

## استفاده از خطای چندگانگی مسیر سیگنال‌های GPS برای آشکارسازی تغییر شکل سطوح

اصغر راست‌بود      دانشجوی دکتری ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه  
نصیرالدین طوسی

بهزاد وثوقی      استادیار گروه ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه صنعتی خواجه  
نصیرالدین طوسی

### چکیده

در این مقاله روشی برای تعیین تغییر شکل یک سطح معرفی می‌شود که از سیگنال‌های چندگانگی مسیر GPS استفاده می‌کند. روشی که معرفی می‌شود این حسن را دارد که یک آنتن برای بررسی چند نقطه یا کل منطقه به کار می‌رود و بنابراین از نظر کاهش هزینه‌ها روش بسیار مؤثری است. در این مقاله نخست در مورد اثر چندگانگی مسیر GPS بحث خواهد شد و سپس اصول اساسی محاسبه تغییر شکل‌ها با استفاده از سیگنال‌های چندگانگی مسیر مطرح خواهد گردید.  
کلمات کلیدی: آشکارسازی، چندگانگی مسیر، سازه، انحراف فاز.

## Using Multipath Error Of GPS Signals For Detection Of Surface Deformation

A. Rastbood      Faculty of Geodesy & Geomatics Eng., K. N. Toosi University  
of Technology

B. Voosoghi      Faculty of Geodesy & Geomatics Eng., K. N. Toosi University  
of Technology

### Abstract

An approach of detecting surface deformation based on the use of GPS multipath signals is presented in this paper. The approach has the advantage that one antenna can be used to monitor multiple points or the entire surface and is hence much more cost effective.

The general GPS multipath effect will be discussed first, and then the basic principle of computing surface deformations using multipath signals will be introduced.

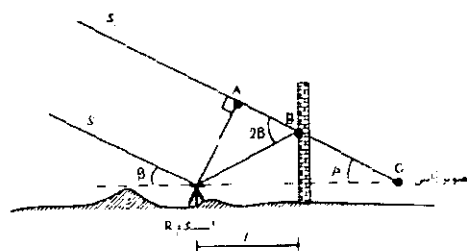
**Key words:** detection, multipath, structure, phase offset.

۱- مقدمه

سیگنال‌هایی که دچار چندگانگی مسیر می‌شوند، با کد و فاز حاملی که زمان انتشارشان با آنها متفاوت است، وارد گیرنده می‌شوند و در مقایسه با سیگنال‌هایی که مستقیماً وارد گیرنده می‌شوند، به علت طولانی شدن مسیر حرکتشان در اثر انعکاس همیشه تأخیر زمانی دارند. در گیرنده تلفیق سیگنال مستقیم و سیگنال انعکاس یافته مورد پردازش قرار می‌گیرد. اثر چندگانگی مسیر روی فاز حاصل را می‌توان برای سطوح معلوم برآورد نمود. شکل (۱) وضعیتی را نشان می‌دهد که سیگنال از روی یک سطح مسطح منعکس می‌شود.

معادلات سیگنالی که مستقیماً از ماهواره می‌آید و سیگنالی که به طور غیرمستقیم از سطح منعکس کننده می‌آید را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} S_1 &= A \cos \Phi_{11} \\ S_2 &= \alpha A \cos(\Phi_{11} + \theta) \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۱- نمایش هندسه پدیده چندگانگی مسیر از مانع مسطح قائم

در شکل (۱)،  $S_1$  سیگنالی است که مستقیماً از ماهواره می‌آید و  $S_2$  سیگنال غیرمستقیم از سطح منعکس کننده است. دو سیگنال مستقیم و انعکاس یافته در مرکز آنتن تداخل می‌کنند و سیگنال ترکیبی یا سیگنال چمپی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 \\ &= A \cos \Phi_{11} + \alpha A \cos(\Phi_{11} + \theta) = \beta A \cos(\Phi_{11} + \psi) \end{aligned} \quad (2)$$

در روابط فوق داریم:  
A : دامنه موج حامل

$S_1$  : دامنه موج حامل سیگنال مستقیم

$$(S_{1,max} = A)$$

$S_2$  : دامنه موج حامل سیگنال انعکاس یافته

$$(S_{2,max} = \alpha A)$$

S : دامنه موج حامل سیگنال تداخلی

$\alpha$  : ضریب میرایی سیگنال منعکس شده ( $0 \leq \alpha \leq 1$ )

به ازای  $\alpha = 0$  بازتابی وجود ندارد و به ازای  $\alpha = 1$  شدت سیگنال منعکس شده با شدت سیگنال مستقیم یکی است.

$\Phi_{11}$  : موقعیت فاز سیگنال مستقیم

$\theta$  : شیفت فاز سیگنال منعکس شده نسبت به فاز سیگنال مستقیم

$\beta A$  : دامنه سیگنال تداخلی

$\psi$  : شیفت فاز سیگنال تداخلی نسبت به سیگنال مستقیم یا تأخیر فاز ('خطای چندگانگی مسیر' فاز حامل مشاهداتی)

برای تعیین خطای چندگانگی مسیر فاز حامل مشاهداتی یعنی  $\psi$  و دامنه سیگنال تداخلی یعنی  $\beta A$  می‌توان به شرح زیر عمل کرد:

رابطه سیگنال تداخلی به کمک بسط مثلثاتی به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 \\ &= A \cos \Phi_{11} + \alpha A \cos(\Phi_{11} + \theta) = \beta A \cos(\Phi_{11} + \psi) \end{aligned} \quad (3)$$

برای اینکه رابطه فوق به ازای جميع مقادیر ممکن  $\Phi_{11}$  صدق کند بایستی ضرایب  $\sin \Phi_{11}$  و  $\cos \Phi_{11}$  دو طرف رابطه فوق مساوی هم باشند، یعنی:

$$A(1 + \alpha \cos \theta) = \beta A \cos \psi \quad (4)$$

$$\alpha A \sin \theta = \beta A \sin \psi \quad (5)$$

با رساندن به توان دو و جمع دو رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\beta = \sqrt{1 + 2\alpha \cos \theta + \alpha^2} \quad (6)$$

فاصله  $d$  بستگی دارد. اگر سطح منعکس کننده حرکت کند یا تغییر شکل یابد اثر چندگانگی مسیر نیز تغییر خواهد کرد. در عمل ممکن است سیگنال‌های چندگانگی مسیر زیادی به طور همزمان وجود داشته باشد در این حالت سیگنال ترکیبی را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$S_0 = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_n \quad (10)$$

$$= S + S' = A_0 \cos(\varphi + \psi + \psi')$$

$$S = S_1 + S_2 = A' \cos(\varphi + \psi)$$

$$S' = S_3 + S_4 + \dots + S_n = \alpha' A' \cos(\varphi + \psi') \quad (11)$$

که  $S_n, \dots, S_4, S_3, S_2$  سیگنال‌های چندگانگی مسیر از سطوح مختلف منعکس کننده بوده و  $\psi'$  تأخیر فاز ایجاد شده توسط  $S_n, S_4, \dots, S_3$  است. مشابه روابط (۶) و (۷)، دامنه سیگنال ترکیبی  $A_0$  به صورت زیر است

$$A_0 = A' (1 + 2\alpha' \cos \theta' + \alpha'^2)^{1/2} \quad (12)$$

و تأخیر فاز حاصل  $\psi'$  ایجاد شده به وسیله  $S_n, \dots, S_4, S_3$  به صورت زیر است

$$\psi' = \tan^{-1} \left( \frac{\alpha' \sin \theta'}{1 + \alpha' \cos \theta'} \right) \quad (13)$$

اثر چندگانگی مسیر را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$S_{multi} = \frac{\psi + \psi'}{2\pi} \lambda \quad (14)$$

اگر فقط سطح منعکس کننده  $S_1$  تغییر شکل یابد، اثرات چندگانگی قبل و بعد از تغییر شکل به صورت زیر هستند.

$$S_{multi1} = \frac{\lambda}{2\pi} (\psi_1 + \psi')$$

$$S_{multi2} = \frac{\lambda}{2\pi} (\psi_2 + \psi') \quad (15)$$

برای تعیین تأخیر فاز  $\psi$ ، با تقسیم دو رابطه اخیر بر هم خواهیم داشت:

$$\psi = \tan^{-1} \frac{\alpha \sin \theta}{1 + \alpha \cos \theta} \quad (7)$$

با توجه به شکل (۱) شیفیت فاز (تأخیر فاز به علت چندگانگی مسیر) سیگنال منعکس شده را می‌توان از رابطه زیر برحسب رادیان به دست آورد:

$$\theta_m = 2d \cos \beta$$

$$\theta_{cycle} = \frac{2d}{\lambda} \cos \beta \quad (8)$$

$$\theta_{rad} = \frac{4\pi d}{\lambda} \cos \beta$$

در رابطه فوق :

$d$  : فاصله عمودی بین گیرنده و سطح منعکس کننده

$\lambda$  : طول موج فاز حامل و

$\beta$  : زاویه ارتفاعی ماهواره

می‌باشند. برای یک سطح معلوم خطای چندگانگی مسیر از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$S_{multi} = \frac{\psi}{2\pi} \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{\alpha \sin \theta}{1 + \alpha \cos \theta} \right) \quad (9)$$

در حالتی که  $\alpha$  ثابت است، ماکزیمم خطای فازی که می‌توان رسید  $\pm 90^\circ$  است. این ماکزیمم خطا معادل  $\lambda/4 \cong 4.8 \text{ cm}$  خطای فاصله برای فاز حامل  $L_1$  خواهد بود.

معادلات (۸) و (۹) نشان می‌دهند که اثر چندگانگی مسیر تابعی از عامل کاهش دامنه  $\alpha$  و شیفیت فاز  $\theta$  سیگنال منعکس شده است. وقتی که  $\alpha$  ثابت باشد،  $\theta$  فقط به موقعیت نسبی بین آنتن و سطح منعکس کننده بستگی دارد. شکل (۲) تغییر اثر چندگانگی مسیر را با زاویه ارتفاعی ماهواره،  $\beta$  سیگنال و فاصله  $d$  ما بین آنتن و سطح منعکس کننده نشان می‌دهد. از شکل (۲) می‌توان دید که اثر چندگانگی مسیر با تغییر زاویه ارتفاعی ماهواره تغییر می‌کند. تغییر فرکانس همچنین به

$$\Delta\theta = \frac{4\pi\delta d}{\lambda_1} \cos\beta \quad (19)$$

$\delta d$ : حرکت سطح منعکس کننده نسبت به آنتن است. با انجام عملیات ریاضی زیر داریم:

چون  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$  لذا خواهیم داشت:

$$\Delta\psi = \tan^{-1}\left(\frac{\alpha(\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta) + \alpha^2 \sin\Delta\theta}{1 + \alpha(\cos(\theta + \Delta\theta) + \cos\theta) + \alpha^2 \cos\Delta\theta}\right) \quad (20)$$

معادلات (۱۶)، (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) رابطه ما بین تغییر در اثر چندگانگی مسیر و تغییر شکل یک سطح منعکس کننده را ارائه می دهند.

که اندیس ۱ کمیت‌های قبل از تغییر شکل و اندیس ۲ کمیت‌های بعد از تغییر شکل را نشان می‌دهد. تغییر ایجاد شده به وسیله تغییر شکل به صورت زیر است:

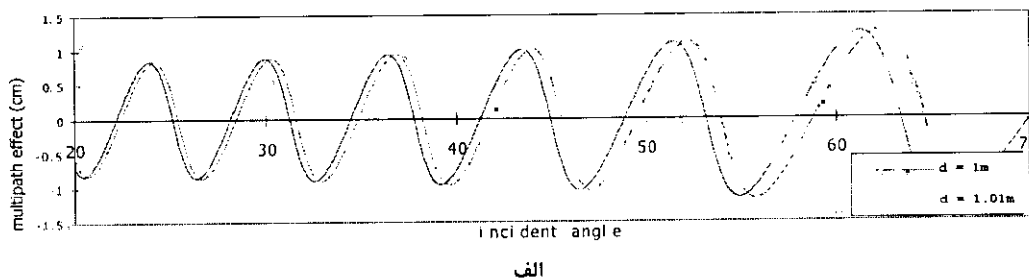
$$L = S_{mult12} - S_{mult11} = \frac{\lambda}{2\pi}(\psi_2 - \psi_1) \quad (16)$$

از معادلات (۷) و (۸)، به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \psi_2 - \psi_1 \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{\alpha \sin(\theta + \Delta\theta)}{1 + \alpha \cos(\theta + \Delta\theta)}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha \sin\theta}{1 + \alpha \cos\theta}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن

$$\theta = \frac{4\pi d}{\lambda_1} \cos\beta \quad (18)$$



شکل ۲- تغییر اثر چندگانگی مسیر با زاویه ارتفاعی ماهواره

$$L(t_i) = S_{mult12}(t_i) - S_{mult11}(t_i + nS) \quad (21)$$

که  $n$  تعداد روزهای نجومی ما بین دو دوره مشاهداتی و  $\delta$  فاصله زمانی ما بین یک روز متوسط نجومی و پرورد مداری یک ماهواره است (حدود ۳ دقیقه و ۵۶ ثانیه). تحت فرض نرمال بودن خطاهای مشاهداتی GPS داریم:

$$\begin{aligned} L(t) &= E(L(t)) + \varepsilon(t) \\ \varepsilon(t) &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (22)$$

از روابط (۱۶)، (۲۰) و (۲۲).

۲- آشکارسازی تغییر شکل با استفاده از سیگنال‌های چندگانگی مسیر

در عمل، می‌توان به یک سری از مشاهدات یا برآوردهای خطاهای چندگانگی مسیر  $S_{mult11}(t_i)$  و  $S_{mult12}(t_i)$  رسید. خطای چندگانگی مسیر قبل از تغییر شکل  $S_{mult11}(t_i)$  و خطای چندگانگی مسیر بعد از تغییر شکل و  $S_{mult12}(t_i)$  مبداء زمان است. مطابق رابطه (۱۶)، تغییر در خطای چندگانگی مسیر  $L(t_i)$  که توسط تغییر شکل سطح منعکس کننده ایجاد می‌شود به صورت زیر است:

در رابطه فوق  $V_1(t)$  و  $V_2(t)$  به ترتیب باقیمانده‌های دو روز مورد نظر را مشخص می‌کنند. در اینجا ماهواره شماره ۲۵ را به عنوان مثال در نظر می‌گیریم. برای این ماهواره  $\delta = 240s$  است. تغییرات بین آزمایشات ۲ و ۳، ۳ و ۴، ۴ و ۵ را می‌توان با روابط زیر محاسبه نمود، برای آزمایشات ۲ و ۳، ۳ و ۴، ۴ و ۵:

$$L(t) = V_2(t) - V_1(t + 240s)$$

برای آزمایشات ۲ و ۴:

$$L(t) = V_2(t) - V_1(t + 480s)$$

در آزمایشات ۶ و ۷، تغییرات مهمی در خطاهای چندگانگی مسیر وجود ندارد.

به منظور پیدا کردن مقادیر تغییر شکل‌ها، ما نیاز به تعیین پارامترهای تابع داریم. در روابط (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) کمیت‌های مجهول عبارتند از:  $\alpha$ ،  $d$ ،  $\delta d$  و  $\beta$ . زاویه ارتفاعی ماهواره  $\beta$  تابعی از زمان  $(t)$  است. فرض کنید

$$\beta = b_0 + b_1(t - t_0)^2 + b_2(t - t_0)^3 + b_3(t - t_0)^4 \quad (25)$$

پارامترهای مجهول شامل  $b_0, b_1, b_2, b_3, t_0, \delta d, d, \alpha$  است. نتایج در جدول شماره (۱) فهرست شده‌اند.

از طرح آزمایشات می‌دانیم که  $d_2 = d_1 + \delta d_1$ ،  $d_1 = d_3$  و  $\delta d_1 + \delta d_2 = \delta d_3$  از جدول (۱) داریم،  $d_1 = 0.666m$  و  $d_3 = 0.670m$  و تفاضل  $d_3 - d_1 = -0.004m$  است. همچنین  $d_2 = 0.729$ ،  $d_1 + \delta d_1 = 0.717$ ، تفاضل  $d_2 - (d_1 + \delta d_1) = 0.012m$  است.

علاوه بر این  $\delta d_1 + \delta d_2 = 0.051 + 0.028 = 0.079$  و  $\delta d_3 = 0.081$ ، تفاضل  $\delta d_3 - (\delta d_1 + \delta d_2) = 0.002m$  (2mm) است. این نتایج نشان می‌دهند که محاسبات در حد معقولی صحیح می‌باشند. منحنی رگرسیون و مشاهدات در شکل (۵) نشان داده شده‌اند.

در این مقاله،  $\beta(t)$  به شکل رابطه (۲۵) انتخاب شد که این فقط برای برخی مثال‌ها مناسب است و انتخاب صحیح این تابع نیز به مطالعات بیشتری نیاز دارد.

$$E(L(t)) = \frac{\lambda}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{\alpha(\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta) - \sin\theta + \alpha^2 \sin\Delta\theta}{1 + \alpha(\cos(\theta + \Delta\theta) + \cos\theta) + \alpha^2 \cos\Delta\theta} \right) \quad (23)$$

اگر  $\Delta d = 0$  باشد، یعنی تغییر شکل نداشته باشیم:

$$E(L(t)) \equiv 0$$

### ۳- آزمایشات

برای تأیید مفاهیم مطرح شده یک سری آزمایشات انجام شد. محل تست‌ها در پشت بام یک ساختمان قرار داشت. برای انجام آزمایشات یک طول مبنای 38.901m ایجاد و برای تست‌ها استفاده شد. جمع‌آوری مشاهدات حدود هفت روز طول کشید. سطح منعکس کننده سطح همواری انتخاب و کاملاً نزدیک به آنتن قرار داده شد.

چون در این آزمایشات طول مبنا خیلی کوتاه بوده و حدود سه ساعت مشاهده در حل طول مبنا استفاده شده است، پس باقیمانده‌های به دست آمده اکثراً مربوط به اثر چندگانگی مسیر و نویز تصادفی مشاهدات است.

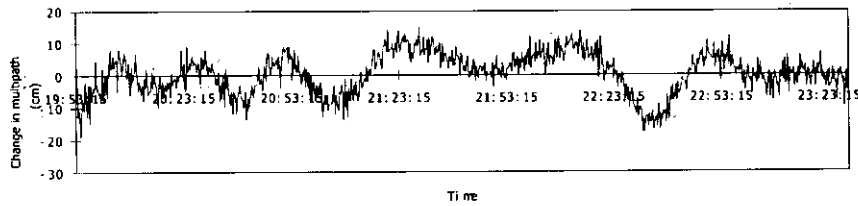
از مقایسه دو شکل دیده می‌شود که اثر چندگانگی مسیر کاملاً آشکار است و تغییر شکل سطح منعکس کننده را می‌توان با مطالعه باقیمانده‌ها آشکارسازی نمود.

تغییرات در باقیمانده‌های محاسبه شده برای برخی حالت‌های دیگر در اشکال (۳) و (۴) نشان داده شده است.

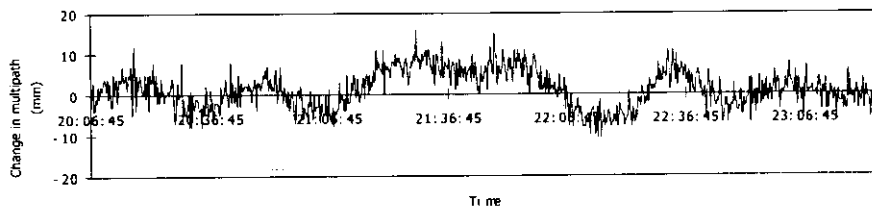
از بحث بالا می‌توان دید، این خاصیت که مدار ماهواره‌های GPS در هر روز متوسط نجومی تکرار می‌شود، برای آنالیز تغییر شکل‌ها با استفاده از خطای چندگانگی مسیر مهم است. زمانی که طول می‌کشد تا هر ماهواره GPS مدار خودش را تکرار کند از بقیه ماهواره‌ها اندکی متفاوت است [۴]. این نکته در آزمایشات انجام شده نیز دیده می‌شود. چون بازه نمونه‌برداری ۱۵ ثانیه انتخاب شد لذا تا ۱۵ ثانیه خطا برای مشاهدات امکان دارد. مقادیر استفاده شده در محاسبات به ترتیب برابر  $240s, 240s, 225s, 255s$  برای ماهواره‌های شماره ۲۱، ۲۵، ۲۹ و ۳۰ هستند.

با استفاده از رابطه (۲۱)، می‌توان تغییرات  $L(t)$  ناشی از تغییر شکل سطح منعکس کننده را به صورت زیر محاسبه نمود.

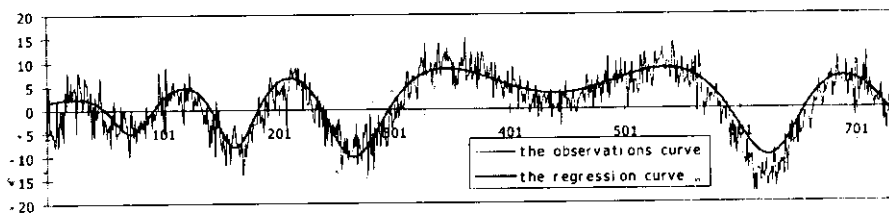
$$L(t) = V_2(t) - V_1(t + n\delta) \quad (24)$$



شکل ۳- تغییر در خطای چندگانگی مسیر ایجاد شده به وسیله  $\delta d = 5 \text{ cm}$



شکل ۴- تغییر در خطای چندگانگی مسیر ایجاد شده به وسیله زاویه دوران  $3.2^\circ$



شکل ۵- مقایسه مشاهدات و منحنی رگرسیون (بین آزمایشات ۲ و ۳)

جدول ۱- تغییر شکل‌ها و دیگر پارامترهای برآورد شده

$\sigma$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$	$t_0$	$\delta d$	$d$	$\alpha$	
۳/۳۳	-۰/۲۹۵۰	۰/۰۱۴۰۴	-۰/۲۲۲۱	۰/۶۱۷۱	۱/۸۳۵۶	۰/۰۵۱	۰/۶۶۶	۰/۲۰۰۳	بین ۲ و ۳
۳/۱۷	-۰/۴۵۰۶	۰/۰۱۶۰۴	-۰/۲۲۴۲	۰/۶۲۲۵	۱/۷۸۰۴	۰/۰۲۸	۰/۷۲۹	۰/۱۸۷۳	بین ۳ و ۴
۳/۵۹	-۰/۴۸۵۴	۰/۰۰۴۵۴	-۰/۲۳۰۵	۰/۶۱۳۴	۰/۹۲۶۶	۰/۰۸۱	۰/۶۷۰	۰/۱۴۴۷	بین ۲ و ۴

مراجع

- [1] Hofmann-Wellenhof, B. Lichtenegger, H. and Collins, J. (1997), GPS Theory and Practice, Springer Wien New York.
- [2] Leick, A. (1995), GPS Satellite Surveying, Wiley, New York.
- [3] Rastboud, A. (2001), Detection and Solution of GPS Cycle Slip with Wavelet Transforms and Comparison with Kalman Filtering, M.Sc. Thesis in Geodesy, Tehran, Iran.
- [4] Seeber, G. Menge, F., Volksen, C. (1997) Precise GPS positioning improvements by reducing antenna and site dependent effects. Advances in Positioning and Reference Frames. IAG Symposium Vol.118, pp. 237-244.

۴- نتایج

سیگنال‌های چندگانگی مسیر به تغییر محیط اطراف گیرنده GPS خیلی حساس هستند بنابر این جهت آشکارسازی تغییر شکل سطوح منعکس کننده اطراف گیرنده می‌توان از این سیگنال‌ها استفاده نمود. آزمایشات انجام شده نشان می‌دهد که تغییر شکل‌های خیلی کوچک را نیز می‌توان با استفاده از سیگنال‌های چندگانگی مسیر آشکارسازی نمود. آنالیز تغییر شکل بر اساس سیگنال‌های چندگانگی مسیر را می‌توان به دو مرحله تقسیم نمود. مرحله اول تست آماری اهمیت تغییر شکل و مرحله دوم محاسبه تغییر شکل است.