطه (۹) به دست مي‌آيد.

مقدار پارامتر شکل n براي برازش بهترين منحني بر اساس نتايج آزمايشگاهي نمونه‌ها بهروش حداقل مربعات [۶] بهدست مي‌آيد. رابطه حداقل مربعات بهصورت معادله (۱۵) است:

$$E(x) = \sum_{k=1}^{m}\left[f(x_k) - y_k\right]^2 \quad (۱۵)$$

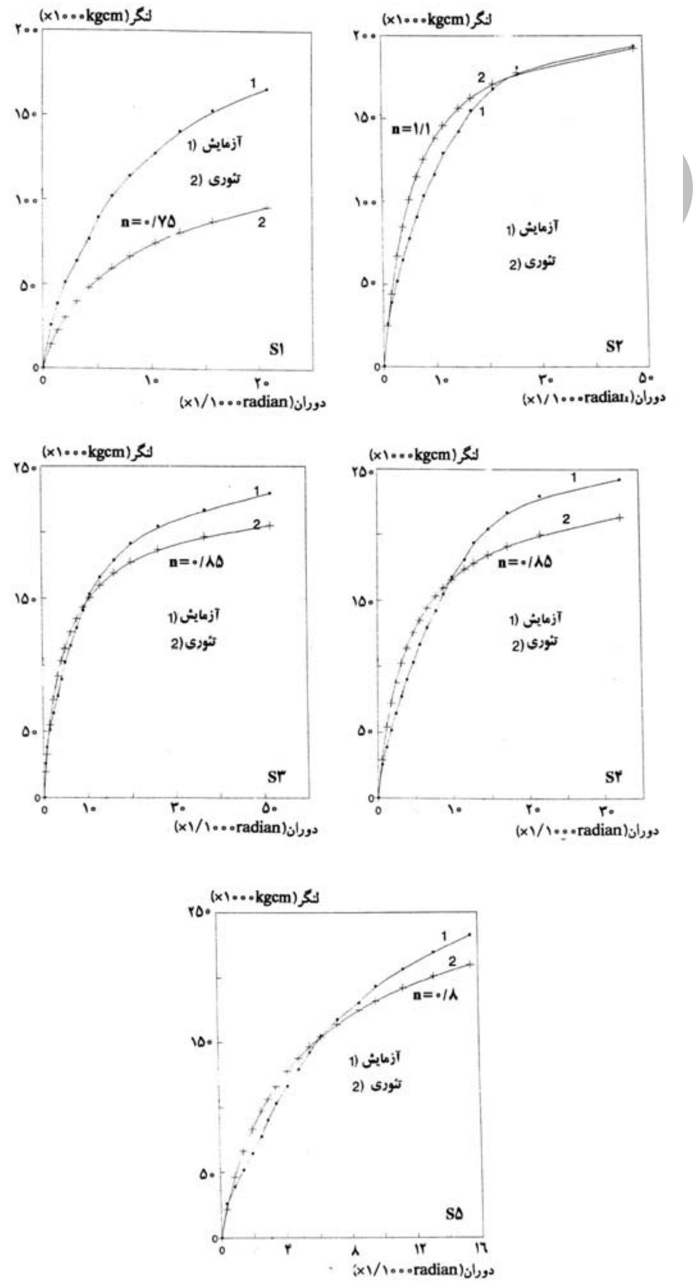
با جايگزيني معادله (۴) در رابطة فوق داريم:

$$E(n) = \sum_{k=1}^{N}\left\{\frac{R_{ki}(\theta_r)_k}{\left[1+\left(\frac{\theta_r}{\theta_\circ}\right)_k^n\right]^{1/n}} - M_k(\theta_r)\right\}^2 \quad (۱۶)$$

در اين معادله:

$(\theta_r)_k$ دوران k ام که از آزمايش بهدست مي‌آيد.
$M_k(\theta_r)$ لنگر متناظر با دوران k ام که از آزمايش بهدست مي‌آيد.

با استفاده از يك برنامه رايانه‌اي و انتخاب مقادير مختلف n [۸] و محاسبه مقادير E(n) و مقايسه توابع خطا براي nهاي مختلف مقداري از n كه كمترين خطا را داشته باشد بهدست مي‌آيد. با تعيين مقدار n براي هر آزمايش منحني $M-\theta$ بر اساس آزمايش و رابطة نظري در شكل (۱۲) معين شده است.



شكل ۱۲- منحني لنگر - دوران نمونه‌ها

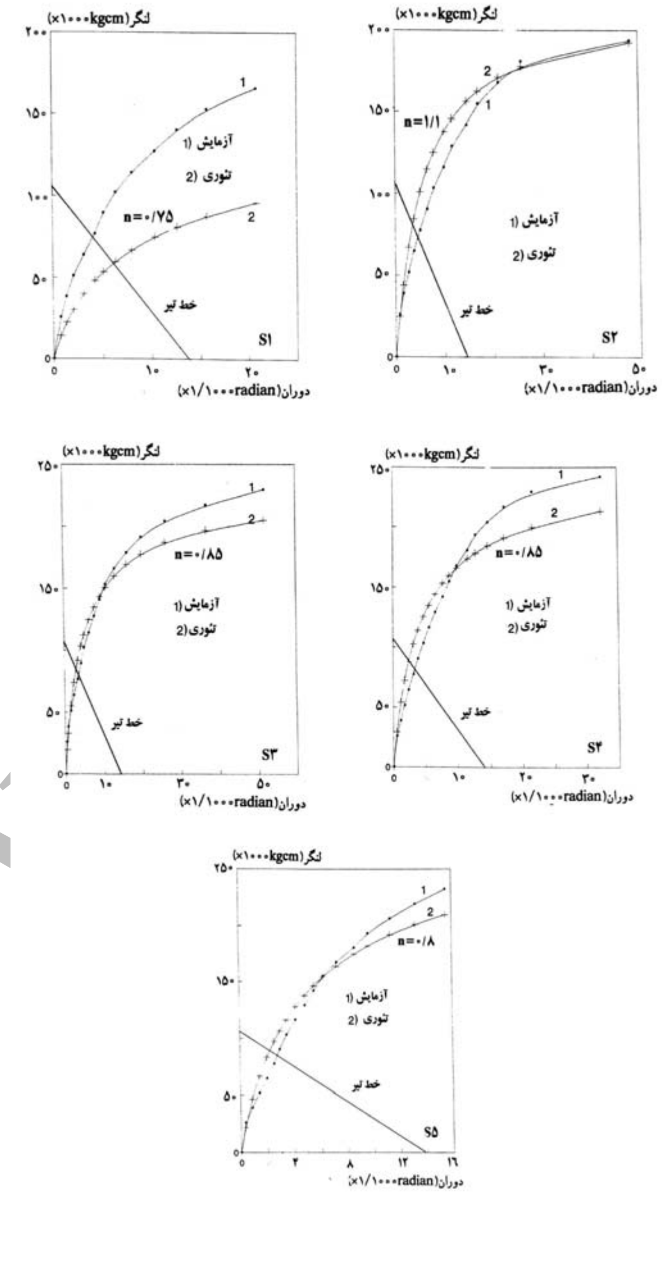
۱- بر اساس نتايج تجربي، ۲- بر اساس نتايج نظري

همانطور که مشاهده مي‌شود بهجز نمونهٔ S۱ که با ترك خوردگي جوش به گسيختگي مي‌رسد و لذا مقدار n در آن نمونه مورد استفاده نخواهد بود، در ساير نمونه‌ها مقدار n و منحني ترسيمي معقول است و با در نظر گرفتن نتايج حاصل، پيشنهاد مي‌شود مقدار n در اتصالات خورجيني برابر با ۰/۸۵ اخذ گردد.

۴- محاسبه درصد گيرداري اتصال خورجيني

بـراي تعيين درصد گيرداري اتصال بايـد از روش خط تير استفاده کرد که خود تابعي از لن

بهعنوان مثال اگر تيري به دهانه $L = 0.3\,m$ از نيمرخ IPE۱۴ با بار گسترده $w = 1400\ \ kg/m$ را در نظر بگيريم و خط تير آن را روي نمودارهاي $M-\theta$ رسم کنيم، شکل (۱۳) بـهدست خواهد آمد کـه از آن طريق مقاديـر عددي درصد گيرداري اتصال در جدول (۴) نشان داده شده است. (بديهي است درصد گيرداري اتصال بستگي بهمشخصات تير دارد و با يك تير ديگر درصد گيرداري متفاوت خواهد بود).



شکل ۱۳- منحنی لنگر - دوران نمونهها بههمراه خط تیر

در جدول (۴) M'_{ex} و M_{th} بهترتیب لنگر خمشي در محل اتصال با منحني $M-\theta$ تجربي و نظري است و θ_{ex} و θ_{th} بـهترتیب درصد گیرداري تجربي و نظري است که از رابطه (۱۷) بهدست ميآید. M_{FM} لنگر گیرداري کامل اتصال است.

$$\theta = \frac{M'}{M_{FM}} \times 100 \qquad (۱۷)$$

جدول ۴- مقایسه بین درصد گیرداري نمونههاي آزمایشي

مشخصة اتصال	α_{th} %	α_{ex} %	M'_{th} t.cm	M'_{ex} t.cm	M_{FM} t.cm	شماره نمونه
نبشي پرسي	۵۵/۶	۷۱	۵۸/۴	۷۴/۷	۱۰۵	S۱
نبشي پرسي	۷۵/۲	۶۸/۸	۷۸/۹	۷۲/۳	۱۰۵	S۲
نبشي کارخانهاي	۸۰	۷۵/۷	۸۴/۱	۷۹/۵	۱۰۵	S۳
نبشي کارخانهاي	۳۸/۷	۷۶/۵	۸۷/۹	۸۰/۳	۱۰۵	S۴
نبشي کارخانهاي	۹۱/۶	۸۰	۹۶/۲	۸۴/۱	۱۰۵	S۵

۵- نتیجهگیري

همانگونه که از تطابق نتایج آزمایشگاهي با نتایج حاصل از روش نظري مشاهده ميشود ميتوان گفت که براي دستیابي بهلنگر گیرداري $M(\theta_r)$ به ازاء هر میزان دوران در تکیه گاه θ_r، ميباید از رابطه (۴) سود جست. به این منظور ابتدا سختي اولیه تکیهگاه R_{ki} از رابطه (۹) و ظرفیت لنگر نهایي M_u از رابطـه (۱۳) معین ميشود و از طریق آن $\theta_\circ$ و در نهایت رابطه (۴) منحني تغییرات لنگر دوران را مشخص ميکند. ضریب شکل n براي اتصالات متعارف خورجیني $n = 0.85$ توصیه ميشود.

نمادها

دوران تیر در تکیه گاه	θ
سختي اولیه اتصال	R_{ki}
سختي خمیري اتصال	R_{kp}
پارامتر شکل (منحني)	n
ظرفیت لنگر نهایي	M_u
عرض نبشي	b
طول بال نبشي	a
از لب بال نبشي تا شروع ماهیچه	a'
عمق تیر	h
ضخامت بال نبشي	t_a
طول ماهیچه نبشي	$c = a - a'$
ضریب تجربي	$k = \frac{1}{3}$
عرض بال تیر	b_f
درصد گیرداري نظري	α_{th}
درصد گیرداري تجربي	α_{ex}
لنگر نظري خمشي در تکیهگاه	M'_{th}
لنگر تجربي خمشي در تکیهگاه	M'_{ex}
لنگر کامل گیرداري	$M_{FM} = \frac{wL^2}{12}$

مراجع

[۱] سیمونیان، واهاگ و کافي، محمد علي، "اعمال اتصالات قیچي در تحلیل ماتریسي سازهها،" انتشارات عمیدي، پاییز ۱۳۷۰.

[۲] مالك، شاهرخ و طريقت، امير، "مطالعه رفتار الاستيك اتصالات خورجيني،" پايان نامه كارشناس ارشد، دانشگاه تهران، ۱۳۷۳.

[3] N. E. Shanmugugarm and L. C. Ting "Welded Interior Box –Column to I-Beam connections". Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 5, May 1995, ASCE. Paper No: 7933.

[4] K. C. Tsai and Shun Wa and Egor P. Popov "Experimental Performance of Seismic Steel Beam Column Moment Joints", Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No. 6, June 1995, ASCE paper No. 8504.

[5] W. F. Chen "Steel Beam to – Column Building Connections", Reprinted from Journal of Constructional Steel Research, Vol. 10, 1988.

[6] Wai-Fah Chen and N. Kishi. "Semi-Rigid Steel Beam – to – Column Connections. Data and Modeling", Journal of Structural Engineering, Vol. 115, No. 1, January, 1989, ASCE, paper No 23104.

[7] N. Kishi. And Wai – Fah Chen "Moment – Rotation Relations of Semi– Rigid Connections with Angles". Journal of Structural Engineering, Vol. 1163, No. 7, July 1990, ASCE, paper No. 24833.

[۸] سعيدي، محمد يوسف، بـررسي رفتـار اتصالات خورجينـي، پايان نامه كارشناس ارشد، دانشگاه فردوسي، ۱۳۷۵.

[9] John. H. Mathews. "Numerical Methods for Computer Science Engineering and Mathematics".