برآورد عددی تغییرات شدت میدان الکترومغناطیسی بر حسب زمان و مکان

لاله فرهنگ متین، حسن فرخ پیام، امیدرضا صفی یاری

چکیده: با توجه به پیشرفت‌های اخیر در علوم رایانه‌ای و رشد نرم افزارهای کاربردی برای محاسبه و شبیه سازی مسائل پیچیده‌ی علوم گوناگون، امروزه روش‌های رایانه‌ای به عنوان یکی از پایه‌های تولید علم در کنار روش‌های سنتی قرار گرفته‌اند. روش‌های عددی به عنوان جایگزینی برای حل تحلیلی مسایل پیچیده‌تر بکار می‌روند. به کمک این دانش، تغییرات شدت میدان مغناطیسی نسبت به فضا و زمان را با ساده سازی‌هایی مانند در نظر گرفتن فضای دو بعدی به جای سه بعدی، صرف نظر از ضخامت سیم و در نظرگرفتن سیم باریک و چشمه‌ی نقطه‌ای و تقریب میدان‌های دور، می‌توان به صورت عددی حل نمود. برای حل معادلات ماکسول با شرایط مرزی معین در محدوده‌ی همگرایی جواب‌ها، می‌توان از روش تفاضل‌های محدود در حوزه‌ی زمانی بهره جست. در چندین مثال از المان سازی و فرض شبکه‌های باسازمان در یک مدل دو بعدی، با توجه به مزایای این مدل، استفاده نموده و جواب‌های حاصل را با آن چه انتظار می‌رود مقایسه می‌نماییم.

واژه‌های کلیدی: روش‌های عددی، الکترومغناطیس، تفاضل‌های محدود، اثرات شوک میدان، معادلات ماکسول

مقدمه

حل مسائل الکترومغناطیس با کمک تکنیک‌های رایانه‌ای و برنامه نویسی به نام الکترومغناطیس عددی خوانده می‌شود. این روش بازتاب شیوه عمومی در علوم و مهندسی برای تدوین فرمول‌بندی قوانین حاکم بر طبیعت به صورت الگوریتم‌های رایانه‌ای بوده و فرآیندهای فیزیکی را شبیه‌سازی می‌نماید. به صورت سنتی، روش‌های تولید فرضیه (در قالب تئوری پردازی و تحلیل نظری) و آزمایش‌های تجربی، دو رکن اساسی از پایه‌های تولید دانش هستند و امروزه با توسعه علوم و تکنولوژی رایانه‌ای، روش‌های عددی و شبیه‌سازی به عنوان رکن سوم این ساختار مطرح می‌باشد، که گاهی به دلیل برتری‌های این روش، جایگزین روش‌های سنتی می‌گردد. در زمینه مهندسی میکرو موج[2] و الکترونیک با سرعت بالا، الکترومغناطیس عددی کلیدی برای حل معادلات ماکسول، به کمک شبیه‌سازهای الکترومغناطیس یا حل کننده‌های میدانی می‌باشد. روش‌های حل مبتنی بر میدان با سیر تکاملی تحول انگیزِ سامانه‌های دیجیتال و آنالوگ، به سمت نرخ زمان عملکرد بالاتر، بسامدهای بالاتر، پهنای باند بیشتر، فشرده‌سازی

لاله فرهنگ متین (استادیار) و **حسن فرخ پیام** (استادیار): اعضاء هیئت علمی دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه آزاد واحد تهران شمال

امید رضا صفی‌یاری، دانش‌آموخته دکتری در رشته عمران، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

[2] Microwave

بیشتر و پیچیدگی افزون تر، به صورت یک ضرورت و نیاز جدی در آمده است. در سال‌های اخیر روش‌های عددی برای محاسبه میدان‌های الکترومغناطیسی از تکنیک‌های تحلیلی پیشی گرفته است. راه‌کارهای تحلیلی تنها در مسائل پایه‌ای با هندسه‌های ساده، یک بعدی و متقارن کاربرد داشته‌اند و در اکثر مسائل کاربردی با شرایط پیچیده محیطی و مرزی که به مسایل واقعی و طبیعی نزدیکتر هستند، قابل اجرا نمی باشند[۷-۱]. در نتیجه امروزه در حوزه‌های مختلف علوم و فن‌آوری میدان‌های الکترومغناطیسی، پرداختن به مقوله محاسبات عددی به عنوان راه حل جدی برای مسایل الکترومغناطیس و طراحی سامانه های الکترونیکی، اجتناب ناپذیر است. با نگرش عددی به حل معادلات ماکسول، میدان‌ها را در حوزه زمانی و همچنین در حوزه فرکانسی می‌توان به صورت عددی تحلیل کرده و مقادیر کمی آنها را بدست آورد. مدل‌های حوزه زمانی، دامنه وسیعی از حوزه فرکانسی را در برگرفته و به همین دلیل می‌توانند رفتارهای ناپایدار، شرایط گذرا، مسایل با طبیعت میرا و انواع شوک را حل کرده و برای آنها میدانی از پاسخ‌ها را تامین کنند. از طرف دیگر، روش‌های حوزه فرکانس راه حل‌هایی را برای یک فرکانس در یک زمان ارائه می‌دهند و برای تبیین رفتار مسایلی با فیزیک و وضعیت پایدار که شرایط سهل و تغییرات نرم در میدان پاسخ‌ها داشته و این میدان را دچار تحولات ناگهانی و یا ایجاد تکینگی نکند، بسیار مطلوب است. به عنوان یک تکنیک متداول و کاربردی که از دیر باز شناخته شده و کاربرد داشته است، تبدیلات فوریه انتقال بین دو حوزه زمان و فرکانس را امکان پذیر می‌سازد. معادلات ماکسول یا قوانین حاکم بر میدان‌های الکترومغناطیس تابع مکان و زمان هستند. قانون فارادی و قانون آمپر را در فرم برداری می‌توان به صورت دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر نمایش داد:

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \qquad (۱)$$

$$\nabla \times E = \sigma E + \varepsilon \frac{\partial H}{\partial t} \qquad (۲)$$

همچنین وابستگی زمانی میدان الکتریکی و مغناطیسی با روابط زیر بیان می‌شود:

$$E(x,y,z,t) = a_x E_x(x,y,z,t) + a_y E_y(x,y,z,t) + a_z E_z(x,y,z,t) \qquad (۳)$$

$$H(x,y,z,t) = a_x H_x(x,y,z,t) + a_y H_y(x,y,z,t) + a_z H_z(x,y,z,t) \qquad (۴)$$

در این روابط، تراوایی مغناطیسی با μ، گذردهی الکتریکی با ε و رسانندگی با σ نمایش داده می‌شود.

وابستگی فضایی ویژگی‌های ماده همراه با افت و خیزهای تصادفی، به پیچیدگی پارامترهای الکترومغناطیس می افزاید. به منظور یافتنِ فرم وابسته به زمان معادلات ماکسول، لازم است که شرایط مرزی و شرایط اولیه را در اختیار داشته باشیم. برای یافتن رفتار یک میدان در تک بسامد ω، باید معادلات ماکسول را به فرمی که تک بسامد باشد تبدیل کنیم. فرض کنید که مولفه زمانِ میدان در سریِ فوریه اساساً هارمونیک است، مولفه میدان الکتریکی برابر است با:

$$E_x(x,y,z,t) = E_x(x,y,z)\cos(\omega t) = E_x(x,y,z)\,\mathrm{Re}\{e^{j\omega t}\} \rightarrow E_x(x,y,z)e^{j\omega t} \qquad (۵)$$

از آنجایی که تمامی مولفه‌ها، قسمتِ زمانیِ مشابهی دارند، نتیجه‌ای که از معادلات ماکسول بدست می‌آید به صورت زیر است:

$$\nabla \times E = -j\omega B \qquad (۶)$$

$$\nabla \times H = \sigma E + j\omega\varepsilon E \qquad (۷)$$

فرم نوسانی زمانیِ معادلات ماکسول تابعیت فضایی و بسامدی دارد، نتیجه آنکه، این فرمول‌بندی نیازمند مشخصه‌های شرایط مرزی است. رفتار زمانی میدان

که از محاسبه میدان در تعداد زیادی فرکانس و تبدیلات فوریه، حاصل می‌شود با حوزه زمانی برابر است. بر خلاف روش‌های تحلیلی، حل‌های رایانه ای به شکلِ بسته نیستند بلکه خروجی به صورت عددی است. رایانه، میدان‌ها و جریان‌ها را در نقاط گسسته یا نقاط شبکه‌ای تعیین شده در یک ناحیه‌ی مورد نظر، محاسبه می‌کند. چنانچه بر نقاط شبکه افزوده شود دقت محاسبات افزایش می‌یابد اما به همین ترتیب زمان محاسبه نیز افزایش می‌یابد. عموماً، در روش‌های عددی، بیشینه فاصله‌ی بین نقاط از مرتبه‌ی $\frac{\lambda}{10}$ انتخاب می‌شود. در روش‌های حوزه زمانی، λ طول موج در بسامد مرکزی است و شبکه‌یِ فضایی درون مواد نفوذپذیر، به طولِ موجِ درون ماده بستگی دارد. همه روش‌های عددی از شبکه‌های یکنواخت و همگن استفاده نمی‌کنند برخی از تقریب‌های رایج در مدل‌های عددی، شامل موارد زیر هستند

الف - به جای بررسی سه بعدی، مدل‌سازی در یک یا دو بعد انجام می‌گیرد.

ب - فرض می‌کنیم که یک سطح یا یک سیم، بی نهایت نازک است. این نگرش باعث ساده سازی محاسباتِ معادلات انتگرالی و روش‌های با بسامد بالا می‌شود.

ج - منابع ساده برای مثال عبارتند از ، موج تخت، چشمه نقطه‌ای، جریان ثابت، ولتاژ ثابت و پالس گاوسی شکل.

د - به جای سیم‌های خمیده از سیم‌های مستقیم بهره می‌بریم. فرضِ سیم مستقیم به جای خمیده، کمترین پیچیدگی محاسبات ریاضی را به همراه دارد.

هـ - صرف نظر از جفت شدگی متقابل، تنها جفت شدگیِ متقابلِ بین اجزای هم سایه (مجاور) را در نظر می‌گیریم، از چشمه‌ی نقطه‌ای به جای دو قطبی‌ها استفاده می‌کنیم (جفت‌شدگی محاسبات را افزایش می‌دهد).

و – بکار بردن تقریب میدان‌های دور (تقریب میدان دور، از جمله‌های کم دامنه و کوچک صرف نظر می‌کند) [۱۱-۵].

۲- روش تحلیل میدان شبیه سازی

برای تحلیل و شبیه‌سازی پدیده پخش امواج الکترومغناطیس در این مقاله از روش تفاضل‌های محدود در حوزه زمانی استفاده شده است. در این قسمت بیشتر بر روی شیوه‌های عددی در تشکیل میدانِ جزء بندی شده و تفکیک معادلات دیفرانسیل حاکم بر روی میدان جزئی حل عددی متمرکز شده و شیوه محاسباتی این پژوهش را به صورت کاملتر معرفی می‌کنیم.

۳- هندسه میدان حل

یک مدل دو بعدی که امکان تبدیل به مدل یک بعدی را دارد، در نظر گرفته شده است. مزایای یک مدل دو بعدی برای حل مسایل الکترومغناطیس عبارتند از:

الف ــ عمده پدیده‌های الکترومغناطیسی در میدان باز دارای هندسه و فُرم متقارن هستند و لذا حل آنها در یک فضای هندسی یک یا دو بعدی کاملا بر میدان واقعی منطبق می‌باشد.

ب ــ مدل دو بعدی دارای سه درجه آزادی در هر گره محاسباتی است که نسبت به مدل سه بعدی که شش درجه آزادی دارد، دارای مجهولات کمتری بوده و در نتیجه دستگاه جبری معادلات نظیر با معادلات دیفرانسیل، حجم کمتری دارد.

ج ــ به دلیل تعداد بسیار کمتر گره‌های محاسباتی دو بعدی نسبت به فضای سه بعدی و همچنین کمتر بودن تعداد مجهولات در هر گره، سرعت محاسبات بسیار بیشتر است.

د ـ حجم حافظه‌ای که برای ذخیره سازی داده‌های خروجی مدل نیاز داریم، بسیار کمتر است.

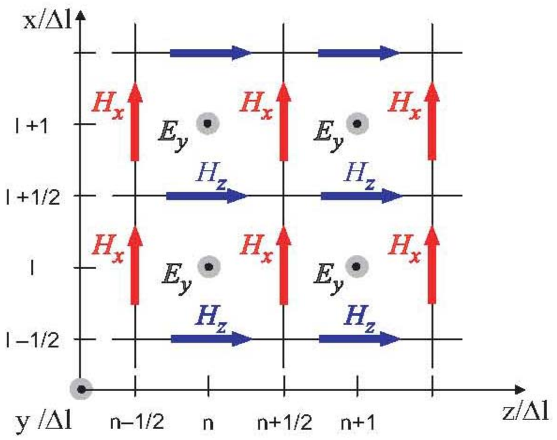
هـ ـ از آنجاکه حل میدان مبتنی بر زمان است، لذا سرعت بالا در حل همراه با حجم ذخیره سازی کمتر، کمک می‌کند تا زمان همگرایی پاسخها سریع تر شود.

برای هر مساله خاص، پس از شناسایی هندسه واقعی محیط مورد بررسی، آن را با هندسه محیط مجازی یا شبیه سازی، معادل سازی می‌نماییم. مرحله نهایی هم انطباق دو هندسه بر یکدیگر است.

۴- شبکه‌بندی و المان‌سازی میدان

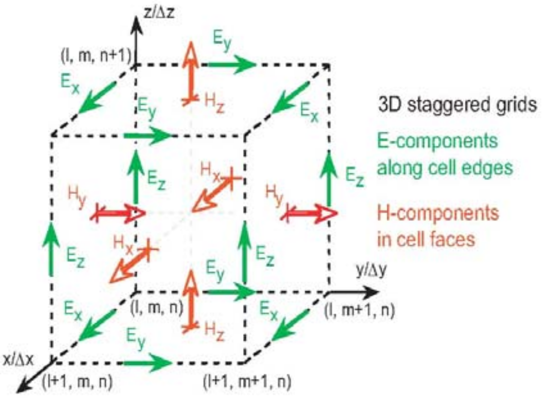
پس از اینکه میدان حل و ابعاد آن مشخص گردید، لازم است که این میدان مجازی به اجزای کوچکتری شکسته شود. برحسب آنچه که از روش‌های عددی گوناگون می‌شناسیم، زیرا می‌توانیم معادلات حاکم را به جای حل کردن در یک هندسه بسیار پیچیده در هندسه‌های ساده‌تری حل کرده و نهایتا با ایجاد همبندی بین اجزای میدان، ریز حل‌های انجام شده را به یکدیگر پیوند داده و میدان پاسخ یک دست و پیوسته‌ای ایجاد نماییم.

شبکه‌های حل در روش‌های عددی، عموما در دو قالب کلی با سازمان یا ساختار یافته[۱] و بی‌سازمان یا ساختار نیافته[۲] به وجود آمده و مورد استفاده قرار می‌گیرند. شبکه‌های با سازمان، از نظر کاربردی قدمت بیشتری داشته و از اولین روزهای استفاده از روش‌های عددی ابتدایی، مورد استفاده بوده‌اند. این شبکه‌ها غالبا به صورت مجموعه‌هایی از المان‌های مربعی یا مستطیلی شکل می‌گیرند و همه اجزا به صورت منظم و در راستاهای ستونی و ردیفی در کنار یکدیگر مستقر شده‌اند. به هر کدام از اجزای شبکه که توسط خطوط تقسیم شبکه[۳] محاط شده‌اند، سلول محاسباتی گفته می‌شود. نقاطی هم که از تقاطع خطوط شبکه بوجود می‌آیند و در چهار راس واقع هستند، گره نامیده می‌شوند. این تقسیم فضایی از محیط بزرگ‌تر و پیچیده‌تر به المان‌های ساده‌تر را گسسته سازی هندسی[۴] محیط حل می‌نامند. شبکه‌های با سازمان، به دلیل سادگی تولید، نظم داده‌های ورودی و خروجی و همچنین کنترل بسیار راحت اطلاعات بر روی آنها هنوز هم بسیار مورد توجه هستند. شبکه های بی سازمان به دلیل نقطه ضعف اساسی شبکه‌های با سازمان که تطابق هندسی بسیار سخت با مرزهای منحنی‌الضلع می‌باشد. این شبکه‌ها نیز مانند شبکه‌های با سازمان دارای المان و گره هستند، اما در ساختار آنها لزوما یک نظم هندسی مشخص و خطوط شبکه مستقیم‌الخط وجود ندارد. استفاده از اجزای با اشکال مختلف هندسی و حتی منحنی‌الضلع از ویژگی‌های بارز این شبکه‌ها است. در مقاله‌ی حاضر با توجه به اینکه مرزهای هندسی محیط‌های مورد بررسی بسیار ساده بوده و با توجه به استفاده از روش‌های خانواده تفاضل‌های محدود، از شبکه‌های با سازمان استفاده شود[۱۸-۱۱].



شکل ۱ – نمایش شبکه ۲ بعدی حل در قالب یک در میان (Staggered Grid)

[1] Structured Grid
[2] Non-Structured Grid
[3] Grid
[4] Domain Discretization



شکل ۲- نمایش شبکه ۳ بعدی حل در قالب یک در میان (Staggered Grid)

۵- روش حل معادلات میدان

چنانچه پیشتر نیز در مقدمه این بخش عنوان گردید، روشFDTD یکی از روش‌های محبوب، معتبر و پر کاربرد در شبیه سازی اثرات میدان های الکترومغناطیسی می باشد. این شیوه بر پایه روش‌های تفاضل محدود استوار است و چنانچه بیان گردید در حوزه حل زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد. معادلاتی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته‌اند، در فضای دو بعدی عبارتند از:

$$\frac{dE_y}{dx}=-\mu\frac{dH_z}{dt} \qquad (۸)$$

$$\frac{dE_y}{dz}=\mu\frac{dH_x}{dt} \qquad (۹)$$

$$\frac{dH_x}{dz}-\frac{dH_z}{dx}=\varepsilon\frac{dE_y}{dt} \qquad (۱۰)$$

پس از جزءبندی یا گسسته‌سازی معادلات[1] دیفرانسیل حاکم بر پدیده، در مبنای پارامترهای هندسی (x,y) و همچنین بر اساس پارامتر زمان (t) دستگاهی از معادلات جبری در سطح هر المان محاسباتی حاصل می‌گردد. چنانچه این معادلات بر روی سلول‌های میدان حل به یکدیگر پیوند داده شوند، همبندی مورد نظر حاصل شده و پاسخ حاصل از حل این دستگاه معادلات جبری پیوستگی خواهد داشت. روابط جزءبندی شده در فضای دو بعدی عبارتند از:

$$\frac{E_y^k(l+1,n)-E_y^k(l,n)}{\Delta x}=-\mu\frac{H_z^{k+\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2},n)-H_z^{k-\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2},n)}{\Delta t} \qquad (۱۱)$$

$$\frac{dE_y}{dz}=\mu\frac{dH_x}{dt} \qquad (۱۲)$$

$$\frac{dH_x}{dz}-\frac{dH_z}{dx}=\varepsilon\frac{dE_y}{dt} \qquad (۱۳)$$

چنانچه یادآوری گردید، معادلات دیفرانسیل حاکم بر روی سلول محاسباتی گسسته سازی شده و به صورت معادلات جبری در می‌آیند. در این مرحله به جهت شکل گیری دستگاه محاسباتی تفاوتی بین پدیده‌های گذرا یا تابع زمان نسبت به پدیده‌های ثابت و نامتغیر وجود دارد، که جمله زمانی معادلات حاکم می‌باشد. با در نظر گرفتن این جمله زمانی، می‌توان چنین پنداشت که گسسته سازی معادلات علاوه بر پارامترهای هندسی بر روی پارامتر زمان نیز صورت گرفته است و در نتیجه باید در هر گام زمانی دستگاه معادلات جبری به وجود آمده را حل نمود تا بتوانیم شاهد رفتار پدیده در طی زمان باشیم. در این مرحله نیز بر حسب اینکه مجهولات را در کدام گام زمانی از تغییرات در نظر بگیریم، روش حل دستگاه به دو شکل صریح[2] و غیر صریح[3] در می‌آید. در دستگاه معادلات صریح، یکی از مجهولات در گام زمانی جدید بر حسب رابطه‌ای خطی از مقدار بقیه متغیرها در زمان قبلی محاسبه می‌گردد، حال آن‌که در حالت غیر صریح تمامی مجهولات در گام زمانی جدید به صورت

[1] Equation Discretization

[2] Explicit

[3] Implicit

رابطه‌ای خطی از سایر متغیرها نوشته می‌شوند و در نتیجه در هر گام زمانی باید دستگاه معادلات جبری را که دارای تعداد معادلاتی برابر با تعداد تمام متغیرهای شبکه حل می‌باشد، حل نماییم. به سادگی می‌توان دریافت که روش‌های غیرصریح برای تحصیل جواب ها نیاز به زمانی طولانی برای محاسبات و حل دستگاه‌های جبری دارند، در مقابل روش صریح بسیار ساده و به صورت محاسبات خطی عددی می‌باشد. نقطه ضعف عمده روش‌های صریح همگرایی آن‌ها است. چنانچه در طی حل عددی دستگاه جبری، به شرایط همگرایی آن‌ها توجه نشود، عوامل مختلف مانند طبیعت معادلات حاکم بر پدیده (به ویژه اگر مربوط به پدیده‌های گذرا و شوک باشند)، انباشت خطاهای عددی، خطاهای مربوط به ضعف روش گسسته سازی و بالاخره نوع و ترتیب محاسبات می‌تواند منجر به ناپایداری حل و عدم همگرایی شود. در این حالت برای کنترل روند محاسبات، باید تناسبات حل مانند اندازه‌های گسسته سازی هندسی و طول گام‌های زمانی موجب می‌شود که روند محاسبات دستخوش تغییرات اساسی گردد. در این زمینه مطالعات فراوانی صورت گرفته و محققین زیادی شرایط همگرایی را بررسی کرده‌اند. همگی آنها به این نتیجه رسیده‌اند که باید تناسبات زمان و مکان (یعنی نسبت اندازه هندسی سلول‌های محاسباتی و طول گام‌های زمانی) رعایت شده و در محدوده خاصی قرار گیرد تا روش حل پایدار باشد. در این مقاله بنا به توضیحاتی که داده شد، روش حل صریح به منظور حفظ سادگی و همچنین رسیدن به جواب در زمان محاسباتی محدودتر، انتخاب شده است و شرایط همگرایی آن نیز مطالعه و محدوده‌های همگرایی استخراج شده‌اند.

۶- شرایط مرزی و مقادیر اولیه

همان‌گونه که می‌دانیم، یکی از مهم‌ترین عوامل تعیین کننده در حل معادلات دیفرانسیل تعیین درست شرایط مرزی مساله و همچنین در نظر گرفتن تخمین صحیح از مقادیر اولیه میدان حل در مسایل وابسته به زمان می‌باشد. شرایط مرزی گوناگونی بر مسایل و پدیده‌های فیزیکی جاری در طبیعت حاکم می‌باشند که مجبوریم آنها را در قالب روابط و ضوابط ریاضی به میدان حل عددی خود تحمیل نماییم. باتوجه به ماهیت میدان‌های الکترومغناطیسی قوی که پیشتر عنوان کردیم، قصد مطالعه و شبیه‌سازی آنها را در فضای باز پیرامونی داریم و به عبارتی دیگر مسایل مورد نظر در این پژوهش از نوع بزرگ مقیاس[۱] هستند. بر اساس این رهیافت، شرط مرزی جذب موج را به مرزهای میدان مجازی حل اعمال نموده‌ایم. براساس خواص این نوع مرز تحلیلی، امواجی که در میدان تولید و یا تشدید می‌شوند وقتی به سمت مرزها گسیل می‌شوند، از مرز عبور کرده و مجددا به داخل میدان باز تابیده نخواهند شد. همچنین از انکسار و تفرق موج نیز در مرزها جلوگیری کرده‌ایم. دلیل استفاده از این نوع مرز، به نوع و گستره میدان حل مسایل مورد نظر در این پژوهش وابسته است. می‌دانیم که در پدیده‌های بزرگ مقیاس مانند انتشار امواج ناشی از انفجار بمب الکترومغناطیسی در فضای آزاد، تابش میدان مغناطیسی و گسیل میدان‌های الکتریکی تا زمان استهلاک میدان، در همه جهت ها ادامه خواهد داشت. حال آنکه در شبیه سازی، بخش اصلی و نزدیک به منبع تولید میدان الکترومغناطیسی و در مجاورت تاسیسات مورد توجه و بررسی، مورد مدل سازی قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر بنا به محدودیت‌هایی از قبیل زمان اجرای مدل، حجم ذخیره سازی داده‌های خروجی و اصولا کارایی داشتن روش عددی و در نهایت جلوگیری از تولید خطاهای عددی به دلیل گستردگی میدان محاسباتی، هیچگاه تمامی یک پدیده با دقت بالا مدل سازی نمی‌گردد.

[1] Large Scale

در این حالت یا مدل‌هایی با هندسه گسترده و شامل تمام ابعاد در بر گیرنده پدیده با شبکه‌بندی بسیار درشت[1] تهیه شده و هدف تنها به دست آوردن درک و فهم عمومی از کلیت وقوع و پخش پدیده می‌باشد و یا اینکه بخش خاصی از پدیده که دامنه اصلی مطالعات می‌باشد با هندسه محدودتر و المان‌بندی ریز[2] بررسی می‌گردد. در این مقاله شبکه‌های محدود ولی با اجزای ریزتر استفاده می‌کنیم. به طور مثال در بررسی اثرات میدان‌های قوی الکترومغناطیسی بر روی سامانه‌های الکترونیکی و ارائه راه‌کارهای حفاظتی لازم است که مرزهایی داشته باشیم که میدان‌های الکترومغناطیسی پس از برخورد به تاسیسات مورد نظر و عبور از آنها وقتی به مرزها رسیدند، مانند یک دیواره نفوذ ناپذیر یا انعکاسی به مرز برخورد نکنند، بلکه مرز مدل به مثابه این باشد که میدان حل همچنان ادامه دارد و امواج بدون اینکه از مرز و شرایط مرزی تاثیر بپذیرند از آن بگذرند. چنین مرزی را مرز جاذب امواج میدان نام‌گذاری می‌کنند. برای اینکه حل معادلات دیفرانسیل زمانی برای پدیده‌های وابسته به زمان قابل انجام باشد، لازم است که شرایط اولیه یا مقدماتی برای پدیده در نظر بگیریم. به عبارت دیگر این شرایط نشانگر وضعیت میدان در لحظه‌ی صفر $(t=0)$ می‌باشد. عموما در مسایل الکترومغناطیسی مورد نظر، این شرایط به لحظه‌ای مربوط می‌گردد که امواج میدان الکترومغناطیسی از یک منبع تولید شده و وارد فضای اصلی مورد محاسبه می‌گردند. ماهیت واقعی آنها مانند یک شوک و یا پدیده سریع و گذرا می‌باشد.

۷- طرح مدل عددی

در این بخش، خصوصیات مدل عددی توسعه داده شده برای حل میدان، تشریح می‌گردد و کاربردی

[1] Coarse Element Grid
[2] Fine Element Grid

بودن آن با چند مثال از حوزه دانش فیزیک الکترومغناطیس سنجش شده و نمایش داده می‌شود. روابط گسسته شده در محیط صفحه گسترده[3] و با کمک نرم افزار Excel به بوته آزمایش گذاشته شده است. پس از آنکه به صورت محدود و در چند مرحله، کیفیت و کارآیی معادلات گسسته شده بررسی گردید و ایرادهای محاسباتی آنها بر طرف شد، با کمک نرم افزار MATLAB و در محیط برنامه نویسی الگوریتم‌های مختلف و مورد نیاز برنامه نوشته شده و مرحله به مرحله آزمون خطایابی بر روی آنها صورت گرفت تا از صحت عملکرد آنها مطمئن شویم. زیر برنامه‌ها[4] و الگوریتم‌های مورد استفاده عبارتند از:

الف ـ زیر برنامه گرفتن اطلاعات پایه: در این برنامه، اطلاعات پایه مانند ابعاد میدان، ویژگی‌های الکترومغناطیسی میدان، تعداد سلول‌های مورد استفاده در جهات مختلف، گام زمانی پایه حل که مورد نظر می‌باشد و سایر اطلاعات از کاربر گرفته می‌شود.

ب ـ زیر برنامه کنترل داده‌های ورودی و تخصیص فضای حل: در این برنامه، مشخصات اعلام شده از طرف کاربر به ویژه شرایط همگرایی با توجه به داده های ورودی بررسی می‌گردد و چنانچه با شرایط حل هم‌خوانی نداشته باشد، گام زمانی جدیدی از طرف برنامه محاسبه شده و در روند حل مورد استفاده قرار خواهد گرفت. همچنین شبکه حل میدان محاسباتی نیز انجام پذیرفته و خواص فیزیکی مرتبط با هر ناحیه از سلول‌ها به آنها اختصاص داده می‌شود.

ج ـ زیر برنامه اختصاص شرایط مرزی و اولیه: در این برنامه، شرایط مقدماتی مساله براساس داده‌های ورودی به سلول‌ها اختصاص می‌یابد. بنا بر آنچه که قبلا توصیف گردید، شرایط مرزی نیز به سلول‌های

[3] Spread Sheet
[4] Sub Routine

مستقر در مرزهای میدان محاسباتی معرفی می‌گردد و در طی روند حل نیز این برنامه برای کنترل و اعمال شرایط مرزی در هر گام از حل میدان به کار برده می‌شود.

د ــ زیر برنامه بارگذاری: در این برنامه شوک‌های الکترومغناطیسی مناسب با هر مساله معرفی شده و به سلول‌هایی که این بار برای آنها در نظر گرفته شده است در طی روند اجرای برنامه اعمال می‌شوند.

هـ ــ زیر برنامه حل معادلات: در این برنامه معادلات گسسته شده حاکم بر میدان محاسباتی در هر گام زمانی حل شده و نتایج در ماتریس های پاسخ ذخیره می‌شوند.

و ــ زیر برنامه نمایش خروجی‌ها: در این برنامه به کمک توانایی‌های گرافیکی نرم‌افزار، خروجی‌های دلخواه از میدان تحلیل شده در قالب نمودار یا انیمیشن تولید می‌گردد.

۸- مثال‌های حل شده

برای بررسی و صحت سنجی مدل تهیه شده، در این مرحله از پژوهش مثالهای پایه و شناخته شده‌ای توسط مدل عددی حل شده و نتایج آن ارائه می‌گردد. هدف از اجرای این مثال‌ها، نشان دادن توانایی تحلیل نرم‌افزار برنامه‌ریزی شده است، در این بخش ۴ مثال حل شده توسط نرم‌افزار، که در علم الکترومغناطیس آشنا هستند، همراه با خروجی‌های آنها ارائه شده است:

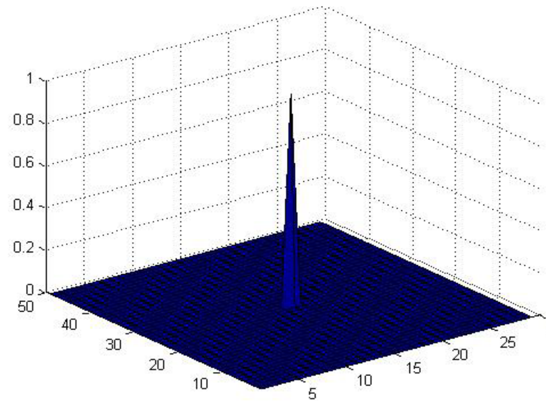
الف ــ عبور شوک میدان الکتریکی متمرکز: در این مثال سعی شده است تا شوک و یا تغییر ناگهانی میدان الکتریکی به صورت متمرکز در نقطه میانی فضای تحلیلی مورد بررسی قرار گیرد. نمونه واقعی این مثال، عبور جریان از یک مسیر کابل است، که در مجاورت خود تولید میدان مغناطیسی می‌نماید. خروجی‌های این مثال نشان می‌دهند که اثر این شوک به صورت پایا در قالب امواج مغناطیسی و الکتریکی میرا در فضای اطراف باقی می‌ماند و پخش می‌شود. در این مثال اهداف زیر حاصل شده است:

۱ – مدل عددی توانایی شناسایی شوک و اثرات آن بر میدان تحلیل را دارد و دچار اختلال و یا پخش عددی ناشی از شوک فیزیکی در میدان تحلیل نمی‌گردد.

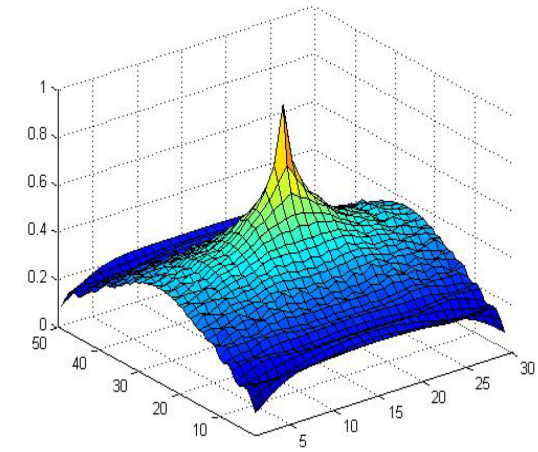
۲ – مدل عددی به خوبی فرآیند پخش میدان کوپل شده‌ی الکتریکی و مغناطیسی را شبیه سازی نموده و پاسخ‌های حاصل نشانگر خوش‌رفتاری مدل عددی در نمایش پدیده فیزیکی هستند.

۳ – سرعت تحلیل عددی خوب بوده و در زمان نسبتا کوتاهی، مسائل با تعداد گره متغیر را تحلیل می‌نماید.

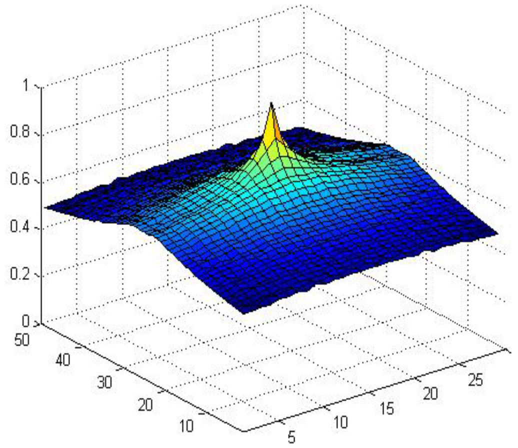
نتایج شبیه سازی عددیدر قالب نمودارهای (۳) تا (۸) می‌توان ملاحظه نمود. در شکل‌های ۳ تا ۶ تغییرات میدان الکتریکی و نحوه رشد مقادیر این میدان حول نقطه‌ی اعمال شوک عبورجریان الکتریکی را می‌توان مشاهده نمود. افزایش مقادیر میدان الکتریکی تا رسیدن به یک سطح ثابت و ایجادمیدان متعادل ادامه می‌یابد. تغییرات متناظر با میدان مغناطیسی در شکل‌های (۷ و۸) ارائه شده‌اند.



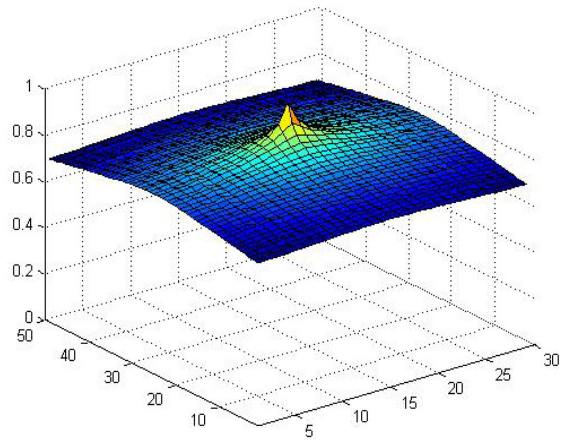
شکل ۳- شوک الکتریکی تحمیل شده به میدان در گره میانی میدان در اولین گام زمانی در جهت z



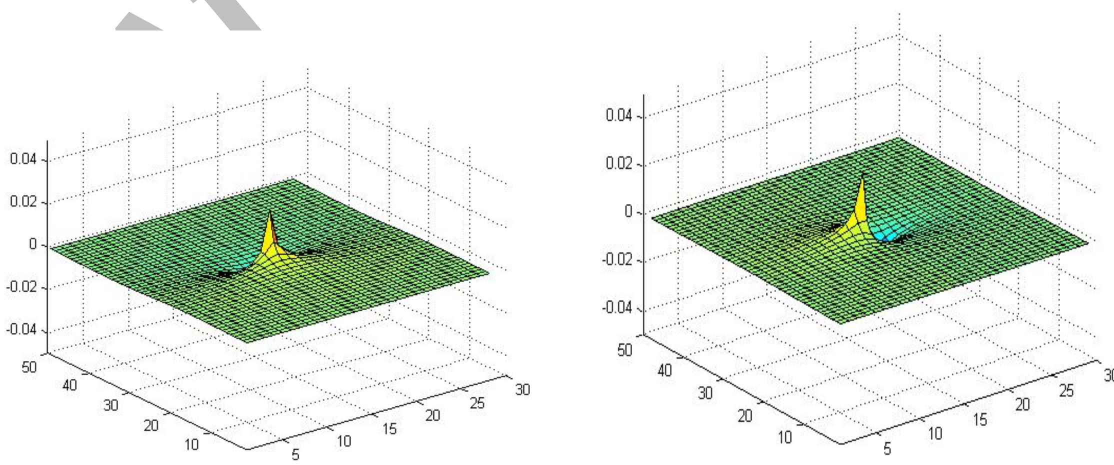
شکل ۴- توسعه میدان الکتریکی در تمام محیط در ۱۰۰ اُمین گام زمانی در جهت z



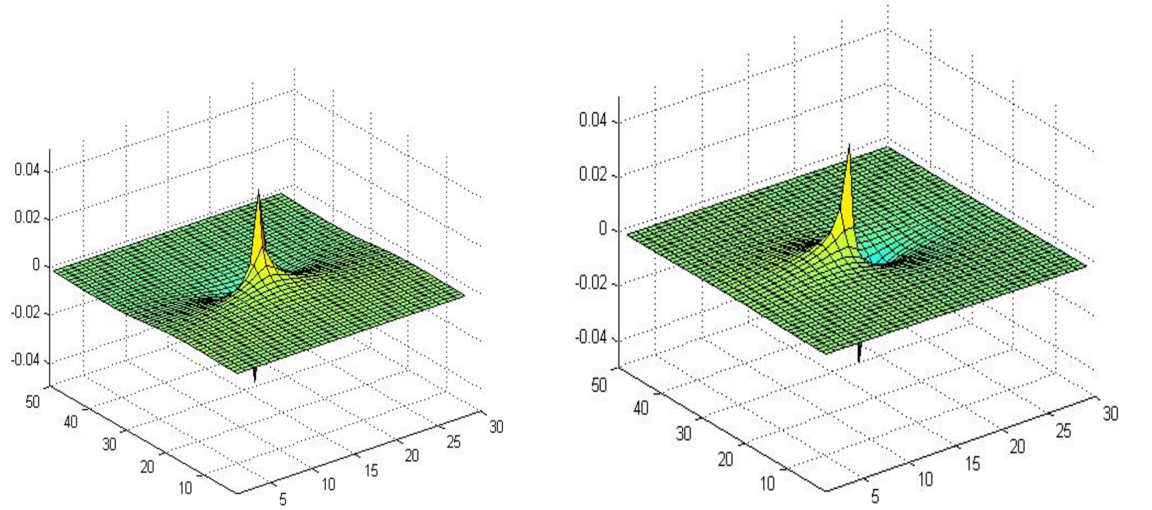
شکل ۵- توسعه میدان الکتریکی در تمام محیط در ۲۰۰ اُمین گام زمانی در جهت z



شکل ۶- توسعه میدان الکتریکی در تمام محیط در ۳۰۰ اُمین گام زمانی در جهت z



شکل ۷- شوک مغناطیسی القاء شده در میدان در ۱۰۰ اُمین گام زمانی (در جهات x و y)



شکل ۸- شوک مغناطیسی القاء شده در میدان در ۲۰۰ اُمین گام زمانی (در جهات x و y)

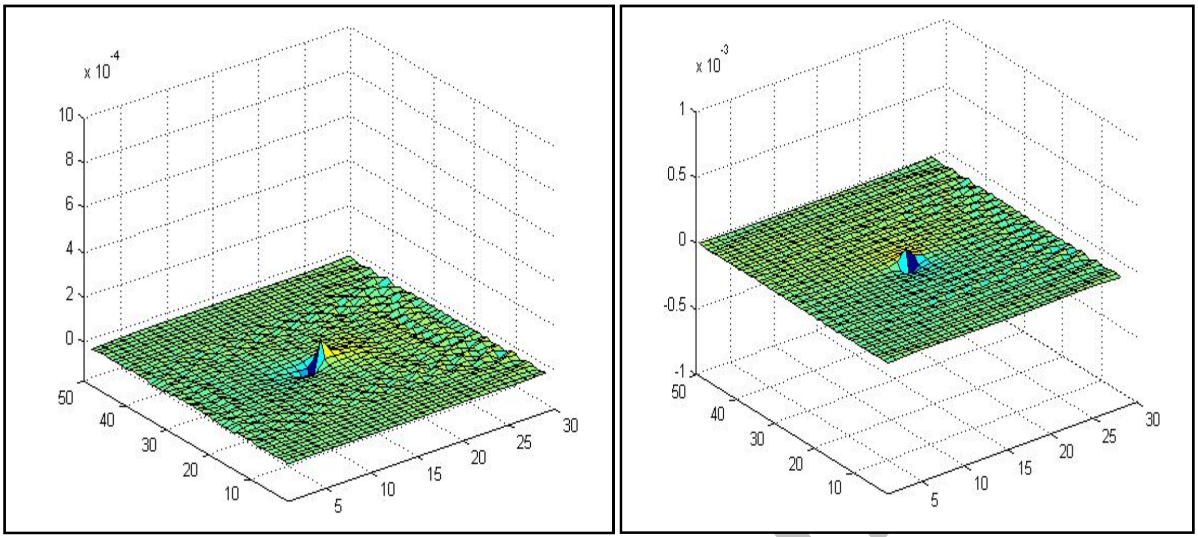
ب ـ ایجاد شوک میدان مغناطیسی: در دنیای واقعی، این مثال نشانگر این پدیده است که در نقطه‌ای خاص میدان مغناطیسی ایجاد گردد و در طی زمان این میدان مغناطیسی در فضای اطراف منتشر شود، بدیهی است که همراه با انتشار موج مغناطیسی، میدان الکتریکی متناظر با آن نیز تولید شده و در فضا منتشر می‌گردد. در این مثال به اهداف زیر دست یافته‌ایم:

۱ – مدل عددی توانایی شناسایی شوک و اثرات آن بر میدان تحلیل را دارد و دچار اختلال و یا پخش عددی ناشی از شوک فیزیکی در میدان تحلیل نمی‌گردد. تفاوت این شوک نسبت به مثال قبلی این است، که شوک قبلی به صورت پایا در مدل در نظر گرفته شده است، یعنی جریان به صورت ناگهانی برقرار می‌گردد و ثابت می‌ماند، در حالیکه در این مثال، برای یک لحظه بسیار کوتاه شوک مغناطیسی به میدان تحمیل شده و سپس منبع مغناطیسی خاموش می‌گردد. در نتیجه یک موج یا شوک ناپایدار و گذرای مغناطیسی به میدان تحلیل تحمیل شده است.

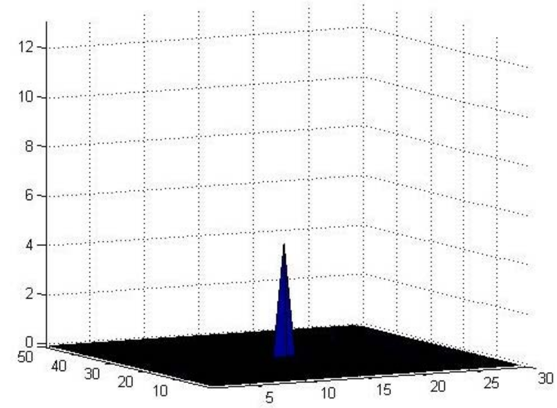
۲ – مدل عددی به خوبی فرآیند پخش میدان کوپل شده‌ی الکتریکی و مغناطیسی را شبیه سازی نموده و پاسخ‌های حاصل نشانگر خوش‌رفتاری مدل عددی در نمایش پدیده فیزیکی هستند.

۳ – پخش امواج الکترومغناطیسی در میدان حل کاملاً طبیعی بوده و مرزها به درستی عمل می‌نمایند. به تعبیر دیگر در محل مرزها هیچگونه موج بازگشتی مصنوعی که محصول حل عددی باشد ملاحظه نمی‌گردد.

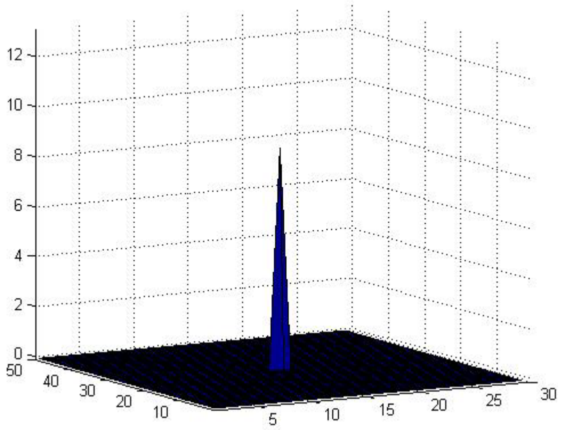
خروجی‌های مدل عددی مثال ب، در اشکال ۹ تا ۱۲ نمایش داده شده‌اند. شکل ۹ مولفه‌های شوک مغناطیسی تحمیل شده به محیط پیرامون را نشان می‌دهد، و در اشکال ۱۰ تا ۱۲ می‌توان نحوه رشد و افزایش میدان الکتریکی متمرکز در میانه میدان را که متناظر با میدان مغناطیسی است، ملاحظه نمود. این میدان به صورت نقطه‌ای و عمود بر صفحه xy ایجاد شده و توسعه یافته است.



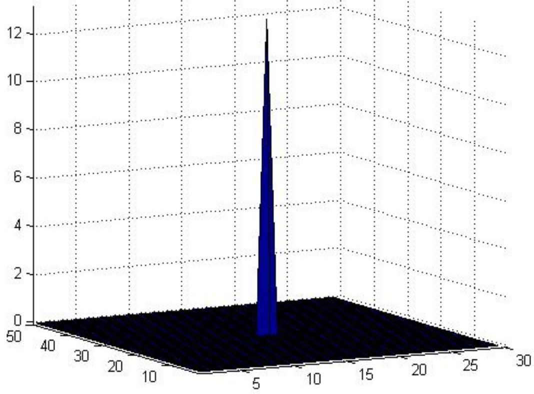
شکل ۹- شوک مغناطیسی تحمیل شده به میدان در گره میانی در اولین گام زمانی (در جهات x و y)



شکل ۱۰- شوک الکتریکی القاء شده در میدان در ۱۰۰ اُمین گام زمانی در جهت z



شکل ۱۱- شوک الکتریکی القاء شده در میدان در ۲۰۰ اُمین گام زمانی در جهت z

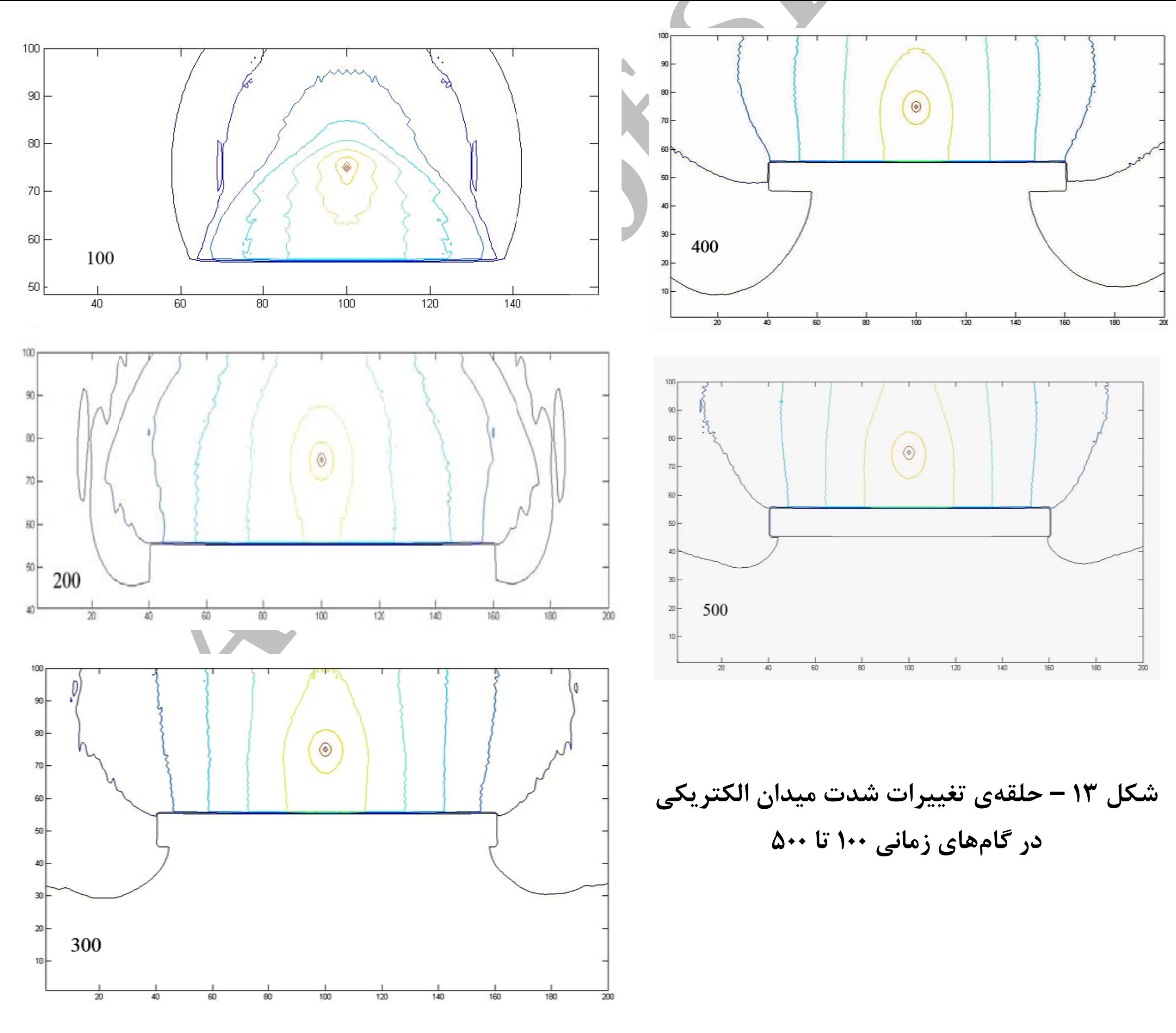


شکل ۱۲- شوک الکتریکی القاء شده در میدان در ۳۰۰ اُمین گام زمانی در جهت z

پ- یک میدان الکتریکی متمرکز در نقطه‌ای به مختصات (۷۵و۱۰۰) در میدانی به ابعاد ۲۰۰ در ۱۰۰ در راستای عمود بر صفحه (XY) به گونه‌ای مستقر شده است که جهت آن به سمت مثبت محور Z می‌باشد و شدت میدان در این نقطه ۱ و به صورت دائمی (بدون تغییر زمانی) در نظر گرفته شده است. در راستای خط مرکزی در امتداد طولی میدان، یک دیواره به طول ۱۶۰ متر و ضخامت ۵۰ متر با خاصیت ناتراوایی الکتریکی قرار گرفته است[1].

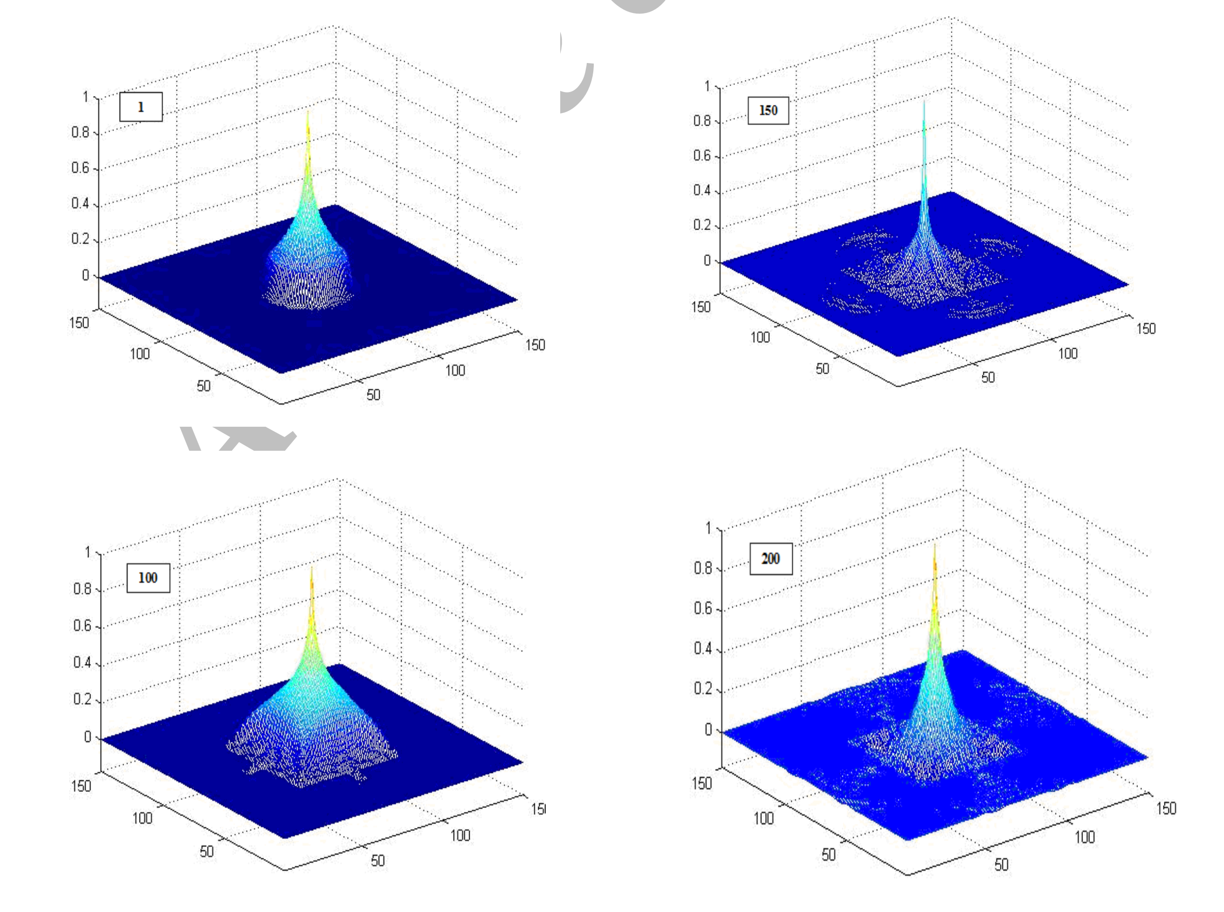
[1] Electrical Shield Wall

فضای دو طرف دیواره از نوع تراوای الکتریکی با ضریب μ_0 فرض شده است. هدف از تحلیل این مثال چگونگی انتشار میدان الکتریکی از فضای پشت دیوار به سمت جلوی آن می‌باشد، به عبارت دیگر در این مثال توانایی تکنیک عددی به کار رفته برای تشخیص و تخمین پدیده‌های انتشار و انعکاس و شکست موج مورد سنجش قرار گرفته است. حل عددی با گام‌های زمانی به بزرگی (10^{-10}) و تعداد ۵۰۰ گام، در میدانی با تعداد سلول محاسباتی ۱۰۰ در ۲۰۰ در راستاهای طولی و عرضی درون صفحه محاسباتی مورد بررسی قرار گرفته است. شرط پایداری تحلیل به گونه‌ای اختیار شده است که گام زمانی حل از گام زمانی بحرانی برای همگرایی پاسخ‌ها کوچکتر باشد و بدین ترتیب پایداری و صحت پاسخ‌ها تضمین شده است.مجموعه نمودارهای شکل ۱۳، نمایانگر خروجی‌های عددی مثال پ می‌باشند. دراین شکل طی گام‌های زمانی چگونگی رشد و گسترش میدان الکتریکی در مجاورت مانع نفوذ ناپذیر الکتریکی ملاحظه می گردد. همچنین پدیده‌های بازتابش، شکست و تفرق موج در پشت و لبه مانع به خوبی شبیه سازی شده و قابل مشاهده هستند.



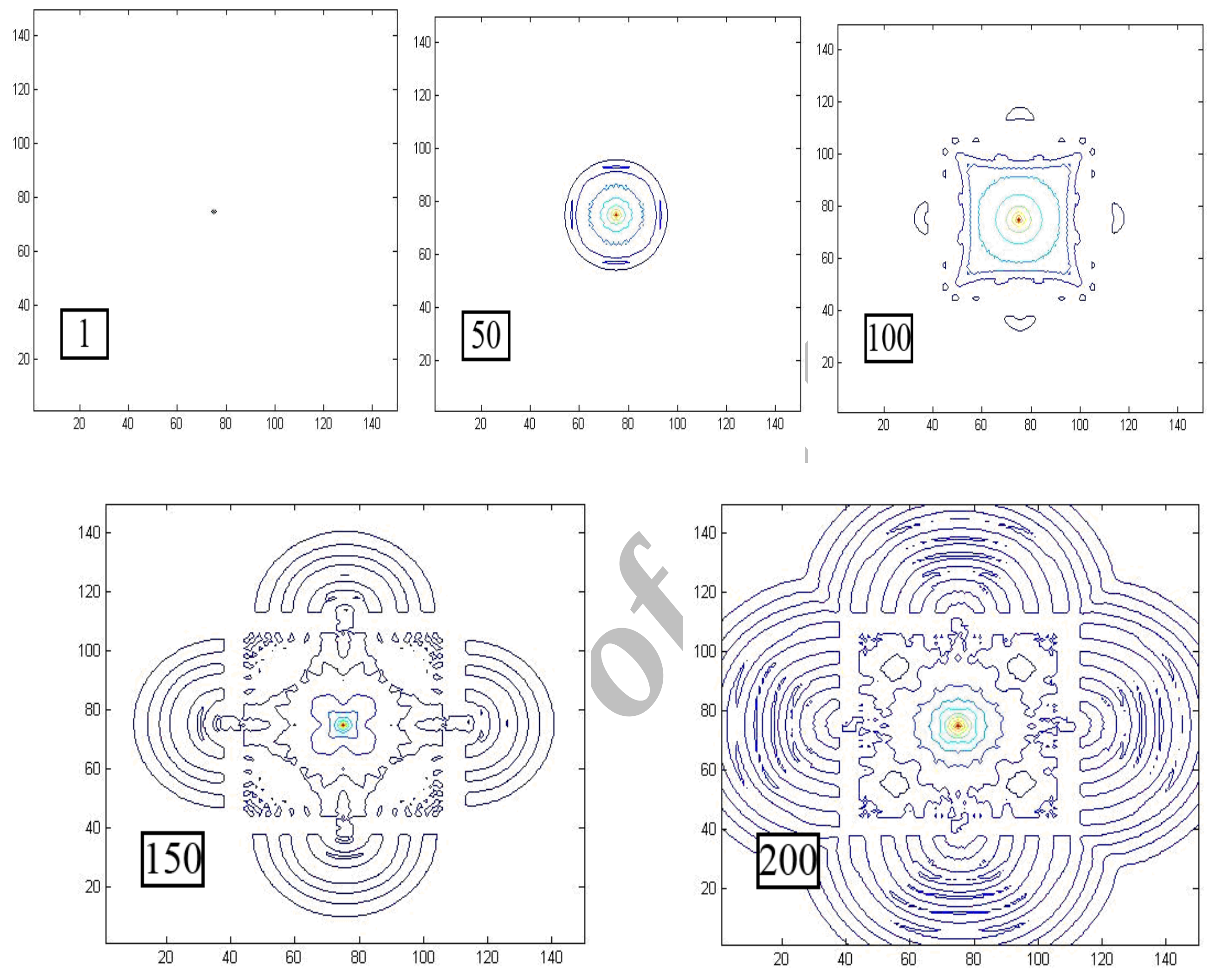
شکل ۱۳ – حلقه‌ی تغییرات شدت میدان الکتریکی در گام‌های زمانی ۱۰۰ تا ۵۰۰

ت- یک میدان الکتریکی متمرکز در میانه میدانی به ابعاد ۱۰ در ۱۰ در راستای عمود بر صفحه XY به گونه‌ای مستقر شده است که جهت آن به سمت مثبت محور Z می‌باشد و شدت میدان در این نقطه ۱ و به صورت دائمی (بدون تغییر زمانی) در نظر گرفته شده است. در اطراف این چشمه میدان الکتریکی، محفظه‌ای با دیواره‌هایی که در برابر شارش مغناطیسی ناتراوا[1] است، در نظر گرفته شده است، به گونه‌ای که در قسمت میانی هر وجه آن یک باز شدگی وجود دارد. ابعاد بیرونی این محفظه ناتراوا ۳ در ۳ و ضخامت دیواره‌های آن ۰/۵ متر می‌باشد، مقدار عرض بازشدگی‌ها در هر وجه نیز ۰/۲ متر می‌باشد. فضای درون و برون محفظه از نوع خلا با ضریب انتشار مغناطیسی μ_0 فرض شده است. هدف از تحلیل این مثال چگونگی انتشار میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی از فضای درون محفظه به قسمت بیرونی می‌باشد، به عبارت دیگر در این مثال توانایی تکنیک عددی به کار رفته برای تشخیص و تخمین پدیده‌های انتشار، تفرق و انکسار امواج مورد سنجش قرار گرفته است. حل عددی با گام‌های زمانی به بزرگای (10^{-10}) و تعداد ۲۰۰ گام در میدانی با تعداد سلول محاسباتی ۱۵۰ در ۱۵۰ در هر راستا مورد بررسی قرار گرفته است. شرط پایداری تحلیل به گونه‌ای اختیار شده است که گام زمانی حل از گام زمانی بحرانی برای همگرایی پاسخ‌ها کوچکتر باشد و بدین ترتیب پایداری و صحت پاسخ ها تضمین شده است. در شکل (۱۴) نمایش فضایی پخش موج میدان الکتریکی داخل اتاقک و نفوذ آن از منافذ ارائه شده‌است. در شکل (۱۵) حلقه‌های توزیع شدت میدان الکتریکی در فضای دو بعدی XY دیده می‌شود.



شکل ۱۴ – تغییرات شدت میدان الکتریکی در گام‌های زمانی ۱ تا ۲۰۰

[1]-Magnetic Shield Chamber



شکل ۱۵ – حلقه های تغییرات شدت میدان الکتریکی در گام‌های زمانی ۱ تا ۲۰۰

۹- نتیجه گیری

آن‌چنان که در متن مقاله و نتایج حاصل از مثال‌های حل شده ملاحظه می‌گردد، می‌توان به نتایج زیر دست یافت:

۱-مدل سازی عددی ابزاری قدرتمند در شبیه سازی پدیده گذرایی مانند انتشار و پخش امواج الکترومغناطیسی می باشد. حتی با استفاده از روش های ساده مدل‌سازی عددی به راحتی می‌توان یک شک شدید را رهگیری و پیش‌بینی کرد.

۲- با استفاده از خروجی مدل عددی می‌توان سطوح عایق الکتریکی و دیواره‌های محافظ مغناطیسی برای حفاظت در برابر اثرات میدان‌ها طراحی‌کرد.

۳- باانتخاب شرایط مرزی دقیق، تقسیم‌بندی مناسب فضای حل و گام‌های زمانی صحیح می‌توان تحلیل دقیقی از انتشار و پخش امواج الکترومغناطیسی به دست‌آورد.

۴- روش تفاضل‌های محدود با تکنیک حل صریح، تقریب بسیار خوبی برای تخمین مقادیر مولفه‌های میدان الکترومغناطیسی ارائه می‌نماید.

مراجع

[1] Stutzman W.L.; Thiele, G.A. Antenna Theory and Design; Wiley: New York, 1998.
[2] Balanis C.A. Advanced Engineering Electromagnetics; Wiley: New York, 1989.
[3] Shore R.A.; Yaghjian A.D. *Incremental diffraction coefficients for planar surfaces*. IEEE AP-S Trans. 36, 1988, pp. 55–70.
[4] Veruttipong T.W. *Time domain version of the uniform GTD*. IEEE AP-S Trans. 38, 1990, pp. 1757–1764.
[5] Canning F.X. *The Impedance Matrix Localization (IML) method for moment-method calculations*. IEEE Antennas Propagat. Mag. 32, 1990, pp. 17–30.
[6] Peterson A.F., Ray S.L., Mittra R. *Computational Methods for Electromagnetics*; IEEE Press: New York, 1998.
[7] Shore R.A., Yaghjian A.D. *Dual surface integral equations in electromagnetics. International Union of Radio Science XXVIIth General Assembly*, Maastricht, Netherlands, 2002.
[8] Burke J.G., Poggio A.J. *Numerical Electromagnetic Code (NEC)—Method of Moments Parts I, II, and III*. Technical Document No. 116, Lawrence Livermore National Laboratory, U.S.A., 1981.
[9] Haupt R.L., Haupt S.E. *An introduction to multigrid using matlab. Computer Appl*. Engg. J., 2, 1994, pp.421–431.
[10] Kunz K.S., Luebbers R.J., *The Finite Difference Time-Domain Method for Electromagnetics*; CRC Press: Boca Raton, FL, 1993.
[11] Taflove A. *Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time-Domain Method*; Artech House: Boston, 1995.
[12] Georgakopoulos S.V., Birtcher, C.R., Balanis, C.A., Renaut, R.A. *Higher order finite difference schemes for electromagnetic radiation*,
[13] scattering, and penetration, part 1: theory. IEEE AP-S Magazine, 44, 2002, pp.134–142.
[14] Berenger J.P. *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*. Journal of Computational Physics, 114, 1994, pp.185–200.
[15] Furse C.M. *Faster than Fourier: ultra-efficient time-to-frequency-domain conversions for FDTD simulations*. IEEE AP-S Magazine, 42, 2000, pp. 24–33.
[16] Jin J. *The Finite Element Method in Electromagnetics;* Wiley: New York, 1993.
[17] Volakis J.L., Chatterjee A., Kempel L.C. *Finite Element Method for Electromagnetics*; IEEE Press: New York, 1998.
[18] Miller E., K.; Sarkar T., *K. Model-order reduction in electromagnetics using modelbased parameter estimation*. In Frontiers in Electromagnetics; Werner, D.H., Mittra, R. Eds.; IEEE Press: NY, 1999, pp.371–436.
[19] Luenberger D.G. *Linear and Nonlinear Programming*; Addison-Wesley: Reading, MA, 1984.