

# تعیین پارامترهای چشمه های میدان پتانسیل با استفاده از تبدیل موجک یک بعدی

نسترن شکوری منفرد<sup>۱</sup>، دکتر حسین زمردیان<sup>۲</sup> و محمود مهرآموز<sup>۳</sup>

## چکیده

تبدیل موجک در سال های اخیر، به عنوان روشی برای تفسیر بی هنجاری های میدان پتانسیل مورد استفاده قرار گرفته است. گروه خاصی از موجک ها وجود دارند که در نظریه ی میدان پتانسیل تحت اثر عملگر ادامه ی فراسو، بدون تغییر باقی می مانند. این موجک ها تبدیلات موجک مربوط را می سازند که تحلیل پارامترهای چشمه مانند: موقعیت افقی، عمق و غیره را تسهیل می کنند. استفاده از موجک پواسون که معادل با ادامه ی فراسوی سیگنال تحلیلی است، به ما این امکان را می دهد که عمق چشمه ی همگن و طبیعت آن را در قالب شاخص ساختاری تعیین نماییم.

در این مقاله با استفاده از بررسی نسبت ضرائب موجک پواسون از مرتبه ی اول و دوم، اقدام به تخمین عمق و شاخص ساختاری برای چند مدل مصنوعی گرانی نظیر پله و دایک یک بار به روش تحلیلی و یک بار به روش عددی، نمودیم. نمودار های به دست آمده نشان می دهند که نتایج این دو روش در بسط های پایین از مطابقت خوبی با هم برخوردارند اما در بسط های بالا به دلیل تاثیر بی هنجاری های بزرگ مقیاس بر بی هنجاری های کوچک مقیاس، نتایج به دست آمده از مطابقت خوبی برخوردار نیستند. برای چشمه های ساده ی نقطه ای بررسی نسبت ضرائب موجک تنها در یک سطح کافی است. اما برای چشمه های دو بعدی با اندازه ی محدود، باید به بررسی این نسبت در چند سطح مختلف پردازیم.

کلید واژه ها: تبدیل موجک، ادامه ی فراسو، ضرائب موجک ماکزیمم، شاخص ساختاری، عمق.

## Determination of parameters of potential field sources using 1-D wavelet transform

Nastaran Shakoory Monfared, Dr. Hossein Zomorrodian and Mahmood Mehramooz

### Abstract

In recent years, wavelet transform was used as a method for interpretation of potential fields. In the potential field theory there are some special groups of wavelets that remain unchanged under the influence of upward continuation operator. These groups of wavelets can produce related wavelet transforms which simplify analyzing of source characteristics like location, depth and etc. Applying poisson wavelet which is equivalent to upward continuation of analytic signal, will help us to determine depth and natural geometry of the homogenous sources in the form of structural index. In this research, we decide to estimate structural index and depth by using the ratio of poisson wavelet coefficients of first and second order. To implement this technique, we used some synthetic models like step and dyke, as well as the real gravity data. The structural index and depth were estimated for these synthetic models by using of analytical and numerical method and compared with each other. Curves of these two parameters shows that results of these two techniques are equivalent at low dilations, but not

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوفیزیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان [na\\_shakoory@yahoo.com](mailto:na_shakoory@yahoo.com)

<sup>۲</sup> عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران [hzomorod@hotmail.com](mailto:hzomorod@hotmail.com)

<sup>۳</sup> عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران [md\\_mehramooz@yahoo.com](mailto:md_mehramooz@yahoo.com)

for high dilations. For simple point sources, it is quite sufficient to investigate this ratio at one level, but for 2-D finite sources, it is necessary to use it at several different levels.

**Keywords:** wavelet transform , maximum wavelet coefficients , structural index , depth to the source.

عمق ها و مکان های مختلف در زیر زمین با هم مقایسه می شوند. در عمل، این کار شامل تفسیر داده های میدان پتانسیل با استفاده از خاصیت ادامه ی فراسو و مشتقات میدان می باشد (Sailhac & Gibert 2003). روش تبدیل موجک در مقایسه با سایر روش ها مزیت هایی را داراست. برای نمونه، این تبدیل بر خلاف تبدیل فوریه، امکان تحلیل و بررسی محلی میدان اندازه گیری شده را به ما می دهد. همچنین، تبدیل موجک واسطه ای را برای مهار درست نوفه ی موجود در داده ها، در مقایسه با روش واهمامیخت اولبره وجود می آورد (1999 Moreau et al.).

### تئوری روش تبدیل موجک برای کار با داده های میدان پتانسیل

در اینجا به اختصار تئوری پایه ای را که توسط (Moreau 1997, 1999) بیان شد را شرح می دهیم. این روش برای یک فضای دو بعدی  $(x, a)$  به کار برده می شود که  $x$  فواصل نقاط اندازه گیری در امتداد پروفیل مورد مطالعه و  $a$  بسط (سطوح ادامه ی فراسو که مقداری مثبت است)، می باشد. تبدیل موجک  $w$  پیوسته ی تابع  $\phi_0(x)$  محصولی از همامیخت (کانولوشن)<sup>۱</sup> زیرمی باشد (Vallee et al. , 2004):

(۱)

$$w_{\psi|\phi_0}(b, a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{a} \psi\left(\frac{b-x}{a}\right) \phi_0(x)$$

(۲)

$$w_{\psi|\phi_0}(b, a) = (D_a \psi * \phi_0)(b)$$

که  $\psi$  موجک آنالیزگر،  $b$  پارامتر مکان و  $D_a$  عملگر بسط می باشد که مطابق رابطه ی زیر تعریف می شود:

### مقدمه

پیدا کردن خصوصیات چشمه های میدان پتانسیل (برای مثال مغناطیس و گرانی) که در سطح زمین اندازه گیری شده اند، موضوعی با سابقه ی طولانی است و تاکنون روش های مختلفی برای مساله ی تعیین چشمه معرفی شده اند. این روش ها تقریباً در دو گروه قرار می گیرند:

تفسیر و وارون سازی، که گروه دوم (روش های وارون سازی) مرتبط است با روش هایی که هدف اصلی آنها پیدا کردن پراکندگی (توزیع) چشمه ای است که منشأ میدان پتانسیل اندازه گیری شده است. به خوبی می دانیم که مسائل وارون به صورت عددی و ریاضی مطرح می شوند و راه حل های عملی فقط وقتی قابل اعتمادند که بتوان یک سری شرایط اولیه را به مساله اعمال نمود. روش هایی که به گروه روش های تفسیر کننده تعلق دارند، اطلاعاتی را که در مجموعه ی داده ها موجودند به فضای توزیع چشمه منتقل نمی کنند، اما در عوض اطلاعات را به یک فضای کمکی - برای نمونه حوزه ی فوریه- منتقل می کنند که در آن اطلاعات مربوط به عمق تا بالای چشمه ی مولد راحت تر به دست می آید. در همین روش، روش های تبدیل، میدان های تبدیل یافته را ایجاد می کند ( ادامه ی فراسو، مشتقات افقی، قائم و کسری و برگردان به قطب ) که در آنها اطلاعات مورد نیاز به مقدار قابل توجهی افزایش می یابند. (Moreau et al. 1999).

روشی که در این مقاله از آن استفاده شده است، یک روش تفسیر کننده است که داده های میدان پتانسیل را با استفاده از ادامه ی فراسوی مشتقات میدان مورد بررسی می کند (Sailhac et al. 2000). در این روش داده های تابع گرین که از چشمه ناشی شده اند در

<sup>1</sup> convolution

$$R = \frac{r^\gamma(x,a)}{r^\gamma(x',a)}$$

برای یک چشمه ی همگن که در مکان  $Z=Z_0$  واقع شده، در دو سطح مختلف  $a$  و  $a'$  خواهیم داشت (Vallee et al. 2004):

$$R = \frac{a' \mathcal{W}_{\psi^{\gamma+1}} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x,a) \mathcal{W}_{\psi^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x',a)}{a \mathcal{W}_{\psi^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x,a) \mathcal{W}_{\psi^{\gamma+1}} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x',a)} = \frac{a'+z_0}{a+z_0} \quad (11)$$

با استفاده از این معادله، می توانیم عمق چشمه را به شکل زیر تخمین بزنیم:

$$z_0(a, a') = \frac{a' - aR}{R - 1}$$

و شاخص ساختاری نیز از طریق رابطه ی زیر به دست خواهد آمد:

$$N(a, a') = \frac{\log \left[ \left( \frac{a'}{a} \right)^\gamma \frac{\mathcal{W}_{\psi^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x,a)}{\mathcal{W}_{\psi^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x',a)} \right]}{\log(R)} - \gamma \quad (13)$$

این روش اجازه ی تخمین عمق و شاخص ساختاری را برای هر زوجی از بسط ها (سطوح ادامه ی فراسو) امکان پذیر می سازد.

### محاسبه ی ضریب موجک مرتبه ی دوم

#### الف) پله ی قائم دو بعدی

اکنون پله ای قائم که دارای عمق بالای  $Z_1$  و عمق پایینی  $Z_2$  می باشد را در نظر می گیریم. با استفاده از روابطی (۲- $A$ ) و (۳- $A$ ) (پیوست  $A$ ) می توان سیگنال تحلیلی مرتبه ی دوم این پله را به صورت زیر به دست آورد:

$$\frac{\mathcal{W}_{\psi_c^2} |_{g(\cdot, z)}(x, a)}{a^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial z} \right] g_z = \frac{\partial A_0}{\partial x} = A_1 \quad (14)$$

$$D_a \psi(x) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{x}{a}\right) \quad (3)$$

ضرایب موجک قائم و افقی ادامه ی فراسو یافته ی میدان پتانسیل  $\emptyset(x, z)$  را می توان به این شکل بیان کرد:

$$\mathcal{W}_{\psi_x^\gamma |_{\emptyset(\cdot, z)}}(x, a) = a^\gamma \frac{\partial^{\gamma-1} \phi_x(x, z+a)}{\partial x^{\gamma-1}} \quad (4)$$

$$\mathcal{W}_{\psi_z^\gamma |_{\emptyset(\cdot, z)}}(x, a) = a^\gamma \frac{\partial^{\gamma-1} \phi_z(x, z+a)}{\partial z^{\gamma-1}}, \quad (5)$$

و تبدیل موجک مختلط میدان پتانسیل  $\emptyset(0, z)$  عبارت است از (Moreau 1995):

$$\mathcal{W}_{\psi_c^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a) = \quad (6)$$

$$\mathcal{W}_{\psi_x^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a) - i \mathcal{W}_{\psi_z^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a)$$

اگر سیگنال تحلیلی  $A_n$  را به صورت زیر نمایش دهیم (Nabighian 1972):

$$A_n = \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left( \frac{\partial \emptyset}{\partial x} \right) + i \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left( \frac{\partial \emptyset}{\partial z} \right) \quad (7)$$

می توان نشان داد مقدار ضرایب موجک از مرتبه ی  $\gamma$  در ارتفاع (بسط)  $a$ ، متناسب با مقدار سیگنال تحلیلی مختلط ادامه ی فراسو یافته از مرتبه ی  $\gamma - 1$  می باشند. یعنی (Vallee et al. 2004):

$$\mathcal{W}_{\psi_c^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a) = a^\gamma | A_{\gamma-1} | \quad (8)$$

اگر  $\mathcal{W}_{\psi^{\gamma+1}} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a)$  و  $\mathcal{W}_{\psi^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a)$

ضرایب موجک از مرتبه های متوالی  $\gamma$  و  $\gamma + 1$  باشند، آنگاه خواهیم داشت (Vallee et al. 2004):

$$r^\gamma(x, a) = \frac{1}{a} \frac{\mathcal{W}_{\psi^{\gamma+1}} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a)}{\mathcal{W}_{\psi^\gamma} |_{\emptyset(\cdot, z)}(x, a)}$$

به علاوه می توان نسبت  $R$  را برای بسط ها (سطوح ادامه ی فراسو) ی متفاوت  $a$  و  $a'$  و مکان های  $x$  و  $x'$  به شکل زیر تعریف نمود:

$$(10)$$

ج) دایک نازک قائم دو بعدی:

(۱۵)

با استفاده از رابطه ی ضریب موجک مرتبه ی اول

دایک ( پیوست C) خواهیم داشت:

(۱۸)

$$\left| \mathcal{W}_{\psi_c^2} |g_{(.,z)}(x, a)| \right| = \frac{(z_1+z_2+a)}{((z_1+a)^2+(z_2+a)^2)^2} 4Gpa^2h$$

که این مقدار، اندازه ی ضریب موجک مرتبه ی دوم

مربوط به این دایک می باشد.

روابط شاخص ساختاری و عمق مدل های مصنوعی

الف) پله ی قائم و مایل دوبعدی

با استفاده از معادلات ضرایب موجک مرتبه ی اول و

دوم به دست آمده برای این دو مدل و محاسبه ی نسبت  $r$

به روشی که شرح داده شد، در نهایت می توان نسبت  $R$

و شاخص ساختاری این دو پله را به شکل روابط زیر بیان

نمود:

(۱۹)

$$R = \frac{(z_1+a)(z_2+a) \ln \left( \frac{z_2+a}{z_1+a} \right)}{(z_1+a)(z_2+a) \ln \left( \frac{z_2+a}{z_1+a} \right)}$$

(۲۰)

$$N(a, a') =$$

$$\frac{\log \left[ \frac{\ln(z_2+a) - \ln(z_1+a)}{\ln(z_2+a') - \ln(z_1+a')} \right]}{\log(R)} - 1$$

ب) دایک نازک قائم دو بعدی:

با استفاده از روابط به دست آمده برای ضرائب

موجک مرتبه ی اول و دوم و همچنین با استفاده از روش

شرح داده شده می توان روابط مربوط به نسبت  $R$  و

شاخص ساختاری دایک نازک قائم را به شکل زیر به

دست آورد:

$$R = \frac{z_1+z_2+2a}{2(z_1+a)(z_2+a)} \quad (۲۱)$$

$$\frac{\mathcal{W}_{\psi_c^2} |g_{(.,z)}(x, a)|}{a^2} = G\rho \left\{ \left( \frac{2x}{(z_2+a)^2+x^2} - \frac{2x}{(z_1+a)^2+x^2} \right) + 2i \left[ \frac{(z_1+a)}{(z_1+a)^2+x^2} - \frac{(z_2+a)}{(z_2+a)^2+x^2} \right] \right\}$$

اندازه ( بزرگی) ضریب موجک مرتبه ی دوم

( $\gamma = 2$ ) عبارت خواهد بود از:

(۱۶)

$$\left| \mathcal{W}_{\psi_c^2} |g_{(.,z)}(x, a)| \right| = G\rho a^2 \left\{ \left( \frac{2x}{(z_2+a)^2+x^2} - \frac{2x}{(z_1+a)^2+x^2} \right)^2 + 4 \left[ \frac{(z_1+a)}{(z_1+a)^2+x^2} - \frac{(z_2+a)}{(z_2+a)^2+x^2} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

ب) دوم پله ی مایل دو بعدی:

برای محاسبه ی ضریب موجک مرتبه ی دوم این

پله با استفاده از معادله ی (B-۶) خواهیم داشت:

(۱۷)

$$\left| \mathcal{W}_{\psi_c^2} |g_{(.,z)}(x, a)| \right| = G\rho a^2 \left\{ \left( \frac{(z_2+a)}{(z_2+a)^2+x_2^2} - \frac{(z_1+a)}{(z_1+a)^2+x_1^2} \right) \sin 2\theta + \cos^2 \theta \left( \frac{2x_2}{(z_2+a)^2+x_2^2} - \frac{2x_1}{(z_1+a)^2+x_1^2} \right) + \left( \left( \frac{2(z_1+a)}{(z_1+a)^2+x_1^2} - \frac{2(z_2+a)}{(z_2+a)^2+x_2^2} \right) \cos^2 \theta + \cos \theta \sin \theta \left( \frac{2x_2}{(z_2+a)^2+x_2^2} - \frac{2x_1}{(z_1+a)^2+x_1^2} \right) \right) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

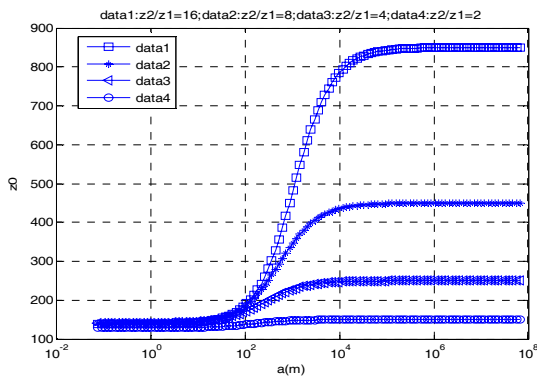
از این نسبت استفاده خواهیم نمود. حال نمودار لگاریتم  $N$  را بر حسب لگاریتم  $a$  برای چند نسبت مختلف  $\frac{z_2}{z_1}$  رسم می کنیم.

$$N = \frac{\log \left( \frac{(z_1+z_2+2a)(z_1+a)^2(z_2+a)^2}{(z_1+z_2+2a')(z_1+a')^2(z_2+a')^2} \right)}{\log R} - 1 \quad (22)$$

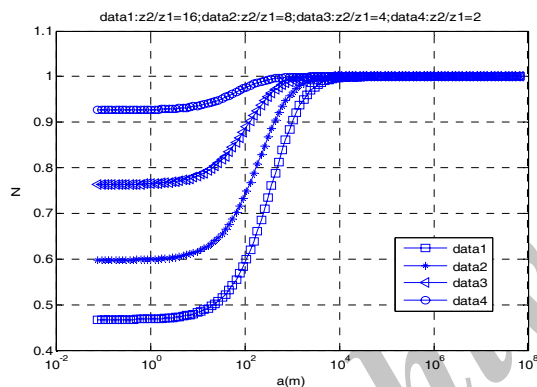
محاسبه ی شاخص ساختاری و عمق مدل های مصنوعی با استفاده از روش تبدیل موجک:

الف) پله ی قائم و مایل دو بعدی:

پله ای قائم را در نظر می گیریم که دارای عمق بالای ۱۰۰ متر و عمق پایین ۴۰۰ متر می باشد ( $z_2/z_1=4$ ). با استفاده از معادلات (20) و (12) نمودار شاخص ساختاری و عمق را بر حسب لگاریتم چند بسط مختلف رسم می کنیم (نمودار نیم لگاریتمی شکل های (۱) و (۲)).



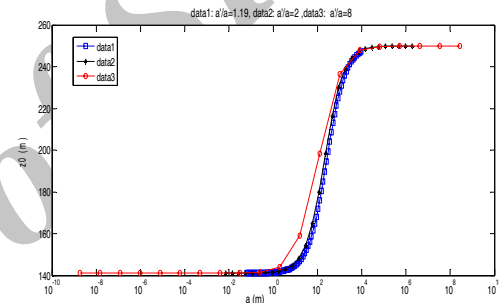
شکل ۳. نمودار عمق پیش بینی شده ی یک پله ی قائم برای نسبت های مختلف  $\frac{z_2}{z_1}$ ، که برای این پله  $Z_1=100$  متر بوده و  $a'/a=1/19$  می باشد. (نمودار نیم لگاریتمی)



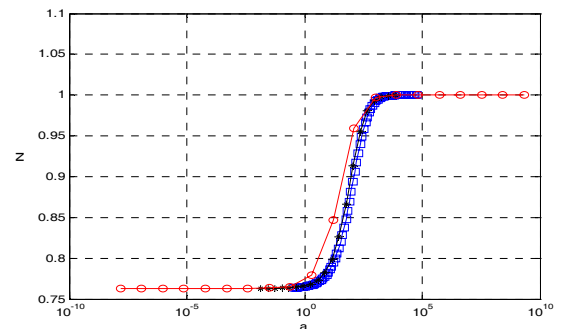
شکل ۴. نمودار شاخص ساختاری پیش بینی شده ی یک پله ی قائم برای نسبت های مختلف  $\frac{z_2}{z_1}$ ، که برای این پله  $Z_1=100$  متر بوده و  $a'/a=1/19$  می باشد. (نمودار نیم لگاریتمی)

ملاحظه می شود به محض اینکه نسبت  $\frac{z_2}{z_1}$  افزایش یابد، جواب به دست آمده به دو مقدار مجانب می شود. یکی از این جواب ها مربوط به بسط های پایین و دیگری مربوط به بسط های بالا است.

جواب بسط پایین مقداری نزدیک به عمق سطح بالایی  $Z_1$  و شاخص ساختاری همبری مطابقت دارد و جواب بسط های بالا به عمق متوسط دهن چشمه  $\left(\frac{z_1+z_2}{2}\right)$  و شاخص ساختاری ۱ (ورقه ی نازک) مربوط می شود. در بسط های پایین که مشاهدات خیلی به چشمه نزدیک هستند، پاسخ اغلب به عمق بالایی چشمه ختم می شود. در بین این دو حد، اطلاعات قابل توجه



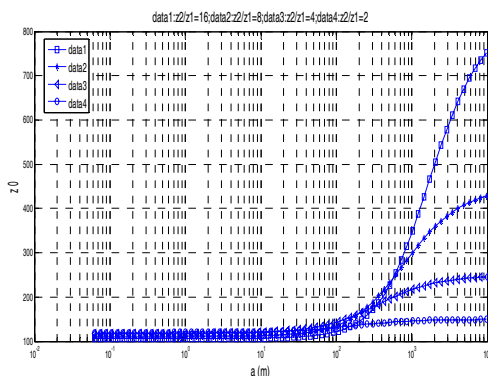
شکل ۱. عمق پیش بینی شده برای یک پله ی قائم با نسبت های مختلف که در آن  $z_1=100m$  و  $z_2/z_1=4$  می باشد.



شکل ۲. شاخص ساختاری پیش بینی شده برای یک پله ی قائم با نسبت های مختلف که در آن  $z_1=100m$  و  $z_2/z_1=4$  می باشد.

همانطور که ملاحظه می کنید، برای این نسبت های مختلف، نمودارهای مشابهی به دست آمده اند، که البته بهترین جواب مربوط است به کمترین نسبت، یعنی:  $\frac{a'}{a} = \sqrt[4]{2} = 1.19$ . بنابراین تا پایان این مقاله همه جا

می دهیم. حال برای نسبت های مختلف  $Z_2/Z_1$  و با استفاده از معادلات (۲۲) و (۱۲) نمودار شاخص ساختاری و عمق را برای این دایک به صورت زیر رسم می نماییم:



شکل ۶. شاخص ساختاری پیش بینی شده ی یک دایک نازک قائم برای نسبت های مختلف  $\frac{Z_2}{Z_1}$ ، که برای این دایک  $Z_1=100$  متر بوده و  $a'/a=1/19$  می باشد.

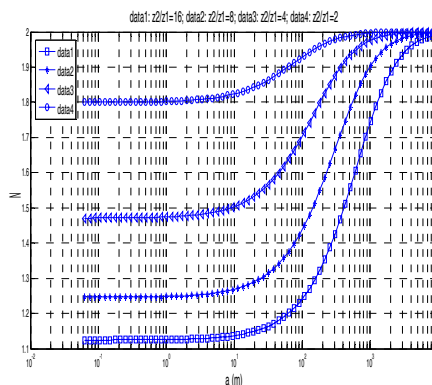
### الگوریتم روش تبدیل موجک برای کار با داده های مصنوعی و واقعی

مراحل مختلف روشی که در این مقاله برای پردازش و تفسیر داده های گرانی از آن استفاده کرده ایم را می توان در الگوریتمی با مرادجی به شرح زیر ، خلاصه نمود (Vallee et al. 2004):

- ۱- با یک پروفیل گرانی شروع می کنیم.
- ۲- نمودار بی هنجاری باقیمانده را بر حسب فاصله در امتداد پروفیل رسم می کنیم.
- ۳- تبدیل فوریه ی داده های مصنوعی را به دست می آوریم.
- ۴- در حوزه ی عدد موج، تبدیل فوریه ی مشتقات افقی و قائم مورد نیاز را حساب می کنیم.
- ۵- در حوزه ی عدد موج، تبدیل فوریه ی مشتقات ادامه ی فراسو یافته ی میدان را برای چندین ارتفاع حساب می کنیم.
- ۶- مشتقات ادامه ی فراسو یافته برای ارتفاع های متوالی را به حوزه ی مکان می بریم ( تبدیل فوریه ی معکوس آنها را حساب می کنیم).

چندانی وجود ندارد. مساله ای که اهمیت دارد این است که در مورد اطلاعات به دست آمده از بسط های پایین باید بسیار دقیق عمل کرد. چرا که این اطلاعات در صورتی عمق سطح بالایی چشمه را بیان می کند که چشمه کم عمق باشد یا به عبارتی  $Z_1$  کوچک باشد. برای  $Z_1$  های بزرگتر ( یا به عبارتی برای چشمه های عمیق تر که در آن ها نسبت  $\frac{Z_2}{Z_1}$  به ۱ نزدیک می شود)، نمودار هموارتر می شود و حتی برای بسط های کوچکتر نیز مقدار عمق نزدیک به  $Z_{12}$  باقی می ماند.

بنابراین قابل اعتماد بودن ناچیز بسط های پایین را می توان از نمودار های به دست آمده مشاهده نمود. در عوض هر چه که بالاتر از چشمه قرار داشته باشیم، شاخص ساختاری به دست آمده قابل اعتماد تر است. همچنین وقتی که یک بی هنجاری به تنهایی مورد بررسی قرار می گیرد، در ماکزیمم بسط محدودیتی وجود دارد که می توان آن را تحت تاثیر بی هنجاری های مجاور دانست. به علاوه، پروسه ی ادامه ی فراسو باعث تحریف شدن و از بین رفتن بی هنجاری های اطراف لبه های پروفیل می شود.

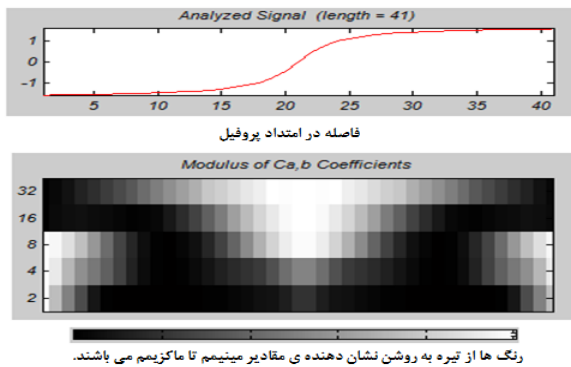


شکل ۵. عمق پیش بینی شده ی یک دایک نازک قائم برای نسبت های مختلف  $\frac{Z_2}{Z_1}$ ، که برای این دایک  $Z_1=100$  متر بوده و  $a'/a=1/19$  می باشد. (نمودار نیم لگاریتمی)

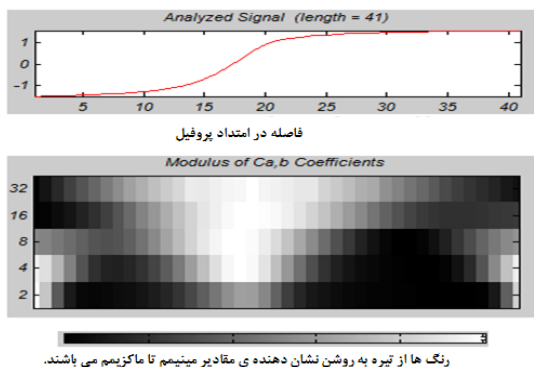
### ب) دایک نازک قائم

دایک نازک قائمی را در نظر می گیریم که دارای عمق بالای ۱۰۰ متر و عمق پایین آن را هر بار تغییر

پروفیل گرانی پی برد. به تفاوت میان نمودار های دو مدل پله ی قائم و مایل توجه کنید.



شکل ۷. تصویر بالایی: نمودار گرانی قائم یک پله ی قائم با ارتفاع های  $z_1=100m$  و  $z_2=400m$  می باشد. مقادیر محور عمودی گرانی بر حسب میلی گال و محور افقی نیز فاصله در امتداد پروفیل بر حسب متر می باشند. تصویر پایینی: نمودار ضرائب موجک مرتبه ی اول که در آن ضرائب موجک ماکزیمم با رنگ روشن تر نشان داده شده اند. محور عمودی ضرائب بسط (سطوح ادامه ی فراسو) را نشان می دهد.



شکل ۸. تصویر بالایی: نمودار گرانی قائم یک پله ی مایل با زاویه ی ۴۵ درجه نسبت به امتداد قائم و با ارتفاع های  $z_1=100m$  و  $z_2=400m$  می باشد. مقادیر محور عمودی گرانی بر حسب میلی گال و محور افقی نیز فاصله در امتداد پروفیل بر حسب متر می باشند. تصویر پایینی: نمودار ضرائب موجک مرتبه ی اول که در آن ضرائب موجک ماکزیمم با رنگ روشن تر نشان داده شده اند. محور عمودی ضرائب بسط (سطوح ادامه ی فراسو) را نشان می دهد.

۷- سیگنال تحلیلی مرتبه ی ۰ و ۱ نرمالیز شده بر حسب ارتفاع را برای بدست آوردن تبدیل موجک، حساب می کنیم.

۸- در امتداد نمودارهای ضرائب موجک، ضرائب موجک ماکزیمم در هر ارتفاع را مشخص می کنیم.

۹- معادلات (۹)، (۱۰)، (۱۲) و (۱۳) را برای تخمین عمق و شاخص ساختاری زوج ارتفاع های مختلف به کار می بریم. انتخاب نسبت ارتفاع ها  $a'/a=1/19$  خواهد بود.

۱۰- بهترین جواب را برای نمودار های مختلف انتخاب می کنیم.

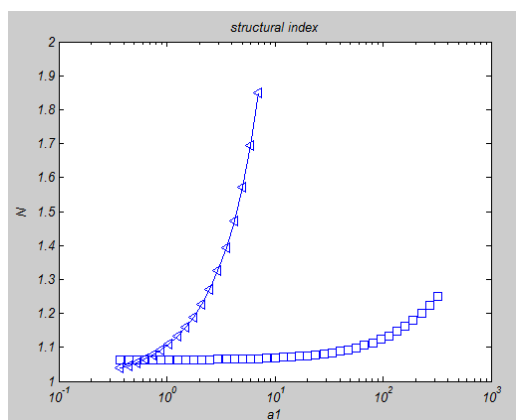
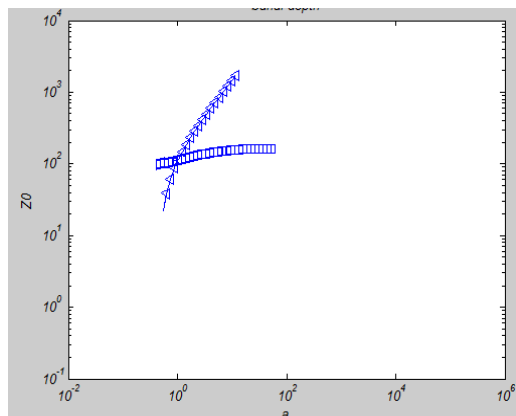
### ایجاد داده های مصنوعی

در این مرحله برای هریک از مدل های در نظر گرفته شده با استفاده از رابطه های گرانی قائم آنها (پیوست های A تا C)، با در نظر گرفتن پروفیلی با فاصله ی نقاط مساوی (۱۰۰ متر) اقدام به ایجاد داده های گرانی مصنوعی نموده و سپس نمودار گرانی قائم هریک را بر حسب فاصله در امتداد پروفیل رسم می نماییم. تمامی مراحل با استفاده از برنامه نویسی در محیط Matlab انجام می شود. عمق سطح بالای مدل ها برابر ۱۰۰ متر و عمق سطح پایینی آنها نیز ۴۰۰ متر در نظر گرفته شده است. زاویه ی شیب پله ی مایل با امتداد قائم نیز ۴۵ درجه می باشد.

ضرائب موجک مرتبه ی اول ماکزیمم پله ی قائم و پله ی مایل:

پس از ایجاد داده های مصنوعی و محاسبه ی ضرائب موجک آنها برای هر کدام از مدل های مصنوعی، نمودار ضرائب موجک بر حسب ضرائب بسط (سطوح ادامه ی فراسو) را رسم می نماییم. همانطور که در شکل های (۷ و ۸) مشاهده می شود، ضرائب موجک ماکزیمم، قسمت های روشن تر نمودار را تشکیل می دهند که می توان از این طریق به وجود یک بی هنجاری مشخص در طول یک

مصنوعی در این دو نمودار دایکی با سطح بالای  $Z_1=100m$  و  $Z_2=400m$  می باشد.



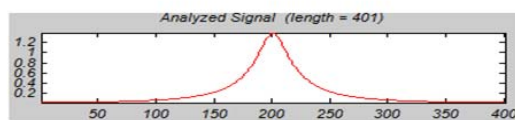
شکل ۱۰. الف) نمودار عمق (نمودار بالایی) و ب) شاخص ساختاری (نمودار پایینی) برای مدل مصنوعی دایک نازک قائم.

### نتیجه گیری

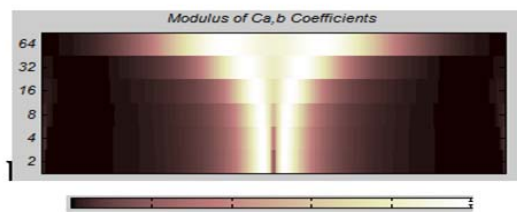
روش تبدیل موجک برای تعیین شاخص ساختاری و عمق، با استفاده از روابط به دست آمده از نسبت ضرایب موجک، بر روی داده های حاصل از سه مدل مصنوعی پله ی قائم، پله ی مایل و دایک نازک انجام شد. نتایج به دست آمده از روش تحلیلی در بسط های بالا با شاخص ساختاری و عمق این مدل ها تطابق داشت. سپس با کاربرد الگوریتم روش تبدیل موجک و با استفاده از مشتقات افقی و قائم در حوزه ی فوریه، نمودارهایی برای شاخص ساختاری و عمق به دست آمد (روش عددی). در مرحله ی بعد نمودارهای به دست آمده از روش های تحلیلی و روش عددی، مقایسه شدند. نتایج به دست آمده نشان داد که دو روش تحلیلی و عددی در ادامه ی فراسو تا ارتفاع های پایین از تطابق خوبی برخوردارند، اما

### ضرایب موجک مرتبه ی اول ماکزیمم دایک نازک قائم:

در شکل (۹) نیز نمودار ضرایب موجک یک دایک نازک قائم را مشاهده می نمایید.



فاصله در امتداد پروفیل



رنگ ها از تیره به روشن نشان دهنده ی مقادیر مینیمم تا ماکزیمم می باشند.

شکل ۹. تصویر بالایی: نمودار گرانی قائم یک دایک نازک قائم با ارتفاع های  $Z_1=100m$  و  $Z_2=400m$  می باشد. مقادیر محور عمودی گرانی بر حسب میلی گال و محور افقی نیز فاصله در امتداد پروفیل بر حسب متر می باشند. تصویر پایینی: نمودار ضرایب موجک مرتبه ی اول که در آن ضرایب موجک ماکزیمم با رنگ روشن تر نشان داده شده اند. محور عمودی ضرایب بسط (سطوح ادامه ی فراسو) را نشان می دهد.

### تعیین شاخص ساختاری و عمق با استفاده از الگوریتم روش تبدیل موجک

با استفاده از برنامه ی کامپیوتری که برای محاسبه ی ضرایب موجک در نظر گرفته شده است، دو نمودار برای عمق و شاخص ساختاری به دست می آید که در نمودارهای شکل (۱۰) منحنی شاخص ساختاری و عمق برای هر دو روش عددی و تحلیلی با هم مقایسه شده اند. همانطور که در تصاویر مشاهده می نمایید، در بسط های پایین، منحنی ها نقاط اشتراکی دارند که در منحنی (الف) نشان دهنده ی شاخص ساختاری و در منحنی (ب) نشان دهنده ی عمق سطح بالای جسم مدفون می باشد. مدل



سیگنال تحلیلی و ضرائب موجک مرتبه ی اول و دوم ( $\gamma = 1, 2$ ) مربوط به پله ی قائم گرانی را با استفاده از نگارش  $a = -z > 0$  برای سطوح ادامه ی فراسو (بسط ها)، و با استفاده از رابطه ی (۱۱)، برای تمام سطوح بالای سطح اندازه گیری  $z=0$  می توانیم به دست بیاوریم (Martelet et al. 2001):

(۲-A)

$$\frac{w_{\psi_c^1 | g(z)}(x, a)}{a} = \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial z} \right) g_z = A_0$$

که  $A_0$  سیگنال تحلیلی می باشد.

(A)

$$\frac{w_{\psi_c^1 | g(z)}(x, a)}{a} = G\rho \left\{ \ln \left( \frac{x^2 + (z_2 + a)^2}{x^2 + (z_1 + a)^2} \right) + 2i \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x}{z_1 + a} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x}{z_2 + a} \right) \right] \right\}$$

اندازه (بزرگی) ضریب موجک مرتبه ی اول ( $\gamma = 1$ ) عبارت خواهد بود از:

(A)

$$|W_{\psi_c^1 | g(z)}(x, a)| = G\rho a \left\{ \left[ \ln \left( \frac{x^2 + (z_2 + a)^2}{x^2 + (z_1 + a)^2} \right) \right]^2 + 4 \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x}{z_1 + a} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x}{z_2 + a} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

پیوست B:

ضریب موجک مرتبه ی اول پله ی مایل

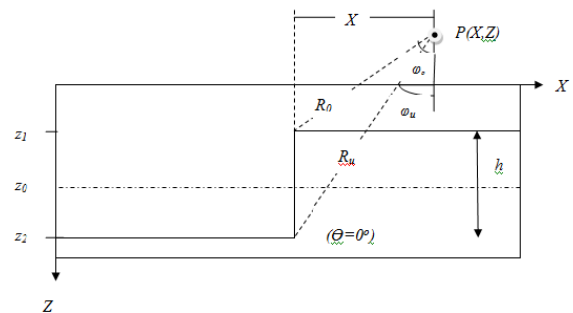
گرانی قائم یک پله ی دو بعدی مایل (شکل B-۱) عبارت است از (Martelet et al. 2001):

در ارتفاع های بالاتر به دلیل تاثیر بی هنجاری های بزرگ مقیاس عمیق بر بی هنجاری های سطحی تر، تطابق چندان خوبی بین این دو روش وجود ندارد.

پیوست A:

ضریب موجک مرتبه ی اول پله ی قائم

با استفاده از رابطه ی گرانی قائم و سیگنال تحلیلی، می توان ضریب موجک مرتبه ی اول پله ی قائم دو بعدی را به دست آورد. پله ی قائم محدودی که در اینجا در نظر گرفته ایم، در مکان  $X$  واقع شده و عمق سطوح بالایی و پایینی آن به ترتیب عبارتند از:  $Z_1$  و  $Z_2$  (شکل A-۱) (Martelet et al. 2001).



شکل (A-۱). نمایشی از مقطع عرضی یک پله ی قائم، با عمق سطح بالایی  $Z_1$  و عمق سطح پایینی  $Z_2$ ، که عمق دفن آن  $Z_0$  می باشد (Martelet et al. 2001).

رابطه ی مربوط به جاذبه ی قائم پله ی قائم محدود عبارت است از:

(۱-A)

$$g(x, z) = G\rho \left\{ \tan^{-1} \left( \frac{x}{z_2 - z} \right) [2(z_2 - z)] - \tan^{-1} \left( \frac{x}{z_1 - z} \right) [2(z_1 - z)] + x \ln \left( \frac{x^2 + (z_2 - z)^2}{x^2 + (z_1 - z)^2} \right) \right\}$$

که  $G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}$ ، ثابت

جهانی گرانش و  $\rho$  تباین چگالی پله ی قائم با محیط اطرافش می باشد.

$$\cos^2 \theta \ln \left( \frac{x_2^2 + (z_2 + a)^2}{x_1^2 + (z_1 + a)^2} \right) + 2i \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_1}{z_1 + a} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{z_2 + a} \right) \right] \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \ln \left[ \frac{x_2^2 + (z_2 + a)^2}{x_1^2 + (z_1 + a)^2} \right] \Bigg\}$$

که این مقدار معادل سیگنال تحلیلی یا  $A_0$  می باشد. اندازه ی ضریب موجک مرتبه ی اول ( $\gamma=1$ ) این پله عبارت خواهد بود از:

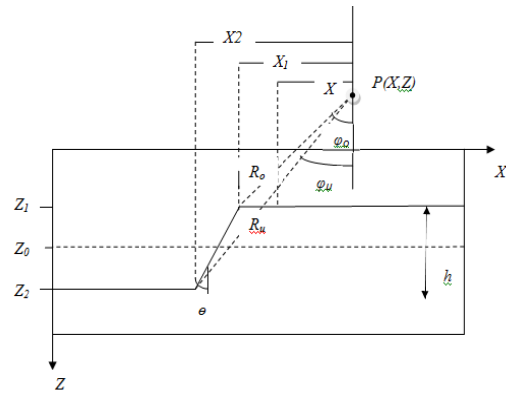
(۷-B)

$$\begin{aligned} & |W_{\psi_c^1 | g_{(.,z)}(x, a) |} \\ &= G\rho a \left\{ \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{z_2 + a} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_1}{z_1 + a} \right) \right] \sin 2\theta \right. \\ &+ \cos^2 \theta \ln \left( \frac{x_2^2 + (z_2 + a)^2}{x_1^2 + (z_1 + a)^2} \right)^2 \\ &+ \left( 2 \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_1}{z_1 + a} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{z_2 + a} \right) \right] \cos^2 \theta \right. \\ &\left. \left. + \sin \theta \cos \theta \ln \left( \frac{x_2^2 + (z_2 + a)^2}{x_1^2 + (z_1 + a)^2} \right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

: C

با استفاده از معادله ی پواسون می توان میدان مغناطیسی کل را به میدان شبه گرانی تبدیل نمود (Baranov, 1957). در اینجا نیز می توان از این خاصیت استفاده نموده و سیگنال تحلیلی و ضریب موجک مرتبه ی اول دایک نازک قائم را محاسبه نمود.

در حوزه ی موجک، ضرایب موجک مرتبه ی  $\gamma+1$  مربوط به  $g_z$  (میدان گرانی قائم) با ضرایب موجک مرتبه ی  $\gamma$  ی  $T$  (میدان مغناطیسی کل) از طریق رابطه ی زیر مربوط می باشند (Sailhac et al. 2000):



شکل (۱-B). نمایش مقطع عرضی یک پله ی مایل

(Martelet et al. 2001)

(۱-B)

$$g(x, z) = \begin{cases} \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{z_2 - z} \right) [2(z_2 - z) + x \sin 2\theta] - \tan^{-1} \left( \frac{x_1}{z_1 - z} \right) \\ [2(z_1 - z) + x \sin 2\theta] + x \cos^2 \theta \ln \left( \frac{x^2 + (z_2 + a)^2}{x^2 + (z_1 + a)^2} \right) \end{cases}$$

که  $x_1$  و  $x_2$  عبارتند از:

$$x_1 = x + (z_1 - z) \tan \theta \quad (۲-B)$$

$$x_2 = x + (z_2 - z) \tan \theta \quad (۳-B)$$

در شکل (۱-B) زوایای  $\phi_o$  و  $\phi_u$  عبارتند از:

(۴-B)

$$\phi_o = \tan^{-1} \left( \frac{x_1}{z_1 - z} \right)$$

(۵-B)

$$\phi_u = \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{z_2 - z} \right)$$

این بار نیز با توجه به اینکه  $a=-z$  می باشد، برای سطوح مختلف ادامه ی فراسو و با توجه به رابطه ی (۱۱) ، ضرایب موجک مختلط مرتبه ی اول و دوم را با استفاده از سیگنال تحلیلی برای تمام سطوح بالای سطح اندازه گیری  $z=0$  به دست می آوریم (Martelet et al. 2001):

(Martelet

(۶-B)

$$\frac{W_{\psi_c^1 | g_{(.,z)}(x, a) |}}{a} = G\rho \left\{ \left[ \tan^{-1} \left( \frac{x_2}{z_2 + a} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{x_1}{z_1 + a} \right) \right] \sin 2\theta + \right.$$

$$| \mathcal{W}_{\psi_c^1 |_{g_z(0,z=0)}}(x, a) | = \frac{2G\rho a h}{\sqrt{(x^2 + (z_1 + a)^2)(x^2 + (z_2 + a)^2)}} \quad (3-C)$$

$$= a \mathcal{W}_{\psi_c^\gamma |_{T(0,z=0)}}(x, a) \quad (1-C)$$

بنابراین می توان ضریب موجک مرتبه ی اول میدان گرانی قائم دایک نازک قائم را از یکی از روابط میدانهای مغناطیسی کل چشمه ی پله ای، به این صورت به دست آورد (Martelet et al. 2001):

$$\mathcal{W}_{\psi_c^1 |_{g_z(0,z=0)}}(x, a) = \quad (2-C)$$

## References

- Baranove, V., 1957, A new method for interpretation of aeromagnetic maps: Pseudogravimetric anomalies, Geophysics, 22,359-383.
- Martelet, G., Sailhac, P., and Diament, M., 2001, characterization of geological boundaries using wavelet transform on gravity data: theory and application to Himalayas, Geophysics, 4, 1116-1129.
- Moreau, F., 1995, Me'thodes de traitement de donne'es ge'ophysiques par transforme'e en ondelettes. The'se de doctorat, 177 pp., Univ. de Rennes I, Rennes, France.
- Moreau, F., Gibert, D., Holschneider, and Saracco, G., 1997, Wavelet analysis of potential fields, Inverse Probl., 13, 165-178.
- Moreau, F., Gibert, D., Holschneider, and Saracco, G., 1999, Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Basic theory, J. Geophys. Res., 104, 507-517.
- Nabighian, N. N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section, Geophysics, 37, 507-517.
- Sailhac, Pascal and Galdeano, Armand, and Delor, Claude, 2000, Identification of sources of Potential fields with the continuous wavelet transform :complex wavelets and application to aeromagnetic profiles in French Guiana, Journal of geophysical research, B8, 19,455-19,475.
- Sailhac, Pascal and Gilbert, Dominique, 2003, Identification of source of potential fields with the continuous wavelet transform :two-dimensional wavelet and multipolar approximations, Journal of Geophysical research, B5, 2262, doi: 10.1029/2002jb 002021.
- Vallee, Marc A., Keating, Pierre, Richard, S. Smith and St-Hilaire, 2004, Camille, estimating depth and model type using the continuous wavelet transform of magnetic data, geophysics, 1, 191-199.