

# تحلیل فیلترهای شامل رزوناتورهای دی الکترونیک با استفاده از روش انگرال کانتور مالتی مد<sup>۱</sup>

سید علی هاشمی<sup>۱</sup>، علی بنائی<sup>۲</sup>

۱- دانشکده مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر محلسی - اصفهان- ایران

۲- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه صنعتی شریف - تهران- ایران

## چکیده

روش انگرال کانتور (CI) برای تحلیل مدارات موجبری صفحه-H که با دی الکترونیک ناهمگن پرشده‌اند، نظریه‌آنهایی که حاوی تیرک<sup>۲</sup>‌های دی الکترونیک هستند، تعمیم داده می‌شود. بدین منظور روش انگرال کانتور مالتی مد (MCI) که اثر مدهای مرتبه بالاتر TE<sub>n0</sub> را در نظر می‌گیرد، معرفی می‌شود. برای کاهش هزینه‌های محاسباتی یک روش هیبریدی براساس تکنیک‌های MCI و تطبیق مدل ارائه می‌نماییم. دقت روش را با مقایسه‌ای که بین نتایج آن و نتایج گزارش شده در مقالات انجام می‌دهیم، ارزیابی می‌کنیم.

## کلمات کلیدی

انگرال کانتور، تیرک دی الکترونیک، ناپیوستگی صفحه-H

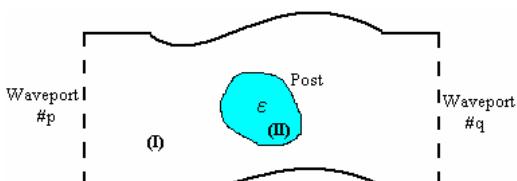
## ۱- مقدمه

(چند تکه) تعمیم می‌دهیم، روش CI اثر مدهای مرتبه بالاتر را که بواسطه ناپیوستگی تحریک شده‌اند، در نظر نمی‌گیرد و این یک ایراد برای آن محسوس می‌شود<sup>[۲,۴]</sup>. برای حل این مشکل، روش MCI را معرفی می‌کیم. همچنین برای کاهش هزینه‌های محاسباتی در تحلیل مدارهای پیچیده، یک روش هیبریدی کارآمد بر مبنای تکنیک‌های MCI و تطبیق مدل<sup>۳</sup> ارائه می‌شود. این روش براساس قسمت بندی<sup>۴</sup> و تقسیم ساختار به بلوکهای اصلی است. ماتریس پراکندگی کلی<sup>۵</sup> (GSM) مدار را می‌توان با اتصال زنجیره‌ای این بلوکها به دست آورد.

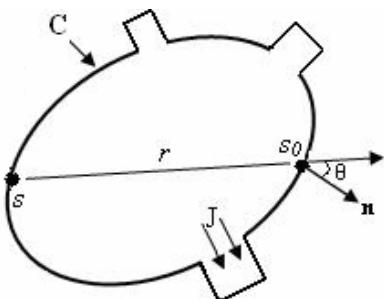
در بخش ۲ تشریح می‌کنیم. در بخش ۳، روش MCI معرفی می‌شود. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی شده را تهیه کرده و در نهایت بخش ۵ به جمع‌بندی مطالب می‌پردازد.

روش انگرال کانتور یکی از روش‌های تحلیل مدارهای صفحه‌ای است که توسط یک محقق ژاپنی بنام Okoshi در دهه ۱۹۷۰ معرفی شد [۱-۵] این روش همچنین قادر به تحلیل هرگونه ناپیوستگی صفحه-H در موجبرهای مستطیلی است [۲,۴,۵] در این روش اگر ناحیه مورد تحلیل همگن باشد، کافیست تنها روی مرز پیرامونی (کانتور) آن، زیردهانه‌هایی ( نقاط نمونه) تعیین کرده و محاسبات را انجام داد. بنابراین می‌توان حل مسئله را با یک بعد کمتر ادامه داد و در نتیجه در مقایسه با روش‌های سه بعدی مانند روش المانهای محدود، روش CI نیازمند حافظه کامپیوتری کمتری است.

در این مقاله ما روش CI را به مدارات موجبری چند محیطه<sup>۶</sup>



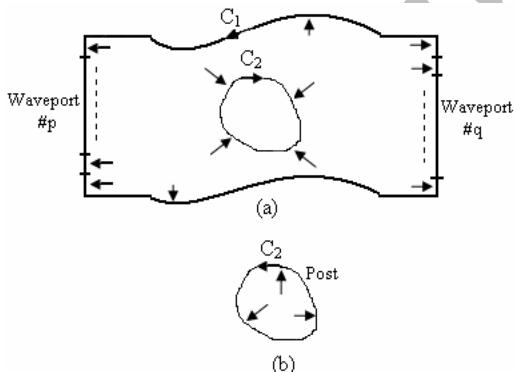
شکل(۱) نمای بالای مدار موجبری صفحه-H چند محیط



شکل(۲) نمادهای استفاده شده در معادله (۲)

علامت منفی در شرط مرزی جریان ناشی از آن است که جهت جریان خارج شونده در دو ناحیه مجاور، مخالف یکدیگر است. این نکته در شکل(۳) به تصویر کشیده شده است. هدف اصلی در روش CI، تعیین ارتباط بین ولتاژ و جریان روی دهانه‌های موجبری است. یعنی ارتباط بین  $(V^p)$  و  $(V^q)$  با  $(I^p)$  و  $(I^q)$ . بنابراین از معادله (۵) بدست می‌آوریم که:

$$(V^{Post}) = -[U_{II}]^{-1} [H_{II}] (I^{Post}) = -[Z^{Post}] (I^{Post}) \quad (V)$$



شکل(۳) جهت جریان در زیردهانه‌های روی مرز نواحی I و II

معادله (۴) نتیجه می‌دهد که:  $[Z^{Post}]$  ماتریس امپدانس تیرک است. جایگذاری معادله (۷) در

$$\begin{pmatrix} (I^p) \\ (I^q) \\ (I^{Post}) \\ (I^{sc}) \end{pmatrix} = [Y_I] \begin{pmatrix} (V^p) \\ (V^q) \\ (V^{Post}) \\ (0) \end{pmatrix} - [Z^{Post}] (I^{Post}) \quad (8)$$

## ۲- تحلیل مسائل چند محیط

در مدارهای چند محیط، روش‌های مرزی نیازمند به تشکیل معادلاتی برای هر زیرناحیه همگن ساخته شده توسط یک محیط می‌باشند. هندسه کلی ساختار در شکل(۱) نشان داده شده است. نواحی I و II زیرناحی همگن هستند. پس می‌توان معادله هلم هولتز را در هر ناحیه نوشت:

$$(\nabla_T)^2 + k_i^2 V = 0 \quad ; \quad k_i^2 = \omega^2 \mu \epsilon_i \quad (1)$$

$k_i$  عدد موج در نواحی مختلف است.

در [۱] نشان داده شده است که با استفاده از راه حل وبر، ولتاژ RF در نقطه‌ای روی کانتور به صورت زیر داده می‌شود:

$$j2V(s) = \oint_C [k \cos \theta H_1^{(2)}(kr) V(s_0) - j\omega \mu b H_0^{(2)}(kr) J(s_0)] ds_0 \quad (2)$$

در این معادله  $H_0^{(2)}$  و  $H_1^{(2)}$  توابع هنکل مرتبه صفرم و مرتبه اول نوع دوم می‌باشند.  $J$  چگالی جریان جاری به قسمت بیرون درامتداد کانتور و  $b$  ارتفاع مدار است. متغیر  $r$  فاصله بین نقاط  $s$  و  $s_0$  است و  $\theta$  زاویه بین امتداد خط واصل نقاط  $s$  و  $s_0$  و عمود بر کانتور در نقطه  $s_0$  می‌باشد. این کمیات در شکل(۲) نشان داده شده است.

حل عددی معادله (۲) به معادله ماتریسی زیر منجر می‌شود:

$$[U](V) = [H](I) \quad (3)$$

که در آن بردار (I) اشاره به جریان خارج شونده از زیردهانه‌ها دارد.

بازنویسی معادله (۳) در ناحیه I می‌دهد:

$$[U_I] \begin{pmatrix} (V^p) \\ (V^q) \\ (V^{Post}) \\ (0) \end{pmatrix} = [H_I] \begin{pmatrix} (I^p) \\ (I^q) \\ (I^{Post}) \\ (I^{sc}) \end{pmatrix}; \text{on } C_1 + C_2 \quad (4)$$

که در آن بالانویس‌های  $p$ ,  $q$ ,  $Post$  و  $sc$  به ترتیب مشخص کننده زیردهانه‌های مستقر روی دهانه‌های موجبری  $#p$  و  $#q$ ، مرزتیرک، و بخش‌های اتصال کوتاه کانتور می‌باشند.

با روش مشابه، برای ناحیه II نیز می‌توان نوشت:

$$[U_{II}] (V_{II}^{Post}) = [H_{II}] (I_{II}^{Post}); \text{on } C_2 \quad (5)$$

شرط مرزی ولتاژ و جریان روی فصل مشترک دو ناحیه به صورت زیر است:

$$(V_{II}^{Post}) = (V_I^{Post}) = (V^{Post}); \quad (6)$$

$$(I_{II}^{Post}) = -(I_I^{Post}) = -(I^{Post})$$

روش CI "تک مد" تعامل مدهای مرتبه بالاتر را که بواسطه حضور ناپیوستگی تحریک شده‌اند، در نظر نمی‌گیرد [۲] لذا نمی‌توان روش CI را در تکنیک زنجیره‌سازی به کار برد. بنابراین روش انتگرال کانتور مالتی مد (MCI) را معرفی می‌کنیم [۵]. در این روش، M مد اول TE<sub>n0</sub> را روی صفحه مرجع در نظر می‌گیریم. ولتاژ و جریان هر زیردهانه را می‌توان به صورت ترکیب خطی از ولتاژها و جریان‌های مدهای مختلف نوشت:

$$\begin{pmatrix} V^S \\ \vdots \\ V_M^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1^S \\ \vdots \\ V_M^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11}V_1 + \dots + \alpha_{1M}V_M \\ \vdots \\ \alpha_{M1}V_1 + \dots + \alpha_{MM}V_M \end{pmatrix} = [\alpha](V) \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} I^S \\ \vdots \\ I_M^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^S \\ \vdots \\ I_M^S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_{11}I_1 + \dots + \beta_{1M}I_M \\ \vdots \\ \beta_{M1}I_1 + \dots + \beta_{MM}I_M \end{pmatrix} = [\beta](I) \quad (14)$$

که در آن  $V_n$  و  $I_n$  ولتاژ و جریان مد TE<sub>n0</sub> بوده، ...,  $(n=1, \dots, M)$  و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} V_n &= \frac{1}{a/n} \int_0^{a/n} V_{pn} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) dx \\ I_n &= \int_0^{a/n} J_{pn} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) dx \end{aligned} \quad (15)$$

TE<sub>n0</sub> و  $J_{pn}$  ماکریتم ولتاژ و ماکریتم چگالی جریان مد هستند. درایه‌های ماتریسهای ضرایب  $[\alpha]$  و  $[\beta]$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} &= \frac{M}{n} \sin\left(\frac{2m-1}{2M}n\pi\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2M}\right) \\ \beta_{mn} &= \sin\left(\frac{2m-1}{2M}n\pi\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2M}\right) \\ m, n &= 1, \dots, M \end{aligned} \quad (16)$$

روی صفحات مرجع، مدهای مرتبه بالاتر میرا شونده<sup>۸</sup> بوده و فقط مد غالب TE<sub>n0</sub> منتشر می‌شود. پس می‌توان فرض کرد که مدهای مرتبه بالاتر به امپدانس موجبری خود ختم شده‌اند [۲]

$$Z_{n0} = \frac{V_n}{I_n} = j 120\pi \frac{b}{a/n} \frac{1}{\sqrt{(n\lambda/2a)^2 - 1}} \quad (17)$$

با فرایندی شبیه به آنچه که در روش CI تک مد استفاده می‌شود، GMS مدار بدست می‌آید که حاوی اثر مدهای مرتبه بالاتر نیز هست.

که در آن  $[Y_I]$  ماتریس ادمیتانس ناحیه I است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[Y_I] = [H_I]^{-1} [U_I] \quad (18)$$

ماتریس  $[Y_I]$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$[Y_I] = \left[ \begin{array}{ccc} \left[ Y_I^{p,p} \right] & \left[ Y_I^{p,q} \right] & \left[ Y_I^{p,Post} \right] \\ \left[ Y_I^{q,p} \right] & \left[ Y_I^{q,q} \right] & \left[ Y_I^{q,Post} \right] \\ \hline \left[ Y_I^{Post,p} \right] & \left[ Y_I^{Post,q} \right] & \left[ Y_I^{Post,Post} \right] \end{array} \right] \quad (19)$$

اندازه زیر ماتریسهای  $[Y_I]$  بستگی به تعداد زیردهانه‌ها روی دهانه‌های موجبری و پیرامون تیرک دی الکتریک دارد. در نهایت و با استفاده از این زیر ماتریسهای روابط نهائی ولتاژ-جریان بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} (I^p) &= \left\{ \left[ Y_I^{p,p} \right] - [C^p][A][Y_I^{Post,p}] \right\} \\ (V^p) &+ \left\{ \left[ Y_I^{p,q} \right] - [C^p][A][Y_I^{Post,q}] \right\} (V^q) \\ (I^q) &= \left\{ \left[ Y_I^{q,p} \right] - [C^q][A][Y_I^{Post,p}] \right\} (V^p) + \\ &\quad \left\{ \left[ Y_I^{q,q} \right] - [C^q][A][Y_I^{Post,q}] \right\} (V^q) \end{aligned} \quad (20)$$

که در آن :

$$\begin{aligned} [C^p] &= \left[ Y_I^{p,Post} \right] \left[ Z^{Post} \right]; \quad [C^q] = \left[ Y_I^{q,Post} \right] \left[ Z^{Post} \right] \\ [A] &= \left\{ [E] + \left[ C^{Post} \right] \right\}^{-1} \\ [E] &= \text{unit matrix}; \quad [C^{Post}] = \left[ Y_I^{Post,Post} \right] \left[ Z^{Post} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

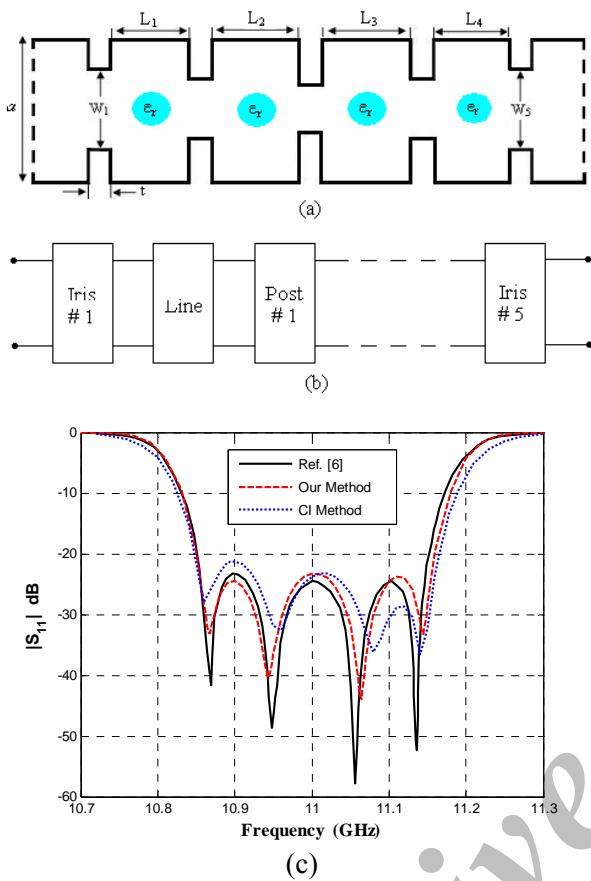
با استفاده از معادله (20)، یافتن سایر مشخصات مداری نظیر ماتریس امپدانس یا ماتریس پراکندگی آسان خواهد بود.

### ۳- روش انتگرال کانتور مالتی مد (MCI)

کاربرد روش CI در تحلیل مدارهای موجبری بزرگ نیازمند زیردهانه‌های زیادی است. این باعث افزایش اندازه ماتریسهای و در نتیجه زمان اجرای کامپیوتوری می‌شود. علاوه بر این امکان وجود تکینگی در ماتریسها را افزایش می‌دهد.

در این موارد، معمولاً مدار را به بلوکهای سازنده پشت سرهم تقسیم کرده و هر بلوک را بطور مجزا تحلیل می‌نماییم. GMS کل مدار با زنجیره‌سازی ماتریس پراکندگی این بلوکها بدست می‌آید. اما

قابل قبولی بین نتایج وجود دارد.



شکل (۴) فیلتر میانگذر در موجر مستطیلی WR-75 با تیرکهای دیالکتریک ( $\epsilon_r=24$ )

(a) شکل و ابعاد مدار (برحسب میلیمتر)

$$\begin{aligned} t &= 2, W_1 = W_5 = 13.37, W_2 = W_4 = 6.286, W_3 = 6.1 \\ L_1 = L_4 &= 6.98, L_2 = L_3 = 8.28, r_1 = r_4 = 2.111, r_2 = r_3 = 2.172 \end{aligned}$$

(b) بلوکهای سازنده مدار

(c) اندازه پارامتر  $S_{11}$  فیلتر

## ۵- جمع‌بندی

روش CI برای تحلیل مدارات موجبری با دیالکتریک ناهمگن تعیین داده شد. روش انتگرال کانتور مالتی مد (MCI) که اثر مدهای مرتبه بالاتر TE<sub>n0</sub> را در نظر می‌گیرد و همچنین یک روش هیبرید جدید، مرکب از روش MCI و تکنیک تطبیق مده، برای تحلیل مدارهای موجبری صفحه-H شامل تیرکهای دیالکتریک معرفی شد. اعتبار و دقیقت روش هیبرید را با مقایسه‌ای که بین نتایج آن و نتایج گزارش شده در مقالات انجام شد، ارزیابی کردیم.

واضح است که روش MCI نیازمند حافظه کامپیوتری زیادی برای تحلیل ساختارهای پیچیده است. برای کاهش هزینه‌های محاسباتی، روش MCI را با تکنیک تطبیق مده ترکیب کرده و یک روش هیبرید کارآمدتر بدست می‌آوریم. اصول کار بر مبنای قسمت بندی مدار به بلوکهای کلیدی سازنده می‌باشد. سپس بلوکهای حاوی ناپیوستگیهای با اشکال نامنظم یا شرایط مرزی پیچیده را با روش MCI تحلیل کرده و سایر بلوکها را با تکنیک تطبیق مده تحلیل می‌نماییم. درنهایت GSM کل مدار با زنجیره‌سازی این بلوکها بدست می‌آید.

## ۶- نتایج شبیه‌سازی شده

در اولین مثال، یک فیلتر میانگذر موجبری با تزویج مستقیم بین تیرکهای دیالکتریک تحلیل شده است. ما نتایج شبیه‌سازی را با نتایج گزارش شده در [۶] مقایسه می‌کنیم. شکل (۴-۳) ساختار فیلتر مورد نظر را نشان می‌دهد. برای تحلیل مدار با روش CI، مرز هر تیرک را به ۱۸۰ زیردهانه تقسیم کرده و تعداد کل زیردهانه‌ها را ۹۴۰ انتخاب می‌کنیم. مدار را با نرمافزار MATLAB روی یک کامپیوتر P4 با CPU 2.4 GHz Celeron تحلیل کردیم. مدت زمان تحلیل برای هر فرکانس نمونه ۳۶ ثانیه شد. سپس همین فیلتر را با روش هیبرید مورد نظرمان تحلیل کردیم. برای اینکار ابتدا مدار را به بلوکهای سازنده، همانند شکل (۴-۳)، تقسیم می‌کنیم. بلوکهای حاوی تیرک دیالکتریک را با روش MCI و بلوکهای حاوی دیافراگم<sup>۹</sup> را با تکنیک تطبیق مده تحلیل می‌نماییم. نتایج شبیه‌سازیها در شکل (۴-۳) ترسیم شده است. ملاحظه می‌شود که روش هیبرید نتایج دقیقتری ارائه می‌دهد. مزایای دیگر روش هیبرید در مقایسه با روش CI ناشی از کوچکتر شدن اندازه ماتریسها است. تعداد زیردهانه‌ها در بلوکهای حاوی تیرک که با روش MCI تحلیل می‌شوند ۲۲۰ می‌باشد. این کوچک شدن موجب استفاده کمتر از حافظه شده و سرعت محاسبات را ۵ بار بیشتر می‌کند. همچنین ماتریسهای با شرایط بهتری ایجاد می‌شوند به قسمی که عدد شرطی متقابل  $^{10}$  از مرتبه  $^{10^{-3}}$  به مرتبه  $^{10^{-4}}$  برابر باشد. این باعث کاهش بروز تکینگی در ماتریسها می‌شود.

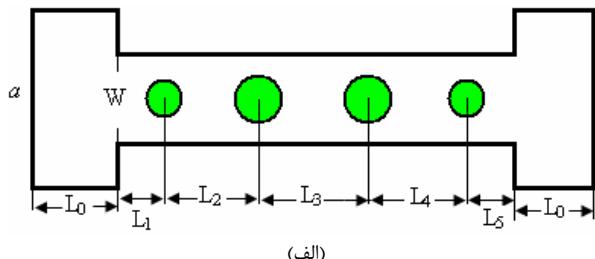
در مثال دوم، یک فیلتر میانگذر موجبری صفحه-H مد میرا<sup>۱۱</sup> حاوی رزوناتورهای دیالکتریک<sup>۱۲</sup> (DR) تحلیل شده است. شکل (۵-۵) ساختار مدار را نشان می‌دهد. ارتفاع کل مدار ۹/۵۲۵ میلیمتر و عرض موجبرهای ورودی و خروجی ۱۹/۰۵ میلیمتر می‌باشد (استاندارد WR-75). شبیه به مثال اول، مدار را به بلوکهای سازنده تقسیم می‌کنیم. بلوکهای حاوی DR با روش MCI تحلیل شده و بلوکهای حاوی پله‌های موجبری با تکنیک تطبیق مده تحلیل شوند. نتایج روش ما در مقایسه با نتایج گزارش شده در مرجع [۷]، در شکل (۵-۵) ترسیم شده‌اند. ملاحظه می‌شود که تطابق

C. Bachiller, H. Esteban, V.E. Boria, J.V. Morro, L.J. Rogla, M. Taroncher, and A. Belenguer , “Efficient CAD tool of direct-coupled-cavities filters with dielectric resonators,” 2005 IEEE AP-S, vol. 1B, pp. 578-581.

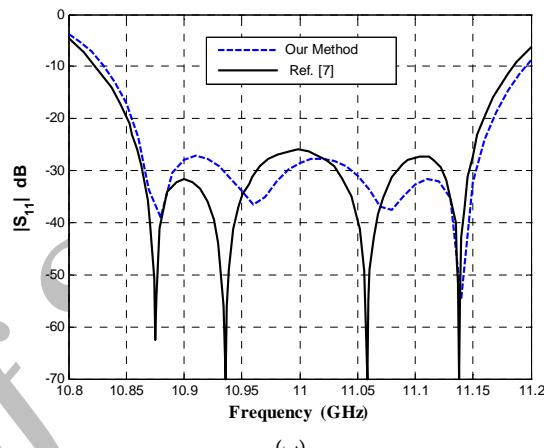
C. Bachiller, H. Esteban, V. E. Boria, J. V. Morro, M. Taroncher, and B. Gimeno , “ CAD of evanescent mode waveguide filters with circular dielectric resonators ” 2006 IEEE AP-S, pp. 1567-1570.

[۶]

[۷]



(الف)



(ب)

شکل(۵) فیلتر میانگذر موجبری نوع مد میرا شونده با رزوناتورهای دی الکتریک ( $\epsilon_r=24$ )

(الف) شکل و ابعاد مدار (بر حسب میلیمتر)

$a=19.05$  ,  $W=8$  ,  $L_1=L_5=2.4179$  ,  $L_2=L_4=10.182$  ,  $L_3=10.9919$

: شعاع رزوناتورهای دی الکتریک  $r_1=r_4=0.777$  ,  $r_2=r_3=2.169$

(ب) اندازه پارامتر  $S_{11}$  فیلتر

## ۷- پی‌نوشتها

۱- Multimode Contour Integral

۲- Post

۳- Multi Media

۴- Mode Matching

۵- Segmentation

۶- Generalized Scattering Matrix

۷- Wave Ports

۸- Evanescent

۹- Iris

۱۰- Reciprocal Condition Number

۱۱- H-plane Evanescent Mode Waveguide Filter

۱۲- Dielectric Resonator

## ۶- مراجع

T. Okoshi, Planar “Circuits for Microwaves and Lightwaves”. Springer-Verlag, 1985. [۱]

T. Okoshi, Planar “Circuits for Microwaves and Lightwaves”. Springer-Verlag, 1985. [۲]

T. Okoshi and S. Kitazawa, “Computer analysis of short boundary planar circuits ” IEEE Trans. MTT-23, no. 3, March 1975. [۳]

T. Itoh, Ed ., “ Numerical Techniques for Microwave and Millimeter - Wave Passive Structures ”. Wiley, 1989. [۴]

علی هاشمی، علی بنائی، ” تعمیم روش انتگرال کانتور برای احتساب مدهای مرتبه بالاتر در تحلیل ناپیوستگیهای موجبری، ” مجموعه مقالات پانزدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران ICEE2007، اردیبهشت ۱۳۸۶ (در حال چاپ).