

بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی آشوبی با استفاده از یک روش هوشمند

مریم پری‌زنگنه^(۱) - محمد عطایی^(۲) - پیمان معلم^(۳)

(۱) گروه برق - دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد

(۲) گروه برق - دانشگاه اصفهان

خلاصه: در مواجهه با سیستم آشوبی که مدلسازی تحلیلی، به علت نامشخص بودن عوامل مؤثر و در دسترس نبودن معادلات دقیق ریاضی حاکم بر آن، بسیار دشوار می‌نمایند. استفاده از سری‌های زمانی (منظور مشاهدات ما از فرآیند برحسب زمان) یک راه حل مؤثر در تحلیل این سیستم‌ها می‌باشد. در واقع تأکید روی این هدف است که چگونه می‌توان از مشاهداتی به فرم سری زمانی اسکالر از فرآیند، که تنها اطلاعات ما در مورد بعضی از سیستم‌ها می‌باشد، به ساختار فضای حالت با بُعد محدود رسید. بازسازی فضای حالت بر مبنای نظریه محاط بنا شده که کاربرد آن مستلزم تعیین مقادیر مناسبی برای دو پارامتر زمان تأخیر (τ) و بُعد محاط (m) می‌باشد. در این مقاله روشی برای تخمین پارامتر بُعد محاط جهت بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی برگرفته از سیستم‌های دینامیکی آشوبی به کمک شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی (TDNN) معرفی می‌شود. این روش یک ایده نو در انتخاب بُعد محاط بوده و متفاوت از روش مرسوم شمارش همسایه‌های کاذب (FNN) می‌باشد. در انتها کیفیت عملکرد روش مطرح شده با روش FNN مقایسه شده است و نتایج این مقایسه نشان از کارایی خوب این روش دارد.

کلمات کلیدی: بُعد محاط، نزدیکترین همسایه‌های کاذب، سری‌های زمانی آشوبی، شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی متمرکز شده.

۱ - مقدمه

بیش از دو دهه مطالعه دقیق بر روی سیستم‌های دینامیکی نشان داده است که آشوب بطور گسترده در سیستم‌های طبیعی و مهندسی وجود دارد. از نظر تاریخی آشوب همواره به عنوان مزاحم در نظر گرفته شده و رفتار آشوبی به عنوان رفتاری پیچیده، غیرعادی و پیش‌بینی‌ناپذیر شناخته شده بود و اغلب آن را به تأثیرات تصادفی محیط نسبت می‌دادند اما مطالعات بیشتر نشان داد که پدیده‌های آشوبی، کاملاً معین^۳ می‌باشند.

در دهه گذشته تلاش‌های مفیدی به وسیله محققان برای تجزیه و تحلیل غیرخطی به منظور مطالعه و بازسازی فضای حالت پدیده‌های قویاً نامنظم، برخاسته از زمینه‌های متفاوت علوم طبیعی و مهندسی، صورت گرفته است. از این قبیل می‌توان پدیده‌های ژئوفیزیکی شامل زلزله‌ها، سیل‌ها، بارندگی‌ها و پدیده‌های فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی را نام برد.

تاکنز در سال ۱۹۸۱ میلادی در یک مقاله مفصل و جامع [۱]، پایه‌های ریاضی برای کار کردن روی سری‌های زمانی آشوبی را بنیان نهاد. تئوری او پس از بحث‌های مفصل ریاضی و هندسی اثبات می‌کند که اگر سری زمانی از یک سیستم دینامیکی معین به دست آمده باشد،

آنگاه بازسازی فضای حالت این سیستم، به کمک یک اسکالر m با نام بُعد محاط و یک اسکالر τ با نام زمان تأخیر (که تأخیر دلخواه است) امکان‌پذیر می‌باشد. بنابراین تئوری تاکنز مطرح می‌کند که فضای حالت از یک سری زمانی شامل مشاهدات یک فرآیند آشوبی، می‌تواند بازسازی شود. با توجه به لزوم بررسی فضای حالت، این امر کمک زیادی به شناسایی سیستم می‌کند.

تاکنز در تئوری خود تنها امکان بازسازی فضای حالت را از روی سری‌های زمانی آشوبی، به وسیله دو پارامتر بُعد محاط m و زمان تأخیر τ اثبات می‌کند ولی در مورد نحوه پیدا کردن بُعد محاط و زمان تأخیر مناسب حرفی نمی‌زند. بعد از اثبات تئوری تاکنز، دیگر محققان، برای مثال [۲-۵]، درصد برآمدند تا با استناد بر تئوری او روش‌های متفاوتی را برای انتخاب مناسب این دو پارامتر آزمایش کنند.

یکی از روش‌های مرسوم برای پیدا کردن بُعد محاط بهینه سری‌های زمانی آشوبی، روش شمارش نزدیکترین همسایه‌های کاذب (FNN)^۴ می‌باشد [۴]. این نگرش بر اساس بررسی این خصوصیت پایه‌ای بنا شده است که در جاذب^۵ سیستم آشوبگونه مسیرهای حالت یکدیگر را قطع نمی‌کنند. به این منظور، حالتی را در نظر بگیرید که بازسازی فضای حالت در فضای (d) بُعدی منجر به ایجاد محاط مناسب شده

بر اساس تئوری تاکنز که در قسمت مقدمه بیان شد، اگر سری زمانی از یک سیستم دینامیکی معین به دست آمده باشد، آن گاه یک اسکالر m با نام بُعد محاط و یک اسکالر τ با نام زمان تأخیر (که تأخیر دلخواه است) و یک تابع f وجود دارند به نحوی که داریم:

$$y(t+1) = f(y(t), y(t-\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau)) \quad (1)$$

اگر داده‌های موجود در سری زمانی، آشوبناک باشند، تابع f لزوماً غیرخطی است.

ابتدا به معرفی دو پارامتر مطرح شده در تئوری تاکنز می‌پردازیم، در راستای بازسازی فضای حالت، بردارهای تأخیر جایگزین بردارهای حالت می‌شوند. همانطور که می‌دانیم بردارهای حالت در سیستم‌های دینامیکی که معادلات دیفرانسیلی حاکم بر آنها مشخص می‌باشند تعریف می‌شوند.

در این جا برای تشکیل بردارهای تأخیر دو نکته حائز اهمیت است یکی تعداد مؤلفه‌های موجود در این بردارها که همان بُعد محاط می‌باشد و دیگری فاصله زمانی بین هر دو مؤلفه که همان زمان تأخیر می‌باشد. بنابراین بردارهای تأخیر که از سری زمانی با طول N ساخته می‌شوند، به شکل زیر می‌باشند:

$$Y_i(t) = [y(t), y(t-\tau), y(t-2\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau)]^T \quad (2)$$

که m بُعد محاط و τ زمان تأخیر می‌باشد.

الف- تعیین زمان تأخیر مناسب

در قضایای ریاضی که به مسئله محاط سری زمانی از لحاظ نظری می‌پردازد، قید تعیین‌کننده‌ای بر روی زمان تأخیر قرار داده نشده است. البته باید توجه داشت که در این قضایا، داده‌ها بدون نویز در نظر گرفته شده‌اند لیکن در عمل ملاحظه می‌گردد که چنین نبوده و انتخاب زمان تأخیر مناسب در تحلیل‌های بعدی کاملاً مؤثر است و انتخاب دلخواه آن، برای استخراج دینامیک داده‌ها مناسب نیست. اگر زمان تأخیر در مقایسه با مقیاس‌های زمانی مربوط به ذات سیستم بسیار کوچک انتخاب گردد، مؤلفه‌های متوالی در بردار تأخیر به شدت به هم نزدیک و وابسته می‌باشند. بنابراین، تمام بردارهای تأخیر در فضای محاط m بُعدی در حوالی محور قطری فضا متمرکز می‌گردند. این پدیده تحت عنوان افزونگی نامیده شده است. از طرف دیگر، اگر زمان تأخیر τ بسیار بزرگ انتخاب گردد، مؤلفه‌های متفاوت کاملاً ناهمبسته می‌گردند. در این حالت جاذب بازسازی شده ممکن است بسیار پیچیده گردد حتی اگر جاذب واقعی سیستم ساده باشد.

به منظور تعیین زمان تأخیر بهینه، روشی مبتنی بر میانگین اطلاعات متقابل بین داده‌های سری زمانی مطرح می‌شود [۸]. اساس تصور وجود اطلاعات در میان اندازه‌های اسکالر، مربوط به ایده شانون یعنی ایده اطلاعات متقابل است. اطلاعات متقابل بین اندازه $y(t)$ و اندازه $y(t+\tau)$ عبارت است از میزان فراگیری در مورد اندازه‌گیری $y(t+\tau)$ با استفاده از اندازه‌گیری $y(t)$ که به صورت زیر قابل بیان است:

باشد، در حالیکه در فضای $(d-1)$ بُعدی چنین نباشد. در این حالت رفتن از فضای (d) بُعدی به فضای $(d-1)$ بُعدی سبب می‌گردد که قسمت‌های مختلف جاذب روی یکدیگر تصویر گردند. بنابراین، اگر تعدادی نقاط نزدیک به هم، به عبارت دیگر نقاط همسایه، از این قسمت انتخاب گردد، تصاویر آنها در فضای d بُعدی، دسته‌های متفاوتی را ایجاد خواهد کرد که می‌توانند از هم فاصله‌دار باشند. بنابراین، d برابر بُعد مینیمم برای بازسازی موفق فضای حالت است اگر نقاط همسایه در فضای R^d ، در فضای R^{d+1} نیز همسایه باشند. از این رو، در این روش وضعیت همسایه‌ها به ازای بُعدهای متوالی محاط بررسی می‌گردد تا اینکه تعداد همسایه‌های کاذب، که از تصویر نمودن جاذب در فضای کوچک ناشی می‌گردد، به حدود صفر برسد [۶].

در بخش ۲ این مقاله بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی آشوبی مبتنی بر انتخاب مناسب دو پارامتر زمان تأخیر به روش میانگین اطلاعات متقابل AMI و بُعد محاط به روش FNN بررسی خواهد شد. سپس در ادامه نتایج اعمال FNN بر روی سری‌های زمانی آشوبی شناخته شده لورنز و راسلر را خواهیم داشت. در ادامه در بخش ۳ روش جدید ارائه شده مبتنی بر شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی به منظور تخمین بُعد محاط بهینه جهت بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی آشوبی مطرح خواهد شد و در ادامه نتایج بدست آمده حاصل از اعمال این روش بر روی سری‌های زمانی آشوبی لورنز و راسلر ارائه خواهند شد. در نهایت در بخش نتیجه‌گیری، شباهت نتایج حاصل از این دو روش تخمین بُعد محاط عنوان خواهد شد.

۲- بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی آشوبی

در راستای مطالعه خواص هندسی و دینامیکی یک سیستم معین می‌توان از توصیف فضای حالت استفاده نمود. اما در بسیاری از فرآیندهای عملی به‌ندرت می‌توان تمام متغیرهای دینامیکی سیستم را اندازه‌گیری نمود و تنها سری اسکالر از مشاهدات سیستم در دسترس است. دینامیک حاکم بر این فرآیندها از این سری داده‌ها بطور مستقیم مشخص نیست. بنابراین، یکی از اساسی‌ترین گام‌ها در تحلیل سری‌های زمانی حاصل از یک فرآیند غیرخطی، بازسازی فضای حالت با ابعاد محدود با استفاده از این سری‌ها است، به‌طوری که با فضای حالت فرآیند مولد داده‌ها معادل باشد.

مسئله بازسازی فضای حالت از سری زمانی را می‌توان به وسیله نظریه محاط حل نمود. در واقع، نقاط روی جاذب سیستم رابطه‌ای یک به یک با اندازه‌گیری‌های انجام شده از متغیرهای دینامیکی سیستم دارند. از طرفی، این نقاط حاوی اطلاعات کامل در مورد حالت فعلی سیستم هستند. بنابراین، وجود رابطه یک به یک بدین معناست که حالات فضای فاز به وسیله اندازه‌گیری‌های انجام شده، قابل شناسایی است. از این رو، بایستی به دنبال نگاشتی از جاذب سیستم به فضای بازسازی شده بود، به طوری که این نگاشت یک به یک بوده و اطلاعات سیستم را حفظ نماید و این در واقع تعریف مفهومی محاط است [۷].

در یک فضا با بعد پائین ناشی شده است، متوقف می‌گردد. در این روش ابتدا با در نظر گرفتن m مؤلفه برای هر بردار تأخیر، می‌توان بردارهای تأخیر $Y_i(t)$ را مطابق رابطه (۲) در فضای محاط تشکیل داد. r امین همسایه هر بردار تأخیر $Y_i(t)$ به شکل زیر می‌باشد:

$$Y_r^{NN}(t) = [y(t_r), y(t_r - \tau), y(t_r - 2\tau), \dots, y(t_r - (m-1)\tau)]^T \quad (5)$$

$r = 1, \dots, 5$

و فاصله بین دو بردار همسایه بر اساس نرم اقلیدسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_m^2 = \sum_{i=0}^{m-1} [y(t - i\tau) - y(t_r - i\tau)]^2 \quad (6)$$

اگر بردار $Y_r^{NN}(t)$ یک همسایه واقعی برای بردار $Y_i(t)$ باشد، این همسایگی نشأت گرفته از ماهیت دینامیکی سیستم است ولی اگر این همسایگی در اثر تصویر از یک فضای با بُعد بالاتر به فضایی با بُعد پایین صورت گرفته باشد، در این صورت با رفتن از بُعد m به بُعد $m+1$ ، این همسایه‌های کاذب از همسایگی بردار $Y_i(t)$ خارج می‌گردند.

با افزایش بُعد از m به $m+1$ ، مؤلفه‌های اضافه شده به بردارهای تأخیر $Y_i(t)$ و $Y_r^{NN}(t)$ ، به ترتیب $y(t - m\tau)$ و $y(t_r - m\tau)$ خواهند بود بنابراین فاصله بین دو بردار بر اساس نرم اقلیدسی در فضای $m+1$ بُعدی بطور مشابه به صورت زیر است:

$$R_{m+1}^2 = \sum_{i=0}^m [y(t - i\tau) - y(t_r - i\tau)]^2 \quad (7)$$

$$= R_m^2 + [y(t - m\tau) - y(t_r - m\tau)]^2$$

بنا براین، فاصله اضافه شده در فضای بُعدی را نسبت به فاصله دو بردار در فضای m بُعدی به صورت زیر خواهم داشت:

$$\sqrt{\frac{R_{m+1}^2 - R_m^2}{R_m^2}} = \frac{|y(t - m\tau) - y(t_r - m\tau)|}{R_m} \quad (8)$$

هرگاه کمیت فوق‌الذکر از یک مقدار آستانه فراتر برود همسایه تحت بررسی، کاذب در نظر گرفته می‌شود. در [۹] مقداری حدود ۱۰-۱۵ برای این مقدار آستانه بر اساس تجربه حاصل از اعمال روش بر روی سیستم‌های آشوبی متفاوت پیشنهاد شده است. با این نحوه‌ی تشخیص همسایه‌های کاذب، وضعیت همسایه‌ها برای هر یک از بردارهای تأخیر به ازای بُعدهای متوالی محاط بررسی می‌گردد تا اینکه تعداد همسایه‌های کاذب، که از تصویر نمودن جاذب در فضای کوچک ناشی می‌گردد، به حدود صفر برسد.

$$\log_2 \left[\frac{P(y(t), y(t+\tau))}{P(y(t))P(y(t+\tau))} \right] \quad (3)$$

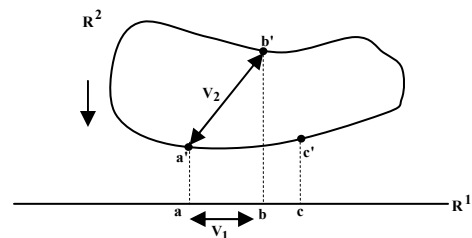
میانگین کمیت فوق‌الذکر بر روی تمام اندازه‌گیری‌ها، اطلاعات متقابل بین اندازه‌گیری‌ها نامیده شده و عبارت است از:

$$I(\tau) = \sum_{y(t), y(t+\tau)} P(y(t), y(t+\tau)) \cdot \log_2 \left[\frac{P(y(t), y(t+\tau))}{P(y(t))P(y(t+\tau))} \right] \quad (4)$$

به منظور محاسبه میانگین اطلاعات متقابل $I(\tau)$ لازم است که احتمال‌های مجزا $P(y(t))$ و $P(y(t+\tau))$ موجود در رابطه بالا را تخمین بزنیم، به منظور محاسبه آنها هیستوگرام مربوط به $y(t)$ و $y(t+\tau)$ در نظر گرفته می‌شود و برای محاسبه احتمال مشترک $P(y(t), y(t+\tau))$ از هیستوگرام بردار $(y(t), y(t+\tau))$ استفاده می‌شود. بر طبق $[\lambda]$ زمان رخ دادن اولین مینیمم در تابع میانگین اطلاعات متقابل، به عنوان زمان تأخیر مناسب انتخاب می‌شود.

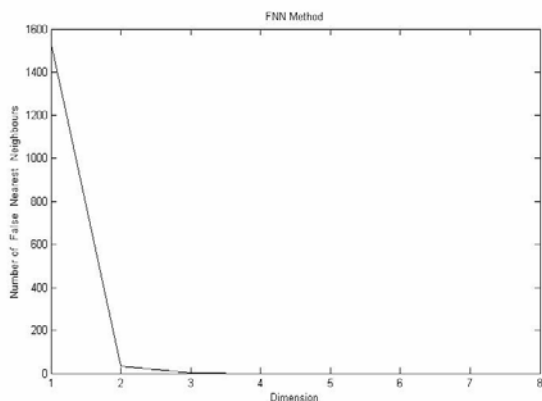
ب- تخمین بُعد محاط با استفاده از روش شمارش نزدیکترین همسایه‌های کاذب (FNN)

متداولترین روش تعیین بُعد محاط بهینه از سری‌های زمانی آشوبی، روش شمارش نزدیکترین همسایه‌های کاذب می‌باشد [۴]. در این راستا مفهوم همسایه‌های کاذب با توجه به شکل (۱) بیان شده و در ادامه از این مفهوم استفاده می‌شود. با توجه به شکل (۱) می‌توان دریافت که در فضای R_1 ، b نزدیک‌ترین همسایه a با فاصله v_1 می‌باشد. با افزایش بُعد در فضای R_2 ، b' فاصله‌اش از a' ، v_2 است و با توجه به فواصل v_1 و v_2 ، b' همسایه a' محسوب نمی‌شود زیرا $v_2 \gg v_1$ می‌باشد بنابراین b همسایه a شده است نه به خاطر دینامیک حاکم بر جاذب سیستم بلکه به خاطر تصویرسازی در فضای با بُعد ناکافی، بنابراین b همسایه واقعی a نیست بلکه همسایه کاذب a نامیده می‌شود. در این صورت برای یک نقطه، همسایه‌ای واقعی محسوب می‌شود که با افزایش بُعد، فاصله بین آنها تفاوت چشم‌گیری نداشته باشد.



شکل (۱): نمایش جاذب یک سیستم دینامیکی در فضای R_2 به همراه تصویرش در فضای R_1

مسیرهای حالت سیستم با توجه به شرط لیشیتز در مورد معادلات دینامیکی، یکدیگر را قطع نمی‌کنند. در این روش بررسی می‌گردد که چه موقع انقطاع کاذب در مسیرهای حالت، که از تصویر نمودن جاذب

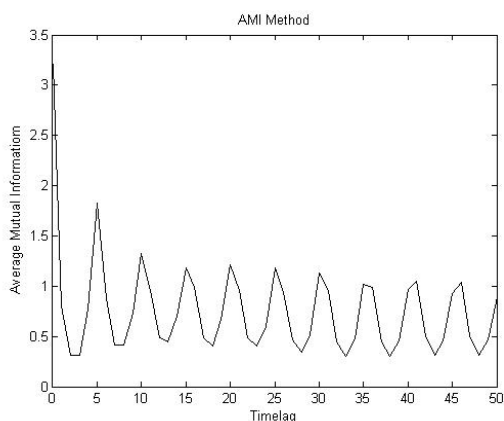


شکل (۳): روش شمارش نزدیکترین همسایه‌های کاذب به منظور تخمین بُعد محاط سری زمانی آشوبی لورنز

دومین سیستم، سیستم راسلر می‌باشد که در سال ۱۹۷۶ میلادی این سیستم آشوبی مصنوعی متشکل از ۳ معادله دیفرانسیلی معرفی شد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= a + z(x - c) \end{aligned} \quad (10)$$

با استفاده از $a=2$ و $c=5/7$ این معادلات نیز به ترتیب گفته شده در قبل حل شده و ۴۰۰۰ نقطه از مؤلفه x آن به عنوان سری زمانی آشوبی راسلر در نظر گرفته می‌شود که در شکل ۴، مطابق با الگوریتم AMI، زمان تأخیر برابر با $\tau=2$ تعیین می‌شود و نتیجه اعمال روش FNN نیز بر سری زمانی آشوبی راسلر که در شکل ۵ نمایش داده شده است حاکی از تخمین بُعد محاط $m=3$ ، مطابق انتظار برای این سیستم می‌باشد.



شکل (۴): تابع میانگین اطلاعات متقابل بر روی سری زمانی آشوبی راسلر

ج- نتایج اعمال روش (AMI) و (FNN) بر روی سری‌های زمانی آشوبی شناخته شده

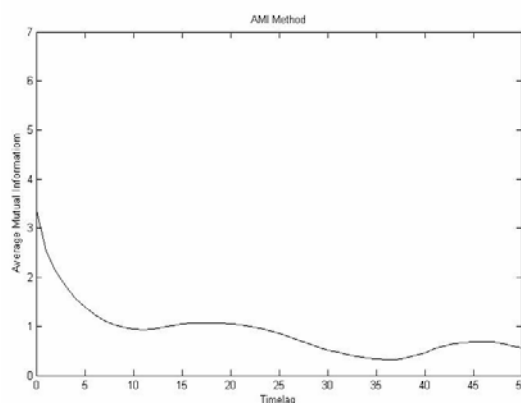
برای اثبات درستی و کارایی هر روش مطرح شده در زمینه تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی آشوبی، از سری‌های زمانی برگرفته شده از سیستم‌های آشوبی معروف مانند لورنز و راسلر... به عنوان داده‌های تئوری استفاده می‌شود.

لورنز در سال ۱۹۶۳ میلادی، در هنگام کار کردن روی پدیده انتقال حرارتی سیالات، آشوب را کشف کرد. مدل لورنز می‌تواند بصورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیلی در نظر گرفته شود:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x) \\ \dot{y} &= -xz + rx - y \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned} \quad (9)$$

با استفاده از مقادیر استاندارد $a=16$ ، $b=4$ ، و $r=45/92$ ، این معادلات به روش رونگه-کوتا مرتبه ۴ حل شده و ۴۰۰۰ نقطه از مؤلفه x این مدل به عنوان سری زمانی آشوبی در نظر گرفته می‌شود و چنین فرض می‌شود که به غیر از این سری زمانی آشوبی اطلاعات دیگری از سیستم نداریم. در شکل (۲) نتیجه بکارگیری الگوریتم میانگین اطلاعات متقابل (AMI) برای سری زمانی آشوبی لورنز را مشاهده می‌کنیم که در آن زمان تأخیر که زمان اولین مینیمم تابع میانگین اطلاعات متقابل می‌باشد برابر با $\tau=10$ انتخاب می‌شود.

در شکل (۳) نتیجه اعمال روش FNN بر سری زمانی آشوبی لورنز به منظور پیدا کردن بُعد محاط برابر با کمترین بُعدی که در آن تعداد همسایه‌های کاذب به صفر می‌رسد نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، بُعد محاط برابر با ۳ تخمین زده می‌شود که مطابق با اطلاعات ما در مورد سیستم لورنز می‌باشد.

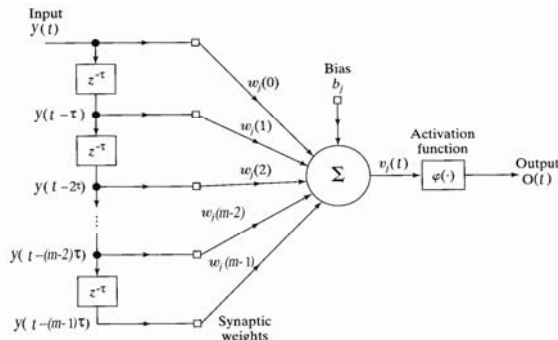


شکل (۲): تابع میانگین اطلاعات متقابل بر روی سری زمانی آشوبی لورنز

مقادیر قبلی اش یعنی $y(t-\tau), y(t-2\tau), \dots, y(t-(m-1)\tau)$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$O_j = \varphi\left(\sum_{i=0}^{m-1} w_j(i)y(t-i\tau) + b_j\right) \quad (11)$$

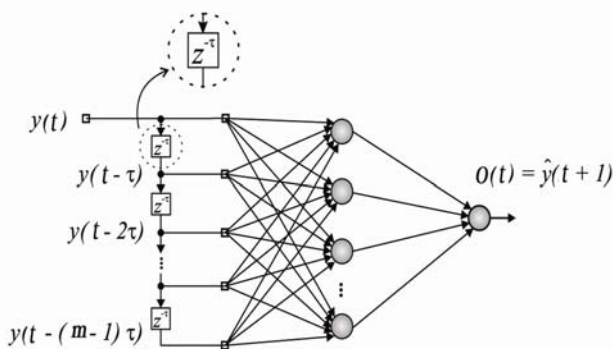
که φ تابع فعالیت نورون J ام، $w_j(i)$ و b_j وزن سیناپتیکی و بایاس نورون J ام می‌باشند و زمان تأخیر τ با توجه به روش AMI در بخش (الف) تعیین می‌شود.



شکل (۶): واحد پردازش فیلتر نوروئی تأخیر زمانی متمرکز شده

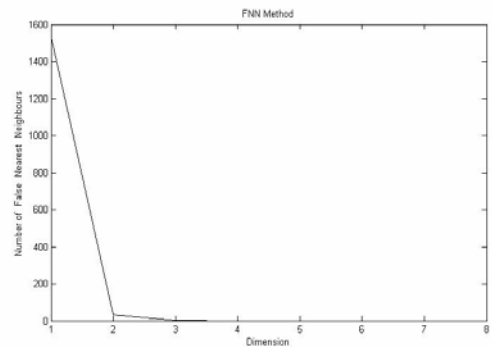
شبکه عصبی چند لایه پیشخور (MLP) متشکل از این واحدهای پردازش را شبکه FTDNN می‌نامند که در شکل (۷) این شبکه با مرتبه حافظه m نشان داده شده است.

از آنجایی که ما با سری‌های زمانی آشوبی که برگرفته از دسته‌ای از سیستم‌های معین دینامیکی اند سروکار داریم، بنابراین رفتار آینده سیستم، برگرفته از اطلاعات قبلی ما در مورد رفتار سیستم می‌باشد. اندازه‌گیری‌های ما از یک سیستم آشوبی توسط نگاشت $h: R^n \rightarrow R^1$ تولید می‌شود که R^n فضای اصلی جاذب نا شناخته سیستم است. رفتار حالت‌های اصلی سیستم می‌تواند به شکل $X(m+1) = F(X(m))$ در نظر گرفته شود.



شکل (۷): شبکه عصبی تأخیر زمانی متمرکز شده (FTDNN)

مطابق با نظریه محاط مطرح شده در بخش ۲، دینامیک اصلی سیستم در فضایی با بُعد m با استفاده از نگاشت تأخیر می‌تواند بازسازی شود. حالات در این فضا، بردارهای تأخیر $Y_1(t) \in R^m$ مطابق با رابطه (۲) می‌باشند که جایگزین بردارهای حالت اصلی می‌شوند.



شکل (۵): روش شمارش نزدیکترین همسایه‌های کاذب به منظور تخمین بُعد محاط سری زمانی آشوبی راسلر

۳- روش ارائه‌شده مبتنی بر شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی متمرکز شده (FTDNN) به منظور تخمین بُعد محاط بهینه سری‌های زمانی آشوبی

در این قسمت به منظور تخمین بُعد محاط بهینه سری‌های زمانی آشوبی، از نوعی از شبکه‌های عصبی چند لایه که توانایی رویارویی با طبیعت دینامیکی داده‌های نمونه‌ای را دارا می‌باشند، استفاده می‌شود. شبکه موردنظر، یک نمونه از شبکه‌های دینامیکی تأخیر زمانی به نام شبکه عصبی تأخیر زمانی متمرکز شده^۷ می‌باشد که متشکل از یک شبکه پیشخور چند لایه به انضمام یک خط تأخیر زمانی^۸ TDL در ورودی می‌باشد [۱۰].

واضح است که یک محدودیت جدی در ساختارهای عصبی استاتیک، ناتوانی آنها در رویارویی با طبیعت دینامیکی داده‌ها است. با وجود این که برخی از شبکه‌های عصبی استاتیک، توانایی خوبی در تقریب نگاشت‌های غیرخطی از خود نشان می‌دهند ولی از آنجایی که خروجی شبکه در هر لحظه تنها به ورودی آن در همان لحظه بستگی دارد ما ناچاریم در هنگام کار کردن با داده‌هایی که ماهیت دینامیکی دارند به سراغ دسته‌ای از شبکه‌های عصبی برویم که به یک دنباله خاص از الگوها پاسخ می‌دهند و کاندیداهای مناسبی برای پردازش‌های زمانی می‌باشند. از این رو، امروزه استفاده از شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی در مسائل مهندسی عملی بسیار رایج شده است و پایداری این شبکه‌ها در چندین مطالعه [۱۱-۱۳] مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

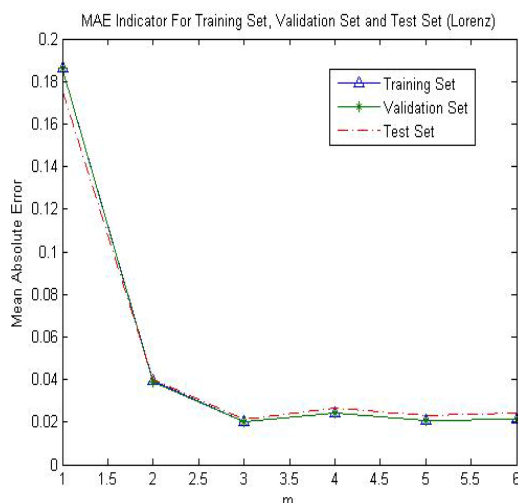
برای اینکه یک شبکه عصبی دینامیک باشد می‌بایست برای آن حافظه در نظر گرفته شود. متداولترین قالب حافظه‌های کوتاه‌مدت، حافظه خط تأخیر زمانی TDL می‌باشد. در شبکه موردنظر ما، اطلاعات قبلی صریحاً در لایه ورودی با استفاده از TDL ذخیره می‌شوند. البته باید توجه داشت که این دسته از حافظه‌ها با وجود این که اطلاعات کاملاً دقیقی از داده‌های قبلی فراهم می‌آورند اما اندازه حافظه این TDL محدود است زیرا افزایش اندازه حافظه، پیچیدگی ساختار و آموزش را بصورت معنی‌داری افزایش می‌دهد.

در شکل (۶) واحد پردازش فیلتر نوروئی تأخیر زمانی متمرکز شده موردنظر نشان داده شده است. خروجی در پاسخ به ورودی $y(t)$ و

چه بیشتر تعداد تأخیرها در TDL، خطاهای مطلق و نسبی پیش‌بینی در مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش، کاهش معنی‌داری را نخواهند داشت. این m را به عنوان بُعد محاط بهینه برای سری زمانی آشوبی مورد مطالعه می‌توان در نظر گرفت اگر این عدم بهبود چشم‌گیر در کاهش خطاهای مطلق و نسبی پیش‌بینی برای چند بُعد متوالی بُعدی نیز باقی بماند، یعنی در بُعدهای متوالی بُعد از m ، عدم کاهش قابل توجه خطا و یا افزایش خطاهای مطلق و نسبی را داشته باشیم. آنگاه می‌توان ادعا کرد که دینامیک اصلی سیستم در فضای بُعد R^m می‌تواند بازسازی شود.

در ضمن با توجه به انتخاب تصادفی وزن‌های اولیه، برای اطمینان از صحت نتایج، به ازای هر مرتبه حافظه انتخابی، آموزش ۱۰۰ مرتبه اجرا شد که در هر آموزش، ۱۵۰ تکرار در نظر گرفته شده است. میانگین خطاهای مطلق و نسبی پیش‌بینی بدست آمده در هر مرحله، خطای مطلق و نسبی پیش‌بینی در بُعد m محسوب شده است.

الف- نتایج شبیه‌سازی‌ها با استفاده از روش مطرح‌شده در این بخش، عملکرد و کارایی شبکه ارائه‌شده روی سری‌های زمانی آشوبی لورنز و راسلر بررسی می‌شود. با توجه به شکل‌های ۸ و ۹، به ازای تعداد تأخیر (مرتبه حافظه) برابر با $m = 3$ و چند m بُعد از آن، دیگر کاهش قابل توجهی در خطاهای مطلق و نسبی پیش‌بینی بر روی مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش دیده نمی‌شود بنابراین $m=3$ ، به عنوان بُعد محاط بهینه انتخاب می‌شود.

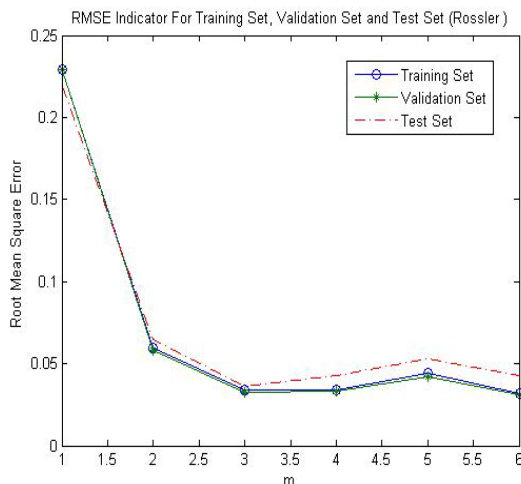


شکل (۸): نمایش خطای مطلق پیش‌بینی برای داده‌های مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش سری زمانی آشوبی لورنز به ازای مرتبه حافظه‌های متفاوت TDL

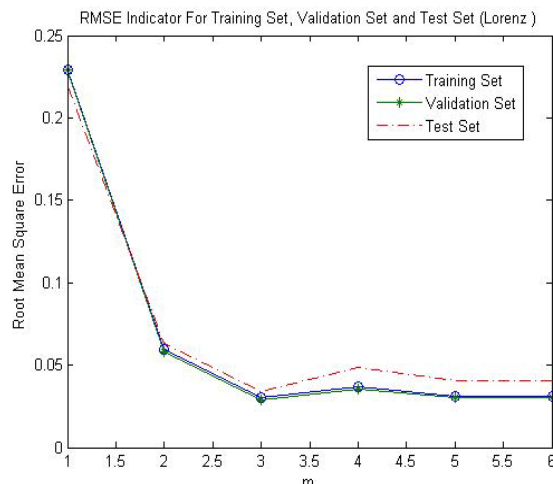
اگر سیستم بازسازی شده با سیستم اصلی معادل باشند، باید بتوان از تابع $R^1 \rightarrow R^m$: g برای دوباره تولید کردن اندازه‌های اصلی $y(t)$ استفاده کرد. یادگیری این نگاشت پیش‌گویانه غیرخطی، مهم‌ترین وظیفه موردنظر برای شبکه عصبی مطرح شده می‌باشد. در این راستا بعد از انجام دادن آزمایش‌های مختلف با تعداد متفاوت نورون‌های لایه مخفی، از یک شبکه عصبی دو لایه استفاده شده است که در لایه‌ی اول ۵ نورون با تابع فعالیت تانژانت هیپربولیک و یک خط تأخیر زمانی با مرتبه حافظه m وجود دارد و در لایه دوم یک نورون با تابع فعالیت خطی قرار داده شده است به منظور پیش‌پردازش داده‌ها، سری زمانی موردنظر در فضای [۱۱] نرمالیزه می‌شود. از ۴۰۰۰ داده مربوط به هر یک از سری‌های زمانی آشوبی، ۲۴۰۰ داده اول به عنوان مجموعه آموزش و ۸۰۰ داده بعدی به عنوان مجموعه برآورد و ۸۰۰ داده سوم به عنوان مجموعه آزمایش در نظر گرفته می‌شوند.

خط تأخیر زمانی TDL به منظور تولید بردارهای تأخیر $Y_i(t)$ ، بوسیله اندازه‌های $y(t)$ مربوط به سری زمانی موردنظر، تغذیه می‌شود. بسته به مرتبه حافظه انتخابی برای TDL (m)، بردارهای تأخیر با ابعاد متفاوتی را می‌توان تشکیل داد و موردبررسی قرار داد. در این مقاله مرتبه حافظه TDL، از ۱ تا ۶ تغییر داده می‌شود، بنابراین با انتخاب هر m ، بردارهای تأخیری با ابعاد متفاوت به ازای هر $y(t)$ در ورودی شبکه خواهیم داشت و زمان تأخیر τ در خط تأخیر زمانی TDL، با توجه به نتایج روش AMI عنوان شده در بخش (ج)، انتخاب می‌شود. ما از روش پس انتشار خطا لونیبرگ-مارکوآرت^۱ برای آموزش شبکه عصبی مطرح شده استفاده کردیم، که در این روش مقادیر وزن‌ها و بایاس‌ها مطابق با روش بهینه‌سازی لونیبرگ-مارکوآرت به روز می‌شوند [۱۴]. یکی از خصوصیت‌های شبکه‌های FTDNN این است که برای محاسبه گرادیان شبکه به روش پس انتشار دینامیکی نیازی نیست و این بدان علت است که خط تأخیر زمانی TDL تنها در ورودی و لایه اول شبکه ظاهر می‌شود و شبکه فاقد حلقه فیدبک می‌باشد، باید متذکر شد که این شبکه سریع‌تر از دیگر شبکه‌های عصبی دینامیکی آموزش می‌بیند.

در شبکه ارائه‌شده، به ازای هر $y(t)$ بعد از گذشت از خط تأخیر زمانی TDL، بردار تأخیر مربوطه را در ورودی شبکه مطابق با رابطه (۲) خواهیم داشت. بنابراین شبکه به ازای هر $y(t)$ ، با تشکیل بردار تأخیر m بُعدی، $y(t+1)$ را پیش‌بینی می‌کند. خطای پیش‌بینی بین مقادیر خروجی شبکه $\hat{y}(t+1)$ و مقدار واقعی $y(t+1)$ محاسبه می‌شود. مرتبه حافظه TDL (m) بین ۱ تا ۶ تغییر داده می‌شود و به ازای هر مرتبه از حافظه TDL، شبکه به نحو فوق‌الذکر آموزش دیده و در نهایت دو شاخص خطای مطلق و خطای نسبی بین هر خروجی شبکه و خروجی واقعی برای هر سه مجموعه آموزش و برآورد و آزمایش محاسبه می‌شوند. هنگامی که تعداد تأخیرها در TDL افزایش می‌یابد، میانگین خطای مطلق^۱ و خطای نسبی (جذر میانگین مربعات خطا^۱) پیش‌بینی کاهش می‌یابند ولی از یک جایی به بعد، دیگر با افزایش هر



شکل (۹): نمایش خطای نسبی پیش‌بینی برای داده‌های مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش سری زمانی آشوبی راسلر به ازای مرتبه حافظه‌های متفاوت TDL



شکل (۱۰): نمایش خطای نسبی پیش‌بینی برای داده‌های مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش سری زمانی آشوبی لورنز به ازای مرتبه حافظه‌های متفاوت TDL

۴- نتیجه‌گیری

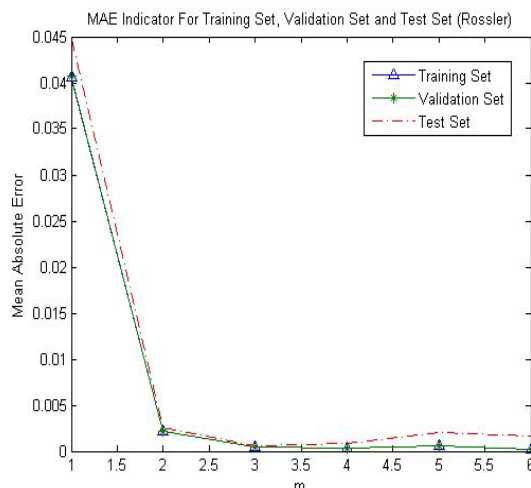
از آنجایی که بطور معمول ما تنها مشاهداتی اسکالر به شکل سری‌های زمانی آشوبی برگرفته از سیستم‌های دینامیکی غیرخطی پیچیده داریم، تخمین بُعد محاط مناسب به منظور بازسازی فضای حالت سیستم دینامیکی مورد نظر، به منظور شناخت و پیش‌بینی آینده اینگونه از سیستم‌ها، بسیار مهم می‌نمایند. از این رو در این مقاله سعی شده است که به کمک شبکه‌های عصبی مصنوعی تأخیر زمانی و با در نظر گرفتن نحوه تغییرات خطاهای مطلق و نسبی در پیش‌بینی اندازه مقدار آینده به کمک m مقدار قبلی، بُعد محاط بهینه تخمین زده شود. در این روش با تغییر m در یک بازه، هر بار خطاهای مطلق و نسبی پیش‌بینی مربوطه محاسبه شده و در نهایت m ای که در آن توقف کاهش معنی‌دار خطاها را به ازای چند بُعد متوالی بُعدتر نیز داریم به عنوان بُعد محاط بهینه در نظر گرفته می‌شود. مقایسه نتایج روش جدید مبتنی بر شبکه‌های عصبی تأخیر زمانی ارائه شده و روش متداول شمارش همسایه‌های کاذب نشان‌دهنده کارایی مؤثر و خوب این روش می‌باشد.

پی‌نوشت:

- 1- Time Delay
- 2- Embedding Dimension
- 3- Deterministic
- 4- False Nearest Neighbors
- 5- Attractor
- 6- Average Mutual Information
- 7- Focused Time Delay Neural Network
- 8- Tapped Delay Line
- 9- Levenberg-Marquardt
- 10- Mean Absolute Error
- 11- Root Mean Square Error

برای سری زمانی آشوبی راسلر نیز با توجه به شکل‌های ۱۰ و ۱۱، در مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش، تعداد تأخیری که بعد از آن، کاهش چشم‌گیر خطا متوقف می‌شود $m = 3$ می‌باشد که برای چند m بُعدتر نیز برقرار است، یعنی در m ‌های بعدی با عدم کاهش قابل توجه خطا و یا با افزایش خطا مواجه هستیم.

با توجه به نتایج این بخش روی دو سری زمانی آشوبی شناخته‌شده، کارایی مؤثر و خوب این روش در تعیین کمترین بُعد محاط مناسب به منظور بازسازی فضای حالت سری‌های زمانی آشوبی نشان داده شد.



شکل (۱۱): نمایش خطای مطلق پیش‌بینی برای داده‌های مجموعه‌های آموزش و برآورد و آزمایش سری زمانی آشوبی راسلر به ازای مرتبه حافظه‌های متفاوت TDL

مراجع

- [1] F.Takens, "Detecting strange attractors in turbulence", in: lecture notes in mathematics, Vol. 898, pp.366-400, 1981.
- [2] D.S.Broomhead, G.P.King, "Extracting qualitative dynamics from experimental data", Physica D, Vol. 20, pp. 217-236, 1986.
- [3] P.Grassberger, I.Procaccia, "Measuring the strangeness of strange attractors", Physica D, Vol. 9, pp.189-208, 1983.
- [4] N.Kennel, R.Brown, "Determining embedding dimension for phase space reconstruction using a geometrical construction", Physica Rev A, Vol. 45, No.6, pp.3403-3411, 1992.
- [5] Y.Manabe, B.Chakraborty, "A novel approach for estimation of optimal embedding parameters of nonlinear time series by structural learning of neural network", Neurocomputing 70, pp.1360-1371, 2007.
- [6] H.Abarbanel, R.Brown, "Analysis of observed chaotic data in physical systems", The american physical society, pp.1346-1350, 1993.
- [7] H.Kantz, T.Scheriber, "Nonlinear time series analysis", Cambridge University Press, pp.29-37, 1997.
- [8] A.M.Fraser, H.L.Swinney, "Independent coordinates for strange attractors from mutual information", Physical Review A, Vol.33, No.2, pp.1134-1140, 1986.
- [9] H.Abarbanel, "Analysis of observed chaotic data", Springer, pp.39-67, 1996.
- [10] A.Waibel, T.Hanzawa, "Phoneme recognition using time-delay neural network", IEEE Trans on ASS, Vol. 37, No.3 pp.328-339, 1989.
- [11] Y.J.Cao, Q.H.Wu, "A note on stability of analog neural network with time delays", IEEE Trans. Neural Network 7, pp.1533-1535, 1996.
- [12] H.Lu, "On stability of nonlinear continuous-time neural networks with delays", Neural Network Vol.13, No.10, pp.1135-1143, 2000.
- [13] J.Peng, H.Qiao, "A new approach to stability of neural networks with time-varying delays", Neural Network Vol.13, No.10, pp.95-103, 2002.
- [14] M.T.Hagan and M.Menhaj, "Training feed-forward networks with the marguardt algorithm", IEEE Trans on Neural Networks, Vol.5, No.6, pp.989-993, 1999.

رزومه



- مریم پری ننگنه لیسانس مهندسی برق الکترونیک و کارشناسی ارشد برق کنترل را از دانشگاه آزاد نجف آباد در سالهای ۱۳۸۴ و ۱۳۸۶ اخذ کرده است. زمینه اصلی علایق وی سیستم‌های هوشمند، سیستم‌های آشوبی و آنالیز سری‌های زمانی آشوبی می‌باشد.



- محمد عطایی لیسانس مهندسی برق را از دانشگاه صنعتی اصفهان و کارشناسی ارشد را از دانشگاه علم و صنعت تهران در سالهای ۱۳۷۲ و ۱۳۷۵ اخذ کرده است و دکترای خود را در سال ۱۳۸۲ در دانشگاه خواجه نصیرطوسی با انجام پروژه مشترکی با دانشگاه برمن آلمان به پایان رساند. از سال ۱۳۸۲ به عضویت هیأت علمی دانشکده برق دانشگاه اصفهان درآمد. زمینه اصلی تخصصی وی تئوری کنترل و کاربرد آن، سیستم‌های آشوبی و سری‌های زمانی آشوبی می‌باشد.



- پیمان معلم در سال ۱۳۷۰ مدرک کارشناسی مهندسی الکترونیک خود را از دانشگاه صنعتی اصفهان و در سال ۱۳۷۴ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی الکترونیک خود را از دانشگاه صنعتی امیرکبیر دریافت نمود. نامبرده در سال ۱۳۸۲ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی برق از دانشگاه صنعتی امیرکبیر گردید. دکتر معلم از سال ۱۳۸۲ به عنوان استادیار گروه مهندسی برق دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه اصفهان مشغول به فعالیت گردید. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده متنوع بوده و شامل موضوعاتی مانند شبکه‌های عصبی، پردازش تصاویر، طراحی مدارات مجتمع و پردازش هوشمند سیگنال‌ها می‌باشد. اجرای بیش از ۱۵ پروژه کاربردی و تألیف بیش از ۱۰۰ مقاله در فعالیتهای پژوهشی ایشان دیده می‌شود.