بررسی سرعت امواج گرانشی در مدل های کیهان شناسی شامه ای

عزیز عبدی[1]، احسان امیری[2]، فاطمه احمدی[3] و صدیقه میر ابوطالبی[4]

چکیده: در این مقاله شکست تقارن در سناریوی جهان شامه ای معرفی شده و به منظور برقراری ارتباط بین سرعت امواج گرانشی در توده و بر روی شامه مورد استفاده قرار می‌گیرد.بدین منظور ابتدا یک مدل جهان شامه ای متداول در نظر گرفته می‌شود. سپس معادلات اینشتین را روی شامه استخراج می‌شوند. رابطه بین سرعت امواج گرانشی در توده و سرعت امواج الکترومغناطیسی در شامه بدست می‌آید. با بررسی این رابطه، ملاحظه می‌گردد که سرعت امواج گرانشی بیشتر از سرعت امواج الکترومغناطیسی است، در نتیجه ناظر شامه می تواند اثرات شکست تقارن لورنتس را مشاهده نماید.

واژه های کلیدی: مدل های کیهان شناسی شامه ای، سرعت امواج گرانشی، شکست تقارن لورنتس .

1. مقدمه

نظریه ی جهان های شامه ای [5]یکی از مشهورترین نظریه های با ابعاد اضافه می باشد. آغاز این مدل پدیدار شناختی به کارهای ویتن و هوراوا[6] بین سال های 1998 تا 2003، بر می گردد [1,2]. در چارچوب یک مدل یازده بعدی، آن‌ها ذرات مدل استاندارد را در شامه محبوس فرض کردند و به این ترتیب گرانش می توانست در کل فضای 11-بعدی انتشار یابد.

سپس مدل های جهان شامه ای با ابعاد اضافه ی فشرده مطرح شدند که از ترکیب ایده ی فشرده سازی مدل های کالوزا- کلاینی[7] با ایده های نظریه ی شامه ای بوجود آمدند. این مدل در سال 1998 توسط ارکانی- حامد، دیماپولوس و دوالی[8] [3,4] برای حل مساله سلسله مراتبی جرم هیگز ارایه گردید. این مدل همچنین راه کارهای نوینی برای آزمون وجود ابعاد اضافه پیشنهاد می کند.در سال 1999 راندال و سندرام[9] روشی برای جایگیری گرانش بر روی شامه پیشنهاد کردند.[5] در مدل آن ها بعد اضافه مانند مدل ارکانی- حامد به صورت فشرده معرفی نشده و با وجود یک ثابت کیهان شناسی منفی در فضای توده، در انرژی های پایین، گرانش در اطراف شامه[10] جایگزیده می شود. آن ها این مدل را نیز برای توجیه مسئله ی سلسله مراتب در فیزیک ذرات بکار بردند [6].

در سال 2000مدل دیگری توسط گ. ر. دوالی، گ. گاباداز. و م. پوراتی[11] مطرح گردیدکه این مدل با

1 دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، لویزان، تهران
2 دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد واحد تهران- مرکز، شهرک غرب، تهران
3) استادیار و عضو هیئت علمی گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید رجایی، لویزان، تهران fahmadi@srttu.edu
4)استادیار،گروه فیزیک،دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد واحد تهران- شمال، دربند، تهران smirabotalebi@gmail.com

5) Brane world universes theory
6) Witten and Horawa
7) Kaluza-klien
8) Dvali and dimopoulos
9) Randall and sundrum
10)brane
11) G.R.Dvali,G.Gabadaze and M.Porrati

دو مدل قبلی بدلیل اینکه حجم ابعاد اضافه می تواند بی نهایت باشد متفاوت است [7]. این مدل می توانست شتاب و تا حد خوبی مسئله تاخیر زمانی کیهان شناسی و همچنین مسئله ماده ی تاریک و تابش زمینه را حل نماید.

در این مقاله فرض می کنیم که معادلات میدان اینشتین در توده[1] برقرار است سپس معادلات میدان اینشتین روی شامه را با غوطه ور شدن شامه در توده با استفاده از معادلات گاوس کدازی[2] بدست می آوریم. سپس با بررسی جواب های این معادلات و با استفاده از شرایط مرزی اسراییل[3] نشان می‌دهیم که که سرعت امواج گرانشی در توده بیشتر از سرعت امواج الکترومغناطیسی در شامه است، در نتیجه ناظر شامه می تواند اثرات شکست تقارن لورنتس را مشاهده نماید.

2. ساختار هندسی

حال فرض می کنیم که خمینه زمینه ای $\bar{v}_4$در یک خمینه شبه ریمانی v_5(با عملگر تصویرگر $Y:\bar{v}_4 \rightarrow v_5$) غوطه ور شده باشد.

$$Y^A_{,\mu} N^B g_{AB} = 0 \quad , \quad N^A N^B g_{AB} = \in \qquad (1)$$
$$Y^A_{,\mu} Y^B_{,\nu} g_{AB} = \bar{g}_{\mu\nu}$$

که g_{AB} و $\bar{g}_{\mu\nu}$ به ترتیب متریک توده و شامه در فضای v_5 و $\bar{v}_5$ در مختصات اختیاری، Y^A و X^μ پایه های توده و شامه و N^A بردار واحد نرمال عمود بر شامه هستند. هنگامیکه N^A بردار میدان در امتداد بعد اضافی است، می توانیم بنویسیم

$$N^A = \frac{\delta^A_5}{\Phi} \quad , \quad N^A = (0,0,0,0,\in\Phi) \qquad (2)$$

که Φمیدان اسکالر هست. اختلال در $\bar{v}_4$ با توجه به مقدار کوچک مثبت y در امتداد بردار واحد نرمال N^Aبه این صورت داده می شود

$$Z^A(x^\alpha, y) = Y^A + y\Phi N^A \qquad (3)$$

که N^A را عمود بر شامه انتخاب می‌کنیم، بنابراین بطور مطمئن پیمانه مستقل، و فقط میدان Φ وابسته به مختصات محلی x^α داریم [8]. شرایط انتگرال‌گیری برای هندسه مختل شده معادلات گاوس – کدازی هستند. برای بدست آوردن متریک اختلال، $g_{\mu\nu}$، از همان تعاریف سطوح هندسی استفاده می کنیم. معادلات غوطه شده در هندسه اختلال یافته در دستگاه گاوسی با هندسه غوطه ور شده و بردار نرمال واحد تعریف می شوند

$$Z^A_{,\mu} N^B g_{AB} = 0 \quad , \quad N^A N^B g_{AB} = \in \qquad (4)$$
$$Z^A_{,\mu} Z^B_{,\nu} g_{AB} = \bar{g}_{\mu\nu}$$

با استفاده از معادلات (3) و (4)، می توانیم متریک مختل شده در دستگاه گاوسی تعریف شده با غوطه وری را به صورت زیر بیان کنیم

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + 2y\Phi(x^\alpha)\bar{K}_{\mu\nu} + y^2\Phi^2(x^\alpha)\bar{g}^{\alpha\beta}\bar{K}_{\mu\nu}\bar{K}_{\nu\beta} \qquad (5)$$

که $\bar{K}_{\mu\nu}$ انحنای خارجی شامه مرکزی و متریک فضا- زمان با قرار دادن $y=0$ بدست می آید $(g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu})$. با استفاده (2)، (4) و (5) متریک توده به این شکل نوشته می شود

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\alpha, y)dx^\mu dx^\nu + \in\Phi^2(x^\alpha)dy^2 \qquad (6)$$

که از علامت $(+---\in)$ در هر جایی استفاده می‌شود. معادلات میدان اینشتین مشتقات مرتبه اول و دوم متریک را با توجه به مختصات اضافی در بر

1) bulk
2) Gausse-codazzi
3) israel

دارند. اینها می توانند با عبارت هایی از تانسورهای هندسی چهار بعدی بیان شوند. مشتق مرتبه اول جزئی می تواند در عبارت هایی از انحنای خارجی نوشته شود

$$K_{\mu\nu}=\frac{1}{2}L_N g_{\mu\nu}=\frac{1}{2\Phi}\frac{\partial g_{\mu\varpi}}{\partial y}, \qquad (7)$$

$$K_{A5}=0$$

مشتقات دوم می توانند تصویر تانسور وایل پنج بعدی در توده ${}^{(5)}C_{\mu5\nu5}$ را بیان کنند

$${}^{(5)}C_{ABCD}={}^{(5)}R_{ABCD}-\frac{2}{3}({}^{(5)}R_{A[C}g_{D]B}-{}^{(5)}R_{B[C}g_{D]A})$$

$$+\frac{1}{6}({}^{(5)}Rg_{A[C}g_{D]B}) \qquad (8)$$

در غیاب عبارت های $\left(g_{\mu5}=0\right)$ دیمانسیونها به معادلات پنج بعدی کاهش می‌یابند [9،10]. بنابراین، معادلات میدان اینشتین می توانند به سه بخش تقسیم شوند [11].

$${}^{(4)}G_{\mu\nu}=\frac{2}{3}k_5^2[{}^{(5)}T_{\mu\nu}+({}^{(5)}T_5^5-\frac{1}{4}{}^{(5)}T)g_{\mu\nu}]$$

$$-\in(k_{\mu\alpha}k_\nu^\alpha-kk_{\mu\nu})+\frac{\in}{2}g_{\mu\nu}(k_{\alpha\beta}k^{\alpha\beta}-k^2)-\in E_{\mu\nu} \qquad (9)$$

$$\Phi^\mu_{;\mu}=-\in\frac{\partial k}{\partial y}-\Phi(\in k_{\alpha\beta}k^{\alpha\beta}+{}^{(5)}R_5^5) \qquad (10)$$

$$D_\mu(k_\nu^\mu-\delta_\nu^\mu k)=k_5^2\,\frac{{}^{(5)}T_{5\nu}}{\Phi} \qquad (11)$$

در عبارات فوق، $E_{\mu\nu}$ قسمت الکتریکی تانسور وایل است و مشتقات کوریانت با توجه به $g_{\mu\nu}$ محاسبه می شوند $Dg_{\mu\nu}=0$.

3. معادلات میدان روی شامه

در ادامه ی کار معادلات میدان اینشتین در شامه مورد نیاز هست. بنابراین در این بخش با استخراج از این معادلات، می‌توان درباره ی دینامیک شامه اطلاعات دقیقی کسب کرد. پیشنهاد می شود که برای بررسی جزئیات به مرجع [11] مراجعه نمایید.

حال فرض می کنیم که تانسور انرژی ممنتوم پنج بعدی بدین شکل باشد

$${}^{(5)}T_{AB}=\Lambda_{(5)}g_{AB} \qquad (12)$$

که $\Lambda_{(5)}$ ثابت کیهانشناسی در توده است. در سناریوی جهان شامه ای فضا- زمان با علامت ابر سطح[1] (یا شامه سه بعدی) غوطه ور در توده آنتی – دو سیته[2] مشخص می شود و فرض می شود که $\Lambda_{(5)}\langle 0$ است. بطور قراردادی، مختصات y نظیر ابر سطح $\sum: y=0$ منطبق بر شامه انتخاب می شود. بنابراین، متریک در طول $\sum$ امتداد می‌یابد، اما انحنای خارجی $k_{\mu\theta}$ ادامه ندارد. بیشتر مدل های جهان شامه ای تقارن Z_2 را در شامه فرض می‌کنند، یعنی

$$ds^2=g_{\mu\nu}(x^\rho,+y)dx^\mu dx^\nu+\in\Phi^2(x^\rho,+y)dy^2 \quad for\ \ y\geq 0$$

$$ds^2=g_{\mu\nu}(x^\rho,-y)dx^\mu dx^\nu+\in\Phi^2(x^\rho,-y)dy^2 \quad for\ \ y\leq 0 \qquad (13)$$

سپس:

$$k_{\mu\nu|\sum^+}=-k_{\mu\nu|\sum^-} \qquad (14)$$

بنابراین معادلات میدان در نتیجه تقارن Z_2 در جهان شامه ای به این شکل نوشته می شوند.

$${}^{(5)}\overline{G}_{AB}=k_5^2(\Lambda_{(5)}\overline{g}_{AB}+{}^{(5)}\overline{T}_{AB}^{(brane)}) \qquad (15)$$

که $\overline{g}_{AB}$ همان است که در (13) و در ${}^{(5)}\overline{T}_{AB}^{(brane)}$ گرفته شده است، با ${}^{(5)}\overline{T}_{AB}^{(brane)}n^A=0$ ، تانسور ممنتوم انرژی هست

$${}^{(5)}\overline{T}_{AB}^{(brane)}=\delta_A^\mu\delta_B^\nu\tau_{\mu\nu}\frac{\delta(y)}{\Phi} \qquad (16)$$

1) Hyper surface
2) Anti-desitter

تابع دلتا محدودیت ماده در شامه را نشان می دهد، از این رو

$$\tau_{\mu\nu}(x^{\rho},0)=\lim_{\xi\to 0}\int_{-\frac{\xi}{2}}^{\frac{\xi}{2}} {}^{(5)}\overline{T}^{(brane)}_{\mu\nu}\Phi\, dy \qquad (17)$$

به منظور بدست آوردن معادلات در شامه، نیاز هست عبارتی برای انحنای خارجی Σ بدست آوریم. برای این منظور، از (15) استفاده می‌کنیم. هنگامی که متریک در طول شامه امتداد می‌یابد، رابطه زیر را بدست می‌آوریم:

$${}^{(5)}\overline{R}_{\mu\nu}=k_5^2\left[-\frac{2}{3}\Lambda_{(5)}+\frac{\delta(y)}{\Phi}\left(\tau_{\mu\nu}-\frac{1}{3}g_{\mu\nu}\tau\right)\right] \qquad (18)$$

به عبارت دیگر، برای متریک (6) داریم

$${}^{(5)}\overline{R}_{\mu\nu}=-\in\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k_{\mu\nu}}{\Phi}\right)+V_{\mu\nu} \qquad (19)$$

که

$$V_{\mu\nu}={}^{(4)}R_{\mu\nu}+\in(2k_{\mu\nu}-k_{\mu\nu}k^{\lambda}_{\lambda})-\frac{{}^{(5)}\nabla_{\nu}\Phi_{;\mu}}{\Phi} \qquad (20)$$

با ${}^{(5)}\nabla_{\nu}\Phi_{\mu}=\Phi_{\mu,\bar{\nu}}\Gamma^{A}_{\mu\nu}\Phi_{A}$،حالا این رابطه را در (18) جایگذاری می‌کنیم و انتگرال در امتداد شامه محاسبه می‌شود

$$\lim_{\xi\to 0}\int_{-\frac{\xi}{2}}^{\frac{\xi}{2}}\left[-\in\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k_{\mu\nu}}{\Phi}\right)+V_{\mu\nu}\right]dy=$$

$$k_5^2\lim_{\xi\to 0}\int_{-\frac{\xi}{2}}^{\frac{\xi}{2}}\left[-\frac{2\Lambda_{(5)}}{3}+\frac{\delta(y)}{\Phi}\left(\tau_{\mu\vartheta}-\frac{1}{3}g_{\mu\nu}\tau\right)\right]dy \qquad (21)$$

اگر چه مشتقات $\left(\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial y}\right)$ و $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)$ در امتداد $\Sigma: y=0$ امتداد ندارند، با یک فرض معمول فیزیکی آنها محدود می مانند. پس، $\lim_{\xi\to 0}\int_{-\frac{\xi}{2}}^{\frac{\xi}{2}}V_{\mu\nu}dy=0$، و شرایط مرزی اسراییل را بدست می آوریم.

$$K_{\mu\nu|\Sigma^{+}}-K_{\mu\nu|\Sigma^{-}}=-\frac{\in}{2}k_5^2\left(\tau_{\mu\nu}-\frac{1}{3}g_{\mu\nu}\tau\right) \qquad (22)$$

حالا، از تقارن Z_2:

$$K_{\mu\nu|\Sigma^{+}}=K_{\mu\nu|\Sigma^{-}}=-\frac{\in}{2}k_5^2\left(\tau_{\mu\nu}-\frac{1}{3}g_{\mu\nu}\tau\right) \qquad (23)$$

در نتیجه:

$$\tau_{\mu\nu}=-\frac{2\in}{k_5^2}(K_{\mu\nu}-g_{\mu\nu}K) \qquad (24)$$

سپس از (11) و (12) داریم:

$$\tau^{\mu}_{\nu;\mu}=0 \qquad (25)$$

بنابراین $\tau_{\mu\nu}$ همه ی ماده ی مثبت خلا، تانسور انرژی تکانه را در شامه حفظ میکند. معمولا به دو قسمت تفکیک می شود

$$\tau_{\mu\nu}=\sigma g_{\mu\nu}+T_{\mu\nu} \qquad (26)$$

که σ فشار شامه در پنج بعدی است و بعنوان انرژی خلا تفسیر می شود و $T_{\mu\nu}$ تانسور انرژی تکانه ماده معمولی در چهار بعدی است. از (23) و (24) و (26) سر انجام بدست می آوریم

$$K_{\mu\nu|\Sigma^{+}}=-\frac{\in k_5^2}{2}\left(T_{\mu\nu}-\frac{1}{3}g_{\mu\nu}(T+\sigma)\right) \qquad (27)$$

با جایگذاری (27) و (12) در (9)، معادلات اینشتین با تانسور انرژی ممنتوم موثر در چهار بعدی را مشخص می کنیم[12].

$$^{(4)}G_{\mu\nu} = \Lambda_{(4)} g_{\mu\nu} + 8\pi G T_{\mu\nu} - \in k_5^4 \Pi_{\mu\nu} - \in E_{\mu\nu} \tag{28}$$

که

$$\Lambda_{(4)} = \frac{1}{2} k_5^2 \left(\Lambda_{(5)} - \in \frac{k_5^2 \sigma^2}{6}\right) \tag{29}$$

$$8\pi G = - \in \frac{k_5^4 \sigma}{6} \tag{30}$$

$$\Pi_{\mu\theta} = \frac{1}{4} T_{\mu\alpha} T_{\nu}^{\alpha} - \frac{1}{12} T T_{\mu\nu} - \frac{1}{8} g_{\mu\nu} T_{\alpha\beta} T^{\alpha\beta} + \frac{1}{24} g_{\mu\nu} T^2 \tag{31}$$

4. سرعت امواج گرانشی

یک سیال کامل در شامه را در نظر می گیریم

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu} \tag{32}$$

که u و ρ و p به ترتیب سرعت واحد، چگالی انرژی و فشار سیال کامل هستند. همچنین یک معادله حالت خطی را برای سیال فرض می‌کنیم

$$p = \gamma \rho \quad , \quad 0 \le \gamma \le 1 \tag{33}$$

شرایط انرژی ضعیف محدودیت $\rho \ge 0$ را ایجاد می کند [13]. در اینجا ما مدل های کیهان شناسی همگن غیر شتابدار را در شامه بررسی می‌کنیم و فرض می کنیم که سرعت سیال عمود بر ابر سطوح همگن می باشد. در مدل های کیهان‌شناسی استاندارد، همچنین می‌توانیم بررسی کنیم که $\Phi(x^\alpha) = \Phi(t) > 0$ [9]. سپس متریک عالم را به این صورت در نظر می گیریم

$$\bar{g}_{\mu\nu} = diag\left(c_b^2, -a(t)^2 \gamma_{ij}\right) \tag{34}$$

حالا با استفاده از (27) داریم

$$\bar{K}_{00} = -\frac{\in k_5^2 \bar{g}_{00}}{2}\left[\rho - \frac{1}{3}((1-3\gamma)\rho + \sigma\right]$$
$$\bar{K}_{ii} = -\frac{\in k_5^2 \bar{g}_{ii}}{2}\left[-\gamma\rho - \frac{1}{3}((1-3\gamma)\rho + \sigma\right] \tag{35}$$

با قرار دادن روابط (35) در (5) بدست می آوریم

$$g_{00} = \bar{g}_{00}[1 + y\Phi A]^2$$
$$g_{ii} = \bar{g}_{ii}[1 + y\Phi B]^2 \tag{36}$$

که

$$A = -\frac{\in k_5^2}{2}\left[\rho - \frac{1}{3}((1-3\gamma)\rho + \sigma\right]$$
$$B = -\frac{\in k_5^2}{2}\left[-\gamma\rho - \frac{1}{3}((1-3\gamma)\rho + \sigma\right]$$

با استفاده از (34) و (5) و (36) بدست می آوریم

$$g_{\mu\nu} = diag([1 + y\Phi A]^2 c_b^2 - [1 + y\Phi B]^2 a(t)^2 \gamma_{ij})$$

با فاکتورگیری از $[1 + y\Phi B]^2$ و تغیر متغیر $D = \left[\frac{1 + y\Phi A}{1 + y\Phi B}\right]^2$ و $\Omega^2 = [1 + y\Phi B]^2$ متریک توده در اطراف شامه مرکزی بدست می آید

$$g_{\mu\nu} = \Omega^2 diag\left(D\, c_b^2, -a(t)^2 \gamma_{ij}\right) \tag{37}$$

ازمعادله ی (34) می بینیم که ثابت c_b سرعت نور روی شامه اصلی را بیان می کند، در صورتیکه از معادله ی (37)، سرعت انتشار امواج گرانشی در این مدل $D\, c^2$ است. با توجه به مدلهای جهان شامه ای متداول از آنجاییکه $\in < 0$ است،ما A را بزرگتر از B

بدست می آوریم که در نتیجه D بزرگتر از یک می شود.

بنابراین، امواج گرانشی سریعتر از نور حرکت می کنند. این مطلب منتهی به شکست تقارن لورنتس از نقطه نظر ناظر شامه (در آشکارسازی اثرات گرانشی توده) می شود.

5. نتیجه گیری

در این مقاله یک سناریوی جهان شامه ای را مطالعه و با استفاده از ساختار و فرمولبندی SMS معادلات اینشتین را روی شامه استخراج کرده ایم. سپس نشان داده ایم که در این مدل سرعت انتشار امواج گرانشی در توده از سرعت این امواج در شامه بزرگتر است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که تقارن لورنتس 4-بعدی در محدوده ی آشکارسازی های امواج گرانشی شکسته می شود. از آنجاییکه ذرات فیزیکی به شامه مقید هستند، این اثرات را احساس نخواهند کرد، اما بدلیل اینکه امواج گرانشی می تواند در توده هم منتشر شوند، آنها لزوماً این اثرات تغییرات سرعت نور در راستای بعد اضافی را احساس خواهند کرد.

مراجع

[1] Horava P. and Witten E. Nucl . Phys. B 475,1996, pp. 94.

[2] Horava P. and Witten E. Nucl. Phys. B 460, 1996, pp. 506.

[3] Arkani-Hamed N. Dimopoulos S. and Dvali G. R, phys. Lett. B 429,1998,pp.263.

[4] Arkani-Hamed N. Dimopoulos S . and Dvali G. R., phys. Rev. D 591999,pp.086004.

[5] Randall L. and Sundrum R., Phys. Rev . Lett. 83, 1999, pp.4690.

[6] Randall L. and Sundrum R., Phys. Rev . Lett. 83, 1999, pp.3370.

[7] Dvali G. R., Gabadadze G. and Porrati M., Phys. Lett. B 485, 2000, pp.208.

[8] Jalalzadeh S. Sepangi H. R, Class. Quantum Grav. 22, 2005,pp. 2035.

[9] Ponce de Leon J. Class. Quantum Grav. 20,2003, pp. 5321.

[10] Ponce de Leon J. Int. J.Mod. Phys. D 11, 2002, pp. 1355.

[11] Ahmadi F., Jalalzadeh S., Sepangi H. R., Class. Quantum Grav. 23,2006, pp. 4069.

[12] Ponce de Leon J.,N ,2002 [gr-qc/0207001].

[13] Hawking S. W,. Ellis G. F. R, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1973.