

## آشکارسازهای شبه بهینه با خاصیت CFAR در کلاتر شبه گوسی

امیر زعیب باشی نصرت آبادی<sup>۱</sup>، محمدرضا تابان<sup>۲</sup>، روزبه واحدی پور<sup>۳</sup>  
۱- پژوهشکده برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی اصفهان، a.zaimbashi@gmail.com  
۲- استادیار دانشگاه یزد، mrtaban@yazduni.ac.ir  
۳- پژوهشکده برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی اصفهان، rvahedipour@ec.iut.ac.ir

### چکیده

در این مقاله دو روش کلی، روش های متکی بر آشکارسازهای مهندسی و روش های متکی بر آشکارسازهای شبه بهینه، برای رسیدن به آشکارسازهای CFAR معرفی و مقایسه شده است و بر اساس روش های متکی بر آشکارسازی شبه بهینه در کلاتر با توزیع K آشکارساز GLRT-MAP بدست آمده و عملکردش از لحاظ خاصیت CFAR و احتمال آشکارسازی با آشکارساز GLRT-LQ مقایسه شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهند، آشکارساز GLRT-LQ یک آشکارساز با خاصیت CFAR نسبت به پارامتر های کلاتر بوده، ولی نسبت به تغییرات در همبستگی ماتریس کواریانس کلاتر دارای خاصیت CFAR نمی باشد، در حالیکه آشکارساز پیشنهادی GLRT-MAP با ساختاری پیچیده تر نسبت به آشکارساز GLRT-LQ، یک آشکارساز کاملاً CFAR می باشد.

### واژه های کلیدی

آشکارسازی اتوماتیک، CFAR، کلاتر غیر گوسی، احتمال هشدار غلط و هدف با تموج سریع

### ۱- مقدمه

مستقل از پارامتر های کلاتر گردد. آشکارسازهای بر این مبنا را آشکارسازهای مهندسی می گویند.

(۲) روی تابع درستنمایی در آشکارساز بهینه تمرکز نموده و تلاش نماییم آماره ای بدست آورده که مستقل از پارامتر های کلاتر گردد. در این صورت می توان با آستانه ثابت به آشکارسازی پرداخت. آشکارسازهای بر این اساس را آشکارسازهای شبه بهینه گویند.

در شکل (۱) ساختار کلی و عملی آشکارسازهای مهندسی را نشان می دهد که این آشکارسازها از لحاظ ساخت ساده بوده ولی از انجایی که بر اساس معیار بهینه ای طراحی نمی شود و تنها معیار ساخت در آنها در نظر گرفته می شود، برای سیگنال به کلاترهای کم مناسب نمی باشند. بطور مثال در شکل (۲) منحنی احتمال آشکارسازی (PD) بر حسب سیگنال به کلاتر (SCR) برای آشکارساز مهندسی CA-CFAR در شرایط همگن آورده شده است. همانطور که از این شکل نیز مشاهده می شود تنها به ازای  $SCR > 10dB$ ،

آشکارسازی اتوماتیک اهداف راداری، با توجه به نا ایستاد بودن شرایط محیطی، همراه با ثابت نگه داشتن نرخ هشدار غلط (CFAR)، یک امر ضروری می باشد. اگر چه در آشکارسازی بر اساس معیار بهینه نیمین پیرونی  $NP$ <sup>۱</sup>، آستانه آشکارسازی را بسته به مقدار احتمال هشدار غلط ( $p_{fa}$ ) مطلوب تنظیم نموده و هدف رسیدن به احتمال آشکارسازی ماکزیمم است [۱]، ولی باید از این نکته نیز غافل نبود که در آشکارسازی بر اساس معیار  $NP$  پارامتر های کلاتر معلوم فرض می شوند، در حالی که در عمل این پارامتر ها نامعلوم می باشند. در حالت کلی برای داشتن آشکارسازهایی با نرخ هشدار غلط ثابت می توان به یکی از دو روش زیر متوسل شد:

(۱) آشکارساز را معلوم فرض کرده (آشکارساز دامنه) و آستانه آشکارسازی را مطابق با توزیع کلاتر طوری بدست آورد، که  $p_{fa}$

## ۲- فرضیات و فرمول بندی مسئله

آشکارسازی سیگنال هدف، یک مسئله اساسی در یک سیستم رادار می باشد. موجی که توسط رادار دریافت می گردد شامل فرآیند تداخل است که در حالت وجود هدف، سیگنال هدف نیز به آن اضافه می شود. تداخل فرآیندی است که از ترکیب کلاتر و نویز سیستم بوجود می آید. منظور از آشکارسازی سیگنال رادار، تصمیم گیری در مورد وجود و یا عدم وجود سیگنال هدف در موج دریافتی است. برای افزایش کیفیت آشکارسازی در رادار، معمولاً از چند نمونه موج دریافتی برای آشکارسازی استفاده می شود. بنابراین در حالت کلی، ورودی یک آشکارساز رادار را می توان به صورت یک بردار  $m$  بعدی در نظر گرفت که عناصر آن  $m$  نمونه مختلط (آشکارسازی همدوس) موج دریافتی رادار هستند که بطور همزمان جهت آشکارسازی بکار می روند. به همان دلیل، فرآیند های تداخل و سیگنال در حالت کلی به صورت بردار های  $m$  بعدی هستند. اگر  $\underline{y}$ ,  $\underline{c}$ ,  $\underline{s}$  بترتیب بردارهای  $m$  بعدی سیگنالهای هدف، تداخل و موج دریافتی باشند، آشکارسازی سیگنال رادار، معادل با آزمون مدل دو فرضیه ای زیر می باشد:

$$\begin{cases} H_0 : \underline{y} = \underline{c} \\ H_1 : \underline{y} = \underline{c} + \underline{s} \end{cases} \quad (1)$$

که  $H_0$  و  $H_1$  بترتیب فرضیه های وجود و عدم وجود سیگنال هدف، در موج دریافتی هستند. بدین ترتیب اگر  $f_y(\underline{y} | H_0)$  و  $f_y(\underline{y} | H_1)$  به ترتیب تابع چگالی احتمال بردار دریافتی به شرط عدم وجود هدف و وجود هدف باشند، آزمون آشکارسازی بهینه را می توان به صورت زیر بیان نمود:

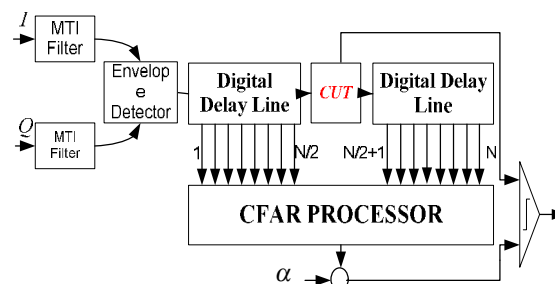
$$\Lambda(\underline{y}) = \begin{cases} H_1 & \text{if } \frac{f_y(\underline{y} | H_1)}{f_y(\underline{y} | H_0)} > T \\ H_0 & \text{if } \frac{f_y(\underline{y} | H_1)}{f_y(\underline{y} | H_0)} \leq T \end{cases} \quad (2)$$

که  $T$  سطح آستانه ثابتی است که توسط  $p_{fa}$  مطلوب تعیین می گردد و  $\Lambda(\underline{y})$  تابع درستنمایی<sup>۳</sup> می باشد. اگر در آزمون فرضیه (۱)، بردار سیگنال  $\underline{s}$  کاملاً معلوم باشد، آزمون آشکارسازی بهینه بر اساس معیار  $NP$  به صورت زیر در می آید:

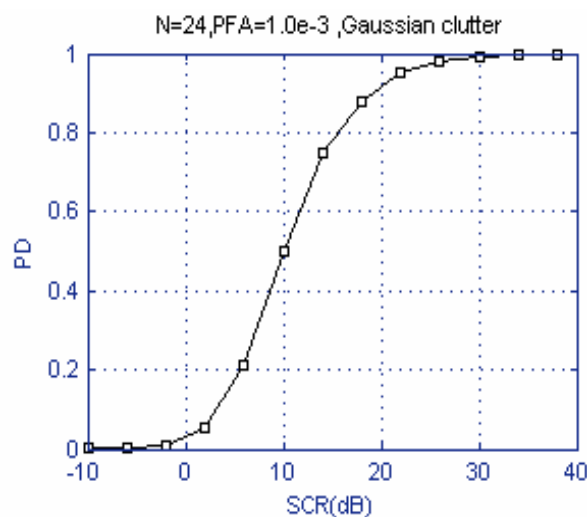
$$\Lambda(\underline{y}) = \begin{cases} H_1 & \text{if } \frac{f_{\underline{s}}(\underline{y} - \underline{s})}{f_{\underline{s}}(\underline{c})} > T \\ H_0 & \text{if } \frac{f_{\underline{s}}(\underline{y} - \underline{s})}{f_{\underline{s}}(\underline{c})} \leq T \end{cases} \quad (3)$$

که در آن  $f_{\underline{s}}(\underline{c})$ ، تابع چگالی احتمال بردار تداخل  $\underline{c}$  می باشد. در رادارهای با تفکیک پذیری بالا می توان کلاتر را به صورت یک فرآیند گوسی غیر همگن مدل نمود، بطوریکه توان آن یک متغیر تصادفی در نظر گرفته شود (مدل ترکیبی) [۶]. در این مقاله ما نیز از مدل ترکیبی کلاتر که به صورت رابطه (۴) می باشد،

PD بیشتر از ۰/۵ خواهد شد. در حالیکه آشکارسازهای بر مبنای روش دوم، آشکارسازهایی بهینه یا شبه بهینه بوده که در بهترین حالت به آشکارسازی با خاصیت UMPI<sup>۲</sup> می رسیم [۲] که این آشکارساز بهینه (در صورت وجود) در بین آشکارسازهای هم کلاس خود به ازای یک  $p_{fa}$  مشخص، دارای  $p_d$  ماکزیمم می باشد. از جمله آشکارسازهای شبه بهینه با خاصیت CFAR می توان به آشکارساز GLRT-LQ [۴و۳] و آشکارساز KellyGLRT [۵] اشاره نمود.



شکل ۱- ساختار کلی آشکارسازهای مهندسی CFAR



شکل ۲- عملکرد آشکارساز CA-CFAR در شرایط همگن

در این مقاله معیار بهینگی برای طراحی آشکارسازها را معیار  $NP$  در نظر گرفته و سعی داریم با تمرکز روی تابع درستنمایی، آماره های بدست آورده که مستقل از پارامترهای کلاتر گردد (خاصیت CFAR نسبت به پارامترهای کلاتر). بر این اساس در این مقاله ابتدا با روندی کاملاً متفاوت با [۳] آشکارساز GLRT-LQ را بدست آورده و چندین ویژگی مهم این آشکارساز را بیان نموده و سپس به معرفی آشکارساز دوم GLRT-MAP، با خاصیت کاملاً CFAR، و مقایسه عملکرد آن با آشکارساز GLRT-LQ می پردازیم.

استفاده می کنیم [۷]:

$$\underline{c} = \sqrt{\tau} \underline{x}_g \quad (۴)$$

که در رابطه فوق  $\underline{x}_g$  یک بردار گوسی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس نرمالیزه شده  $2M$  بوده که تابع چگالی آن به صورت زیر می باشد [۸]:

$$f_{\underline{x}_g}(\underline{x}) = \frac{1}{(2\pi)^m |M|} \exp \left\{ -\frac{\underline{x}^H M^{-1} \underline{x}}{2} \right\} \quad (۵)$$

که  $\tau$  یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال  $f_\tau(\tau)$  بوده که بیانگر توان محلی کلاتر در سلول تحت تست می باشد. در این صورت کواریانس شرطی و تابع چگالی احتمال توام بردار تداخل  $\underline{c}$  به ترتیب به صورت زیر در خواهند آمد [۹]:

$$E\{cc^H | \tau\} = 2\tau M \quad (۶)$$

$$f_{\underline{c}}(\underline{x}) = \int_0^\infty \frac{1}{(2\pi)^m |M| \tau^m} \exp \left\{ -\frac{\underline{x}^H M^{-1} \underline{x}}{2\tau} \right\} f_\tau(\tau) d\tau \quad (۷)$$

همان طور که از رابطه (۷) نیز مشخص است نوع و توزیع کلاتر (K یا ویبول) توسط تابع  $f_\tau(\tau)$  تعیین می گردد. با جایگزین نمودن رابطه (۷) در (۳) آشکار ساز بهینه در حالت سیگنال معلوم به صورت زیر در می آید:

$$\int_0^\infty \frac{1}{\tau^m |M|} \exp \left( -\frac{q_1(\underline{y})}{2\tau} \right) f_\tau(\tau) d\tau \quad \begin{matrix} > \\ T \end{matrix} \quad (۸)$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{\tau^m |M|} \exp \left( -\frac{q_0(\underline{y})}{2\tau} \right) f_\tau(\tau) d\tau \quad \begin{matrix} < \\ H_0 \end{matrix}$$

که:

$$q_0(\underline{y}) = \underline{y}^H M^{-1} \underline{y} \quad (۹-الف)$$

$$q_1(\underline{y}) = q_0(\underline{y} - \underline{s}) \quad (۹-ب)$$

می باشند. با توجه به رابطه (۸)، یکی از مراحل تحقق آشکار ساز بهینه حل عددی انتگرال نسبت به  $\tau$  می باشد. با توجه به اینکه بار محاسباتی این انتگرالگیری بسیار بالا می باشد، تحقق آشکار ساز بهینه در عمل ناممکن خواهد بود. بنابراین باید از آشکار سازهای شبه بهینه استفاده نمود. در ادامه به نحوه بدست آوردن آشکار سازهای شبه بهینه با خاصیت CFAR می پردازیم.

### ۳- آشکار سازهای شبه بهینه با خاصیت CFAR

در این قسمت سعی داریم با تمرکز روی تابع در دستمای و جایگزین نمودن پارامترهای کلاتر با تخمین شان به آشکار سازهای شبه بهینه با خاصیت CFAR برسیم. با تعریف  $h_m(q)$  به صورت زیر:

$$h_m(q) = \int_0^\infty \frac{1}{\tau^m} \exp \left( -\frac{q}{2\tau} \right) f_\tau(\tau) d\tau \quad (۱۰)$$

رابطه آشکار ساز بهینه در حالت سیگنال معلوم به صورت زیر در می آید:

$$\Lambda(\underline{y} | \underline{s}) = \frac{h_m(q_1(\underline{y}))}{h_m(q_0(\underline{y}))} \quad \begin{matrix} > \\ T \\ < \\ H_0 \end{matrix} \quad (۱۱)$$

با تعریف:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \quad (۱۲)$$

و توجه به اینکه  $f_\alpha(\alpha) = \alpha^{-2} f_\tau(\alpha^{-1})$  می باشد، می توان رابطه (۱۰) را به صورت زیر نوشت:

$$h_m(q) = \int_0^\infty \alpha^m \exp \left\{ -\frac{\alpha q}{2} \right\} f_\alpha(\alpha) d\alpha \quad (۱۳)$$

با توجه به رابطه (۱۰) می توان تخمین MMSE از  $\alpha$  را به صورت زیر بیان نمود [۱۰]:

$$(۱۴)$$

$$\hat{\alpha}_{MMSE, i} = E\{\alpha | q_i\} = \frac{1}{h_m(q_i)} \int_0^\infty \frac{\alpha^{m+1}}{2} \exp \left\{ -\frac{\alpha q_i}{2} \right\} f_\alpha(\alpha) d\alpha \quad i = 0, 1$$

که در رابطه فوق اندیس  $i$  برای مشخص کردن فرضیه  $H_i$  می باشد، با استفاده از رابطه (۱۳) رابطه (۱۴) به صورت زیر در می آید:

$$\hat{\alpha}_{MMSE, i} = \frac{-1}{h_m(q_i)} \frac{\partial h_m(q_i)}{\partial q_i} = -\frac{\partial \ln(h_m(q_i))}{\partial q_i} \quad i = 0, 1 \quad (۱۵)$$

در این صورت با استفاده از رابطه (۱۵) می توان رابطه (۱۱) را به صورت زیر بیان نمود:

$$\Lambda(\underline{y} | \underline{s}) = \exp \left( \int_{q_1(\underline{y})}^{q_0(\underline{y})} E\{\alpha | q\} dq \right) \quad (۱۶)$$

با توجه به اینکه بدست آوردن تخمین MMSE از  $\alpha$  مشکل می باشد و یا حتی در صورت بدست آوردن رابطه بسته ای برای آن، پیچیدگی آن بسیار زیاد خواهد بود [۱۰] بنابراین به نظر می رسد که استفاده از تخمین ML و MAP<sup>۴</sup> ما را به نتایج بهتری از لحاظ سادگی و پیشبرد مسئله می رساند. در ادامه آشکار سازهای شبه بهینه با استفاده از تخمین ML از  $\alpha$  و MAP از  $\tau$  را مورد بررسی قرار می دهیم.

تحت تست وابسته است، همانند GLRT-LQ Gini<sup>۵</sup> می نامیم.

### ۳-۱-۲- در حالت سیگنال هدف با موج آهسته

با توجه به اینکه فرض معلوم بودن سیگنال هدف، یک فرض غیر عملی می باشد، با این حال اگر بتوان بنحوی  $\underline{s}$  را تخمین زد، می توان با جایگزین نمودن تخمین آن بجای  $\underline{s}$  به آشکارسازی پرداخت که به چنین آزمونی GLR می گویند. تخمین ML یکی از متداولترین و ساده ترین روش های تخمین سیگنال در رادار است که تخمین ML سیگنال هدف،  $\hat{\underline{s}}_{ML}$ ، برابر خواهد شد با [۱۱]:

$$\hat{\underline{s}}_{ML} = \frac{\underline{y}^H M^{-1} \underline{\delta}}{\underline{\delta}^H M^{-1} \underline{\delta}} \underline{\delta} \quad (24)$$

حال با جایگزین نمودن  $\underline{s}$  با  $\hat{\underline{s}}_{ML}$  در رابطه (۲۳) رابطه آشکارساز GLRT-LQ در حالت هدف با موج آهسته برابر خواهد شد با:

$$\lambda = 1 - \exp\left(-\frac{T}{m}\right) \quad (25)$$

### ۳-۲- آشکارساز شبه بهینه با تخمین MAP از $\tau$

#### ۳-۲-۱- در حالت سیگنال معلوم و کلاتر

##### با توزیع $K$

تخمین MAP از  $\tau$  را با فرض معلوم بودن پارامترهای کلاتر،  $\nu$  و  $\mu$  می توان با استفاده از تعریف زیر بدست آورد:

$$\hat{\tau}_{MAP,i} = \arg \max_{\tau} \left\{ f_{\tau}(\tau | \underline{y}, Hi) \right\} = \arg \max_{\tau} \left\{ f_{\underline{y}}(\underline{y} | \tau) f_{\tau}(\tau) \right\} \quad i = 0,1 \quad (26)$$

که  $f_{\tau}(\tau)$  با فرض کلاتر با توزیع  $K$  برابر است با:

$$f_{\tau}(\tau) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^{\nu} \tau^{\nu-1} e^{-\frac{\nu}{\mu}\tau} \quad (27)$$

با قرار دادن روابط (۱۸) و (۲۷) در (۲۶) و استفاده از لگاریتم، داریم:

$$\hat{\tau}_{MAP,i} = \arg \max_{\tau} \left\{ -m \ln(\tau) - \frac{q_i(\underline{y})}{2\tau} + (v-1) \ln(\tau) - \frac{\nu}{\mu} \tau + \dots \right\} \quad i = 0,1 \quad (28)$$

با مشتق گرفتن از آرگومان رابطه فوق نسبت به  $\tau$  و مساوی صفر قرار دادن آن، داریم:

### ۳-۱- آشکارساز شبه بهینه با تخمین ML از $\alpha$

#### ۳-۱-۱- در حالت سیگنال معلوم

تخمین ML،  $\alpha$  را می توان با توجه به تعریف زیر بدست آورد:

$$\hat{\alpha}_{ML,i} = \arg \max_{\alpha} \left\{ f_{\underline{y}}(\underline{y} | \alpha, Hi) \right\} \quad i = 0,1 \quad (17)$$

که در رابطه (۱۷):

$$f_{\underline{y}}(\underline{y} | \alpha, Hi) = \frac{\alpha^m}{(2\pi)^m |M|} \exp\left(-\alpha \frac{q_i(\underline{y})}{2}\right) \quad (18)$$

برای آسان نمودن کار می توان قبل از جایگزین کردن رابطه (۱۸) در (۱۷) از طرفین آن  $\ln(\cdot)$  گرفت. این کار بدلیل صعودی بودن تابع  $\ln(\cdot)$  هیچ اثری در ماکزیمم گیری ندارد، در این صورت داریم:

$$\hat{\alpha}_{ML,i} = \arg \max_{\alpha} \left\{ m \ln(\alpha) - \alpha \frac{q_i(\underline{y})}{2} - \dots \right\} \quad i = 0,1 \quad (19)$$

حال با مشتق گرفتن از آرگومان رابطه (۱۹) و مساوی صفر قرار دادن آن، به رابطه زیر برای تخمین  $\alpha$  می رسیم:

$$\hat{\alpha}_{ML,i} = \frac{2m}{q_i(\underline{y})} \quad i = 0,1 \quad (20)$$

با توجه به:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\hat{\alpha}_{MMSE,i}}{\hat{\alpha}_{ML,i}} = 1 \quad (21)$$

و جایگزین نمودن رابطه (۲۰) در رابطه (۱۶) آشکارساز شبه بهینه به صورت زیر در می آید:

$$\Lambda(\underline{y} | \underline{s}) = \exp\left(\int_{q_0}^{q_1} \frac{2m}{q} dq\right) = \left(\frac{q_0}{q_1}\right)^{2m} T \quad (22)$$

با جایگزین نمودن رابطه (۹) در رابطه (۲۲) داریم:

$$(1-\lambda)(\underline{y}^H M^{-1} \underline{y}) + 2\lambda \operatorname{Re}\{\underline{s}^H M^{-1} \underline{y}\} - \lambda \underline{s}^H M^{-1} \underline{s} \geq 0 \quad (23)$$

که  $\lambda = T^{2m}$  می باشد.  $Gini$  [۳] نیز به روشی دیگر به آشکارساز رابطه (۲۳) رسیده است. ولی روندی که ما در اینجا برای بدست آوردن رابطه (۲۳) استفاده شد، یک روند کلی تری نسبت به روش  $Gini$  می باشد (حداقل دلیل انتخاب  $m$  بزرگ مشخص است). آشکارساز (۲۳) را به دلیل اینکه توسط آماره خطی  $(\underline{y}^H M^{-1} \underline{y})$  و آماره متعامد  $(\underline{y}^H M^{-1} \underline{y})$  به دیتاهای سلول

آشکارسازهای مطرح شده، توسط شبیه سازی کامپیوتری، پرداخته خواهد شد.

#### ۴-۱- خاصیت CFAR در $v$ و $\mu$ نامعلوم و $M$ معلوم

در شکل های (۳) و (۴) بترتیب به بررسی خاصیت CFAR آشکارساز GLRT-LQ در حالت هدف با تموج آهسته نسبت به پارامتر شکل (v) و پارامتر u پرداخته شده است که بخوبی خاصیت CFAR این آشکارساز را نسبت به پارامترهای v و u نشان می دهند. به عبارتی دیگر، می توان گفت آشکارساز رابطه (۲۵) مستقل از پارامتر های کلاتر،  $v$  و  $\mu$ ، بوده (Distribution Free) و تنها با دانستن ماتریس کواریانس کلاتر می توان به آشکارسازی پرداخت. ولی باید توجه کرد، این آشکارساز در حالت سیگنال معلوم دارای خاصیت CFAR نمی باشد.

در شکل (۵) نیز به بررسی خاصیت CFAR آشکارساز GLRT-MAP در حالت سیگنال با تموج آهسته پرداخته شده است که بخوبی خاصیت CFAR این آشکارساز را نشان می دهد. در حالت سیگنال کاملا معلوم این آشکارساز نیز همانند آشکارساز GLRT-LQ دارای خاصیت CFAR نمی باشد.

#### ۴-۲- خاصیت CFAR در حالت $M$ نامعلوم و $v=0/1$

با توجه به اینکه در عمل ماتریس کواریانس کلاتر نا معلوم می باشد، بنابراین برای رسیدن به خاصیت CFAR باید آن را تخمین زد. برای تخمین ماتریس کواریانس کلاتر می توان از  $S$  سلول مجاور سلول تحت تست (داده های کمکی):

$$\underline{Y}_{m \times S} = [\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_S]$$

استفاده نمود. بطوریکه فرض می شود، داده های کمکی  $(\underline{y}_i \quad i = 1, \dots, S)$  دارای تابع چگالی احتمال و همبستگی

یکسان با سلول تحت تست می باشند. با توجه به ماتریس کواریانس:

$$E\{\underline{y}\underline{y}^H | H_0\} = 2E(\tau).E\{\underline{x}_g \underline{x}_g^H\} = 2E(\tau)M \quad (35)$$

که در رابطه (۳۵) با فرض  $\sigma_{x_g} = 1$ ،  $M$  تنها ساختار همبستگی<sup>۶</sup> را در بر دارد. و می توان آن را بصورت زیر تخمین زد [۱۲]:

$$\hat{M} = \frac{m}{S} \sum_{i=1}^S \frac{\underline{y}_i \underline{y}_i^H}{\underline{y}_i^H \underline{y}_i} \quad (36)$$

در ادامه به بررسی خاصیت CFAR آشکارسازهای مطرح شده، نسبت به ماتریس کواریانس پرداخته خواهد شد. در شبیه ساریهای خود ساختار همبستگی ماتریس کواریانس را نمای و بصورت زیر در

$$\hat{\tau}_{MAP}^2 + \frac{\mu(m-v+1)}{v} \hat{\tau}_{MAP} - \frac{\mu}{2v} q_i(\underline{y}) = 0 \quad (29)$$

با حل رابطه درجه دوم فوق نسبت به  $\hat{\tau}_{MAP}$  داریم:

$$\hat{\tau}_{MAP} = \frac{\mu}{2v} \left[ -(m-v+1) + \sqrt{(m-v+1)^2 + \frac{2v}{\mu} q_i(\underline{y})} \right] \quad (30)$$

با جایگزین نمودن  $\tau_{MAP}$  در رابطه (۸) آشکارساز شبه بهینه در حالت سیگنال معلوم به صورت زیر در می آید:

$$\left( \frac{\hat{\tau}_{MAP,0}}{\hat{\tau}_{MAP,1}} \right)^m \exp \left( - \left\{ \frac{q_0(\underline{y})}{2\hat{\tau}_{MAP,0}} - \frac{q_1(\underline{y})}{2\hat{\tau}_{MAP,1}} \right\} \right) \underset{H_0}{>} T \quad (31)$$

با لگاریتم گرفتن از طرفین رابطه فوق، داریم:

$$m \text{Ln} \left( \frac{\hat{\tau}_{MAP,0}}{\hat{\tau}_{MAP,1}} \right) + \left\{ - \frac{q_0(\underline{y})}{2\hat{\tau}_{MAP,0}} + \frac{q_1(\underline{y})}{2\hat{\tau}_{MAP,1}} \right\} \underset{H_0}{>} \text{Ln}(T) \quad (32)$$

آشکارساز فوق را GLRT-MAP می نامیم.

#### ۴-۲-۳- در حالت سیگنال با تموج آهسته

در این قسمت نیز همانند آشکارساز GLRT-LQ می توان با جایگزین نمودن  $S$  با تخمین  $ML$  اش، رابطه (۲۴)، به آشکارساز GLRT-MAP در حالت سیگنال با تموج آهسته دست یافت. در این صورت داریم:

$$2\hat{\tau}_{MAP,1} m \text{Ln} \left( \frac{\hat{\tau}_{MAP,0}}{\hat{\tau}_{MAP,1}} \right) - \left( \frac{\hat{\tau}_{MAP,1} - \hat{\tau}_{MAP,0}}{\hat{\tau}_{MAP,0}} \right) q_0(\underline{y}) + \frac{|\delta^H M^{-1} \underline{y}|^2}{\delta^H M^{-1} \delta} - 2\hat{\tau}_{MAP,1} \lambda \underset{H_0}{>} 0 \quad (33)$$

#### ۴-۳- خاصیت CFAR در حالت کلاتر با توزیع دامنه K

با توجه به مدل ترکیبی برای کلاتر با توزیع  $K$ :

$$\underline{c} = \sqrt{\tau} \underline{x}_g \quad (34)$$

که در رابطه فوق  $\underline{x}_g$  یک بردار گوسی با میانگین صفر و ماتریس کواریانس  $M$ ، بوده و  $\tau$  یک متغیر تصادفی دو پارامتری ( $\mu$  و  $v$ ) با توزیع گاما است که تابع چگالی احتمال آن به صورت رابطه (۲۷) می باشد. در این صورت برای داشتن خاصیت CFAR، باید احتمال هشدار غلط مستقل از پارامتر های  $\mu$ ،  $v$  و  $M$  باشد. در ادامه به بررسی خاصیت CFAR

$$\hat{M} = \frac{m}{S} \sum_{i=1}^S \frac{\underline{y}_i \underline{y}_i^H}{\underline{y}_i^H \underline{y}_i} \quad (۳۶)$$

در ادامه به بررسی خاصیت CFAR آشکارسازهای مطرح شده، نسبت به ماتریس کواریانس پرداخته خواهد شد. در شبیه ساریهای خود ساختار همبستگی ماتریس کواریانس را نمای و بصورت زیر در نظر می گیریم [۱۲]:

$$[M]_{i,j} = \rho^{|i-j|} \quad i \geq 1, \quad j \leq m, \quad |\rho| \leq 1$$

که  $\rho$  ضریب همبستگی بین دو نمونه مجاور می باشد.

در شکل‌های (۶) و (۷) بترتیب به بررسی خاصیت CFAR آشکارساز GLRT-LQ و GLRT-MAP، در حالت سیگنال هدف با تموج آهسته، نسبت به ماتریس کواریانس تخمین زده شده مطابق رابطه (۳۶) پرداخته شده است. همانطور که از شکل (۶) مشاهده می شود، آشکارساز GLRT-LQ نسبت به تغییر  $\rho$  در ماتریس کواریانس دارای خاصیت CFAR نمی باشد. ولی باید به این نکته نیز توجه نمود که با تغییر  $\rho$  از ۰/۹ تا ۰/۲، احتمال هشدار نسبت به تغییر  $\rho$  مقاوم می باشد و این در حالی است که مطابق شکل (۷) آشکارساز GLRT-MAP نسبت به تغییرات  $\rho$  دارای خاصیت CFAR می باشد. بنابراین از لحاظ خاصیت CFAR آشکارساز GLRT-MAP، بر آشکارساز GLRT-LQ ارجحیت دارد.

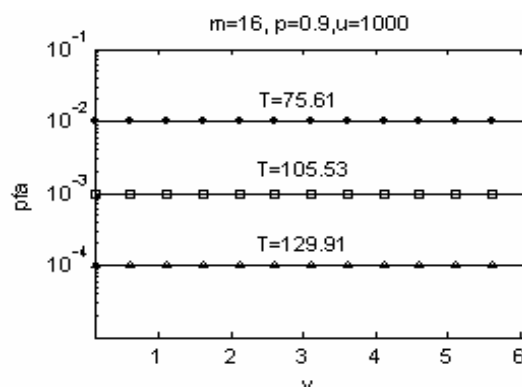
### ۳-۴- خاصیت CFAR به ازای $\mu$ ، $\nu$ و $M$ نامعلوم

با توجه به روابط (۶) و (۳۶) در تخمین ماتریس کواریانس که مستقل از پارامترهای کلاتر می باشد، می توان گفت آشکارساز GLRT-LQ در حالت  $M$  نامعلوم نیز مستقل از پارامترهای کلاتر می باشد و در حالت کلی یک آشکار نسبتا CFAR می باشد (در برابر تغییرات  $\rho$  دارای خاصیت CFAR نمی باشد). از جمله خواص مهم دیگر این آشکارساز که از رابطه (۲۵) نیز به آسانی قابل اثبات است، می توان به موارد زیر اشاره نمود:

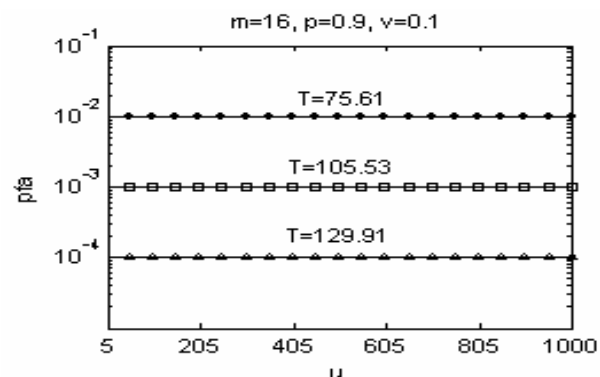
۱- با تغییر محتوای سلول تحت تست از  $\underline{y}$  به  $a \underline{y}$  آشکارساز تغییر نمی کند.

۲- با تغییر محتوای داده های کمکی از  $\underline{y}_k$  به  $b \underline{y}_k$  آشکارساز تغییر نمی کند.

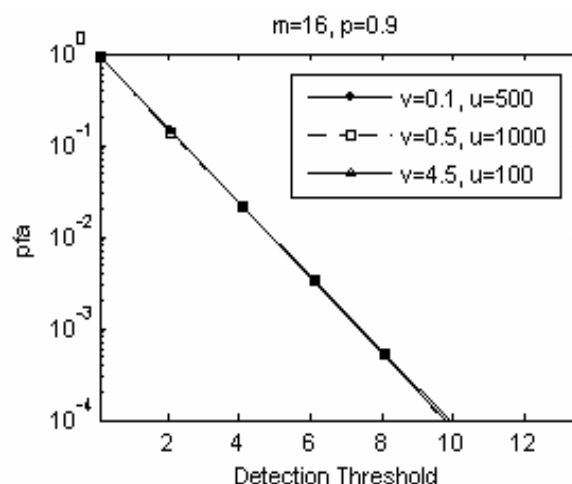
در حالی که با توجه به شکل های (۳) و (۷) آشکارساز GLRT-MAP را می توان آشکارساز بطور کامل CFAR معرفی نمود. در ادامه به بررسی عملکرد آشکارسازهای GLRT-LQ و GLRT-MAP پرداخته می شود.



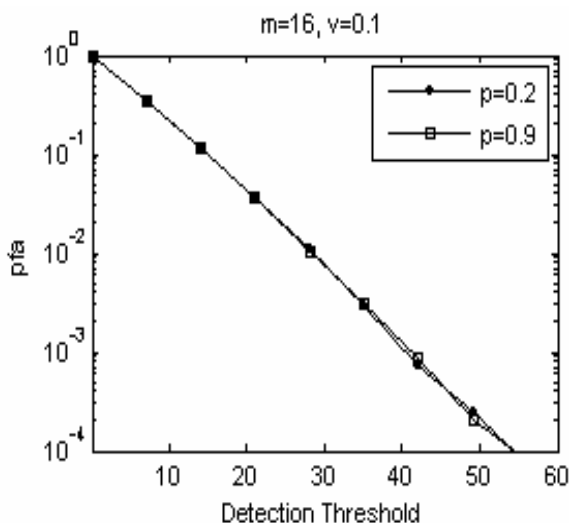
شکل ۳- بررسی خاصیت CFAR آشکارساز GLRT-LQ در حالت هدف با تموج آهسته نسبت به پارامتر شکل (۷)



شکل ۴- بررسی خاصیت CFAR آشکارساز GLRT-LQ در حالت هدف با تموج آهسته نسبت به پارامتر u



شکل ۵-  $p_{fa}$  بر حسب آستانه آشکارسازی در آشکارساز-GLRT MAP برای حالت سیگنال هدف با تموج آهسته به ازای مقادیر مختلف  $\nu$  و  $u$



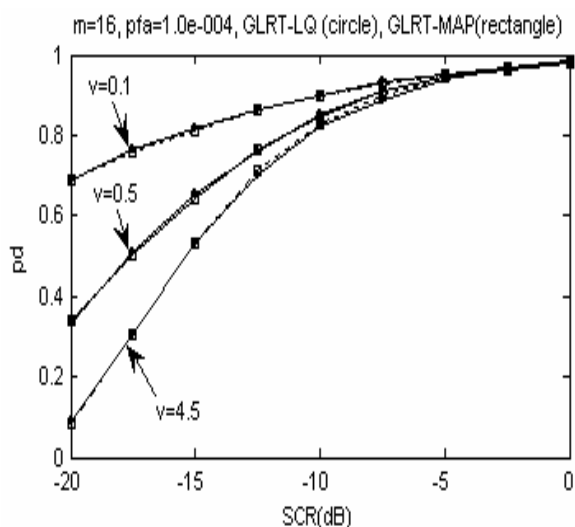
### ۵- مقایسه عملکرد آشکار سازها

در شکل های (۸) و (۹) بترتیب به بررسی عملکرد آشکار سازهای GLRT-LQ و GLRT-MAP در حالت ماتریس کواریانس معلوم و ماتریس کواریانس نامعلوم که توسط رابطه (۳۶) تخمین زده می شود، پرداخته شده است. همان طور که شکل (۸) نشان می دهد، عملکرد آشکار سازهای GLRT-LQ و GLRT-MAP در حالت ماتریس کواریانس معلوم، به ازای مقادیر مختلف  $v$ ، کاملاً یکسان بوده ولی در حالت ماتریس کواریانس نامعلوم، همانطور که شکل (۹) نشان می دهد، عملکرد آشکار ساز GLRT-LQ از عملکرد آشکار ساز GLRT-MAP، به ازای مقادیر مختلف  $v$ ، بهتر است. ولی از این نکته نیز نباید غافل بود که آشکار ساز GLRT-MAP، یک آشکار ساز بطور کامل CFAR می باشد.

شکل ۷-  $p_{fa}$  بر حسب آستانه آشکار سازی در آشکار ساز-GLRT

MAP برای حالت سیگنال هدف با تموج آهسته به ازای

$$\rho = 0.2, 0.9$$



شکل ۸- مقایسه عملکرد آشکار سازهای GLRT-LQ و

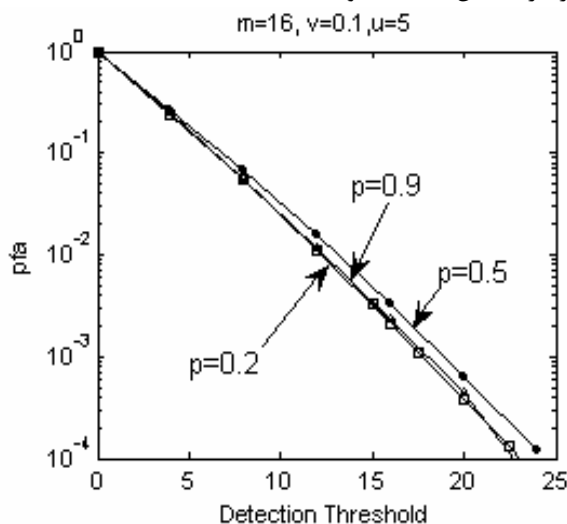
GLRT-MAP در حالت ماتریس کواریانس معلوم به ازای پارامتر

$$\rho = 0.9 \text{ و } v \text{ های مختلف}$$

### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، بر اساس روش دوم برای رسیدن به آشکار سازهای CFAR به دو آشکار ساز GLRT-LQ و GLRT-MAP رسیدیم. نتایج شبیه سازی نشان داد، آشکار ساز GLRT-LQ یک آشکار ساز مستقل از پارامتر های کلاتر ( $v, u$ ) بوده ( خاصیت CFAR نسبت به پارامتر های  $v$  و  $u$ ، ولی نسبت به تغییرات در ماتریس کواریانس دارای خاصیت CFAR نمی باشد).

در حالیکه آشکار ساز GLRT-MAP با کمی پیچیدگی و عملکرد ضعیف تر در حالت هدف با تموج آهسته، نسبت به آشکار ساز GLRT-LQ دارای خاصیت کاملاً CFAR می باشد. بنابراین می توان از آشکار ساز GLRT-MAP در عمل بعنوان یک آشکار ساز مطمئن استفاده نمود.



شکل ۶-  $p_{fa}$  بر حسب آستانه آشکار سازی در آشکار ساز-GLRT

LQ برای حالت سیگنال هدف با تموج آهسته به ازای

$$\rho = 0.2, 0.5, 0.9$$

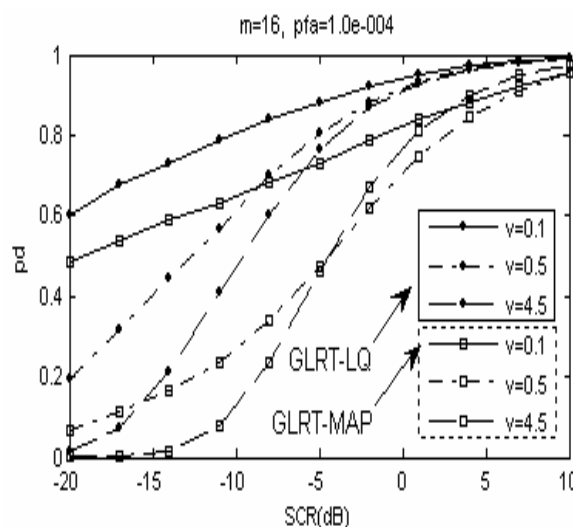
[۹] Gini,F, Greco,M.V. and Farina,A., “**Clairvoyant and Adaptive Signal Detection in Non-Gaussian Clutter: A Data-dependent Threshold Interpretation**”, IEEE Trans. Signal Proc., Vol.46,No.6, pp,1522-1531,1999.

[۱۰] Gini,F. and Farina,A, “**Vector Subspace Detection in Compound-Gaussian Clutter Part 1: Survey and New Results**”, IEEE Trans. AES, Vol.38,No.4,pp.1295-1311,October 2002.

[۱۱] تایان م.ر، “آشکارسازی سیگنال رادار در حالت غیر گوسی”، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۷۷.

[۱۲] Gini,F and Greco,M.V., “**Sub-Optimum Approach to Adaptive Coherent Radar Detection in Compound-Gaussian Clutter**”, IEEE Trans. On AES, Vol.35,No.3, pp,1095-1103,1999.

[۱۳] زعیم باشی، ا. “آشکارسازی با نرخ هشدار غلط ثابت در کلاتر غیر گوسی”، پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق - مخابرات، دانشگاه یزد، شهریور ۱۳۸۴



شکل ۹- مقایسه عملکرد آشکارسازهای GLRT-LQ و GLRT-MAP در حالت ماتریس کواریانس نامعلوم به ازای پارامترهای مختلف  $\nu$  و  $\rho = 0.9$

## ۸- پی‌نوشتها

- ۱- Neyman-Pearson
- ۲- Uniformly Most Powerful Invariant
- ۳- Likelihood Function
- ۴- Maximum A Posteriori
- ۵- GLRT-Linear- Quadratic
- ۶- Correlation Structure

## ۷- مراجع

- [۱] Kay, S.M, “**Fundamentals of Statistical Signal Processing**”, Vol 2, Detection Theory, Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall,1998.
- [۲] Kraut,S.,Scharf,L.L. and Butles,R.W., “**The Adaptive Coherence Estimator: A Uniformly Most-Powerful-Invariant Adaptive Detection**”
- [۳] Gini,F., “**Sub-Optimum Coherent Radar Detection in a mixture of K-distributed and Gaussian Clutter**”, IEE Proc. Radar ,Sonar Navig,Vol.144,No.1,pp.39-48,1997.
- [۴] Conte,E., Lops,M, & Ricci,G., “**Asymptotivcally Optimum Radar in Compound-Gaussian Clutter**”, IEEE Trans.,AES,Vol.31,No.2,pp.617-625,1995.
- [۵] Kelly,E.J., “**An Adaptive Detection Algorithm**”, IEEE Trans. On AES, Vol.23, pp,115-127,1986.
- [۶] Trunk,G.V., “**Radar Properties of Non-Rayleigh Sea Clutter**”, IEEE Trans. On AES, Vol.8,No.2, pp,196-204,1972.
- [۷] Rangaswamy,M.,Weiner,D.D. and Ozturk ,A ., “**Non-Gaussian Vector Identification using Spherically Invariant Random Processes**”, IEEE Trans. On AES, Vol.29, pp,111-124,1993.
- [۸] Conte,E. and Longo,M, “**Modeling and Simulation of Non-Rayleigh Radar Clutter**”, IEE.Proc. Pt.F .,Vol.138, No.2,pp.121-130,1991.