تحليل غيرخطي فشار هيدروديناميكي ناشي از زلزله بر بدنه سدهاي وزني صلب با استفاده از حل معادلات ناوير- استوكس با روش احجام محدود

حسين محمد ولي ساماني   استاد گروه عمران، دانشكده مهندسي، دانشگاه شهيد چمران اهواز
عباس رضائيان   مربي گروه عمران، دانشكده مهندسي، دانشگاه شهيد چمران اهواز

چكيده

در اين مقاله تحليل غيرخطي فشار هيدروديناميكي ناشي از زلزله بر بدنه سدها با استفاده از معادلات ناوير- استوكس ارائـه شده است. براي اولين بار از روش احجام محدود و الگوريتم SIMPLEC جهت منقطع‌كردن و حل معادلات ناوير- استوكس و پيوستگي استفاده شده است. شرايط مرزي ناشي از زلزله در بدنه سد و بستر مخزن اعمال گرديده است. سپس معادلات غيرخطي منقطع شده با استفاده از الگوريتم توماس (TDMA) همراه با تكرار حل گرديده است. با انتگرال‌گيري از فشارها بر بدنه سد نيروي هيدروديناميك تعيين مي‌شود. اين نيرو تابع زمان است و مي‌توان در هر لحظه زماني آن را تعيين نمود. برنامه‌اي كامپيوتري به زبان ويژوال بيسيك جهت اين تحليل تهيه گرديده است كه با استفاده از آن مي‌توان مؤلفه‌هاي سرعت و فشار هيدروديناميكي آب دركليه نقاط مختلف مخزن از جمله روي وجه بالادست بدنه سد و همچنين پروفيل سطح آب مخزن، به عنوان تابع زمان، تحت اثر زلزله دلخواه با درنظرگرفتن امواج سطحي و شتاب انتقالي غيرخطي را محاسبه نمود. نتايج به دست آمده با نتايج محققان ديگر مقايسه گرديده است و صحت، دقت و سرعت همگرايي مدل به اثبات رسيده است. جهت بررسي اثر امواج سطحي و شتاب انتقالي غيرخطي بر فشارهاي هيدروديناميك، مقايسه‌اي بين نتايج حاصل و روش تحليلي چوپرا انجام شده است.

كلمات كليدى: نيروي هيدروديناميكي، الگوريتم توماس، روش احجام محدود ، شبكهبندي و شرايط مرزي.

Nonlinear Analysis of Earthquake Hydrodynamic Pressure on Gravity Dam Body via The Solution of Navier Stokes Equations Using The Finite Volume Method

H. M.V. Samani and A. Rezaeian
Civil Eng. Dept., Faculty of Engineering, Shahid Chamran University

Abstract

In this paper a nonlinear analysis of the earthquake hydrodynamic pressure on dam bodies using the Navier Stokes equations is used. The finite volume method SIMPLEC scheme for discretization of the Navier Stokes and continuity equations are utilized. Boundary conditions on the dam body and reservoir bed were applied. The nonlinear discretized equations were solved using Thomas algorithm by an iterative scheme. The hydrodynamic force exerted on the dam body was obtained by the integration of the calculated pressures. This Force is a function of time and hence it can be determined at any time interval. A computer program using the visual basic language was developed for the analysis to determine velocity components, pressures at nodal points of the reservoir grid including the face of the dam body, and reservoir water surface profile as a function of time due to an earthquake considering surface waves and nonlinear convective terms. Results were compared to those obtained by other researchers. The comparison indicates that the accuracy and convergence are quite satisfactory. The results were also compared with an analytical solution to investigate influences of surface waves and nonlinear convective terms.

Key words: Hydrodynamic force, Thomas algorithm, Finite volume method, Grid generation and boundary conditions.

١- مقدمه

اهميت طراحي سازه سد از چشم كسي پنهان نيست، چراكه هر گونه اشتباه و لغزشي مي‌تواند ضايعات جبرانناپذيري بر پيكره جامعه وارد سازد. در طراحي، تحليل يكـي از عمـده‌تـرين اجـزاء مي‌باشد كه بايستي با دقت هر چـه بيـشتر انجـام شـود. اهميـت تحليل در مناطق زلزله‌خيز بيشتر رخ مي‌نمايد، زيرا زلزله عـاملي بسيار مهم در پديد آوردن تنش در سازه سد بوده، تأثير مهمي بر روند طراحي مي‌گـذارد. بنـابراين تحليـل سـازه سـد در منـاطق زلـزلـه‌خيـز و دقت هرچه بيشتر در محاسبات اهميـت بيـشتري مي‌يابد.

منظور نمودن اندركنش سد و مخـزن در تحليـل دينـاميكي سد قدمي در جهت هرچه دقيقتر كردن محاسـبات مـي‌باشـد. از سوي ديگر عوامل متفاوتي بر اندركنش فوق تأثير مي‌گذارند كـه بررسي هر يك از عوامل فوق علاوه بر حل بهتـر خـود مـسئله، از جنبه تحقيقاتي نيز حائز اهميت است و مي‌تواند منجر بـه بهبـود روشهاي كلي تحليل گردد. مثالي از اين موضوع اسـتفاده از روش احجام محدود در مدل‌كردن مخزن سد جهت بررسـي و مطالعـه ميدان جريان در مخزن و محاسبه فشارهاي هيدروديناميكي وارد بر سد در هنگام زلزله مي‌باشد. اين مقاله نيز در راستاي مطالعات مربوط به اندركنش سد و مخزن و با ملاحظه اهداف فوق نگاشته شده است.

در طول هفت دهه گذشته تكنيكهاي بسياري جهت محاسبه فشارهاي هيدروديناميك آب بر سـد ارائـه شـده اسـت. از جملـه روشهاي تحليلي و تقريبي، روش المانهاي محدود، روش المانهاي مـرزي، آنـاليز تـابع T و روش تفاضـلات محـــدود. در روشــهاي تحليلي كارهاي وسترگارد و چوپرا از اهميت بيـشتري برخـوردار است. وسترگارد اولين كسي بود كه فشار هيـدروديناميك آب بـر روي سدهاي بتني وزني، تحـت تـأثير حركـت هارمونيـك افقـي زمـين را محاسـبه كـرد [٢٩]. وي سـد را صـلب، داراي طـولي نامحدود و با بالادست قائم و كف مخزن را افقـي، صـلب و طـول مخزن را بي‌نهايت فرض كرد، همچنين فرض تراكم‌پذيري خطـي بـــراي سيال و نيز شتاب هارمونيك افقي بـراي زمـين را در كـار خـــود منظور سـاخت. بر اساس اين فرضيات او روشـي تقريبـــي به نام روش جرم افزوده (Added mass) ارائه كرد كـه طبـق آن يك جرم اضافي فرضي كـه بـه بدنـه سـد چـسبيده اسـت بـراي محاسبه نيروي هيدروديناميكي معادل نيروي زلزله در نظرگرفته مي‌شود.

كوتسابو نشان داد كه حل وسترگارد هنگـامي معتبـر اسـت كـه فركانس بارگذاري كمتر از فركانس طبيعـي مخـزن باشـد [١٨]. زانگر [٣٠] و زينكويچ [٣١] توانستند بـا درنظرگـرفتن فرضـيات ساده‌كننده از جمله صرفنظر از تأثير تراكم‌پذيري آب، اين پديده را با ساير پديده‌هاي فيزيكي ماننـد توزيـع ميـدان الكتريكـي در محيط عايق، توزيع ميدان پتانسيل جريان در محيط متخلخـل و ... شبيه‌سـازي نماينـد و بـا اسـتفاده از مـدلهاي آزمايـشگاهي، فشارهاي هيدروديناميك آب ناشي از زلزله را اندازه‌گيري نمايند. زانگـر بـا اسـتفاده از ايـن روش، فـشار هيـدروديناميك را بـراي سدهاي با وجـه بالادسـت شـيبدار محاسـبه كـرد و گرافهـايي را پيشنهاد نمود. چوپرا [٧] با بررسي تأثير تراكم‌پذيري آب بر فشار هيدروديناميك مخزن نشان داد كه براي سيال تراكم‌ناپـذير حـل وسترگارد در كليه فركانسهاي بارگـذاري صـادق اسـت لـيكن در ســدهاي بلنــد تــأثير تــراكم‌پــذيري آب بــر پاســخ نيــروي هيـدرودينـاميك، در فركانسهاي بالا قابل توجه است. روسن‌بلـت [٢٣] عملكـرد رسـوبات كـف مخـزن در جـذب امـواج فـشار هيدروديناميكي را در تحليل خود در نظر گرفت.

چوپرا و چاكرابارتي [١٢] فشار هيدروديناميك و پاسخ سـد وزني بتني را در اثر مؤلفه قـائم زلزلـه محاسـبه كردنـد، در ايـن روش پاسخ سد توسط تغيير شكلهاي مود اصلي ارتعـاش تقريـب زده مي‌شوند و نيز اثرات تغييرشكل‌پـذيري پـي نيـز توسـط وارد كردن ضـريب شكـست مـوج در رابطـه‌سـازي بـه طـور تقريبـي منظورگرديد. چوانگ [١٣] و ليو [٢٠] اثـرات قابـل توجـه مايـل بودن وجه بالادست سد و شيبدار بودن كف مخزن بـر فـشارهاي هيدروديناميك وارد بر سد را مورد مطالعه قرار دادند.

با توجه به اينكه در روشهاي تحليلي سعي شده است كـه بـا استفاده از تئوريهاي حل معادلات ديفرانسيل و بـه دسـت آوردن تابع جواب معادله حاكم، فشارهاي هيـدروديناميك آب محاسـبه شود، مشكل اساسي اين روش آن است كه با توجه به پيچيـدگي معادلات و شرايط مرزي محيط سيال، به ناچار معادلـه حـاكم بـا استفاده از فرضيات بسيار محدود كننده و براي حالتهـاي خـاص محاسبه گرديده است. لـذا ايـن روش علـيرغم دقـت بـالا، بـراي استفاده‌هاي كاربردي مناسب نمي‌باشد.

بـا پيشـرفت روشهاي عددي به موازات پيشرفت كامپيوترها،

امكان بررسي و تحليل حالات مختلفي در اختيار محققان قرار گرفت. يكي از قويترين اين روشها، روش المانهاي محدود مي‌باشد كه نه‌تنها قابليت مدل‌نمودن سازه سد را دارا مي‌باشد، بلكه مي‌تواند اثرات اندركنش مخزن و پي را ملحوظ نمايد. چاكرابارتي و چوپرا [۲] براي اولين بار با استفاده از روش المانهاي محدود اندركنش سد و مخزن را مورد بررسي قرار داد. آنها براي سازه سد از المانهاي چهارگرهي و در مخزن از المانهاي نيمه بي‌نهايت استفاده نموند. پس از او ساينبي، بتس و زينكويچ [۳۲] سيستم سد و مخزن را با استفاده از اجزاء محدود تحليل كردند. چوپرا و هال [۱۰] روش تحليل براساس زيرسازه‌ها را ارائه‌كردند كه در آن سد و سيال به صورت دو زيرسازه عمل مي‌كنند. در اين مدل اندركنش سيال و پي توسط يك شرط مرزي ميراكننده در امتداد كف مخزن و با استفاده از تئوري يك‌بعدي انتشار امواج منظور گرديده است. چوپرا و چاكرابارتي [۱۱] روشي عمومي براساس زيرسازه‌ها براي تحليل پاسخ سدهاي بتني وزني تحت اثر مؤلفه‌هاي افقي و عمودي زلزله ارائه‌كردند. در اين روش زيرسازه سد توسط اجزاء محدود، زيرسازه سيال در صورت سادگي هندسة آن به صورت محيط پيوسته و در صورت پيچيدگي نسبي آن توسط اجزاء محدود و بالاخره زير سازة پي به صورت نيم‌صفحة ويسكوالاستيك مدل شده است، اندركنش پي و سد توسط اعمال معادلات تعادل و شرايط سازگاري در مرز مشترك سد و پي به معادلات حاكم بر دو زيرسازة سد و پي اضافه مي‌گردد و تغييرمكانهاي سازه‌اي سد توسط تركيب خطي از بردارهاي ريتز (Ritz) بيان مي‌شود. خاصيت جذب امواج فشاري توسط رسوبات كف مخزن توسط چوپرا و فن‌وس [۸] به روش عددي، مورد بررسي و بازنگري قرار گرفت. زينكويچ و همكارانش [۳۳] المانهايي نامحدود با توابع شكل ويژه‌اي معرفي كردند كه در مسائل امواج دورشونده نتايج مناسبتري به دست مي‌داد. چوپرا و فوك [۹] اندركنش بين سد و سيال و پي را با درنظرگرفتن انعطاف‌پذيري پي مورد مطالعه قرار دادند. لطفي، روست و تاسولاس [۲۱] سيستم سد - سيال - پي را با درنظرگرفتن تمامي اندركنشها تحليل كردند. در اين روش اندركنش سيال و جامد با اعمال پيوستگي تنش و مؤلفه‌هاي جابجايي عمود بر فصل مشترك جامد و سيال منظور شده و پي به صورت لايه‌اي فرض شده‌است. تساي ولي [۲۵] از المانهاي مرزي براي مدل‌كردن شرط انتشار در منطقه دوردست دامنه سيال استفاده كردند. لي، تساي و يانگ [۱۹] يك مرز انتقالي صريح در حوزه زمان ارائه كردند كه يك روش حل نيمه تحليلي معادله موج حاكم بر منطقه دور دست مي‌باشد. هومار و چاندراشاكر [۱۵] تحليلي به روش زيرسازه‌ها ارائه كردند كه در آن از تكنيكي مركب از اجزاء محدود و اجزاء مرزي و حل محيط پيوسته استفاده شده است.

تئوري مطالعات قبلي به آناليز خطي محدود گرديده و از شتاب انتقالي غيرخطي و امواج سطح آزاد صرفنظر شده است و فرض گرديده كه سطح آزاد آب، در هنگام زلزله افقي باقي مي‌ماند، در حاليكه حركت سد در اثر زلزله باعث ايجاد تغييرات در سطح آزاد مخزن مي‌شود. اولين بار چوانگ [۱۴] شتاب انتقالي غيرخطي و بالاآمدگي سطح آب را در تحقيق خود با فرض يك ديوارة صلب قائم و شتاب ثابت زمين، در نظر گرفت.

هونگ و ونگ [۱۷]، هونگ و چن [۱۶]، چن [۳ و ۴] و چن و يوان [۵] با استفاده از روش عددي تفاضلات محدود، در مورد تغييرات سطح آزاد آب در هنگام زلزله و فشارهاي هيدروديناميك غيرخطي مربوط به آن كه بر وجه بالادست سدهاي وزني و قوسي وارد مي‌شود، مطالعات جامعي انجام دادند. ونگ و هونگ [۲۸] فشارهاي هيدروديناميك غيرخطي وارد بر وجه بالادست قائم سد با مخزن مستطيل شكل را، در حالت سه‌بعدي آناليز نمودند.

چن، يوان و لي [۶] آناليز سه‌بعدي غيرخطي فشارهاي هيدروديناميك وارد بر سد با وجه بالادست مايل و شكل هندسي دلخواه مخزن و با درنظرگرفتن امواج سطحي و شتاب انتقالي غيرخطي را انجام دادند و به منظور دقيق و شفاف نمودن اثرات هندسه سيستم سد - مخزن، از انعطاف‌پذيري سد، تغييرشكل پي و اثرات رسوبات كف مخزن و تراكم‌پذيري آب صرفنظر نمودند. براي مسائل با مرزهاي متحرك، به خصوص سطح آزاد متحرك، روش تفاضلات محدود نتايج خوب و دقيقي ارائه نموده است.

۲- معادلات حاكم

فرضيات به كار برده شده عبارتند از :

۱- سد صلب و به طور نامحدودي طويل است.

۲-كف مخزن صلب و طول مخزن به اندازه كافي طويل است.

۳- سيال محيطي (آب)، همگن، ايزوتروپ، غيرلزج و تراكم‌ناپذير است و تحت اثر جاذبه زمين قرار دارد.

با اعمال قانون بقاي جرم بر المان حجمي كوچك، معادله

پوستگي و با اعمال قانون بقاي اندازه حركت بر المان حجمي كوچك در جهات y,x معادلات اندازه حركت در دستگاه مختصات كارتزين، به فرم زير به دست مي‌آيند:

۳- پيوستگي

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (۱)$$

۳-۱- ناوير- استوكس در راستاي x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} \qquad (۲)$$

۳-۲- ناوير – استوكس در راستاي y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} - g \qquad (۳)$$

كه v,u مؤلفه‌هاي سرعت سيال در جهات y,x هستند، P فشار كل (مجموع فشار هيدرواستاتيك و فشار هيدروديناميك)، ρ چگالي سيال و g شتاب ثقل مي‌باشد.

۴- شرايط مرزي

شرايط مرزي حاكم بر مرزهاي چهارگانه ناحيه حل شكل (۱) عبارتند از:

۴-۱- فصل مشترك سد و مخزن: فرض مي‌شود كه بين محيط سد و مخزن شرط سازگاري تغييرمكانها برقرار است و بين آنها جدايي اتفاق نمي‌افتد. همچنين شرط مرزي ديناميكي (۷) نيز برقرار است.

$$v = v_{eq}$$
$$u = u_{eq}$$
$$a_n = a_{n_{eq}}$$
$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho\, a_n \qquad (۴)$$

۴-۲- كف مخزن: بين محيط زمين و مخزن شرط سازگاري تغييرمكانها برقرار است و بين آنها جدايي اتفاق نمي‌افتد.

$$v = v_{eq}$$
$$u = u_{eq} \qquad (۵)$$

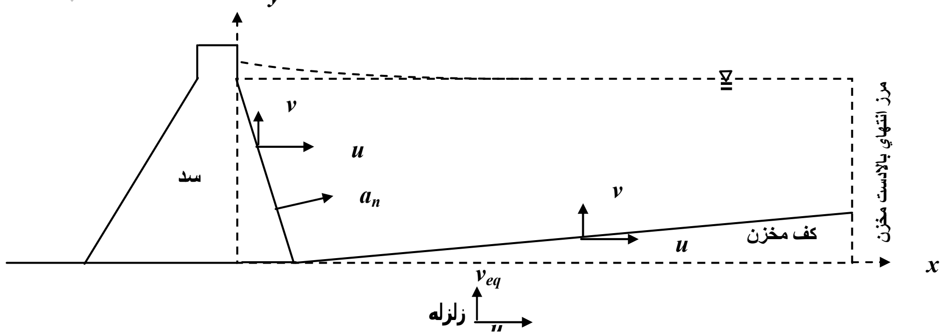
۴-۳- سطح آزاد مخزن: فشار كل صفر مي‌باشد همچنين در لايه نازك مجاور سطح آزاد از گراديان سرعت افقي در راستاي قائم به علت كوچكي صرفنظر مي‌شود.

$$P = 0$$
$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad (۶)$$

۴-۴- انتهاي بالادست مخزن: گراديان سرعت افقي در جهت x بسيار كوچك است و با تقريب خوبي مي‌توان از آن صرفنظركرد:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad (۷)$$

كه n بردار نرمال عمود بر سطح مشترك سد و مخزن، u_{eq}, v_{eq} مؤلفه‌هاي قائم و افقي سرعت زمين و $a_{n_{eq}}, a_n$ شتاب سيال و زمين در راستاي n مي‌باشند.



شكل ۱- شرايط مرزي سيستم سد و مخزن

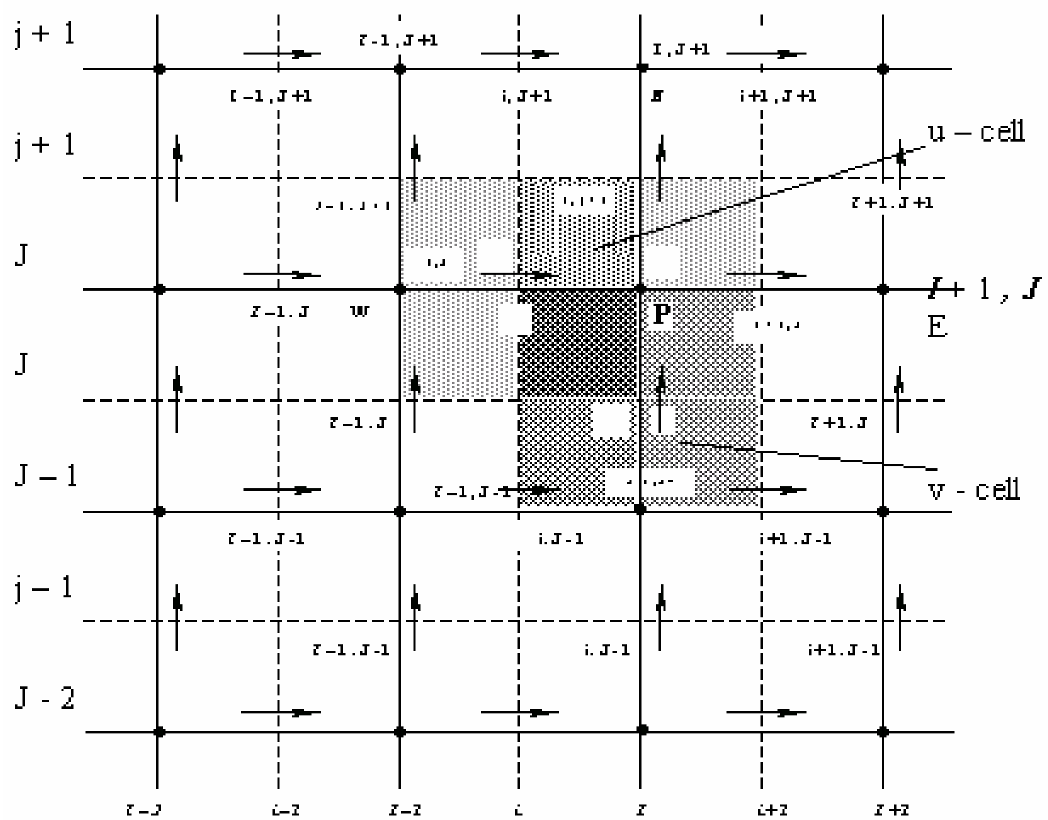
با حل معادلات حاكم با استفاده از روش عددي احجام محـدود و با در نظر گرفتن شرايط اوليه و مرزي، مي‌تـوان مجهـولات v,u,p در تمام نقاط مخزن، از جمله روي وجه بالادست سد را محاسـبه نمود.

۵- روش عددي احجام محدود

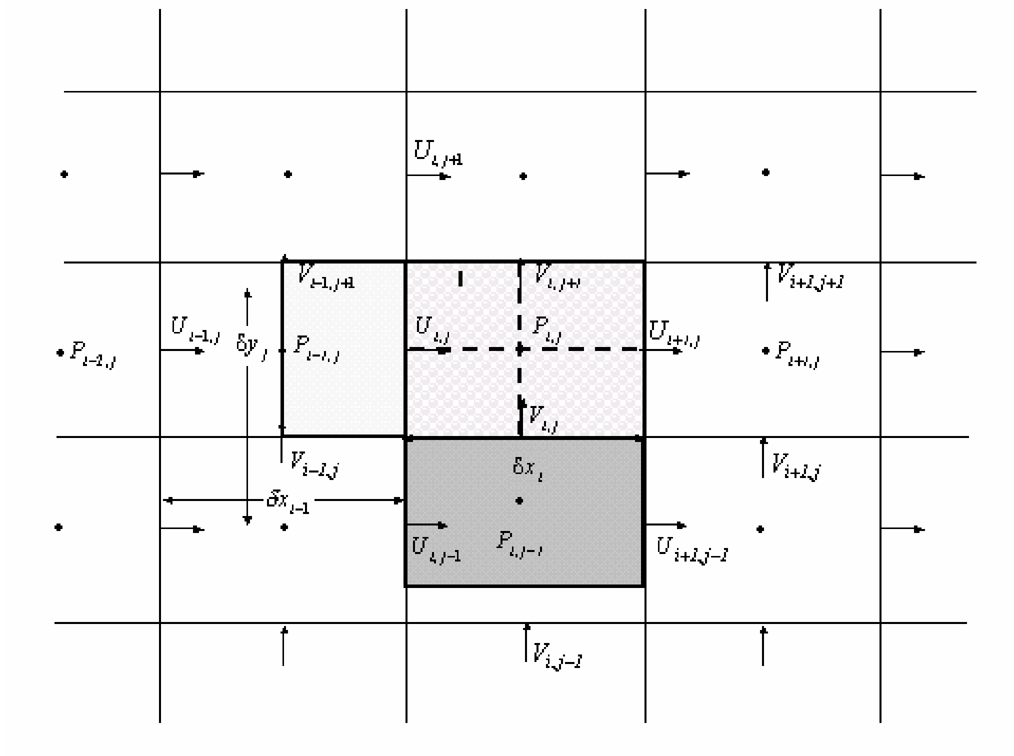
۵-۱- شبكه‌بندي

براي حل معـادلات بـه كمـك روش عـددي احجـام محـدود مي‌بايست اين معادلات بر روي محيط موردنظر منفـصل گردنـد. بنابراين لازم است محيط مخزن به صورتي مناسب شـبكه‌بنـدي شود. براي توليد شبكه احجـام محـدود، نحـوه قرارگيـري وجـوه حجم‌كنترل بايـد بـه گونــه‌اي باشد كه معادله گسستة به دست آمـده، كلي و قابل اجرا باشـد. لـذا ابتدا مرزهاي حجم‌كنتـرلها را ترسيم كرده، سپس در مركز هندسي هر حجم‌كنتـرل يـك گـره قرار مي‌دهيم. با توجه به شكل (۲) متغيرهاي اسكالر شامل فشار، در گـره‌هـايي كـه بـا علامـت ● نـشان داده شـده اسـت ذخيـره مي‌شوند. سرعتها در وجوه سلول بين گـره‌هـا تعريـف شـده و بـا پيكان نمايش داده شده‌انـد. پيكانهـاي افقـي (→) نـشان دهنـده سرعتها در جهت u و پيكانهـاي عمـودي (↑) مبـين سـرعتها در جهت v مي‌باشند.

ملاحظه مي‌كنيم كه حجم‌كنترلهاي مربوط به u و v نسبت به حجم كنترلهاي فشار و نيز يكديگر متفاوت مي‌باشند. از حجم كنترل فشار براي گسسته‌سازي معادله پيوستگي، از حجم كنترل u براي گسسته‌سازي معادله اندازه حركت u و از حجم كنترل v بـراي گسسته‌سازي معادله اندازه حركت v استفاده مي‌شود شكل (۳).



شكل ۲- حجم كنترلها ي v,u,p



شکل ۳- حجم‌کنترلهاي فشار P و سرعتهاي u و v و سیستم شماره‌گذاري آنها

بدین ترتیب براي هریك از مجهولات v,u,p در هـریك از نقاط داخلي ناحیه محاسباتي یك معادله گسسته به دست مي‌آید و براي مجهولات واقع بر مرزها از شرایط مرزي استفاده مي‌گردد. بنابراین تعداد معادلات و مجهولات در دستگاه معادلات حاكم بر مسئله مساوي خواهد شد.

۵-۲- گسسته‌سازي معادلات دیفرانسیل حاكم

انتگـرال‌گیـري از معادلـه دیفرانـسیل حـاكم روي یـك حجم‌كنتـرل، قدم اصلي در روش حجم محـدود بـراي رسـیدن بـه یك معادلـه گسسته كه شامل مقادیر متغیر وابسته (فـشار و مؤلفه‌هاي سرعت) براي گروهي از گره‌ها است، مي‌باشـد. معادلـه گسـسته بـه دسـت آمـده اصـل بقـاء كمیـت مربوطـه را بـراي حجم‌كنترلي محدود بیان مي‌دارد، درست همانگونـه كـه معادلـه دیفرانسیل، آن را براي یك حجم‌كنترل بـي‌انـدازه كوچـك بیـان مي‌كند [ورستیگ و مالالاسكرا (۱۹۹۵)] .

۵-۲-۱- گسسته‌سازي معادلـه اندازه حركت u

با انتگرال‌گیري از معادله دیفرانسیل اندازه حركـت u بـر روي حجم‌كنترل سرعت u و گـام زمـاني محـدود δt، فـرم گسـستة مرتب شده در قالب سه‌قطري معادله اندازه حركت u بـه صـورت ذیل به دست مي‌آید:

$$\int\limits_{\delta t}\int\limits_{cv}\int \frac{\partial u}{\partial t}\,dt\,dx\,dy+\int\limits_{\delta t}\int\limits_{cv}\int u\frac{\partial u}{\partial x}\,dx\,dy\,dt+$$

$$\int\limits_{\delta t}\int\limits_{cv}\int v\frac{\partial u}{\partial y}\,dx\,dy\,dt+\frac{1}{\rho}\int\limits_{\delta t}\int\limits_{cv}\int \frac{\partial P}{\partial x}\,dx\,dy\,dt=0 \qquad (۸)$$

$$A_{u_{i,j}}U_{i-1,j}^{n+1}+B_{u_{i,j}}U_{i,j}^{n+1}+C_{u_{i,j}}U_{i+1,j}^{n+1}=D_{u_{i,j}} \qquad (۹)$$

که:

$$A_{u_{i,j}}=-\frac{(U_{i-1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$

$$B_{u_{i,j}}=1$$

$$C_{u_{i,j}}=\frac{(U_{i+1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$

$$D_{u_{i,j}}=\frac{\delta t}{8\delta y_j}(V_{i,j}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j}^{n+1})(U_{i,j-1}^{n+1}-U_{i,j+1}^{n+1})$$

$$-\frac{\delta t}{8\delta y_j}(V_{i,j}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j}^{n+1} \qquad (۱۰)$$

۵-۲-۲- گسسته‌سازي معادلـه اندازه حرکت v

با انتگرال‌گيري از معادلــه ديفرانسيل اندازه حرکت v بر روي حجم‌کنترل سرعت v و گـام زمـاني محـدود δt، فـرم گسـستهٔ مرتب شده در قالب سه‌قطري معادله اندازه حرکت v بـه صـورت ذيل به دست مي‌آيد:

$$\int_{\delta t}\int\int_{cv}\frac{\partial v}{\partial t}\,dt\,dx\,dy+\int_{\delta t}\int\int_{cv}u\frac{\partial v}{\partial x}\,dx\,dy\,dt+\int_{\delta t}\int\int_{cv}v\frac{\partial v}{\partial y}\,dx\,dy\,dt+$$
$$\int_{\delta t}\int\int_{cv}\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\,dx\,dy\,dt+\int_{\delta t}\int\int_{cv}g\,dx\,dy\,dt=0 \qquad (۱۱)$$

$$A_{V_{i,j}}V_{i-1,j}^{n+1}+B_{V_{i,j}}V_{i,j}^{n+1}+C_{V_{i,j}}V_{i+1,j}^{n+1}=D_{V_{i,j}} \qquad (۱۲)$$

که:

$$A_{V_{i,j}}=-\frac{\delta t}{8\delta x_i}\left(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i,j}^{n+1}+U_{i,j-1}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1}\right)$$

$$B_{V_{i,j}}=1$$

$$C_{V_{i,j}}=\frac{\delta t}{8\delta x_i}\left(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i,j}^{n+1}+U_{i,j-1}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1}\right)$$

$$D_{V_{i,j}}=\left[\frac{\delta t(V_{i,j-1}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})}{4(\delta y_i+\delta y_{j-1})}\right]V_{i,j-1}^{n+1}-$$
$$\left[\frac{\delta t(V_{i,j+1}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})}{4(\delta y_j+\delta y_{j-1})}\right]V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i,j}^{n}-$$
$$g\delta t-\frac{2\delta t}{\rho(\delta y_j+\delta y_{j-1})}\left(P_{i,j}^{n+1}-P_{i,j-1}^{n+1}\right) \qquad (۱۳)$$

۵-۳- گسسته‌سازي معادله پيوستگي

بـا انتگـرال‌گيـري از معادلـه ديفرانـسيل پيوسـتگي بـر روي حجم‌کنترل اسکالر فشار، فرم گسسته معادله پيوستگي به دسـت مي‌آيد:

$$\iint_{CV}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)dxdy=\iint_{CV}\frac{\partial u}{\partial x}dx\,dy+\iint_{CV}\frac{\partial v}{\partial y}dx\,dy=$$
$$\iint_{CV}du\,dy+\iint_{CV}dv\,dx=\int[u]_w^e\,dy+\int[V]_s^n\,dx=0 \qquad (۱۴)$$

$$\left(U_{i+1,j}^{n+1}-U_{i,j}^{n+1}\right)\delta y_j+\left(V_{i,j+1}^{n+1}-V_{i,j}^{n+1}\right)\delta x_i=0 \qquad (۱۵)$$

با جايگزيني سرعتها با استفاده از معادلات گسسته اندازه حرکت u , v ، معادله جبري فشار P به صورت زير به دست مي‌آيد:

$$A_{P_{i,j}}P_{i-1,j}^{n+1}+B_{P_{i,j}}P_{i,j}^{n+1}+C_{P_{i,j}}P_{i+1,j}^{n+1}=D_{P_{i,j}} \qquad (۱۶)$$

که :

$$A_{P_{i,j}}=-\frac{2\delta t\delta y_j}{\rho(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$

$$B_{P_{i,j}}=\frac{2\delta t}{\rho}\left(\frac{\delta y_j}{\delta x_i+\delta x_{i+1}}+\frac{\delta y_j}{\delta x_{i-1}+\delta x_i}+\frac{\delta x_i}{\delta y_{j+1}+\delta y_j}+\frac{\delta x_i}{\delta y_j+\delta y_{j-1}}\right)$$

$$C_{P_{i,j}}=-\frac{2\delta t\delta y_j}{\rho(\delta x_i+\delta x_{i+1})}$$

$$D_{P_{i,j}}=\left[\frac{2\delta t\delta x_i}{\rho(\delta y_j+\delta y_{j-1})}\right]P_{i,j-1}^{n+1}+$$
$$\left[\frac{2\delta t\delta x_i}{\rho(\delta y_{j+1}+\delta y_j)}\right]P_{i,j+1}^{n+1}+\left(\hat{U}_{i,j}^{n+1}-\hat{U}_{i+1,j}^{n+1}\right)\delta y_j$$
$$+\left(\hat{V}_{i,j}^{n+1}-\hat{V}_{i+1,j}^{n+1}\right)\delta x_i \qquad (۱۷)$$

$$\hat{U}_{i,j}^{n+1}=\left[\frac{-(U_{i+1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}\right]U_{i+1,j}^{n+1}+$$
$$\left[\frac{(U_{i-1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}\right]U_{i-1,j}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{\delta t}{8\delta y_j}\left(V_{i,j}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j}^{n+1}\right)\right]U_{i,j+1}^{n+1}+$$
$$\left[\frac{\delta t}{8\delta y_j}\left(V_{i,j}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j}^{n+1}\right)\right]U_{i,j-1}^{n+1}+U_{i,j}^{n} \qquad (۱۸)$$

$$\hat{U}_{i+1,j}^{n+1}=\left[-\frac{U_{i+2,j}^{n+1}+2U_{i+1,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_i+\delta x_{i+1})}\right]U_{i+2,j}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{(U_{i,j}^{n+1}+2U_{i+1,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_i+\delta x_{i+1})}\right]U_{i+2,j}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n}$$
$$-\left[\frac{\delta t}{8\delta y_j}\left(V_{i+1,j}^{n+1}+V_{i+1,j+1}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i,j}^{n+1}\right)\right]U_{i+1,j+1}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{\delta t}{8\delta y_j}\left(V_{i+1,j}^{n+1}+V_{i+1,j+1}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i,j}^{n+1}\right)\right]U_{i+1,j-1}^{n+1} \qquad (۱۹)$$

$$\hat{V}_{i,j}^{n+1}=\left[\frac{(V_{i,j}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta y_j+\delta y_{j-1})}\right]V_{i,j-1}^{n+1}-$$
$$\left[\frac{\delta t}{8\delta x_i}\left(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i,j}^{n+1}+U_{i,j-1}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1}\right)(\delta y_j+\delta y_{j-1})\delta t\right]V_{i-1,j}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{(V_{i,j+1}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta y_j+\delta y_{j-1})}\right]V_{i,j+1}^{n+1}-$$

$$\left[\frac{\delta t}{8\delta x_i}(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i,j}^{n+1}+U_{i,j-1}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1})(\delta y_j+\delta y_{j-1})\delta t\right]V_{i+1,j}^{n+1}+V_{i,j}^{n}-g\,\delta t$$

(۲۰)

$$\hat{V}_{i,j+1}^{n+1}=\left[\frac{\delta t(V_{i,j}^{n+1}+2V_{i,j+1}^{n+1})}{4(\delta y_{j+1}+\delta y_j)}\right]V_{i,j}^{n+1}-\left[\frac{\delta t(V_{i,j+2}^{n+1}+2V_{i,j+1}^{n+1})}{4(\delta y_{j+1}+\delta y_j)}\right]V_{i,j+2}^{n+1}$$
$$+V_{i,j+1}^{n}-g\,\delta t+\left[\frac{\delta t}{8\delta x_i}(U_{i+1,j+1}^{n+1}+U_{i,j+1}^{n+1}+U_{i,j}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1})\right]V_{i-1,j+1}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{\delta t}{8\delta x_i}(U_{i+1,j+1}^{n+1}+U_{i,j+1}^{n+1}+U_{i,j}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1})\right]V_{i+1,j+1}^{n+1} \quad (۲۱)$$

۶- تيپ‌بندي حجم‌كنترلها

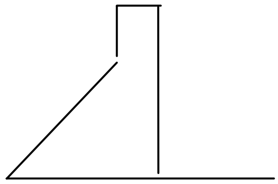
با توجه به وجود مرزهاي متفاوت براي كل حوزه محاسباتي (مخزن سد) كه عبارتند از: سطح آزاد مخزن، بدنه سد، كف مخزن و بالادست دور، حجم‌كنترلها بسته به موقعيت قرارگيري و به تبع شرايط حاكم بر مرزهاي (وجوه) چهارگانه آنها به نه تيپ متفاوت تقسيم‌بندي مي‌شوند و هر تيپ فرمولاسيون خاص خود را دارا مي‌باشد كه با اعمال شرايط مرزي مربوطه از طريق انجام اصلاحاتي در استخراج معادلات گسسته به دست مي‌آيد.

در شكل (۴) شرايط مرزي حاكم بر هريك از وجوه چهارگانه تيپهاي نه‌گانه حجم‌كنترلها و موقعيت قرارگيري آنها نشان داده شده است. معادلات جبري بدست آمده قبلي، براي حجم‌كنترلهاي داخلي (تيپ ۵) مي‌باشند و معادلات جبري حاكم بر هريك از تيپهاي حجم‌كنترلهاي مرزي با انتگرال‌گيري از معادلات حاكم با اعمال شرايط مرزي مربوطه به فرم كلي روابط ۹، ۱۲ و ۱۶ مي‌باشند و روابط لازم جهت محاسبه ضرائب آنها براي هريك از تيپها در ادامه آمده است.

وجوه حجم‌كنترل / type	شمالي	جنوبي	غربي	شرقي
۱	مخزن	كف مخزن	بدنه سد	مخزن
۲	مخزن	كف مخزن	مخزن	مخزن
۳	مخزن	كف مخزن	مخزن	بالادست دور
۴	مخزن	مخزن	بدنه سد	مخزن
۵	مخزن	مخزن	مخزن	مخزن
۶	مخزن	مخزن	مخزن	بالادست دور
۷	سطح آزاد	مخزن	بدنه سد	مخزن
۸	سطح آزاد	مخزن	مخزن	مخزن
۹	سطح آزاد	مخزن	مخزن	بالادست دور

سطح آزاد

۷	۸	۸	۸	۹
۴	۵	۵	۵	۶
۴	۵	۵	۵	۶
۱	۲	۲	۲	۳



شكل ۴- موقعيت قرارگيری تيپهای حجم كنترلها

۷- ضرایب معـادلات جبــري حــاكم بــر احجـام محدود مرزي تيپ ۱

باتوجه به شرايط مرزي، در احجام محدود مرزي تيپ ۱ سرعتهاي u , v در وجوه غربي و جنوبي برابر سرعتهاي زلزله مي‌باشنـد لـذا ضرائــب معــادلات جبــري حاكم تغييرنموده و به صورت ذيل به دست مي‌آيند:

$$A_{u_{i,j}} = 0\ ,\ B_{u_{i,j}} = 1\ ,\ C_{u_{i,j}} = 0,\ D_{u_{i,j}} = U_{eq}^{n+1} \qquad (۲۲)$$

$$A_{V_{i,j}} = 0\ ,\ B_{V_{i,j}} = 1\ ,\ C_{V_{i,j}} = 0\ ,\ D_{V_{i,j}} = V_{eq}^{n+1} \qquad (۲۳)$$

$$A_{P_{i,j}} = 0\ , B_{P_{i,j}} = \frac{\delta t}{\rho}\left(\frac{\delta x_i^2}{\beta_1} + \frac{\delta y_j^2}{\lambda_1}\right)$$

$$, C_{P_{i,j}} = -\frac{\delta t}{\rho}\left(\frac{\delta y_j^2}{\lambda_1}\right)$$

$$D_{P_{i,j}} = \frac{\delta x_i^2 \delta t}{\rho \beta_1} P_{i,j+1}^{n+1} - (\hat{U}_{i+1,j}^{n+1} + U_{eq}^{n+1})\delta y_j - (\hat{V}_{i,j+1}^{n+1} + V_{eq}^{n+1})\delta x_i \qquad (۲۴)$$

$$\hat{U}_{i+1,j}^{n+1} = -\frac{1}{8\lambda_1}\left[(U_{i+2,j}^{n+1} + 2U_{i+1,j}^{n+1})\delta y_j \delta t\right]U_{i+2,j}^{n+1} -$$
$$\frac{1}{16\lambda_1}\left[(V_{i+1,j+1}^{n+1} + V_{i,j+1}^{n+1} + V_{eq}^{n+1})(\delta x_i + \delta x_{i+1})\delta t\right]U_{i+1,j+1}^{n+1} +$$
$$\frac{1}{8\lambda_1}\left[(U_{eq}^{n+1} + 2U_{i+1,j}^{n+1})\delta y_j \delta t + (V_{i+1,j+1}^{n+1} + V_{i,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_i + \delta x_{i+1})\delta t\right]U_{eq}^{n+1}$$
$$+\frac{1}{2\lambda_1}\left[(\delta x_i + \delta x_{i+1})\delta y_j\right]U_{i+1,j}^{n} \qquad (۲۵)$$

$$\hat{V}_{i,j+1}^{n+1} = \left[-\frac{1}{16\beta_1}(U_{i+1,j+1}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1} + 2U_{eq}^{n+1})(\delta y_j + \delta y_{j+1})\delta t\right]V_{i+1,j+1}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{1}{2\beta_1} g\, \delta x_i (\delta y_{j+1} + \delta y_j)\delta t\right]$$
$$+\left[\frac{1}{8\beta_1}(U_{i+1,j+1}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1} + 2U_{eq}^{n+1})(\delta y_j + \delta y_{j+1})\delta t + \frac{1}{8\beta_1}(V_{eq}^{n+1} + 2V_{i,j+1}^{n+1})\delta x_i \delta t\right]V_{eq}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{1}{8\beta_1}(V_{i,j+2}^{n+1} + 2V_{i,j+1}^{n+1})\delta x_i \delta t\right]V_{i,j+2}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{2\beta_1}(\delta y_j + \delta y_{j+1})\delta x_i\right]V_{i,j+1}^{n} \qquad (۲۶)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2}(\delta y_{j+1} + \delta y_j)\delta x_i + \frac{1}{16}(U_{i+1,j+1}^{n+1} + U_{i+1,j}^{n+1} + 2U_{eq}^{n+1})(\delta y_{j+1} + \delta y_j)\delta t$$
$$\lambda_1 = \frac{1}{2}(\delta x_i + \delta x_{i+1})\delta y_j + \frac{1}{16}(V_{i+1,j+1}^{n+1} + V_{i,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_i + \delta x_{i+1})\delta t$$

(۲۷)

۸- ضرايـب معادلات جبـري حاكـم بـر احجام محــدود مرزي تيپ ۲

در احجام محدود مرزي تيپ ۲ سرعتهاي u , v در وجه جنوبي برابر سرعتهاي زلزله مي‌باشند، لذا ضرائب معادلات جبري حاكم به صورت ذيل به دست مي‌آيند :

$$A_{u_{i,j}} = -\frac{1}{8}(U_{i-1,j}^{n+1} + 2U_{i,j}^{n+1})\delta y_j \delta t$$
$$B_{u_{i,j}} = \frac{1}{2}(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta y_j + \frac{1}{16}(V_{i,j+1}^{n+1} + V_{i-1,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_{i-1} + \delta x_i)$$
$$C_{u_{i,j}} = \frac{1}{8}(U_{i+1,j}^{n+1} + 2U_{i,j}^{n+1})\delta y_j \delta t$$
$$D_{u_{i,j}} = \left[-\frac{1}{16}(V_{i-1,j}^{n+1} + V_{i-1,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta t\right]U_{i,j+1}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{8}(V_{i,j+1}^{n+1} + V_{i-1,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta t\right]U_{eq}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{2}(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta y_j\right]U_{i,j}^{n} - \frac{1}{\rho}\delta y_j \delta t (P_{i,j}^{n+1} - P_{i-1,j}^{n+1})$$

(۲۸)

$$A_{v_{i,j}} = 0\ , B_{V_{i,j}} = 1\ \ , C_{V_{i,j}} = 0\ \ , D_{V_{i,j}} = V_{eq}^{n+1} \qquad (۲۹)$$

$$A_{P_{i,j}} = -\frac{\delta y_j^2 \delta t}{\rho \lambda_2}$$
$$B_{P_{i,j}} = \frac{\delta y_j^2 \delta t}{\rho \lambda_2'} + \frac{\delta y_j^2 \delta t}{\rho \lambda_2} + \frac{2\delta x_i \delta t}{\rho(\delta y_{j+1} + \delta y_j)}$$
$$C_{P_{i,j}} = -\frac{\delta y_j^2 \delta t}{\rho \lambda_2'}$$
$$D_{P_{i,j}} = \left(\frac{2\delta x_i \delta t}{\rho(\delta y_{j+1} + \delta y_j)}\right)$$
$$P_{i,j+1}^{n+1} + (\hat{U}_{i,j}^{n+1} - \hat{U}_{i+1,j}^{n+1})\delta y_j + (V_{eq}^{n+1} - \hat{V}_{i,j+1}^{n+1})\delta x_i \qquad (۳۰)$$

$$\hat{U}_{i,j}^{n+1} = \left[\frac{1}{8\lambda_2}(U_{i-1,j}^{n+1} + 2U_{i,j}^{n+1})\delta y_j \delta t\right]U_{i-1,j}^{n+1} -$$
$$\left[\frac{1}{8\lambda_2}(U_{i+1,j}^{n+1} + 2U_{i,j}^{n+1})\delta y_j \delta t\right]U_{i+1,j}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{1}{16\lambda_2}(V_{i,j+1}^{n+1} + V_{i-1,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta t\right]U_{i,j+1}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{8\lambda_2}(V_{i,j+1}^{n+1} + V_{i-1,j+1}^{n+1} + 2V_{eq}^{n+1})(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta t\right]U_{eq}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{2\lambda_2}(\delta x_{i-1} + \delta x_i)\delta y_j\right]U_{i,j}^{n} \qquad (۳۱)$$

$$\hat{U}^{n+1}_{i+1,j}=\left[\frac{1}{8\lambda'_2}(U^{n+1}_{i,j}+2U^{n+1}_{i+1,j})\delta y_j\delta t\right]U^{n+1}_{i,j}$$
$$-\left[\frac{1}{8\lambda'_2}(U^{n+1}_{i+2,j}+2U^{n+1}_{i+1,j})\delta y_j\delta t\right]U^{n+1}_{i+2,j}$$
$$-\left[\frac{1}{16\lambda'_2}(V^{n+1}_{i+1,j+1}+V^{n+1}_{i,j+1}+2V^{n+1}_{eq})(\delta x_i+\delta x_{i+1})\delta t\right]U^{n+1}_{i+1,j+1}$$
$$+\left[\frac{1}{8\lambda'_2}(V^{n+1}_{i+1,j+1}+V^{n+1}_{i,j+1}+2V^{n+1}_{eq})(\delta x_i+\delta x_{i+1})\delta t\right]U^{n+1}_{eq}$$

(۳۲)

$$\hat{V}^{n+1}_{i,j+1}=\left[\frac{\delta t}{8\delta x_i}(U^{n+1}_{i+1,j+1}+U^{n+1}_{i,j+1}+U^{n+1}_{i,j}+U^{n+1}_{i+1,j})\right]V^{n+1}_{i-1,j+1}$$
$$-\left[\frac{\delta t}{8\delta x_i}(U^{n+1}_{i+1,j+1}+U^{n+1}_{i,j+1}+U^{n+1}_{i,j}+U^{n+1}_{i,j+1})\right]V^{n+1}_{i+1,j+1}$$
$$-\left[\frac{(V^{n+1}_{i,j+2}+2V^{n+1}_{i,j+1})\delta t}{4(\delta y_{j+1}+\delta y_j)}\right]V^{n+1}_{i,j+2}+$$
$$\left[\frac{(V^{n+1}_{eq}+2V^{n+1}_{i,j+1})\delta t}{4(\delta y_{j+1}+\delta y_j)}\right]V^{n+1}_{eq}+V^{n}_{i,j+1}-g\delta t$$

(۳۳)

$$\lambda_2=\frac{1}{2}(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta y_j+\frac{1}{16}(V^{n+1}_{i,j+1}+V^{n+1}_{i-1,j+1}-2V^{n+1}_{eq})(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta t$$
$$\lambda'_2=\frac{1}{2}(\delta x_i+\delta x_{i+1})\delta y_j+\frac{1}{16}(V^{n+1}_{i+1,j+1}+V^{n+1}_{i,j+1}-2V^{n+1}_{eq})(\delta x_i+\delta x_{i+1})\delta t$$

(۳۴)

۹- ضرایـب معادلات جبـري حـاکم بـر احجام محدود مرزي تیپ ۳

در احجام محدود مرزي تیپ ۳ سرعتهاي v , u در وجه جنوبي برابر سرعتهاي زلزله مي‌باشند، همچنین تغییرات سرعت u و فشار v در راستاي افق صفر است بنابراین سرعت u در وجوه غربي و شرقي یکسان است.

$$A_{u_{i,j}}=-\frac{1}{8\lambda_3}(U^{n+1}_{i-1,j}+2U^{n+1}_{i,j})\delta y_j\delta t$$
$$,\ B_{u_{i,j}}=1+\frac{3}{8\lambda_3}\delta y_j\delta t U^{n+1}_{i,j}\ ,\ C_{u_{i,j}}=0$$
$$D_{u_{i,j}}=\left[-\frac{1}{16\lambda_3}(V^{n+1}_{i-1,j+1}+3V^{n+1}_{eq})(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta t\right]U^{n+1}_{i,j+1}$$
$$+\left[\frac{1}{2\lambda_3}(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta y_j\right]U^{n}_{i,j}$$
$$+\left[\frac{1}{8\lambda_3}(V^{n+1}_{i-1,j+1}+3V^{n+1}_{eq})(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta t\right]U^{n+1}_{eq}$$
$$-\left[\frac{\delta y_j\delta t}{\rho\lambda_3}(P^{n+1}_{i,j}-P^{n+1}_{i-1,j})\right]$$
$$\lambda_3=\frac{1}{2}(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta y_j t$$
$$+\frac{1}{16}(V^{n+1}_{i-1,j+1}+3V^{n+1}_{eq})(\delta x_{i-1}+\delta x_i)\delta t \quad (۳۵)$$

(۳۶)

$$A_{V_{i,j}}=0\ ,\ B_{V_{i,j}}=1\ ,\ C_{V_{i,j}}=0\ ,\ A_{V_{i,j}}=0 \quad (۳۷)$$

$$A_{P_{i,j}}=-1\ ,\ B_{P_{i,j}}=1\ ,\ C_{P_{i,j}}=0\ ,\ D_{P_{i,j}}=0 \quad (۳۸)$$

۱۰- ضرایـب معادلات جبري حاکم بر احجام محدود مرزي تیپ ۴

در احـجام محـدود مـــرزي تیـپ ۴ سرعتهاي v , u در وجه غربي برابر سرعتهاي زلزله مي‌باشند، لذا ضرایب معادلات جبـري حاکم به صورت ذیل به دست مي‌آیند:

$$A_{u_{i,j}}=0\ ,\ B_{u_{i,j}}=1\ ,\ C_{u_{i,j}}=0\ ,\ A_{u_{i,j}}=0 \quad (۳۹)$$

$$A_{V_{i,j}}=0$$
$$B_{V_{i,j}}=\frac{1}{2}(\delta y_j+\delta y_{j-1})\delta x_i+$$
$$\frac{\delta t}{16}(\delta y_j+\delta y_{j-1})(U^{n+1}_{i+1,j}+U^{n+1}_{i+1,j-1}+2U^{n+1}_{eq})$$
$$C_{V_{i,j}}=\frac{\delta t}{16}(\delta y_j+\delta y_{j-1})(U^{n+1}_{i+1,j}+U^{n+1}_{i+1,j-1}+2U^{n+1}_{eq})$$
$$D_{V_{i,j}}=\left[\frac{\delta t\delta x_i}{8}(V^{n+1}_{i,j-1}+2V^{n+1}_{i,j})\right]V^{n+1}_{i,j-1}+$$
$$\left[\frac{\delta t}{8}(\delta y_j+\delta y_{j-1})(U^{n+1}_{i+1,j}+U^{n+1}_{i+1,j-1}+2U^{n+1}_{eq})\right]V^{n+1}_{eq}$$
$$-\left[\frac{\delta t\delta x_i}{8}(V^{n+1}_{i,j+1}+2V^{n+1}_{i,j})\right]V^{n+1}_{i,j+1}+\left[\frac{\delta x_i}{2}(\delta y_j+\delta y_{j-1})\right]V^{n}_{i,j}$$
$$-\frac{1}{2}g\delta x_j(\delta y_j+\delta y_{j-1})\delta t-\frac{\delta t\delta x_i}{\rho}(P^{n+1}_{i,j}-P^{n+1}_{i,j-1})$$

(۴۰)

$$A_{P_{i,j}}=0\ ,\ B_{P_{i,j}}=\frac{\delta t}{\rho}(\frac{\delta x_i^2}{\beta_4}+\frac{\delta x_i^2}{\beta'_4}+\frac{2\delta y_j}{\delta x_i+\delta x_{i+1}})$$
$$C_{P_{i,j}}=-\frac{\delta t}{\rho}(\frac{2\delta y_j}{\delta x_i+\delta x_{i+1}})$$
$$D_{P_{i,j}}=\frac{\delta t}{\rho}\frac{\delta x_i^2}{\beta'_4}P^{n+1}_{i,j+1}+\frac{\delta t}{\rho}\frac{\delta x_i^2}{\beta_4}P^{n+1}_{i,j-1}+$$
$$(U^{n+1}_{eq}-\hat{U}^{n+1}_{i+1,j})\delta y_j+(\hat{V}^{n+1}_{i,j}-\hat{V}^{n+1}_{i,j+1})\delta x_i$$

(۴۱)

$$\hat{U}_{i+1,j}^{n+1}=\left[\frac{(U_{eq}^{n+1}+2U_{i+1,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_i+\delta x_{i+1})}\right]U_{eq}^{n+1}-\left[\frac{(U_{i+2,j}^{n+1}+2U_{i+1,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_i+\delta x_{i+1})}\right]U_{i+2,j}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{\delta t}{8\delta y_j}(V_{i+1,j}^{n+1}+V_{i+1,j+1}^{n+1}+V_{i,j+1}^{n+1}+V_{i,j}^{n+1})\right]$$
$$(U_{i+1,j-1}^{n+1}-U_{i+1,j+1}^{n+1})+U_{i+1,j}^{n} \qquad (۴۲)$$

$$\hat{V}_{i,j}^{n+1}=\left[\frac{\delta t\delta x_i}{8\beta_4}(V_{i,j-1}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})\right]V_{i,j-1}^{n+1}+$$
$$\left[\frac{\delta t}{8\beta_4}(\delta y_j+\delta y_{j-1})(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1}+2U_{eq}^{n+1})\right]V_{eq}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{\delta t\delta x_i}{8\beta_4}(V_{i,j+1}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})\right]V_{i,j-1}^{n+1}-$$
$$\left[\frac{\delta t}{16\beta_4}(\delta y_j+\delta y_{j-1})(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1}+2U_{eq}^{n+1})\right]V_{i+1,j}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{4\beta_4}\delta x_i(\delta y_j+\delta y_{j-1})\right]V_{i,j}^{n}-\frac{1}{2\beta_4}g\delta x_i(\delta y_j+\delta y_{j-1})\delta t \qquad (۴۳)$$

$$\hat{V}_{i,j+1}^{n+1}=\left[\frac{\delta t\delta x_i}{8\beta_4'}(V_{i,j}^{n+1}+2V_{i,j+1}^{n+1})\right]V_{i,j}^{n+1}+$$
$$\left[\frac{\delta t}{8\beta_4'}(\delta y_{j+1}+\delta y_j)(U_{i+1,j+1}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1}+2U_{eq}^{n+1})\right]V_{eq}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{\delta t\delta x_i}{8\beta_4'}(V_{i,j+2}^{n+1}+2V_{i,j+1}^{n+1})\right]V_{i,j+2}^{n+1}-$$
$$\left[\frac{\delta t}{16\beta_4'}(\delta y_{j+1}+\delta y_j)(U_{i+1,j+1}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1}+2U_{eq}^{n+1})\right]V_{i+1,j+1}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{\delta x_i}{2\beta_4'}(\delta y_{j+1}+\delta y_j)\right]V_{i,j+1}^{n+1}-\frac{1}{2\beta_4'}g\delta x_i(\delta y_{j+1}+\delta y_j)\delta t$$
(۴۴)

$$\beta_4=\frac{1}{2}(\delta y_j+\delta y_{j-1})\delta x_i+\frac{\delta t}{16}(\delta y_j+\delta y_{j-1})(U_{i+1,j}^{n+1}+U_{i+1,j-1}^{n+1}+2U_{eq}^{n+1})$$
$$\beta_4'=\frac{1}{2}(\delta y_{j+1}+\delta y_j)\delta x_i+\frac{\delta t}{16}(\delta y_{j+1}+\delta y_j)(U_{i+1,j+1}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1}+2U_{eq}^{n+1})$$
(۴۵)

۱۱- ضرائـب معادلات جبـري حـاكم بـر احجـام محـدود مرزي تيپ ۶

در احجام محدود مرزي تيپ ۶ تغييرات سرعت u و فشار P در راستاي افق صفر است بنـابراين سـرعت u در وجـوه غربـي و شرقي يكسان است لذا ضرايب معـادلات جبـري حـاكم بـصورت ذيل به دست مي‌آيند:

$$A_{U_{i,j}}=-\frac{(U_{i-1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})\delta t}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$
$$B_{U_{i,j}}=1+\frac{3U_{i,j}^{n+1}.\delta t}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$
$$C_{U_{i,j}}=0$$
$$D_{U_{i,j}}=\left[\frac{\delta t}{8\delta y_j}(2V_{eq}^{n+1}+V_{i-1,j+1}^{n+1}+V_{i-1,j}^{n+1})\right]$$
$$(U_{i,j-1}^{n+1}-U_{i,j+1}^{n+1})+U_{i,j}^{n}-(\frac{2\delta t}{\rho(\delta x_{i-1}+\delta x_i)})\left[P_{i,j}^{n+1}-P_{i-1,j}^{n+1}\right]$$
(۴۶)

$$A_{V_{i,j}}=0,\quad B_{V_{i,j}}=1,\ C_{V_{i,j}}=0\ ,D_{V_{i,j}}=V_{i,j+1}^{n+1}$$
(۴۷)

$$A_{P_{i,j}}=-1,\ B_{P_{i,j}}=1,\ C_{P_{i,j}}=0,D_{P_{i,j}}=0 \qquad (۴۸)$$

۱۲- ضرايب معادلات جبـري حاكم بر احجام محدود مرزي تيپ ۷

در احجام محدود مرزي تيپ ۷ سرعتهاي u , v در وجه غربي برابر سرعتهاي زلزلـه مي‌باشند همچنين فشار در محل سطح آزاد صفر است و سرعت افقي در وجوه شمالي و جنوبي يكسان است. عرض حجم كنترل (δy) به علت تغييرات پروفيل سطح آزاد مخزن متغير بوده و تابع زمان مي‌باشد، لذا ضرائب معادلات جبري حاكم به صورت ذيل به دست مي‌آيند:

$$A_{u_{i,j}}=0\ ,\ B_{u_{i,j}}=1\ ,\ C_{u_{i,j}}=0\ ,\ A_{u_{i,j}}=0 \qquad (۴۹)$$

$$A_{V_{i,j}}=0$$
$$B_{V_{i,j}}=\frac{1}{2}\delta x_i(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})+\frac{1}{8}(U_{eq}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1})(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})\delta t$$
$$C_{V_{i,j}}=\frac{1}{8}(U_{eq}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1})(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})\delta t$$
$$D_{V_{i,j}}=\left[\frac{1}{4}(U_{eq}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1})(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})\delta t\right]V_{eq}^{n+1}$$
$$-\left[\frac{1}{2}\delta x_i\delta t\right](V_{i,j+1}^{n+1})^2$$
$$+\left[\frac{1}{8}\delta x_i\delta t\right](V_{i,j}^{n+1})^2+\left[\frac{1}{8}\delta t\delta x_i(V_{i,j-1}^{n+1}+2V_{i,j}^{n+1})\right]V_{i,j-1}^{n+1}$$
$$+\left[\frac{1}{2}\delta x_i(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})\right]V_{i,j}^{n}-\frac{1}{2}\delta x_i\delta t(2\delta y_{i,j}^{n+1}$$

$$+\delta y_{j-1})g+\frac{1}{\rho}\delta x_i \delta t P_{i,j-1}^{n+1} \qquad (۵۰)$$

$$A_{P_{i,j}}=0,\ B_{P_{i,j}}=1,\ C_{P_{i,j}}=0,\ D_{P_{i,j}}=0 \qquad (۵۱)$$

۱۳- ضرایب معادلات جبري حاکم بر احجام محدود مرزي تیپ ۸

فشار در محل سطح آزاد صفر است و سرعت افقي در وجوه شمالي و جنوبي یکسان است. عرض حجم‌کنترل (δy) به علت تغییرات پروفیل سطح آزاد مخزن متغیر بوده و تابع زمان مي‌باشد، لذا ضرائب معادلات جبري حاکم به صورت ذیل به دست مي‌آیند:

$$A_{u_{i,j}}=-\frac{\delta t(U_{i-1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)},\ B_{u_{i,j-1}}=1,$$

$$C_{u_{i,j}}=\frac{\delta t(U_{i+1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$

$$D_{u_{i,j}}=U_{i,j}^{n}-\frac{2\delta t}{\rho(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$

$$\left[\frac{\delta y_{i,j}^{n+1}}{2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1}}P_{i,j-1}^{n+1}-\frac{\delta y_{i-1,j}^{n+1}}{2\delta y_{i-1,j}^{n+1}+\delta y_{j-1}}P_{i-1,j-1}^{n+1}\right]$$

(۵۲)

$$A_{v_{i,j}}=-\frac{\delta t}{4\delta x_i}(U_{i,j}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1}),\quad B_{v_{i,j-1}}=1,$$

$$C_{v_{i,j}}=\frac{\delta t}{4\delta x_i}(U_{i,j}^{n+1}+U_{i+1,j}^{n+1})$$

$$D_{v_{i,j}}=\left[\frac{\delta t(V_{i,j-1}^{n+1})+2V_{i,j}^{n+1}}{4(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})}\right]V_{i,j-1}^{n+1}+$$

$$\left[\frac{\delta t V_{i,j}^{n+1}}{4(2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})}\right]V_{i,j}^{n+1}+\left[\frac{\delta t V_{i,j+1}^{n+1}}{2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1}}\right]V_{i,j+1}^{n+1}$$

$$+V_{i,j}^{n}-g\delta t+\frac{2\delta t}{\rho(\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{j-1})}P_{i,j-1}^{n+1} \qquad (۵۳)$$

$$A_{P_{i,j}}=0,\ B_{P_{i,j}}=1,\ C_{P_{i,j}}=0, \qquad (۵۴)$$

۱۴- ضرایب معادلات جبري حاکم بر احجام محدود مرزي تیپ ۹

فشار در محل سطح آزاد صفر است و سرعت افقي در وجوه شمالي و جنوبي یکسان است. همچنین سرعت افقي در وجوه شرقي و غربي نیز یکسان است. عرض حجم‌کنترل (δy) به علت تغییرات پروفیل سطح آزاد مخزن متغیر بوده و تابع زمان مي‌باشد، لذا ضرائب معادلات جبري حاکم به صورت ذیل به دست مي‌آیند:

$$A_{u_{i,j}}=-\frac{\delta t(U_{i-1,j}^{n+1}+2U_{i,j}^{n+1})}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)},$$

$$B_{u_{i,j}}=1+\frac{3\delta t U_{i,j}^{n+1}}{4(\delta x_{i-1}+\delta x_i)},\ C_{u_{i,j}}=0$$

$$D_{u_{i,j}}=U_{i,j}^{n}-\frac{2\delta t}{\rho(\delta x_{i-1}+\delta x_i)}$$

$$\left[\frac{\delta y_{i,j}^{n+1}}{2\delta y_{i,j}^{n+1}+\delta y_{i,j-1}}P_{i,j-1}^{n+1}-\frac{\delta y_{i-1,j}^{n+1}}{2\delta y_{i-1,j}^{n+1}+\delta y_{i,j-1}}P_{i-1,j-1}^{n+1}\right]$$

(۵۵)

$$A_{v_{i,j}}=0,\ B_{v_{i,j}}=1,\ C_{v_{i,j}}=0,\ D_{v_{i,j}}=V_{i,j+1}^{n+1}$$

(۵۶)

$$A_{P_{i,j}}=0,\ B_{P_{i,j}}=1,\ C_{P_{i,j}}=0,\ D_{P_{i,j}}=0 \qquad (۵۷)$$

۱۵- الگوریتم حل

با به دست آمدن معادلات جبري حاکم، مي‌توان دستگاههاي معادلات فشار p و سرعتهاي u و v را تشکیل داد. چون معادلات دیفرانسیل حاکم کوپله هستند، دستگاههاي معادلات جبري نیز کوپله‌اند و جهت حل مجموعه آنها از روش تکرارSIMPLE [۲۲و۲۶] استفاده مي‌شود و هر دستگاه نیز خود با استفاده از الگوریتم توماس به صورت جاروکردن خط‌به‌خط از طرف سد به سمت بالادست دور حل مي‌گردد. براي شروع فرایند تکرار، مقادیر اولیه‌اي را براي میدانهاي سرعت و فشار حدس مي‌زنیم، همچنانکه الگوریتم پیش مي‌رود مقادیر حدسي اولیه تدریجاً بهبود مي‌یابند. این فرایند تکرار تا همگرایي میدانهاي سرعت و فشار ادامه پیدا مي‌کند.

الگوریتم حل به شرح ذیل مي‌باشد:

۱- در نظر گرفتن مقادیر اولیه v,u,p براي آغاز گام زماني اول

۲- در نظر گرفتن مقادیر اولیه v,u,p به عنوان مقادیر حدسي جواب براي گام زماني اول

۳- واردکردن ابعاد مخزن و پارامترهاي ساخت شبکه و اندازه گامهاي زماني (δt) و تعداد آنها و شتابهاي زلزله

۴- خواندن شتابهاي زلزله براي هر گام زماني

۵- محاسبه سرعتهاي مجازي $\hat{U}$ و $\hat{V}$

۶- محاسبه ضرائب معادلات فشار و حل دستگاههاي معادلات فشار براي به دست آمدن P ها

۷- محاسـبه ضـرائب معـادلات سـرعت u و حـل دسـتگاههاي معادلات سرعت u براي به دست آمدن u ها با استفاده از P به دست آمده.

۸- محاسـبه ضـرائب معـادلات سـرعت v و حـل دسـتگاههاي معـادلات سـرعت v بـراي بـه دست آمدن vها با اسـتفاده از P و u .

۹- كنترل همگرايي v,u,p

۱۰- جايگزين كردن مقادير حدسي جواب v , u , p بـا مقـادير محاسبه شده و تكرار مراحل ۵ تا ۹ تا حصول همگرايي

۱۱- محاسبه نيرو و لنگر وارد بر سد با انتگرال‌گيـري از فـشارها بر روي بدنه سد

۱۲- در نظر گرفتـن مقاديـر v , u , p همگـرا شـده بـه عنـوان مقادير اوليه و مقادير حدسي جواب گام زماني بعدي

۱۳- شروع گام زماني بعدي و تكرار مراحل ۴ تا ۱۱ تا گام زماني آخر

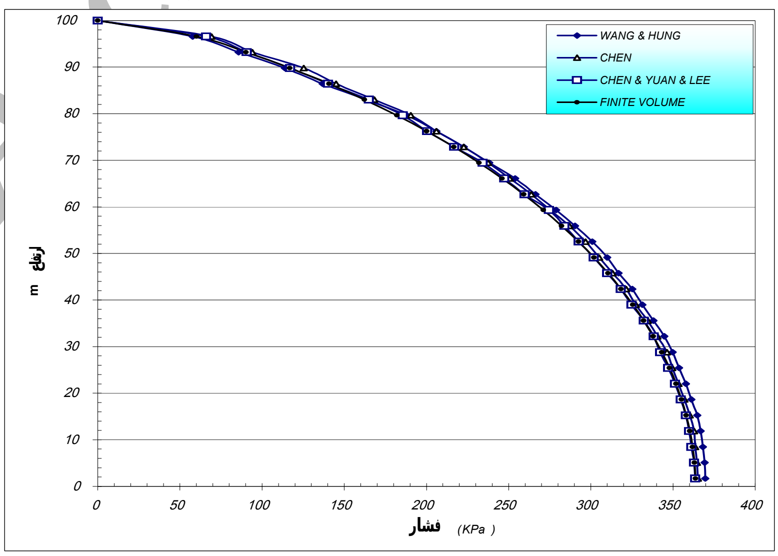
۱۴- پايان

۱۶- عملكرد مدل و ارائه نتايج

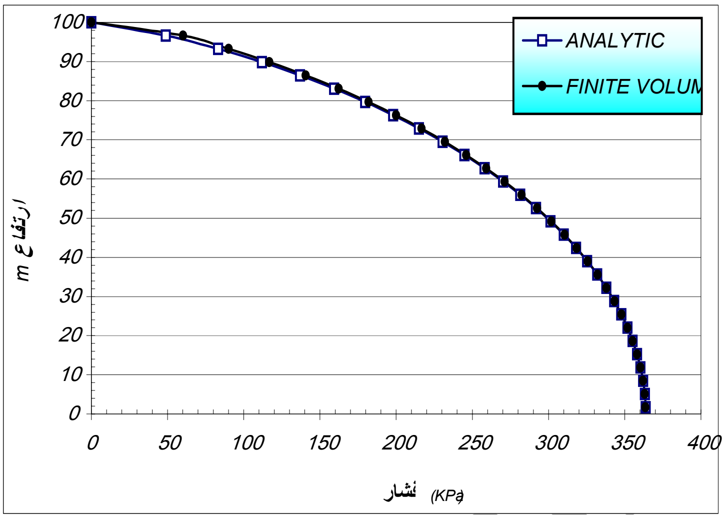
يكي از پارامترهاي مهم در محاسبه فشارهاي هيـدروديناميك آب بر سد، انتخاب طول مخزن مناسب و كافي براي مدل اسـت. طول مخزن به طريقـي انتخـاب شـده اسـت كـه بـا افـزايش آن تـأثيـرش بر محاسبات بـه‌حالت مجانب برسد كه در نتيجه طول مناسب مخزن معادل سه برابر عمق مخزن به دست آمد كه ايـن نتيجه با نتايج محققان ديگر ازجملـه باسـتامانت و فلـورس [۱] و هونگ و ونگ (۱۹۸۷) همخواني دارد.

جهت بررسي صحت و دقت مدل تهيه شده، نتايج حاصل بـا نتايج به دست آمده توسط ونگ و هونگ [۱۷] و چن [۳] از مدل دوبعدي و چن، يوان و لي [۶] از مدل سه‌بعدي به روش تفاضلات محدود، مقايسه گرديد. طبق شكل (۵) نتايج بـه يكـديگر بـسيار نزديكند كه مبين صحت و دقت بالاي مدل تهيه شده مي‌باشد.

براي بررسي اثر امواج سطحي و شتاب انتقالي غيرخطي بر فشارهاي هيدروديناميك وارد بر وجه بالادست بدنه سد، مقايسه‌اي بين نتايج حاصل از مدل تهيه شده و روش تحليلي چوپرا انجام شده است. طبق شكل (۶) نتايج حاصل از دو روش بهم نزديكند، اما با حركت از كف مخزن به طرف سطح آب اختلاف آنها افزايش مي‌يابد به طوريكه در نزديكي سطح آب فشارهاي هيدروديناميك وارد بر سد حاصل از روش احجام محدود ۱۹ درصد بزرگتر از نتايج به دست آمده از روش تحليلي است. به بيان ديگر صرفنظر از اثر امواج سطحي و شتاب انتقالي غيرخطي موجب گرديده كه فشارهاي هيدروديناميك وارد بر نيمه فوقاني وجه بالادست سد بطور ميانگين ۳ درصد كاهش يابند و از كل نيروي هيدروديناميك وارد بر سد ۰/۵ درصد كاسته شود.



شكل ۵- توزيع فشارهاي هيدروديناميك وارد بر وجه بالادست سد حاصل از روش احجام محدود و روش تفاضلات محدود (ونگ و هونگ (۱۹۹۰) ، چن(۱۹۹۴) و چن، يوان و لي (۱۹۹۹)) تحت اثر شتاب افقي a_x=0.5g



شكل ۶- توزيع فشارهاي هيدروديناميك وارد بر وجه بالادست سد حاصل از روش احجام محدود و روش تحليلي چوپرا تحت اثر شتاب افقي $a_x=0.5g$ (H=100, L=300)

۱۷- تحليل حساسيت مدل

جهت بررسي حساسيت مدل نسبت به تعداد حجم‌كنترلهاي شبكه يا به عبارت ديگر بررسي ميزان دقت نتايج به دست آمده از شبكه‌هاي با تعداد حجم‌كنترلهاي متفاوت، مخزني با ابعاد ثابت، به عمق ۱۰۰ متر و طول ۳۰۰ متر تحت اثر شتاب افقي ثابت $a_x=0.5g$ و با استفاده از شبكه‌هاي مختلف M×N آناليز گرديد كه N,M پارامترهاي شبكه و بترتيب تعداد حجم‌كنترلها در امتداد طول و عمق مخزن مي‌باشند.

نتايج حاصل شامل فشار هيدروديناميكي وارد بر وجه بالادست سد در تراز كف مخزن، زمان صرف شده جهت انجام محاسبات و ميزان خطاي نتايج، ناشي از كاهش تعداد حجم‌كنترلهاي شبكه در مقايسه با نتايج به دست آمده از شبكه ۳۰*۳۰ كه در كليه محاسبات از آن استفاده شده، در جدول (۱) نشان داده شده است. با توجه به كوتاه بودن زمان زلزله اندازه مناسب گام زماني مورد بررسي قرار گرفت. گام زماني برابر با 0.001 ثانيه به عنوان گام زماني مناسب از نظر دقت بدست آمد. كامپيوتر محاسبه كننده از نوع *P4* با سرعت 1.8 GHz مي‌باشد.

همانگونه كه مشاهده مي‌شود تفاوت نتايج بسيار ناچيز است به گونه‌اي كه اختلاف فشارهاي حاصل از شبكه ۱۲*۱۲ و شبكه ۳۰*۳۰ تنها ۱% است و اين بيانگر دقت بالاي مدل تهيه شده حتي براي شبكه‌هاي با تعداد حجم‌كنترلهاي كم مي‌باشد، اين در حالي است كه در مدل تهيه شده با استفاده از روش تفاضلات محدود توسط چن، يوان و لي [۶] حداقل شبكه پيشنهاد شده جهت آناليز همين مسئله، يك شبكه 50×50 المان مي‌باشد، بنابراين مدل حاضر نتايج دقيق را به ازاي تعداد المانهاي كمتر نسبت به مدل تهيه شده با روش تفاضلات محدود، ارائه مي‌كند. با توجه به مطلب فوق در مدل تهيه شده با استفاده از روش احجام محدود بقاء كامل كميتهايي مانند جرم و اندازه حركت براي هر گروهي از حجم كنترلها و البته براي كل حوزه محاسباتي برقرار مي‌باشد. اين خاصيت براي هر تعداد از حجم كنترلها و حتي براي وقتي كه تعداد آنها كم شود صادق است بنابراين حتي جواب مربوط به شبكه خشن، موازنه دقيق را نشان خواهد داد.

۱۸- مثال: محاسبه فشارهاي هيدروديناميكي وارد بر وجه بالادست يك سد بتني

جهت مطالعه و ارزيابي نحوه توزيع فشارهاي هيدروديناميكي آب بر وجه بالادست سد، سدي به ارتفاع ۱۰۰ متر با وجه بالادست مايل ($\beta=45^0$) و مخزني به عمق ۱۰۰ متر و طول ۳۰۰ متر تحت اثر مؤلفه افقي، مؤلفه قائم و اثر همزمان هر دو مؤلفه ركورد زلزله زنجيران در مدت يك ثانيه توسط برنامه كامپيوتري تهيه شده، تحليل شده است. اين زلزله توسط شتابنگاشت مستقر در ايستگاه ميمند در استان فارس در ۱۹

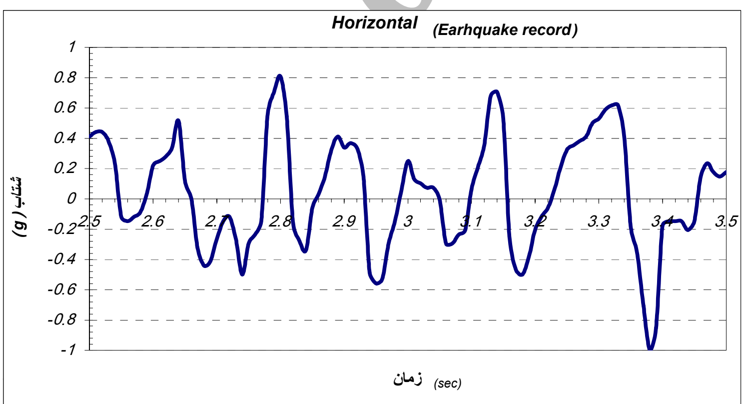
ژوئن سال ۱۹۹۴ به ثبت رسیده است. رکورد هر دو مؤلفه افقـي و قائم شتاب اين زلـزلـه در فاصله زماني ۲/۵ الـي ۳/۵ ثانيــه در شكل (۷) نشان داده شده است. نتـايج حاصـل از تحليـل شـامل نمودارهاي توزيع فشارهاي هيدروديناميك وارد بر وجه بالادسـت سد در زمانهاي مختلف در ادامه نشان داده شده است.

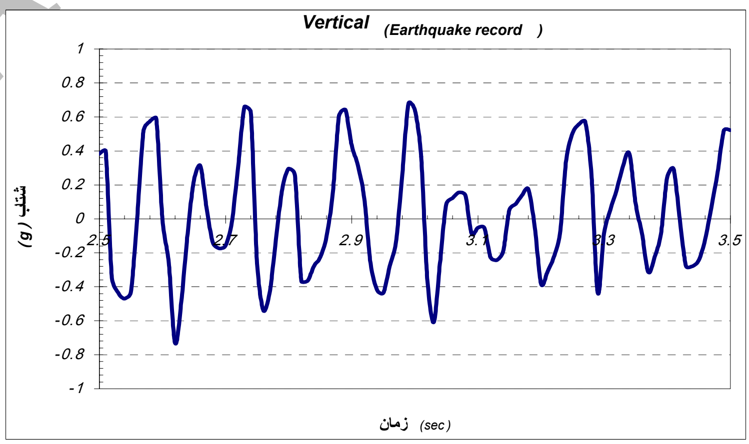
توزيع فشارهاي هيدروديناميكي ناشي از شتابهاي افقي و قائم و تركيب آنها در شكلهاي (۸ تا ۱۰) نشان داده شده است.

ملاحظه مي شود كه فشارهاي هيدروديناميكي وارد بر وجه بالادست سد، بستگي به ركورد شتاب وارده، مثبت، منفي و يا تركيبي از هردو ميباشد. در زمانهاي مختلف سرعت و جهت جريان تغيير مينمايد و اين تغييرات با توجه به معادلات ناوير-استوكس باعث تغيير توزيع فشار ميشود.

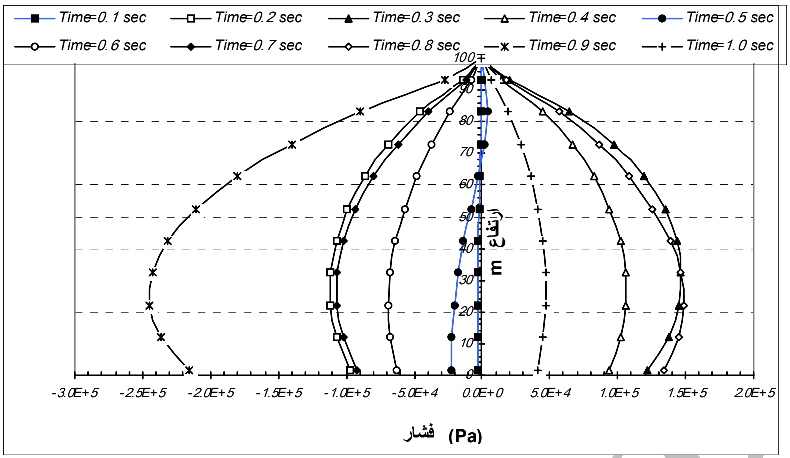
جدول ۱- نتايج تحليل حساسيت

M×N	Pressure (Pa)	Time (sec)	% error
5×5	387641	37	6.6
6×6	379426	60	4.4
7×7	374834	96	3.1
8×8	372024	145	2.3
9×9	370183	194	1.8
10×10	368910	246	1.5
12×12	367310	355	1
30×30	363608	2234	0
50×50	363605	5836	0

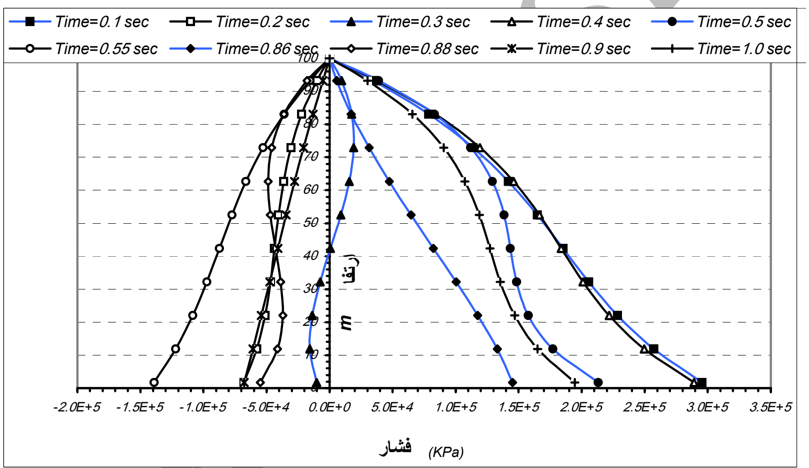




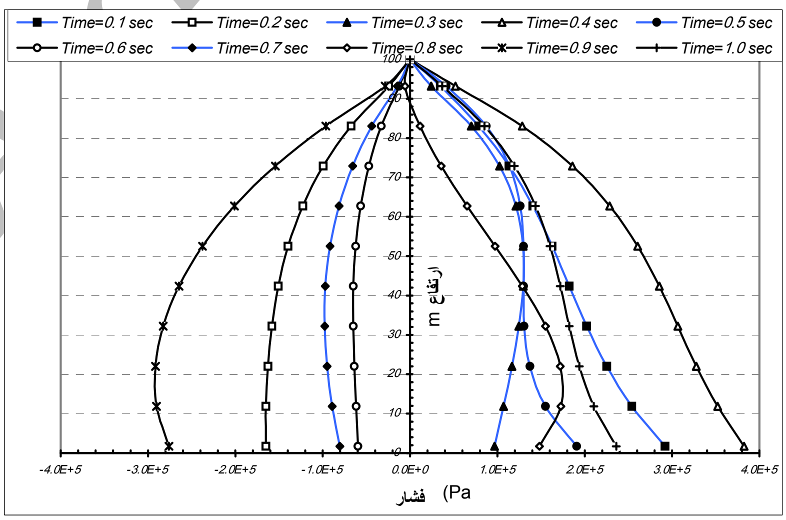
شكل ۷- ركورد شتاب افقي و قائم زلزله زنجيران در فاصله زماني ۲/۵ تا ۳/۵ ثانيه



شکل ۸- توزیع فشارهاي هیدرودینامیکي وارد بر وجه بالادست سد تحت اثر تحریك افقي زلزله در زمانهاي مختلف



شکل ۹- توزیع فشارهاي هیدرودینامیکي وارد بر وجه بالادست سد تحت اثر تحریك قائم زلزله در زمانهاي مختلف



شکل ۱۰- توزیع فشارهاي هیدرودینامیکي وارد بر وجه بالادست سد تحت اثر همزمان تحریك افقي و قائم زلزله در زمانهاي مختلف

نتیجه‌گیري

به دلیل گستردگي پدیدههاي محیطي مؤثر بـر روي سـدها و پیچیدگي ساخت مدلهاي آزمایشگاهي و بـا توجـه بـه پیـشرفت سریع رایـانههـا در دو دهـه اخیـر، مـدلسازي عـددي بـه عنـوان ارزانترین و مؤثرترین ابزار محاسبه بارها و ارزیابي رفتار این سازه تحت اثر زمین لرزهها محسوب میشود.

در ایـن تحقیق براي انجام محاسبات کامپیوتري برنامهاي بـه زبان ویژوال بیسیك تهیه گردید که با استفاده از آن فشارهاي هیدرودینامیکي آب و مؤلفههاي سرعت آب با در نظر گرفتن اثر امواج سطحي و شتاب انتقالي غیرخطي در کلیه نقاط مخزن از جمله روي وجه بالادست سد و همچنین نیمرخ سطح آب مخزن تحت اثر مؤلفه‌هاي افقي و قائم زلزله، محاسبه گردیده است. مقایسه نتایج حاصل از مدل تهیه شده با نتایج محققان دیگر نشان میدهد که مدل داراي صحت و دقت خوبي میباشد. در شبکهبندي مدل، طول مناسب مخزن معادل سه برابر عمق مخزن به دست آمد که با نتایج محققان دیگر همخواني دارد. نتایج حاصله از مدل تهیه شده همچنین نشان میدهد که صرفنظر کردن از اثر امواج سطحي و شتاب انتقالي غیرخطي موجب کاهش فشارهاي هیدرودینامیك وارد بر نیمه فوقاني وجه بالادست میشود.

فشارهاي دینامیکي ناشي از شتاب قائم زمین قابل توجه بوده و لذا باید در تحلیلها منظور شود. شیب وجه بالادست سد بر میزان فشارهاي هیدرودینامیکي و ارتفاع امواج سطحي مؤثر است به طوریکه با کاهش شیب وجه بالادست سد با افق فشارهاي هیدرودینامیکي و ارتفاع امواج سطحي در تحریك افقي زلزله کاهش و بر عکس در تحریك قائم زلزله افزایش مییابند. در سدهاي با وجه بالادست مایل، اثر غیرخطي شتاب انتقالي بر فشارهاي هیدرودینامیك وارد بر وجه بالادست سد بزرگتر از حالتي است که در آن وجه بالادست قائم است و میزان آن بستگي به پیچیدگي هندسه سیستم سد و مخزن دارد. بنابراین انجام تحلیل غیرخطي براي سیستمهاي داراي مخزن غیر مستطیلي ضروري است.

مدل تهیه شده براي شبکه حجم کنترلهاي درشت نیز نتایج خوبي میدهد زیرا در روش احجام محدود به دلیل محاسبه سرعتها روي مرز حجم کنترلها، پیوستگي صد در صد ارضاء میشود حتي اگر حجم کنترلها بزرگ در نظر گرفته شوند.

مراجع

[1] Bustamante, J. I. and Flores, A., (1966), “Water pressure on dams subjected to earthquakes”. Journal of engineering mechanics, ASCE, 93, EM5: 115-127.

[2] Chakrabarti, P. ,and Chopra, A. K., (1973), “Earthquake analysis of gravity dams including hydrodynamic interaction. ” Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2: 143-160.

[3] Chen, B. F., (1994), “Nonlinear hydrodynamic pressure on dam faces with arbitrary reservoir shapes”, Journal of Hydraulic Research, Vol. 32, No. 3, PP. 401-413.

[4] Chen, B. F., (1996),“Nonlinear hydrodynamic effects on concrete dam”, Engrg. Str., 18 (3), PP. 201-212.

[5] Chen, B. F. and Yuan, Y. S., (1999), “Nonlinear hydrodynamic pressures on rigid arch dams during earthquakes,” in reviewing, J. Hydraulic Engineering.

[6] Chen, B. F. , Yuan, Y. S. and Lee, J. F. ,(1999), “Three dimensional nonlinear hydrodynamic pressures by earthquake on dam faces with arbitrary reservoir shapes. “Journal of Hydraulic Research, Vol. 37, No. 2, PP. 163-187.

[7] Chopra, A. K., (1967). “Hydrodynamic pressures on dams during earthquakes. “Journal of Engineering Mechanics Division Proceeding of the ASCE, Vol. 93, No. 6, PP. 205-223.

[8] Chopra, A. K. and Fenves, G. (1984), “Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam – water - foundation rock interaction”, Earthq. Engrg. Struc. Dyn., Vol. 12, PP. 663-680.

[9] Chopra, A. K. and Fok, K. L., (1986),” Earthquake analysis of arch dams including dam-water interaction, reservoir boundary absorption and foundation flexibility”, Earthg. Engrg Struc. Dyn., 14(2), PP.155-184.

[10]Chopra, A. K. and Hall, J. F., (1982),” Hydrodynamic effects in the dynamic response of concrete gravity dams.” Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 10, PP. 333-345.

[11]Chopra, A. K., and Chakrabarti, P. (1981), “Earthquake analysis of concrete gravity dams including dam-water-foundation rock interaction”. Earthquake Eng. Struct. Dyn., Vol. 19.

[12]Chopra, A. K. and Chakrabarti, P., (1973), “Hydrodynamic pressures and response of gravity dams to vertical earthquake

components". Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1: 325-335.
[13]Chwang, A. T., (1978)," Hydrodynamic pressure on sloping dam during earthquakes: Part 2, Exact theroy", J. Fluid Mech., 87, 342-348.
[14]Chwang, A. T., (1983), "Nonlinear hydrodynamic pressure on an accelerating plate" J. Physics Fluids, 26(2), PP. 383-387.
[15]Humar, J. L. and Chandrashaker, R., (1993). "Fluid- Foundation interaction in the siemic response of gravity dams." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22, PP. 1067-1084.
[16]Hung, T. K. and Chen, B. F., (1990), "Nonlinear hydrodynamic pressures on dams", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 116, No. 6, PP. 1372-1391.
[17]Hung, T. K. and Wang, M. H., (1987), "Nonlinear hydrodynamic pressure on rigid dam motion," J. Engrg Mech., 113(4), PP. 482-499.
[18]Kotsubo, S. (1959), "Dynamic water pressures on dams due to irregular earthquakes", Mem. Faculty of Engineering, Kyushu University, 18,4 : 119-129.
[19]Lee, G. C., Tsai, C. S. and Yang, R., (1993), "Explicit time domain transmitting boundary for dam- reservoir interaction analysis." International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 36, PP. 1789-1804.
[20]Liu, P. L. F., (1986), "Hydrodynamic pressure on rigid dams during earthquakes", J. Fluid Mech., 165, 131-145.
[21]Lotfi, V., Roesset, J. M. and Tassoulas, J. L., (1987), "A Techniqe for the analysis of the response of dams to earthquake." Earthquake Engineering and structural dynamic, Vol.15, PP. 463-490.
[22]Patankar, S. V. (1980), "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere Publishing Corporation, Taylor & Francis Group, New York.
[23]Rosenblueth, E., (1968), "Presion hidrodinamica en presas debida a la acceleration vertical con refraccion en el fondo", II Congress National de Ingenieria Sismica, Veracruz, Mexico.
[24]Saini, S. S., Bettess, P. and Zienkiewicz, O. C., (1978), "Coupled hydrodynamic response of concrete gravity dams using finite and infinte elements." Earthquake Engineering and structural dynamics, Vol.6, PP. 363-374.
[25]Tsai, C. S. and Lee, G. C., (1990), "Method for transient analysis of three dimensional dam reservoir interactions", J. Engrg Mech., Vol. 116, No. 10, 2151-2172.
[26]Van Doormal, J. P. and Raithby, G. D. (1984), "Enhancements of the SIMPLE method for Predicting incompressible fluid flow.", Numer. Heat Transfer, Vol. 7, PP. 147-163.
[27]Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. (1995), "An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method", Longman, Malaysia, TCP.
[28]Wang, M. H. and Hung, T. K.,(1990). "Three dimensional analysis of Pressure on dams", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 116, No. 6, PP. 1290-1304.
[29]Westergard, H. M., (1933). "Water pressures on dams during earthquakes." Trans., ASCE, New York, N.Y., 98, 418-433.
[30]Zangar, C. N., (1953), "Hydrodynamic Pressures on dams due to horizontal earthquake.", Proc. Soc. Of Experimental stress analysis, Vol. 10, PP. 93-102.
[31]Zienkiewicz, O. C., (1964). "Hydrodynamic Pressure Due to earthquakes", International Journal for Numerical Methods in Engineering., PP. 215-227.
[32]Zienkiewicz, O. C. and Bettess, P., (1978), "Fluid- Structure dynamic interaction and wave forces" International Journal for Numerical methods in Engineering,Vol.13, PP. 1-16.
[33]Zienkiewicz, O. C. , Bando, K. , Bettess, P. , Emson, C. and Chiam, T. C. , (1985), "Mapped infinite elements for exterior wave problems". Int. Jour. Num. Methods Engng. Vol. 21, 1229-1251.