شبیه سازی هامیلتونی هایزنبرگ با استفاده از مدل یک طرفه

مهدیه معراجی[1]، نیره مجد[2]

چکیده: امروزه مدل یک طرفه یکی از مدل های مورد توجه در محاسبات کوانتومی می باشد که بر اساس اندازه گیری های هوشمندانه بر روی کیوبیت های مشخص در حالت کلاستر، می توان دروازه های کوانتومی دلخواه را ایجاد نمود. ایجاد هامیلتونی های دلخواه و کارآمد بر اساس تحول لازم در کلاستر نیز یکی از دغدغه های مهم محاسبات کوانتومی است، که ما در این مقاله ضمن بررسی چگونگی ایجاد هامیلتونی های دلخواه، به نحوه ایجاد هامیلتونی هایزنبرگ به روش مدل یک طرفه پرداخته‌ایم.

واژه های کلیدی: حالت کلاستر، مدل یک طرفه، دروازه کوانتومی، کیوبیت.

1. مقدمه

مدل یک طرفه در محاسبات کوانتومی، یک روش جدید برای ساخت کامپیوتر کوانتومی فراهم می کند [2]. شبیه سازی دروازه های کوانتومی توسط حالت-های کلاستر در هم تنیده[5-8]، با تعداد زیادی کیوبیت انجام می‌شود. برای انجام تحولات کوانتومی یکانی، کافی است اندازه گیری های تک کیوبیتی انجام شود[5]. حالت‌های کلاستر، حالت های کوانتومی خالص از سامانه‌های دو ترازی هستند که از مجموعه معادلات ویژه مقداری زیر پیروی می‌کنند:

$$K^{(a)}|\phi\rangle_C = |\phi\rangle_C \tag{1}$$

که عملگر همبستگی $K^{(a)}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K^a = \sigma_x^a \bigotimes_{b\in nbgh(a)} \sigma_z^b \tag{2}$$

که در آن nbgh(a) مجموعه تمام همسایه های aاست.

حالت کلاستر $|\phi\rangle_C$ که در معادله ویژه مقداری (1) صدق کند، از طریق اعمال یک عملگر $S^{(C)}$ روی حالت $|+\rangle_C$ ایجاد می شود:

$$S^{(C)}|+\rangle_C = |\phi\rangle_C \tag{3}$$

بنابراین برای ایجاد حالت‌های کلاستر به شکل زیر عمل می‌کنیم. در ابتدا یک حالت حاصلضربی به فرم زیر ایجاد می‌کنیم:

$$|+\rangle_C = \bigotimes_{a\in C}|+\rangle_a \tag{4}$$

که a شماره کیوبیت کلاستر است و به طوری ایجاد می‌شود که تمام کیوبیت‌ها در حالت $|+\rangle$ باشند.

در مرحله دوم تبدیل یونیتاری $S^{(C)}$ روی حالت $|+\rangle_C$ انجام می‌شود:

$$S^{(C)} = \prod_{a,b\in C\backslash b-a\in\gamma_f} S^{ab} \tag{5}$$

حرف f نشان دهنده بعد کلاستر است. برای موارد $f=1,2,3$ داریم:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \{1\}\\ \gamma_2 &= \{(1,0)^T,(0,1)^T\}\\ \gamma_3 &= \{(1,0,0)^T,(0,1,0)^T,(0,0,1)^T\}\end{aligned} \tag{6}$$

1) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، پست الکترونیک:
Mahdieh.meraji@gmail.com
2) استادیار،گروه علوم پایه مهندسی، پردیس دانشکده فنی، دانشگاه تهران، پست الکترونیک: Nayereh.majd@gmail.com

تبدیل دو کیوبیتی S^{ab} طوری است که حالت $|1\rangle_a \otimes |1\rangle_b$ یک اختلاف فاز π پیدا می کند اما بقیه حالت های زیر فازی ندارند:

$$|0\rangle_a \otimes |0\rangle_b, \quad |0\rangle_a \otimes |1\rangle_b, \quad |1\rangle_a \otimes |0\rangle_b$$

بنابراین S^{ab} به فرم زیر خواهد بود:

$$S^{ab} = \frac{1}{2}(1^{(a)} \otimes 1^b + \sigma_z^{(a)} \otimes 1^b + 1^{(a)} \otimes \sigma_z^b - \sigma_z^{(a)} \otimes \sigma_z^b) = C - Z \qquad (7)$$

بنابراین تبدیل یونیتاری $S^{(C)}$ فقط روی نزدیک ترین همسایه‌های کیوبیت عمل می‌کند.

حالت کلاستر $|\phi\rangle_C$ از معادلات ویژه مقداری زیر پیروی می کند:

$$|\phi\rangle_C = S\sigma_x^{(a)} S^\dagger |\phi\rangle_C, \qquad \forall a \in C \qquad (8)$$

که $S^{(C)}$ را به اختصار، S می‌نویسیم.

برای رسیدن به $S\sigma_x^{(a)} S^\dagger$ ابتدا به روابط زیر توجه کنید:

$$S^{(ab)}\sigma_x^{(a)} S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C = \sigma_x^{(a)} \otimes \sigma_z^{(b)}|\phi\rangle_C = K^{(a)}|\phi\rangle_C$$
$$S^{(ab)}\sigma_x^{(b)} S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C = \sigma_z^{(a)} \otimes \sigma_x^{(b)}|\phi\rangle_C = K^{(b)}|\phi\rangle_C \qquad (9)$$

با استفاده از رابطه (7) این روابط به راحتی قابل اثباتند.

همچنین رابطه زیر نیز برای یک مجموعه برقرار است:

$$S^{(ab)}\sigma_x^{(c)} S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C = \sigma_x^{(c)}|\phi\rangle_C, \qquad \forall c \in C \setminus \{a,b\}$$
$$= \sigma_x^{(c)} S^{(ab)} S^{(ab)\dagger}|\phi\rangle_C = \sigma_x^{(c)}|\phi\rangle_C \qquad (10)$$

چون $\sigma_x^{(c)}$ در فضای a و b قرار ندارد این رابطه صحیح است. و نیز داریم:

$$S^{(ab)}\sigma_z^{(d)} S^{(ab)\dagger} = \sigma_z^{(d)}, \qquad \forall d \in C \setminus \{a,b\} \qquad (11)$$

از روابط بالا می‌توان به دست آورد:

$$S\sigma_x^{(a)} S^\dagger = \sigma_x^{(a)} \bigotimes_{b \in nbgh(a)} \sigma_z^{(b)} \qquad (12)$$

بنابراین حالت کلاستر که در بالا ایجاد شد، معادله ویژه مقداری (1) را ارضا می‌کند.

ساختار این مقاله به این شرح می باشد:

ابتدا به قضیه اساسی محاسبات کوانتومی یک طرفه می‌پردازیم. توضیحات مفصل در این باره را می توان در مقاله [1] یافت. سپس در بخش سوم، شبیه سازی یک دروازه دو کیوبیتی را مورد بررسی قرار داده و دو هامیلتونی را نیز به همراه آن شبیه سازی می‌کنیم. در بخش چهارم جمع دو هامیلتونی مذکور را شبیه سازی می‌کنیم. این کار از طریق ترکیب کلاستر های مربوط به آنها صورت می‌گیرد.

2- قضیه

پیش از شروع بحث اصلی در مورد ایجاد دروازه‌های کوانتومی لازم است قضیه اساسی محاسبات کوانتومی یک طرفه را معرفی کنیم که از طریق آن محاسبات انجام می‌شود.

یک حالت کلاستر $C(g)$ از سه بخش تشکیل شده است: کیوبیت های ورودی که با $C_I(g)$ نمایش داده می‌شوند، کیوبیت های بدنه کلاستر که با $C_M(g)$ نشان داده می‌شوند و کیوبیت های خروجی که با $C_O(g)$ نشان داده می‌شوند. به طوری که روابط زیر برای هر کلاستر برقرار است:

$$C(g) = C_I(g) \cup C_M(g) \cup C_O(g)$$
$$C_I(g) \cap C_M(g) = C_I(g) \cap C_O(g) = C_M(g) \cap C_O(g) = \varnothing \qquad (13)$$

این حالت کلاستر برای شبیه سازی یک دروازه (g) مورد نیاز است.

فرض قضیه:

فرض کنید حالت $|\psi\rangle_{C(g)} = P^{(C_M(g))}_{\{s\}}(M)|\phi\rangle_{C(g)}$ از 2n معادله ویژه مقداری زیر تبعیت کند:

$$\sigma_x^{(C_I(g),i)}(U\sigma_x^{(i)}U^{\dagger})^{(C_O(g))}|\psi\rangle_{C(g)} = (-1)^{\lambda_{x,i}}|\psi\rangle_{C(g)}$$
$$\sigma_z^{(C_I(g),i)}(U\sigma_z^{(i)}U^{\dagger})^{(C_O(g))}|\psi\rangle_{C(g)} = (-1)^{\lambda_{z,i}}|\psi\rangle_{C(g)} \quad (14)$$

که در آن $\lambda_{z,i},\lambda_{x,i}\in\{0,1\}$ و $1\le i\le n$

بعد از آن، دروازه g روی یک حالت ورودی کوانتومی دلخواه $|\psi_{in}\rangle$ در کلاستر $C(g)$ عمل می‌کند و کیوبیت‌های موجود در $C_I(g)$ در پایه σ_xاندازه گیری می‌شوند.

حکم قضیه: حالت های ورودی و خروجی توسط رابطه زیر به هم مرتبط می‌شوند:

$$|\psi_{out}\rangle = UU_{\Sigma}|\psi_{in}\rangle \quad (15)$$

U_{Σ}عملگر حاصلضربی[1] است که توسط رابطه زیر داده می‌شود:

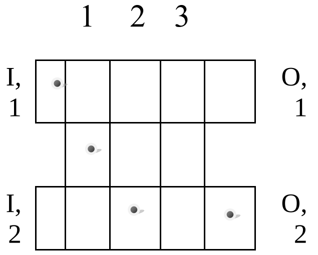
$$U_{\Sigma} = \bigotimes_{(C_I(g)\ni i)=1}^{n}(\sigma_z^{(i)})^{S_i+\lambda_{x,i}}(\sigma_x^{(i)})^{\lambda_{z,i}} \quad (16)$$

اهمیت قضیه بالا در این است که این قضیه یک معیار نسبتاً ساده برای شبیه سازی دروازه ها در QC_c فراهم می‌کند.

3.شبیه سازی دروازه های دو کیوبیتی

3-1.عملگر تعویض[2] دو کیو بیتی

این دروازه جای دو کیوبیت را با هم عوض می‌کند. برای فهم این دروازه احتیاج به یک کلاستر مطابق شکل (1) داریم که تمام کیوبیت های آن در پایه σ_x اندازه گیری می شوند.



شکل 1:کلاستر مربوط به عملگر تعویض

برای این دروازه دو کیوبیتی چهار معادله ویژه مقداری داریم که به صورت زیر هستند:

$$K^{(I,1)}K^{(1,2)}K^{(2,3)}K^{(O,2)}|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (17)$$
$$K^{(I,2)}K^{(1,2)}K^{(2,1)}K^{(O,1)}|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (18)$$
$$K^{(1,1)}K^{(2,2)}K^{(3,3)}|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (19)$$
$$K^{(1,3)}K^{(2,2)}K^{(3,1)}|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (20)$$

به عنوان مثال،رابطه (17) را توضیح می دهیم. نقاط همبستگی مربوط به آن در شکل مشخص شده است.

$$K^{(I,1)}K^{(1,2)}K^{(2,3)}K^{(O,2)}|\phi\rangle = \sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,3)}\sigma_x^{(O,2)}|\phi\rangle \quad (21)$$

پس از اندازه گیری کیوبیت های(1،2) و (2،3) در پایه σ_x داریم:

$$\sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(O,2)}|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}}|\psi\rangle$$
$$\lambda_{x,1} = s_{1,2}+s_{2,3} \quad (22)$$

برای سه معادله دیگر نیز به همین ترتیب عمل می کنیم و نتایج زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(O,1)}|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}}|\psi\rangle$$
$$\lambda_{x,2} = s_{1,2}+s_{2,1} \quad (23)$$

$$\sigma_z^{(I,1)}\sigma_z^{(O,2)}|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}}|\psi\rangle$$
$$\lambda_{z,1} = s_{1,1}+s_{2,2}+s_{3,3} \quad (24)$$

1) byproduct operator
2) swap

$$\sigma_z^{(I,2)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,2}}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda_{z,2}=s_{1,3}+s_{2,2}+s_{3,1} \qquad (25)$$

از آنجا که $U_{swap}=\sigma_x$ با وارد کردن آن در طرفین این چهار معادله به معادلات دلخواه دست می‌یابیم:

$$\sigma_x^{(I,1)}(U_{swap}\sigma_x^{(O,2)}U^{\dagger}{}_{swap})\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,1}}\,|\psi\rangle \qquad (26)$$

$$\sigma_x^{(I,2)}(U_{swap}\sigma_x^{(O,1)}U^{\dagger}{}_{swap})\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,2}}\,|\psi\rangle \qquad (27)$$

$$\sigma_z^{(I,1)}(U_{swap}\sigma_z^{(O,2)}U^{\dagger}{}_{swap})\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,1}}\,|\psi\rangle \qquad (28)$$

$$\sigma_z^{(I,2)}(U_{swap}\sigma_z^{(O,1)}U^{\dagger}{}_{swap})\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,2}}\,|\psi\rangle \qquad (29)$$

به همین ترتیب عملگر حاصلضربی نیز از رابطه (16) قابل محاسبه است:

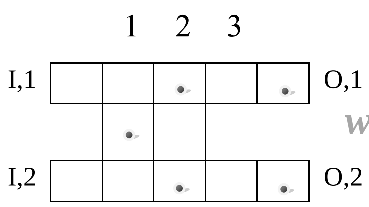
$$U_{\Sigma}=(\sigma_z^{(1)})^{s_{I,1}+\lambda_{x,1}}(\sigma_z^{(2)})^{s_{I,2}+\lambda_{x,2}}(\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1}}(\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2}} \qquad (30)$$

2-3. هامیلتونی دو کیو بیتی

در اینجا ما یک دروازه را نمایش می دهیم که تحول یونیتاری $U=\exp(-iHt)$ را شبیه سازی می‌کند. ما یک هامیلتونی 2 کیوبیتی را بررسی می کنیم که در رابطه (31) نشان داده شده است. علاوه بر این، یک تعویض نیز به همراه این دروازه انجام می‌شود.

$$H_2=g\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} \qquad (31)$$

هامیلتونی مورد نظر از طریق شکل(2) تشریح می‌شود.



شکل 2: کلاستر مربوط به هامیلتونی U_2

ابتدا معادلات مربوط به عملگر تعویض را می‌نویسیم:

$$|\phi\rangle=K^{(I,1)}K^{(1,2)}K^{(2,3)}K^{(O,2)}\,|\phi\rangle=\sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,3)}\sigma_x^{(O,2)}\,|\phi\rangle \qquad (32)$$

$$|\phi\rangle=K^{(I,2)}K^{(1,2)}K^{(2,1)}K^{(O,1)}\,|\phi\rangle=\sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,1)}\sigma_x^{(O,1)}\,|\phi\rangle \qquad (33)$$

$$|\phi\rangle=K^{(1,1)}K^{(2,2)}K^{(3,3)}\,|\phi\rangle=\sigma_z^{(I,1)}\sigma_x^{(1,1)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_x^{(3,3)}\sigma_z^{(O,2)}\,|\phi\rangle \qquad (34)$$

$$|\phi\rangle=K^{(1,3)}K^{(2,2)}K^{(3,1)}\,|\phi\rangle=\sigma_z^{(I,2)}\sigma_x^{(1,3)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_x^{(3,1)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\phi\rangle \qquad (35)$$

حال روی تمام کیوبیت‌ها به جز کیوبیت (2،2) در پایه σ_x اندازه گیری انجام می‌دهیم. در نتیجه معادلات زیر به‌دست می‌آیند:

$$\sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(O,2)}\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,1}}\,|\psi\rangle \qquad (36)$$
$$\lambda_{x,1}=s_{2,3}+s_{1,2}$$

$$\sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(O,1)}\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,2}}\,|\psi\rangle \qquad (37)$$
$$\lambda_{x,2}=s_{2,1}+s_{1,2}$$

$$\sigma_x^{(2,2)}\sigma_z^{(I,1)}\sigma_z^{(O,2)}\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,1}}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda_{z,1}=s_{1,1}+s_{3,3} \qquad (38)$$

$$\sigma_x^{(2,2)}\sigma_z^{(I,2)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,2}}\,|\psi\rangle \qquad (39)$$
$$\lambda_{z,2}=s_{1,3}+s_{3,1}$$

سپس برای ایجاد هامیلتونی مورد نظر، معادلات نقاط همبستگی نشان داده شده در شکل را می‌نویسیم:

$$K^{(O,1)}K^{(2,1)}K^{(1,2)}K^{(2,3)}K^{(O,2)}|\phi\rangle$$
$$\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(2,1)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,3)}\sigma_x^{(O,2)}\sigma_z^{(2,2)}|\phi\rangle=|\phi\rangle \quad (40)$$

پس از آن در دور اول اندازه گیری تمام اندازه گیری های در پایه σ_x را انجام می‌دهیم.

$$\sigma_z^{(2,2)}\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(O,2)}|\psi\rangle=(-1)^{\lambda}|\psi\rangle \quad (41)$$
$$\lambda=s_{2,1}+s_{1,2}+s_{2,3}$$

این معادله را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\exp[i\theta\sigma_z^{(2,2)}]U_2[(-1)^{\lambda}\theta]|\psi\rangle=|\psi\rangle \quad (42)$$
$$U_2[\theta]=\exp[-i\theta\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(O,2)}]$$

حال اگر این معادله را در طرفین معادلات (36 تا (39) ضرب کنیم به معادلات زیر دست می‌یابیم، البته پیش از آن توجه داشته باشید که:

$$\exp[i\theta\sigma_z^{(1,2)}]=U_z(-2\theta) \quad (43)$$

پس معادلات به صورت زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(I,1)}[U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_x^{(O,2)}U_2^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,1}}|\psi\rangle \quad (44)$$

$$\sigma_x^{(I,2)}[U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_x^{(O,1)}U_2^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,2}}|\psi\rangle \quad (45)$$

$$[U_z(2\theta)\sigma_x U_z^{\dagger}(2\theta)]^{(2,2)}\sigma_z^{(I,1)}[U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_z^{(O,2)}U_2^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,1}}|\psi\rangle \quad (46)$$

$$[U_z(2\theta)\sigma_x U_z^{\dagger}(2\theta)]^{(2,2)}\sigma_z^{(I,2)}[U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_z^{(O,1)}U_2^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,2}}|\psi\rangle \quad (47)$$

در این مرحله روی کیوبیت (2،2) اندازه‌گیری انجام می شود. این اندازه گیری در راستای زیر است:

$$U_z(2\theta)\sigma_x U_z^{\dagger}(2\theta)=\cos 2\theta\sigma_x+\sin 2\theta\sigma_y=\vec{r}_{xy}.\vec{\sigma} \quad (48)$$

و در نتیجه معادلات به صورت زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(I,i)}[U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_x^{(O,j)}U_2^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,i}}|\psi\rangle \quad (49)$$

$$\sigma_z^{(I,i)}[U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_z^{(O,j)}U_2^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,i}+s_{2,2}}|\psi\rangle \quad (50)$$

که در آن $i,j\in\{1,2\}$ و $j=3-i$ [1].

در نهایت U_{SWAP} را نیز از دو طرف در معادلات وارد می‌کنیم. جهت اختصار به جای $U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]$ از U_2 استفاده می کنیم:

$$\sigma_x^{(I,i)}[U_2U_{SWAP}\sigma_x^{(O,j)}U_{SWAP}^{\dagger}U_2^{\dagger}]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{x,i}}|\psi\rangle \quad (51)$$

$$\sigma_z^{(I,i)}[U_2U_{SWAP}\sigma_z^{(O,j)}U_{SWAP}^{\dagger}U_2^{\dagger}]|\psi\rangle=(-1)^{\lambda_{z,i}+s_{2,2}}|\psi\rangle \quad (52)$$

حال، با توجه به معادلات بالا عملگر حاصلضربی به صورت رابطه زیر خواهد شد:

$$U_{\Sigma}=(\sigma_z^{(1)})^{s_{I,1}+\lambda_{x,1}}(\sigma_z^{(2)})^{s_{I,2}+\lambda_{x,2}}(\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1}+s_{2,2}}(\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2}+s_{2,2}} \quad (53)$$

نهایتاً خواهیم داشت:

$$U_{sim}=U_2[-(-1)^{\lambda}\theta]U_{SWAP}U_{\Sigma} \quad (54)$$

از آنجا که ترتیب عملگرها باید جا به جا پذیر باشد، پس این عملگر به شکل زیر خواهد شد:

$$U_{sim}=U'_{\Sigma}U_{SWAP}U_2[-(-1)^{\lambda+\sum_{i=1}^{2}\lambda_{x,i}}\theta]$$
$$U'_{\Sigma}=U_{SWAP}U_{\Sigma}U_{SWAP}^{\dagger} \quad (55)$$

3-3.یک هامیلتونی دیگر

هامیلتونی مورد نظر ما به صورت رابطه (56) است که از طریق شکل (3) توضیح داده می شود همانند هامیلتونی قبل، این هامیلتونی نیز به همراه یک تعویض

انجام می‌شود.

$$H_2 = g\sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)} \tag{56}$$

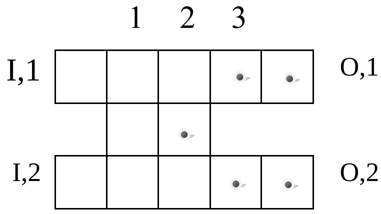
ابتدا معادلات مربوط به عملگر تعویض را می‌نویسیم:

$$|\phi\rangle = K^{(I,1)}K^{(1,2)}K^{(2,3)}K^{(O,2)}\,|\phi\rangle = \sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,3)}\sigma_x^{(O,2)}\,|\phi\rangle \tag{57}$$

$$|\phi\rangle = K^{(I,2)}K^{(1,2)}K^{(2,1)}K^{(O,1)}\,|\phi\rangle = \sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,1)}\sigma_x^{(O,1)}\,|\phi\rangle \tag{58}$$

$$|\phi\rangle = K^{(1,1)}K^{(2,2)}K^{(3,3)}\,|\phi\rangle = \sigma_z^{(I,1)}\sigma_x^{(1,1)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_x^{(3,3)}\sigma_z^{(O,2)}\,|\phi\rangle \tag{59}$$

$$|\phi\rangle = K^{(1,3)}K^{(2,2)}K^{(3,1)}\,|\phi\rangle = \sigma_z^{(I,2)}\sigma_x^{(1,3)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_x^{(3,1)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\phi\rangle \tag{60}$$



شکل 3: کلاستر مربوط به هامیلتونی U_2'

حال روی تمام کیوبیت‌ها به جز کیوبیت های (1،2) ، (3،1) و (3،3) در پایه σ_x اندازه گیری انجام می‌دهیم. در نتیجه معادلات زیر به‌دست می‌آیند:

$$\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(O,2)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}}\,|\psi\rangle \qquad \lambda_{x,1} = s_{2,3} \tag{61}$$

$$\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(O,1)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}}\,|\psi\rangle \qquad \lambda_{x,2} = s_{2,1} \tag{62}$$

(63)

(64)

$$\sigma_x^{(3,1)}\sigma_z^{(I,2)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}}\,|\psi\rangle \qquad \lambda_{z,2} = s_{1,3} + s_{2,2}$$

سپس برای ایجاد هامیلتونی مورد نظر، معادلات نقاط همبستگی نشان داده شده در شکل را می‌نویسیم:

$$K^{(O,1)}K^{(3,1)}K^{(2,2)}K^{(3,3)}K^{(O,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle \qquad \sigma_y^{(O,1)}\sigma_y^{(O,2)}\sigma_y^{(3,1)}\sigma_y^{(3,3)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_z^{(1,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle \tag{65}$$

پس از آن در دور اول اندازه گیری تمام اندازه گیری‌های در پایه σ_x را انجام می‌دهیم. لذا خواهیم داشت:

$$\sigma_y^{(O,1)}\sigma_y^{(O,2)}\sigma_y^{(3,1)}\sigma_y^{(3,3)}\sigma_z^{(1,2)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda}\,|\psi\rangle \qquad \lambda = s_{2,2} \tag{66}$$

این معادله را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\exp[i\theta\sigma_y^{(3,1)}\sigma_y^{(3,3)}\sigma_z^{(1,2)}]\,U_2'[(-1)^{\lambda}\theta]\,|\psi\rangle = |\psi\rangle \qquad U_2'[\theta] = \exp[-i\theta\sigma_y^{(O,1)}\sigma_y^{(O,2)}] \tag{67}$$

حال اگر این معادله را در طرفین معادلات (61) تا (64) ضرب کنیم به معادلات زیر دست می‌یابیم:

$$[U_z(2\theta)\sigma_x^{(1,2)}U_z^{\dagger}(2\theta)]\sigma_x^{(I,1)}\,[U_2'[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_x^{(O,2)}U_2'^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}}\,|\psi\rangle \tag{68}$$

$$[U_z(2\theta)\sigma_x^{(1,2)}U_z^{\dagger}(2\theta)]\sigma_x^{(I,2)}\,[U_2'[-(-1)^{\lambda}\theta]\sigma_x^{(O,1)}U_2'^{\dagger}[-(-1)^{\lambda}\theta]]\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}}\,|\psi\rangle \tag{69}$$

$$[U_y(2\theta)\sigma_x U_y^{\dagger}(2\theta)]^{(3,3)}\,\sigma_z^{(I,1)}[U_2'\sigma_z^{(O,2)}U_2'^{\dagger}]\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}}\,|\psi\rangle \tag{70}$$

$$[U_y(2\theta)\sigma_x U_y^{\dagger}(2\theta)]^{(3,1)}\,\sigma_z^{(I,2)}[U_2'\sigma_z^{(O,1)}U_2'^{\dagger}]\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}}\,|\psi\rangle \tag{71}$$

در این مرحله روی کیوبیت‌های (1،2)، (3،3) و (3،1) اندازه گیری انجام می شود. این اندازه گیری‌ها در راستاهای زیر می باشند:

$$(1,2) \Rightarrow U_z(2\theta)\sigma_x U_z^{\dagger}(2\theta) = \vec{r}_{xy}.\vec{\sigma}$$
$$(3,3),(3,1) \Rightarrow U_y(2\theta)\sigma_x U_y^{\dagger}(2\theta) = \vec{r}_{xz}.\vec{\sigma} \quad (72)$$

و در نتیجه معادلات به صورت زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(I,1)}[U_2'\sigma_x^{(O,2)}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}+s_{1,2}}|\psi\rangle \quad (73)$$

$$\sigma_x^{(I,2)}[U_2'\sigma_x^{(O,1)}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}+s_{1,2}}|\psi\rangle \quad (74)$$

$$\sigma_z^{(I,1)}[U_2'\sigma_z^{(O,2)}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}+s_{3,3}}|\psi\rangle \quad (75)$$

$$\sigma_z^{(I,2)}[U_2'\sigma_z^{(O,1)}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}+s_{3,1}}|\psi\rangle \quad (76)$$

در نهایت U_{SWAP} را نیز از دو طرف در معادلات وارد می‌کنیم:

$$\sigma_x^{(I,1)}[U_2'U_{SWAP}\sigma_x^{(O,2)}U_{SWAP}^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}+s_{1,2}}|\psi\rangle \quad (77)$$

$$\sigma_x^{(I,2)}[U_2'U_{SWAP}\sigma_x^{(O,1)}U_{SWAP}^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}+s_{1,2}}|\psi\rangle \quad (78)$$

$$\sigma_z^{(I,1)}[U_2'U_{SWAP}\sigma_z^{(O,2)}U_{SWAP}^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}+s_{3,3}}|\psi\rangle \quad (79)$$

$$\sigma_z^{(I,2)}[U_2'U_{SWAP}\sigma_z^{(O,1)}U_{SWAP}^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}+s_{3,1}}|\psi\rangle \quad (80)$$

حال، با توجه به معادلات بالا عملگر حاصلضربی از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$U_{\Sigma} = (\sigma_z^{(1)})^{s_{I,1}+\lambda_{x,1}+s_{1,2}}(\sigma_z^{(2)})^{s_{I,2}+\lambda_{x,2}+s_{1,2}}(\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1}+s_{3,3}}(\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2}+s_{3,1}} \quad (81)$$

نهایتاً خواهیم داشت:

$$U_{sim} = U_2'[-(-1)^{\lambda}\theta]U_{SWAP}U_{\Sigma} \quad (82)$$

از آنجا که ترتیب عملگرها باید جا به جا پذیر باشد، پس این عملگر به شکل زیر خواهد شد:

$$U_{sim} = U_{\Sigma}'U_{SWAP}U_2'[-(-1)^{\lambda+\sum_{i=1}^{2}\lambda_{x,i}}\theta]$$
$$U_{\Sigma}' = U_{SWAP}U_{\Sigma}U_{SWAP}^{\dagger} \quad (83)$$

به همین ترتیبی که در مورد این دو هامیلتونی عمل شد، می توان هامیلتونی زیر را نیز شبیه سازی نمود.

$$H = g\sigma_z^{(1)}\sigma_z^{(2)} \quad (84)$$

4. هامیلتونی هایزنبرگ

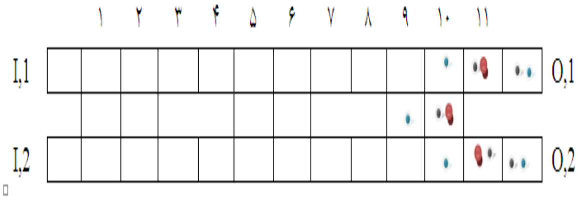
در اینجا می خواهیم هامیلتونی هایزنبرگ را که در رابطه (85) نشان داده شده است شبیه سازی کنیم.

$$H = a\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + b\sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)} + c\sigma_z^{(1)}\sigma_z^{(2)} \quad (85)$$

این هامیلتونی در واقع جمع سه هامیلتونی متفاوت است، به عبارتی $H = H_1 + H_2 + H_3$ و از طرفی می دانیم که اگر H_1، H_2 و H_3 جا به جا پذیر باشند، می‌توان نوشت:

$$e^{-iHt} = e^{-i(H_1+H_2+H_3)t} = e^{-iH_1t}e^{-iH_2t}e^{-iH_3t} \quad (86)$$

بنابراین برای ایجاد جمع سه هامیلتونی کافی است کلاستر های مربوط به این هامیلتونی ها را پشت سر هم قرار دهیم، به این ترتیب که خروجی های کلاستر اول با ورودی های کلاستر دوم و خروجی های کلاستر دوم با ورودی های کلاستر سوم هم پوشانی داشته باشند. چنین کلاستری در شکل (4) نشان داده شده است.



شکل 4. هامیلتونی هایزنبرگ

نقاط مشخص شده در شکل (4) معادلات همبستگی مربوط به سه هامیلتونی مورد نظر را نشان می دهند. نقاط سیاه مربوط به معادله (95)،نقاط آبی مربوط به معادله (96) و نقاط قرمز مربوط به معادله (97) می‌باشند.

مشابه عملیاتی که در مورد هر هامیلتونی انجام شد، در اینجا نیز ابتدا معادلات مربوط به عملگر تعویض را می‌نویسیم:

$$|\phi\rangle = K^{(I,1)}K^{(1,2)}K^{(2,3)}K^{(4,3)}K^{(6,3)}K^{(8,3)} K^{(10,3)}K^{(O,2)}\,|\phi\rangle = \sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,3)}\sigma_x^{(4,3)}\sigma_x^{(6,3)} \sigma_z^{(6,2)}\sigma_x^{(8,3)}\sigma_x^{(10,3)}\sigma_z^{(10,2)}\sigma_x^{(O,2)}\,|\phi\rangle \quad (87)$$

$$|\phi\rangle = K^{(I,2)}K^{(1,2)}K^{(2,1)}K^{(4,1)}K^{(6,1)}K^{(8,1)} K^{(10,1)}K^{(O,1)}\,|\phi\rangle = \sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(1,2)}\sigma_x^{(2,1)}\sigma_x^{(4,1)}\sigma_x^{(6,1)} \sigma_z^{(6,2)}\sigma_x^{(8,1)}\sigma_x^{(10,1)}\sigma_z^{(10,2)}\sigma_x^{(O,1)}\,|\phi\rangle \quad (88)$$

$$|\phi\rangle = K^{(1,1)}K^{(2,2)}K^{(3,3)}K^{(5,3)}K^{(7,3)} K^{(9,3)}K^{(11,3)}\,|\phi\rangle = \sigma_z^{(I,1)}\sigma_x^{(1,1)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_x^{(3,3)}\sigma_x^{(5,3)} \sigma_z^{(5,2)}\sigma_x^{(7,3)}\sigma_x^{(9,3)}\sigma_z^{(9,2)}\sigma_x^{(11,3)}\sigma_z^{(O,2)}\,|\phi\rangle \quad (89)$$

$$|\phi\rangle = K^{(1,3)}K^{(2,2)}K^{(3,1)}K^{(5,1)}K^{(7,1)} K^{(9,1)}K^{(11,1)}\,|\phi\rangle = \sigma_z^{(I,2)}\sigma_x^{(1,3)}\sigma_x^{(2,2)}\sigma_x^{(3,1)}\sigma_x^{(5,1)} \sigma_z^{(5,2)}\sigma_x^{(7,1)}\sigma_x^{(9,1)}\sigma_z^{(9,2)}\sigma_x^{(11,1)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\phi\rangle \quad (90)$$

در این مرحله روی تمام کیوبیت ها به غیر از کیوبیت‌های (6،2)، (2،10)، (5،2)، (9،2)، (11،1) و (11،3) در پایه σ_x اندازه گیری انجام می‌دهیم. کیوبیت‌های (6،2) و (5،2) در پایه σ_z اندازه گیری می‌شوند. در نتیجه معادلات بالا به معادلات زیر تبدیل می‌شوند:

$$\sigma_z^{(10,2)}\sigma_x^{(I,1)}\sigma_x^{(O,2)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda_{x,1} = s_{1,2}+s_{2,3}+s_{4,3}+s_{6,3}+s_{8,3}+s_{10,3}+s_{6,2} \quad (91)$$

$$\sigma_z^{(10,2)}\sigma_x^{(I,2)}\sigma_x^{(O,1)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda_{x,2} = s_{1,2}+s_{2,1}+s_{4,1}+s_{6,1}+s_{8,1}+s_{10,1}+s_{6,2} \quad (92)$$

$$\sigma_z^{(9,2)}\sigma_x^{(11,3)}\sigma_z^{(I,1)}\sigma_z^{(O,2)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda_{z,1} = s_{1,1}+s_{2,2}+s_{3,3}+s_{5,3}+s_{7,3}+s_{9,3}+s_{5,2} \quad (93)$$

$$\sigma_z^{(9,2)}\sigma_x^{(11,1)}\sigma_z^{(I,2)}\sigma_z^{(O,1)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda_{z,2} = s_{1,3}+s_{2,2}+s_{3,1}+s_{5,1}+s_{7,1}+s_{9,1}+s_{5,2} \quad (94)$$

سپس برای ایجاد سه هامیلتونی مورد نظر، معادلات نقاط همبستگی نشان داده شده در شکل را می‌نویسیم. بنابراین سه معادله به شرح ذیل داریم:

$$K^{(O,1)}K^{(11,1)}K^{(10,2)}K^{(11,3)}K^{(O,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle$$
$$\sigma_y^{(O,1)}\sigma_y^{(O,2)}\sigma_y^{(11,1)}\sigma_y^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (95)$$

$$K^{(O,1)}K^{(10,1)}K^{(9,2)}K^{(10,3)}K^{(O,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle$$
$$\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(O,2)}\sigma_x^{(10,1)}\sigma_x^{(10,3)}\sigma_x^{(9,2)}\sigma_z^{(10,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (96)$$

$$K^{(11,1)}K^{(10,2)}K^{(11,3)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle$$
$$\sigma_z^{(O,1)}\sigma_z^{(O,2)}\sigma_x^{(11,1)}\sigma_x^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}\,|\phi\rangle = |\phi\rangle \quad (97)$$

غیر از کیوبیت‌هایی که قبلاً ذکر شد، بقیه کیوبیت- ها را در پایه σ_xاندازه گیری می‌کنیم. در نتیجه معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_y^{(O,1)}\sigma_y^{(O,2)}\sigma_y^{(11,1)}\sigma_y^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}\,|\psi\rangle = |\psi\rangle \quad (98)$$

$$\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(O,2)}\sigma_x^{(9,2)}\sigma_z^{(10,2)}\,|\psi\rangle = (-1)^{\lambda}\,|\psi\rangle$$
$$\lambda = s_{10,1}+s_{10,3} \quad (99)$$

$$\sigma_z^{(O,1)}\sigma_z^{(O,2)}\sigma_x^{(11,1)}\sigma_x^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}\,|\psi\rangle = |\psi\rangle \quad (100)$$

این معادلات را به صورت نمایی می‌نویسیم. لذا خواهیم داشت:

$$\exp[i\theta\sigma_y^{(11,1)}\sigma_y^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}]U_2'[\theta]\,|\psi\rangle = |\psi\rangle$$
$$U_2'[\theta] = \exp[-i\theta\sigma_y^{(O,1)}\sigma_y^{(O,2)}] \quad (101)$$

$$\exp[i\theta\sigma_x^{(9,2)}\sigma_z^{(10,2)}]U_2[(-1)^{\lambda}\theta]|\psi\rangle = |\psi\rangle$$
$$U_2[\theta] = \exp[-i\theta\sigma_x^{(O,1)}\sigma_x^{(O,2)}] \quad (102)$$

$$\exp[i\theta\sigma_x^{(11,1)}\sigma_x^{(11,3)}\sigma_x^{(10,2)}\sigma_z^{(9,2)}]U_2''[\theta]|\psi\rangle = |\psi\rangle$$
$$U_2''[\theta] = \exp[-i\theta\sigma_z^{(O,1)}\sigma_z^{(O,2)}] \quad (103)$$

حال، این معادلات را در طرفین معادلات (91) تا (94) ضرب می‌کنیم:

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(10,2)}U_x^{\dagger}(2\theta)]\sigma_x^{(I,1)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^{\lambda}\theta)U_2''(\theta)\sigma_x^{(O,2)} U_2''^{\dagger}(\theta)U_2^{\dagger}((-1)^{\lambda}\theta)U_2'^{\dagger}(\theta)]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}}|\psi\rangle \quad (104)$$

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(10,2)}U_x^{\dagger}(2\theta)]\sigma_x^{(I,2)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^{\lambda}\theta)U_2''(\theta)\sigma_x^{(O,1)} U_2''^{\dagger}(\theta)U_2^{\dagger}((-1)^{\lambda}\theta)U_2'^{\dagger}(\theta)|\psi\rangle] = (-1)^{\lambda_{x,2}}|\psi\rangle \quad (105)$$

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(9,2)}U_x^{\dagger}(2\theta)] [U_y(2\theta)\sigma_x^{(11,3)}U_y^{\dagger}(2\theta)]\sigma_z^{(I,1)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^{\lambda}\theta)U_2''(\theta)\sigma_z^{(O,2)} U_2''^{\dagger}(\theta)U_2^{\dagger}((-1)^{\lambda}\theta)U_2'^{\dagger}(\theta)]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}}|\psi\rangle \quad (106)$$

$$[U_x(2\theta)\sigma_z^{(9,2)}U_x^{\dagger}(2\theta)] [U_y(2\theta)\sigma_x^{(11,1)}U_y^{\dagger}(2\theta)]\sigma_z^{(I,2)} [U_2'(\theta)U_2((-1)^{\lambda}\theta)U_2''(\theta)\sigma_z^{(O,1)} U_2''^{\dagger}(\theta)U_2^{\dagger}((-1)^{\lambda}\theta)U_2'^{\dagger}(\theta)]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}}|\psi\rangle \quad (107)$$

در این مرحله کیوبیت‌های (10،2)، (9،2)، (11،1) و (11،3) را در راستاهای ذیل اندازه گیری می کنیم:

$$(10,2),(9,2) \Rightarrow U_x(2\theta)\sigma_z U_x^{\dagger}(2\theta) = r.\sigma \quad (108)$$

$$(11,3),(11,1) \Rightarrow U_y(2\theta)\sigma_x U_y^{\dagger}(2\theta) = r'.\sigma \quad (109)$$

بنابراین پس از این اندازه‌گیری‌ها و اعمال U_{swap} از طرفین، معادلات به شکل زیر خواهند شد:

$$\sigma_x^{(I,1)}[U_2'U_2U_2''U_{swap}\sigma_x^{(O,2)}U_{swap}^{\dagger}U_2''^{\dagger}U_2^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,1}+s_{10,2}}|\psi\rangle \quad (110)$$

$$\sigma_x^{(I,2)}[U_2'U_2U_2''U_{swap}\sigma_x^{(O,1)}U_{swap}^{\dagger}U_2''^{\dagger}U_2^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{x,2}+s_{10,2}}|\psi\rangle \quad (111)$$

$$\sigma_z^{(I,1)}[U_2'U_2U_2''U_{swap}\sigma_z^{(O,2)}U_{swap}^{\dagger}U_2''^{\dagger}U_2^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,1}+s_{9,2}+s_{11,3}}|\psi\rangle \quad (112)$$

$$\sigma_z^{(I,2)}[U_2'U_2U_2''U_{swap}\sigma_z^{(O,1)}U_{swap}^{\dagger}U_2''^{\dagger}U_2^{\dagger}U_2'^{\dagger}]|\psi\rangle = (-1)^{\lambda_{z,2}+s_{9,2}+s_{11,1}}|\psi\rangle \quad (113)$$

بنابراین، معادلات دلخواه ما ایجاد شد و همان طور که مشاهده می‌کنیم هر چهار عملگر U_2 ، U_2' ، U_2'' و U_{swap} در خروجی ظاهر شده اند. عملگر حاصلضربی نیز به راحتی قابل محاسبه است:

$$U_{\Sigma} = (\sigma_z^{(1)})^{s_{I,1}+\lambda_{x,1}+s_{10,2}}(\sigma_z^{(2)})^{s_{I,2}+\lambda_{x,2}+s_{10,2}} (\sigma_x^{(1)})^{\lambda_{z,1}+s_{9,2}+s_{11,3}}(\sigma_x^{(2)})^{\lambda_{z,2}+s_{9,2}+s_{11,1}} \quad (114)$$

5. نتیجه گیری

در این مقاله، توانستیم هامیلتونی هایزنبرگ را با استفاده از مدل یک طرفه شبیه سازی نماییم. لازم به ذکر است که این مدل قادر به شبیه سازی هامیلتونی-های دو کیوبیتی و حتی n کیوبیتی[1] که به صورت مضربی از عملگر های پاولی هستند، می‌باشد.

مراجع

[1] Raussendorf, R. Browne, D. E. and Briegel H. J, " Measurement Based Quantum Computation On Cluster States". Phys. Rev.A. Vol 2, 2003, pp. 022312.

[2] Campanale, P. and Picca, D. ,"The One Way'' phys. Rev.A, vol. 2, 2005, pp021651.

[3] CNOT Simulation "Laser Physics, 2006, vol. 16, No. 11, pp. 1565_1571.

[4] P.H.D.Thesis "Linear Optics Quantum Computing Tolerant to Qubit Loss" by Michael Varnava, July 2007.

[5] Briegel, H. J. and Raussendorf, R., Phys. Rev. Lett. 2001, pp. 86-110.

[6] Nielsen, M. A. and Chuang, I. L., Phys. Rev. Lett. 1997, pp. 79_321.

[7] Gottesman, D. and Chuang, I. L. Nature (London), 1999, pp. 390_402.
[8] Knill, E., Laflamme, R. and Milburn, G. J. Nature (London) 409, 2001, pp. 46.
[9] Nielson, M. A. quant-ph/0108020, 2001.
[10] D. Browne and H. Briegel “One –way Quantum Computation” quant-ph/0603226v2, 3 Oct 2006.