

## نرم‌سازی (Smoothing) مشاهدات ماهواره‌ای به منظور تعیین موقعیت دقیق در حالت کینماتیک سیستم GPS

محمد شاهکار

مربی گروه نقشه‌برداری دانشگاه تبریز

### چکیده

سیستم GPS، سیستم تعیین موقعیت ماهواره‌ای با دقت حدود سانتی‌متر تحت شرایط و روش‌های خاصی است، برای تعیین موقعیت غیرآنی در حالت کینماتیک الگوریتم نرم‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این الگوریتم براساس مشاهدات فاز اپوک‌های قبل و بعد از اپوک مورد نظر کار می‌کند، از آنجا که در این روش از مشاهدات بیشتری نسبت به تعیین موقعیت آنی با الگوریتم فیلترینگ کالمن استفاده می‌شود انتظار می‌رود که دقت بهتری داشته باشد. برای بررسی این موضوع، هر دو مدل با مشاهدات فاز در حالت کینماتیک مورد آزمایش قرار گرفت، با مقایسه ماتریس واریانس کواریانس مجهولات به دست آمده دقیق بودن الگوریتم نرم‌سازی نتیجه‌گیری شد، نتایج این مقایسه با رسم نمودار انحراف معیار تمام اپوکها در مقاله ارائه شده است.

کلمات کلیدی: GPS، الگوریتم نرم‌سازی، پردازش مشاهدات ماهواره‌ای، تعیین موقعیت کینماتیک.

## Determination of Precise Kinematic Positioning Using Post Processing GPS data with Smoothing Algorithm

M. Shahkar

Sureing Department, Civil Eng. Faculty, University of Tabriz

### Abstract

GPS system, a satellite positioning system with an accuracy about centimeter under special methods and conditions is used by smoothing algorithm for determining non real time location in Kinematic case. This algorithm works based on previous epoches phase observation and after the desired epoch. Since in this method more observations are used relative to real time location determining with Kalman filtering algorithm, it is expected to have good accuracy. To study this matter, both methods were tested with phase observations in Kinematic case. Comparing the variance covariance matrix of obtained unknowns showed the accuracy of the smoothing algorithm. The obtained results and the comparison are given by all epoch standard deviation graphs in this paper.

**Key words:** GPS, Smoothing algorithm, Post processing, Kinematic positioning.



موضوعی است که در زمینه تقریبات مطرح می‌شود. مدل هر نوع تقریب از نوع under-determined می‌باشد یعنی تعداد مشاهدات کمتر از تعداد مجهولات است، مسئله مهم این است که نوع اطلاعات از زمانی به زمان دیگر تغییر می‌کند و در واقع مشاهدات تابع زمان است یعنی حالت دینامیک دارند (در اجسمنت، مدل‌ها over-determined بوده و حالت استاتیک دارند). در کالمن فیلترینگ معادلات به صورت بازگشتی (recursive) عمل می‌کنند یعنی حالت بعدی براساس حالت قبلی نوشته می‌شود و لزومی به ذخیره کردن اطلاعات نخواهد بود. برای گذر از یک وضعیت به وضعیت بعدی از ماتریسی بنام ماتریس عبور استفاده می‌شود، در تعیین و تشکیل ماتریس عبور باید قوانین حاکم بر رفتار مشاهدات را بشناسیم و چنانچه اطلاعات بیشتری از فیزیک حاکم بر رفتار مسئله را داشته باشیم و به صورت مطلوب در ماتریس عبور دخالت بدهیم در این صورت پیش‌بینی به واقعیت نزدیک خواهد شد. حضور نویز در مسئله کالمن فیلترینگ را می‌توان چنین تعبیر نمود که ما به تقریب فیزیک رفتار را می‌شناسیم، هر قدر اطلاع بیشتری از فیزیک مسئله داشته باشیم می‌توانیم نویز را کاهش دهیم که دقت هم بیشتر می‌شود، اگر تخمین ما از مقدار حقیقی اریب (biased) نباشد و در همان حال حداقل واریانس را نیز داشته باشد آن تخمین را برآورد بهینه گوئیم، برای می‌نیم واریانس بودن لازم است در مدل استاتیکی مجموع عناصر قطر ماتریس واریانس کواریانس حداقل شود، به عبارتی جمع واریانس‌ها می‌نیم گردد. در کالمن فیلترینگ با دو دسته معادلات پیش‌بینی و معادلات بهنگام شده مواجهیم که تلفیق این دو مجموعه را معادلات کالمن فیلترینگ می‌نامند. مدل دینامیکی کالمن فیلترینگ ناپیوسته با رابطه (۶) ارائه شده است (1986 Gelb).

$$X_k = \Phi_k X_{k-1} + V_k \quad (۶)$$

$X_k$  بردار مجهولات در مرحله  $k$  ام می‌باشد.

$\Phi_k$  ماتریس عبور از مرحله  $k-1$  به مرحله  $k$  ام است.

$X_{k-1}$  بردار مجهولات در مرحله  $k-1$  ام است.

$V_k$  بردار نویز می‌باشد.

مدل اساسی لازم برای اجرای کالمن فیلترینگ، معادله مشاهده می‌باشد که با رابطه (۷) ارائه شده است.

$$\Phi = \rho + C(\delta^s - \delta_R) + \lambda N - d_{ion} \quad (۴)$$

$$+ d_{trop} + \varepsilon(\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Phi_{noise})$$

## ۲-۲- ترکیب خطی مشاهدات

معادله نوشته شده براساس مشاهدات فاز، شامل خطاهای مختلف است، با استفاده از ترکیبات خطی معادلات، اثر خطاهای فوق حذف شده و یا به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابند. با نوشتن معادله تفاضلی مرتبه اول بین دو گیرنده و یک ماهواره خطای ساعت ماهواره حذف می‌شود و با نوشتن معادله تفاضلی مرتبه دوم بین دو گیرنده و دو ماهواره خطای ساعت گیرنده نیز حذف می‌شود. لازم به ذکر است که ابهام فاز ( $N$ ) باید به طور صحیح قبل از شروع محاسبات تعیین شود که بدین منظور ابتدا چند دقیقه مشاهدات به صورت استاتیک انجام می‌شود. معادله تفاضلی مرتبه دوم بین دو گیرنده و دو ماهواره با رابطه (۵) ارائه شده است (Lachaple).

$$\nabla \Delta \Phi = \nabla \Delta \rho + \nabla \Delta d\rho + \lambda \nabla \Delta N - \nabla \Delta d_{ion} + \nabla \Delta d_{trop} + \varepsilon \nabla \Delta (\Phi_{mult}) + \varepsilon \nabla \Delta (\Phi_{noise}) \quad (۵)$$

در رابطه فوق اپراتور  $\nabla \Delta$  بیانگر تفاضل مرتبه دوم بین دو ماهواره و دو گیرنده است.

## ۳- کالمن فیلترینگ (Kalman Filtering)

کالمن فیلترینگ در ژئودزی تکنیک بسیار کارآئی است، مبحث Sequential adjustment که با آن مسائل مختلف ژئودزی حل می‌گردد حالت خاصی از کالمن فیلترینگ است. به این معنی که Sequential adjustment در مسائل استاتیک و Kalman filtering در مسائل دینامیک کاربرد دارند. تفاوت عمده این دو تکنیک در واقع تفاوتی است که به طور کلی روش‌های اجسمنت با روش‌های تقریبات دارند و آن وجود قابلیت پیش‌بینی در تقریبات و عدم وجود آن در سرشکنی (adjustment) است. برای انجام پیش‌بینی یک رابطه تحلیلی در رفتار اطلاعات باید کشف کنیم بدین منظور آنچه که موجب تحلیلی نبودن اطلاعات می‌شود از روی اطلاعات حذف می‌شود، جداسازی نویز (noise) از اطلاعات فیلترینگ نام دارد. روش کالمن فیلترینگ طی مقاله‌ای در سال ۱۹۶۰ بنام روش حل مسائل خطی فیلترینگ ارائه شده است. کالمن فیلترینگ نوعاً

در اتمام هر مرحله بردار باقیمانده برای استفاده در فرآیند تست مدل‌ها با رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$V_k^- = Z_k - H_k \hat{x}_k^- \quad (10)$$

#### ۴- نرم‌سازی (Smoothing)

در فرایند نرم‌سازی برآورد پارامترهای مجهول سیستم دینامیکی براساس اطلاعات گذشته و همچنین داده‌های بعد از زمان تعیین وضعیت انجام می‌گیرد. در واقع روش پردازش اطلاعات غیرآنی است، چون در این روش از مشاهدات بیشتری استفاده می‌شود انتظار می‌رود دقت برآورد نرم‌سازی بهتر از فیلترینگ باشد. روش نرم‌سازی در فاصله زمانی ثابت با بکارگیری معادلات فیلترینگ کالمن فرمول‌بندی می‌شود، فرمول‌بندی در واقع ترکیبی است از اعمال فیلترینگ کالمن برای اندازه‌گیری تا زمان  $t_k$  (زمانی که می‌خواهیم در آن لحظه بردار وضعیت بهینه شده را تعیین کنیم) و همچنین مشاهدات آن طرف زمان  $t_k$  که فیلترهای عقب و جلو نامیده می‌شوند. معادلات فیلترینگ عقب با رابطه (۱۱) ارائه شده است (Brown and Hwang, 1997).

$$\hat{x}_{k+1}^b = \Phi_k^{-1} \hat{x}_k^b, \quad C_{k+1}^b = \Phi_k^{-1} [C_k^b + Q_k] (\Phi_k^{-1})^T \quad (11)$$

$\Phi_k^{-1}$  معکوس ماتریس عبور بین مبدأ زمان  $k$  و  $k+1$  بوده و  $Q_k$  نویز فرآیند است،  $\hat{x}_{k+1}^b$  پیش‌بینی وضعیت با اعمال فیلتر عقب روی وضعیت قبلی ( $\hat{x}_k$ ) بوده و  $C_{k+1}^b$  نیز ماتریس واریانس کواریانس وضعیت پیش‌بینی شده است. برای حل مسئله با فاصله زمانی ثابت سه روش ارائه شده است:

۱- روش نرم‌سازی RTS (Rauch- Tung- Striebel)

۲- روش نرم‌سازی BF (Bryson and Frazer)

۳- روش نرم‌سازی FM (Fraser and Mayne)

در هر سه روش، نرم‌ساز خطی بهینه به صورت ترکیب شدن دو فیلتر خطی حاصل می‌گردد، اینک به شرح روش FM که از نظر تئوری قوی‌تر است می‌پردازیم.

#### ۴-۱- روش FM

برآورد نرم شده از ترکیب دو برآورد فیلترینگ کالمن محاسبه می‌شود، اولی فیلترینگ کالمن جلو است که اجرای آن از نقطه شروع به طرف اپوک موردنظر می‌باشد و دومی از آخرین نقطه به

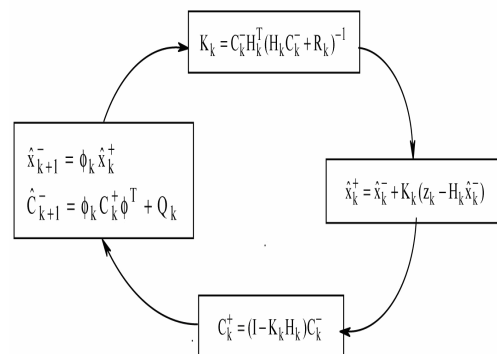
$$Z_k = H_k x_k + v_k \quad (7)$$

در رابطه فوق  $H_k$  ماتریس ضرایب بوده و  $v_k$  نویز اندازه‌گیری است. چنانچه برآورد وضعیت در لحظه  $t_k$  موردنظر باشد به طوری که از تمام مشاهدات تا لحظه  $t_{k-1}$  استفاده گردد فرآیند برآورد را پیش‌بینی می‌نامند و چنانچه برآورد وضعیت در لحظه  $t_k$  براساس تمام اندازه‌گیری‌های تا لحظه  $t_k$  مورد نظر باشد برآورد وضعیت را فیلترینگ می‌نامند، در برآورد وضعیت به صورت آنی (Real time) تواما از پیش‌بینی و فیلترینگ استفاده می‌شود.

وضعیت پیش‌بینی شده به همراه ماتریس واریانس کواریانس آن توسط (Brown and Hwang 1997) با رابطه (۸) ارائه شده است

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k^+, \quad C_{k+1}^- = \Phi_k C_k^+ \Phi_k^T + Q_k \quad (8)$$

$\hat{x}_k^+$  بردار وضعیت بهینه شده در مبدأ زمانی  $t_k$  بوده و  $\hat{x}_{k+1}^-$  وضعیت پیش‌بینی شده در زمان  $t_{k+1}$  است،  $C_{k+1}^-$  ماتریس واریانس کواریانس وضعیت پیش‌بینی شده در مبدأ زمانی  $t_{k+1}$  است، در رابطه فوق  $C_k^+$  ماتریس واریانس کواریانس وضعیت بهینه شده در مبدأ زمانی  $t_k$  است، در هر مبدأ زمانی بعد از انجام پیش‌بینی با بکار بردن معادله مشاهدات و با رابطه (۹) وضعیت بهینه شده به همراه ماتریس واریانس کواریانس آن محاسبه می‌شود (Brown and Hwang, 1997)، الگوریتم محاسباتی در شکل (۱) ارائه شده است.



شکل ۱- دیاگرام اجرای فیلترینگ

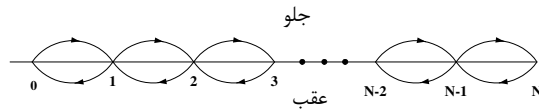
$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + k_k (Z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (9)$$

$\hat{x}_{k|k+1}^b$  پیش‌بینی وضعیت برای نقطه  $k$  براساس نقطه  $k+1$  بوده و  $\hat{x}_k^b$  هم وضعیت بهینه شده آن نقطه است. فرمول‌های وضعیت نرم شده برای حالت اول توسط آقای (Patric Janson, 1998) به صورت رابطه (۱۲) ارائه شده است.

$$\hat{x}_k^s = C_k^s ((C_{k|k-1}^F)^{-1} \hat{x}_{k|k-1}^F - (C_k^b)^{-1} \hat{x}_k^b) \quad (12)$$

$$C_k^s = ((C_{k|k-1}^F)^{-1} + (C_k^b)^{-1})^{-1}$$

در رابطه (۱۲)، ماتریس واریانس کواریانس وضعیت بهینه شده با اعمال فیلترینگ کالم عقب است و  $C_k^s$  ماتریس واریانس کواریانس وضعیت نرم شده در زمان  $t_k$  می‌باشد. در شکل (۳) اعمال فیلتر عقب و فیلتر جلو برای فرایند نرم‌سازی در فاصله زمانی بین صفر و  $N$  با فلش نشان داده شده است.



شکل ۳- روش بکار بردن فرآیند نرم‌سازی

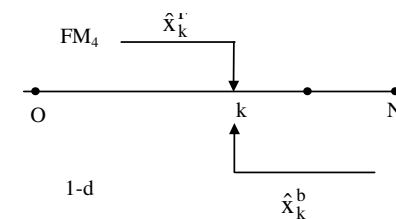
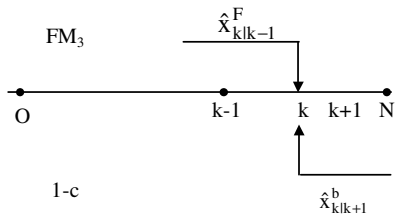
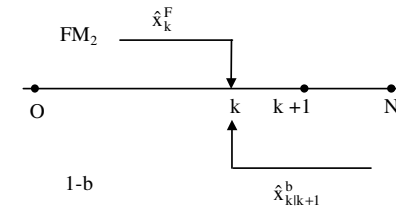
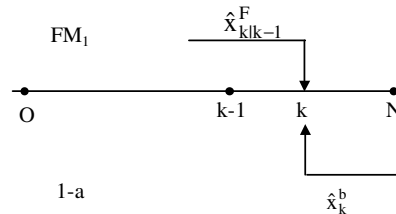
### ۵- مدل‌ها در روش کینماتیک

در تعیین موقعیت کینماتیک از دو دستگاه گیرنده استفاده می‌شود، یکی از گیرنده‌ها را روی نقطه معلوم زمینی قرار داده و گیرنده ساکن می‌نامند، از گیرنده دیگر برای تعیین موقعیت در حرکت استفاده می‌شود که گیرنده متحرک نام دارد، برای حل ابهام فاز لازم است ابتدا گیرنده دوم حدود پانزده دقیقه مشاهدات را در حالت ساکن انجام داده و سپس مشاهدات حالت کینماتیک را شروع نماید. از آنجاکه می‌خواهیم موقعیت، سرعت و شتاب گیرنده متحرک را در هر لحظه تعیین کنیم لذا برای بیان دقیق چنین حرکتی لازم است مدل‌های دینامیکی و مشاهداتی تعریف شوند.

### ۵-۱- مدل دینامیکی

این مدل بیانگر تبدیل وضعیت سیستم از یک مبدأ زمانی به

طرف عقب تا لحظه موردنظر اعمال می‌شود، هر دو فیلتر براساس اندازه‌گیری‌ها و به صورت بازگشتی کار می‌کنند، برای استفاده از روش FM چهار حالت مختلف وجود دارد که نحوه اعمال فیلتر عقب و فیلتر جلو هر کدام در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲- نرم‌سازی

در شکل فوق  $\hat{x}_{k|k-1}^F$  نشان‌دهنده پیش‌بینی بردار وضعیت در نقطه  $k$  از روی نقطه  $k-1$  است. وضعیت بهینه شده در نقطه  $k$  می‌باشد.

$$H^T = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} \quad (16)$$

عناصر این ماتریس براساس مختصات ماهواره مرجع و مختصات و سرعت ماهواره‌های مشاهده شده و همچنین مختصات پیش‌بینی شده گیرنده و با استفاده از روابط (۱۷) تعیین می‌شوند.

$$\begin{aligned} a_i &= -\frac{(x^i - x_o)}{\rho_o^i} + \frac{(x^{ref} - x_o)}{\rho_o^{ref}} \\ b_i &= -\frac{y^i - y_o}{\rho_o^i} + \frac{y^{ref} - y_o}{\rho_o^{ref}} \\ c_i &= -\frac{(z^i - z_o)}{\rho_o^i} + \frac{(z^{ref} - z_o)}{\rho_o^{ref}} \\ d_i &= -\frac{(\dot{x}^i - \dot{x}_o)}{\rho_o^i} + \frac{(x^i - x_o)}{(\rho_o^i)^2} \dot{\rho}_o^i + \frac{(\dot{x}^{ref} - \dot{x}_o)}{\rho_o^{ref}} \\ &\quad + \frac{(x^{ref} - x_o)}{(\rho_o^{ref})^2} \dot{\rho}_o^{ref} \\ e_i &= -\frac{(\dot{y}^i - \dot{y}_o)}{\rho_o^i} + \frac{(y^i - y_o)}{(\rho_o^i)^2} \dot{\rho}_o^i + \frac{(\dot{y}^{ref} - \dot{y}_o)}{\rho_o^{ref}} \\ &\quad + \frac{(y^{ref} - y_o)}{(\rho_o^{ref})^2} \dot{\rho}_o^{ref} \\ f_i &= -\frac{(\dot{z}^i - \dot{z}_o)}{\rho_o^i} + \frac{(z^i - z_o)}{(\rho_o^i)^2} \dot{\rho}_o^i + \frac{(\dot{z}^{ref} - \dot{z}_o)}{\rho_o^{ref}} \\ &\quad + \frac{(z^{ref} - z_o)}{(\rho_o^{ref})^2} \dot{\rho}_o^{ref} \end{aligned} \quad (17)$$

در روابط فوق مختصات ماهواره رفرانس با اندیس فوقانی ref و مختصات ماهواره‌های دیگر با اندیس فوقانی i نشان داده شده و از اندیس تحتانی (o) برای معرفی مختصات گیرنده استفاده شده است، ضمناً علامت نقطه در روی آنها بیانگر مؤلفه‌های سرعت ماهواره‌ها می باشد،  $\rho_o^i$  هم فاصله ماهواره تا گیرنده است که با فرمول (۱۸) محاسبه می‌شود.

$$\rho_o^i = [(x^i - x_o)^2 + (y^i - y_o)^2 + (z^i - z_o)^2]^{1/2} \quad (18)$$

#### ۶- تست آماری

در طراحی مدل یک فیلتر، ارزیابی اثر تقریبات بکار رفته روی

مبدأ زمانی دیگر است، از آنجاکه بردار وضعیت برحسب مؤلفه‌های موقعیت، سرعت و شتاب با رابطه (۱۳) تعریف می‌شود.

$$X = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}]^T \quad (13)$$

در این حالت معادلات تبدیل وضعیت سیستم به صورت رابطه (۱۴) نوشته می‌شود، این رابطه وضعیت سیستم را از زمان k-1 به زمان k تبدیل می‌نماید.

$$\begin{bmatrix} r_k \\ v_k \\ a_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{1}{2} \Delta t^2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{k-1} \\ v_{k-1} \\ a_{k-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

برای حالتی که سرعت گیرنده متحرک یکنواخت در نظر گرفته شود، ماتریس عبور توسط (Neyman و ۱۹۹۱) مطابق رابطه شماره (۱۵) ارائه شده است.

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

#### ۵-۲- مدل مشاهدات

در سیستم تعیین موقعیت GPS مشاهدات فاز و مشاهدات داپلر انجام می‌گیرد و از آنجاکه در هر مبدأ زمانی گیرنده متحرک تعداد n ماهواره را مشاهده می‌کند، معادله مشاهده تفاضلی مرتبه دوم آنها با انتخاب یکی از ماهواره‌ها به عنوان ماهواره مرجع تشکیل داده میشود. مشاهده فاز و نرخ تغییرات فاز را با  $Z_k$  و بردار مجهولات را با  $X_k$  نشان داده و معادله مشاهده به صورت  $Z_k = H_k X_k + v_k$  ارائه می‌شود، که در این رابطه  $H_k$  ماتریس ضرایب می‌باشد.

ماتریس ضرایب توسط (Patric Janson (۱۹۹۸) با رابطه (۱۶) ارائه شده است.

$$t_{Q,k} = \frac{[\sum_{i=Q}^k C_{vi}^T Q_{vi}^{-1} V_i]^2}{\sum_{i=Q}^k (C_{vi}^T Q_{vi}^{-1} C_{vi})} \quad (22)$$

$t_{Q,k}$  دارای توزیع Chi - squared به صورت  $\chi^2(1,0)$  است.

#### ۷- فرایند عملی نرم‌سازی

پس از آنچه به صورت تئوری ارائه گردید با بکارگیری مبانی تئوری عملاً نرم‌سازی و آنالیز آن انجام می‌گیرد. بدین منظور با استفاده از دو دستگاه گیرنده GPS مشاهدات در حالت کینماتیک را مطابق با تنظیمات ارائه شده در جدول شماره (۱) انجام می‌دهیم.

جدول ۱- تنظیم گیرنده‌های GPS

|                            | Reference      | Rover     |
|----------------------------|----------------|-----------|
| Health / L2 mode           | Auto           | Auto      |
| Minimum elevation          | 15°            | 15°       |
| Operation type             | Static         | Kinematic |
| Compacted / sampled        | Sampled        | Sampled   |
| Obs.rec - rate static      | 1 sec          | 1 sec     |
| obs.rec - rate moving      | Does not apply | 1 sec     |
| Min, sats. For - recording | 4              | 4         |

اندازه‌گیری‌ها با دستگاه (300) Leica, GPS system انجام گرفته و از نقطه ژئودزی سازمان نقشه‌برداری کشور به عنوان نقطه معلوم استفاده شده است.

مشاهدات جمع‌آوری شده در گیرنده‌ها توسط نرم‌افزار SKI پردازش داده شده و با فرمت Rinex قابل استفاده می‌شوند. برای هر کدام از گیرنده‌ها دو فایل ارسال می‌شود، با فایل مشاهدات، معادلات تفاضلی مرتبه دوم و از فایل اطلاعات ناوبری برای محاسبه مختصات ماهواره‌ها استفاده می‌شود.

نرم‌سازی با فاصله زمانی ثابت (یک ثانیه) از نقطه‌ای که مختصات و واریانس  $(x_0, c_0)$  آن معلوم است شروع می‌شود، گیرنده ضمن حرکت، در هر مبداء زمانی ماهواره‌های موجود را مشاهده و اطلاعات ارسالی از ماهواره‌ها را دریافت می‌نماید،  $x_0$  بردار وضعیت گیرنده در شروع اندازه‌گیری و  $C_0$  ماتریس واریانس کواریانس آن می‌باشد، تعداد ماهواره‌های مشاهده شده در هر مبداء زمانی را پنج در نظر گرفته‌ایم (لازم به توضیح است که می‌توان تعداد ماهواره‌ها را افزایش داد) بعد از انجام مشاهدات

اجرای فیلتر اهمیت بسزایی دارد، روش تست آماری براساس تئوری آزمون فرض در مدل‌های خطی است، مرحله آشکارسازی تست یعنی آیا خطای نامعینی در مدل اتفاق افتاده؟ در این صورت بعد از آشکارسازی سعی می‌شود علت خطا پیدا شود، بعد از تشخیص علت خطا باید خطای برآوردکننده وضعیت را که موجب خطای مدل می‌شود حذف نمود، تست‌های آماری براساس دنباله باقیمانده انجام می‌شود. دنباله باقیمانده، اختلاف بین خروجی عملی سیستم و خروجی ناشی از پیش‌بینی می‌باشد که با رابطه (۱۹) ارائه می‌شود.

$$V_k^- = Z_k - H_k \hat{x}_k^- \quad (19)$$

این رابطه حاوی اطلاعاتی درباره مشاهده آخرین نقطه می‌باشد. تحت شرایط نرمال، باقیمانده مقدار کوچک می‌باشد و چنانچه تمامی بخش تحلیلی به وسیله مدل حذف شده باشد به نوسانات تصادفی در خروجی وابسته است در غیر اینصورت حاوی بخش سیستماتیک بوده و مقدار بزرگی خواهد بود. براساس دنباله باقی‌مانده‌های  $(V)$ ، فرض  $H_0$  و فرض مقابل  $H_A$  با روابط (۲۰) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} H_0 : V_k &\sim N(0, Q_{V_k}) \\ H_A : V_k &\sim N(\nabla V_k, Q_{V_k}) \\ Q_{V_k} &= H_k C_k H_k^T + R_k \end{aligned} \quad (20)$$

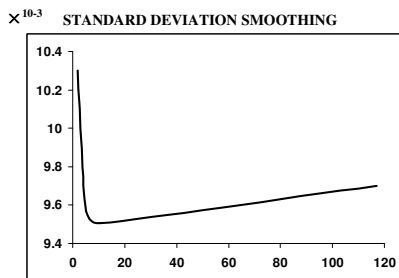
بعد از آشکارسازی خطای مدل معمولاً در عمل فرایند تشخیص خطاهای مدل موردنظر است، انواع خطاهای ممکن، پرتی (outlier) و لغزش (slips) می‌باشند. تست آماری تشخیص موضعی توسط Teunissen and Salzman (1988) با آماره (۲۱) ارائه شده است.

$$t_k = \frac{C_{vi}^T Q_{vk}^{-1} V_k}{\sqrt{(C_{vi}^T Q_{vk}^{-1} C_{vi})}} \quad (21)$$

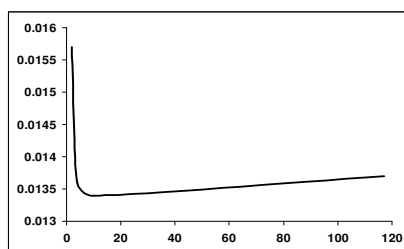
$t_k$  دارای توزیع نرمال استاندارد تحت فرض صفر است. سطح اطمینان تست  $(\alpha)$  در واقع احتمال رد فرض  $H_0$  است و وقتی که  $H_0$  درست باشد. تست آماری ارائه شده در صفحه قبل را می‌توان به بیشتر از یک مبداء زمانی تعمیم داد بدین منظور فرمول بازگشتی برای انجام تست آماری توسط Teunissen and Salzman (1988) با رابطه (۲۲) ارائه شده است.

### ۹- محاسبه برآورد بهینه بردار وضعیت براساس مشاهدات ماهواره‌های

برای اجرای مدل نرم‌سازی از فایل‌هایی که با نام  $G$ ،  $L$ ،  $Z$ ، در بخش قبلی تعریف شدند استفاده می‌شود، در واقع این فایل‌ها به همراه مقادیر اولیه، ورودی مدل نرم‌سازی می‌باشند، مقادیر اولیه نرم‌سازی عبارتند از: مختصات نقطه شروع و ماتریس واریانس کواریانس آن  $(X^-, C^-)$ ، مختصات نقطه  $N$  م و ماتریس واریانس کواریانس آن  $(X_N^-, C_N^-)$ ، فاصله زمانی مشاهدات  $(\Delta t)$ ، واریانس فاز مشاهدات  $(\sigma_p^2)$  و واریانس سرعت وسیله نقطه  $(\sigma_v^2)$ . بر اساس اطلاعات فوق مختصات هر اپوک مطابق الگوریتم ارائه شده در شکل شماره (۶) محاسبه می‌شود، برای اجرای این الگوریتم برنامه کامپیوتری توسط نگارنده نوشته شده است که خروجی این برنامه عبارتند از: بردار وضعیت با اعمال فیلتر کالمن هر اپوک (epoch) بهمراه ماتریس واریانس کواریانس آنها، بردار وضعیت نرم شده هر اپوک به همراه ماتریس کواریانس آنها و نهایتاً نمودار انحراف معیار مولفه‌های مختصات هر اپوک به صورت جداگانه برای نتایج به دست آمده فیلترینگ کالمن و نرم‌سازی ترسیم می‌شود که یکی از آنها در شکل (۵) ارائه شده است.



STANDARD DIVATION KALMAN

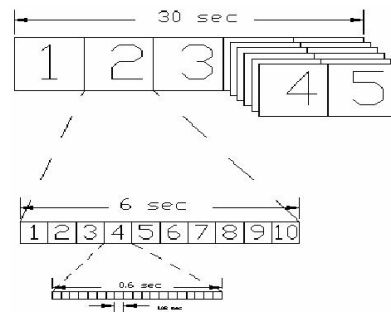


شکل ۵- نمایش خطای نرم‌سازی و فیلترینگ

ماهواره‌ای و پردازش اطلاعات ابتدا مختصات ماهواره‌ها را در هر مبداء زمانی محاسبه کرده و نتیجه محاسبات را در یک فایل با نام  $G$  ذخیره می‌نماییم، سپس براساس مشاهدات فاز موج حامل و مشاهدات داپلر معادلات تفاضلی مرتبه دوم را تشکیل داده و در فایل بنام  $Z$  قرار می‌دهیم. با استفاده از دو فایل فوق بردار وضعیت گیرنده را محاسبه کرده و در فایل به نام  $L$  قرار می‌دهیم، این فایل‌ها در اجرای فرایند نرم‌سازی مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

### ۸- محاسبه مختصات ماهواره

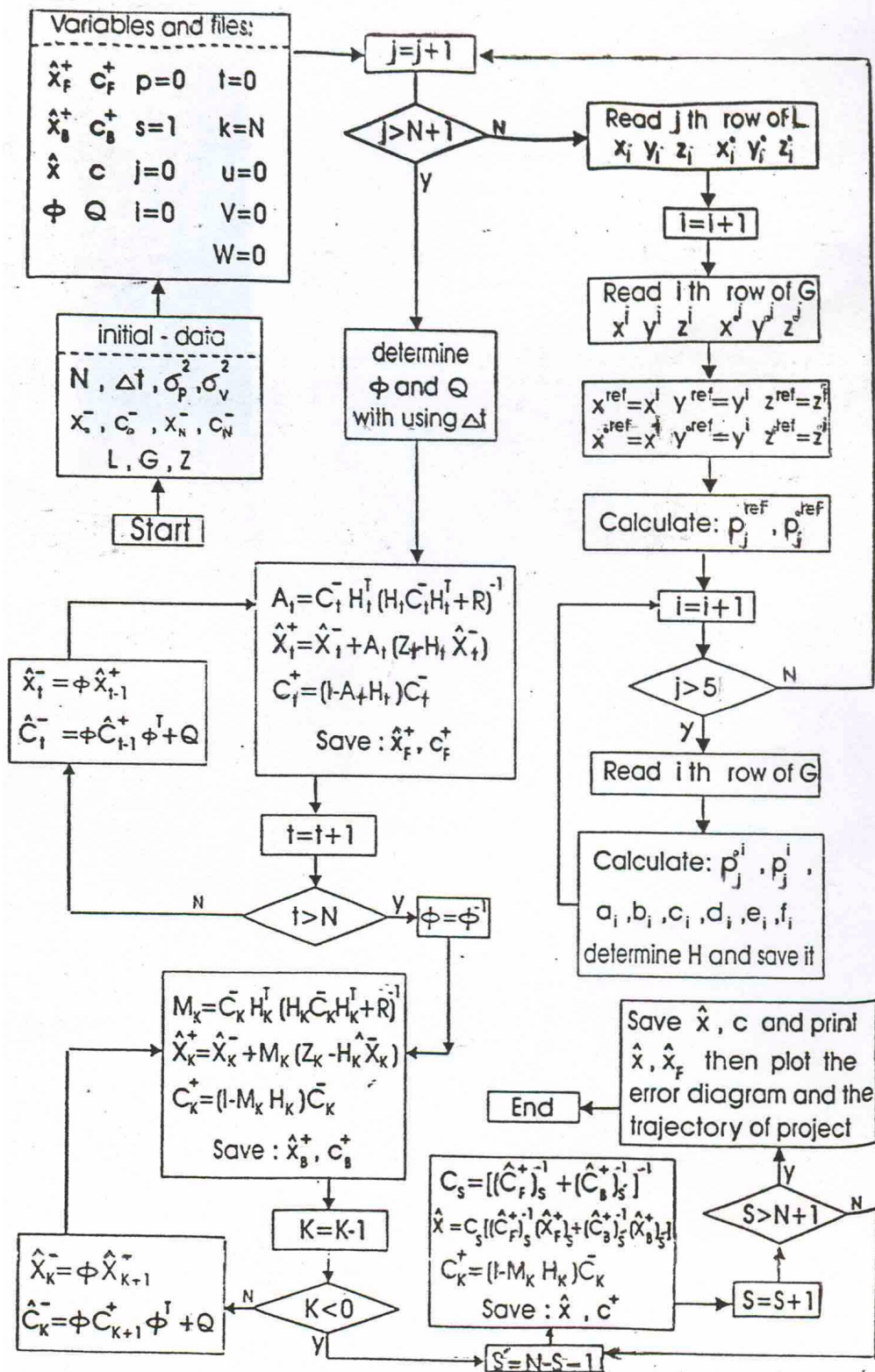
برای محاسبه مختصات ماهواره از پیغام‌های ارسال شده استفاده می‌شود، پیغام توسط امواج حامل  $L_1$  و  $L_2$  ارسال می‌گردد، یک دسته پیغام کامل ناوبری شامل ۲۵ چهارچوب (Frame) می‌باشد که در هر گیرنده ۱۵۰۰ بیت (bit) است، هر چهارچوب به پنج چهارچوب سیصد بیتی تقسیم می‌شود و هر کدام از این قسمت‌ها شامل ده قسمت سی بیتی است که در مدت زمان ۳۰ ثانیه ارسال می‌گردند شکل (۴)، بنابراین ارسال کامل اطلاعات ناوبری ۱۲/۵ دقیقه طول خواهد کشید. چهارچوب شماره ۲ و شماره ۳ حاوی پارامترهای Ephemeris است که حائز اهمیت می‌باشند.



شکل ۴- چهار چوب پیام‌های ارسالی از ماهواره

فرمت استاندارد در سیستم GPS، فرمت راینکس (Rinex Format) است، امروزه بسیاری از نرم‌افزارهای پردازنده مانند نرم‌افزار SKI دارای قابلیت تبدیل فرمت می‌باشند. پس از تبدیل فرمت فایل‌های اطلاعاتی به فرمت راینکس می‌توان از پارامترها در محاسبه مختصات ماهواره استفاده نمود، در این تحقیق برای محاسبه مختصات ماهواره برنامه کامپیوتری توسط نگارنده نوشته شده است.





شکل ۶- الگوریتم برنامه کامپیوتری

- [2] Gelb, A. 1986. Applied Optimal Estimation, MIT Press, Cambridge, MA.
- [3] Hofmann – Wellenhof, B., H. Lichtenegger, J. Collins. 1992. Global Positioning System, Theory and Practice, Springer Verlag, Wien / New – York.
- [4] Lachapelle G(1991): GPS developments and impacts. Lecture Notes .
- [5] Neyman, Yu. 1994. ‘The Main Concepts of the Kalman Filtering’, Lecture Notes.
- [6] Patric Janson (1998). Precise Kinematic GPS Positioning with Kalman filtering and Smoothing’. Royal institute of Technology, Department of Geodesy and Photogrammetry, Stockholm, Sweden.
- [7] Teunissen, P. & Salzmann, M. 1988. Performance Analysis of Kalman Filter’s. Delft University of Technology, Faculty of Geodesy Report No 88.2.

#### ۱۰- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل بیانگر علت عملکرد هر دو روش filtering و smoothing است و این نشانگر صحت عمل مدل‌ها و هم صحت مشاهدات GPS می‌باشد، با توجه به دیاگرام انحراف معیار هر دو روش، دقت بهتر روش نرم‌سازی تأیید می‌شود. خط مستقیم بودن گراف‌ها بیانگر اینست که مشاهدات از نوع اریب (biased) است و عموماً خطاهایی که منشاء آنها مسیر ماهواره می‌باشد حالت اریب (biased) دارند، استفاده از روش نرم‌سازی در پروژه‌های با پردازش غیر زمان مشاهدات که از دقت بهتری برخوردار است دارای اهمیت فراوان می‌باشد.

#### مراجع

- [1] Brown, R. G. & P. Y. C. Hwang. 1997. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, Third Edition.