مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره دوازدهم / پائیز ۱۳۹۱

برنامه ریزی آرمانی مینیماکس در مسئله چندهدفه انتخاب سبد سرمایه گذاری در شرایط تصادفی

ندا کریمیان[۱]
مصطفی عابدزاده[۲]

تاریخ دریافت: ۹۱/۲/۱۰ تاریخ پذیرش: ۹۱/۶/۲۰

چکیده

مسئله انتخاب سبدسرمایه گذاری یکی از مهمترین حوزه های تصمیم گیری مالی است. به طور کلی در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری تصمیم گیرنده به چندین هدف از قبیل بازده سالیانه، سود تقسیم شده سهام سالیانه و ریسک توجه می کند. تکنیک های برنامه ریزی چند هدفه ازقبیل ε – محدودیت، توابع مطلوبیت و برنامه ریزی آرمانی برای انتخاب رضایت بخش ترین سبد سرمایه گذاری به کارگرفته می شوند. دراین مقاله، فرض براین است که برخی پارامترهای ورودی مسئله ازقبیل بازده سهام تصادفی هستند و توزیع نرمال دارند سپس متدهای احتمالی مانند برنامه ریزی تصادفی مقید را به موازات روش برنامه ریزی آرمانی مینیماکس به کار گرفته و مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید به عنوان یک تبدیل قطعی مدل انتخاب سبد سرمایه گذاری چندهدفه تصادفی ارائه می گردد. درپایان برنامه مطرح شده با نمونه ای از ۲۰ سهم شاخص صنعتی داو جونز ارائه می گردد. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدل برنامه‌ریزی آرمانی چندهدفه محدود شده تصادفی جهت انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در شرایط تصادفی، سودمند است.

واژه‌های کلیدی: انتخاب سبد سرمایه گذاری ، برنامه ریزی آرمانی مینیماکس، چندهدفه، شرایط تصادفی، برنامه ریزی تصادفی.

۱- کارشناسی‌ارشد مهندسی مالی از دانشگاه خواجه‌نصیرالدین طوسی. nd.karimian@gmail.com
۲- استادیار دانشگاه‌خواجه نصیرالدین طوسی. abedzadeh@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

دردنیای سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران می‌خواهند بالاترین بازده مورد انتظار را از سبد سرمایه گذاری بدست بیاورند. نرخ بازده مورد انتظار به سطح دامنه تغییرات ریسک بستگی دارد. بازده مورد انتظار سبد سرمایه گذاری سهام ترکیبی از سود و بازده‌های قیمت می‌باشد.

انتخاب سبدسرمایه گذاری و تجزیه و تحلیل اوراق بهادار همیشه یک بخش حیاتی در تصمیم‌گیری است. با توجه به اینکه عدم قطعیت در شرایط اقتصادی، نقشی کلیدی را درتصمیم‌گیری‌های مالی به‌ویژه مسائل انتخاب سبد سرمایه گذاری بازی می‌کند باید تکنیک‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه گذاری را در کنار تکنیک‌های برنامه‌ریزی تصادفی مطالعه نمود. هدف مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی مینیمم‌کردن ریسک می‌باشد در این صورت می‌توان مدل‌های مورد نیاز را برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز توسعه داد که دراین مقاله برای انتخاب سبد سرمایه گذاری در شرایط تصادفی به عنوان هدف مدنظر قرار گرفته است تا با پاسخ به سوال تحقیق شواهد لازم ارائه کند.

هدف این مقاله ارائه یک مدل انتخاب سبد سرمایه گذاری در شرایطی است که برخی پارامترهای ورودی مسئله تصادفی است و چند هدف مورد نظر تصمیم گیرنده می باشد که در آن روش برنامه ریزی آرمانی مینیماکس[۱] وبرنامه ریزی تصادفی مقید ترکیب می شود و مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید[۲] برای برنامه ریزی چند هدفه تصادفی ارائه می گردد. دربخش۳، یعنی روش شناسی پژوهش، ابتدا روش برنامه ریزی آرمانی مینیماکس به عنوان یکی از روش های برنامه ریزی چندهدفه و رویکرد برنامه ریزی تصادفی مقید از تکنیک های برنامه ریزی تصادفی توضیح داده می شود، سپس مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید که از ترکیب دو رویکرد برنامه ریزی آرمانی مینیماکس و رویکرد برنامه ریزی تصادفی مقید بدست می آید معرفی می گردد سپس یک مطالعه موردی بر مدل پیشنهادی با یک نمونه انتخابی از ۲۰ سهم انجام می شود که به عنوان نتایج ارائه شده است. در بخش پایانی نتیجه گیری بیان خواهد شد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

تئوری بنیادی انتخاب سبد سرمایه گذاری ابتدا توسط مارکویتز[۳] (۱۹۵۲) مطرح شد. مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری بر مبنای یک مدل تک‌دوره‌ای سرمایه‌گذاری قرار دارد. سرمایه‌گذار باید سرمایه خود را میان اوراق بهادار مختلف توزیع کند. معمولا"، چندین محدودیت سیستمی به عنوان فرض درنظرگرفته می‌شود. یکی از آن‌ها این است که نسبت سرمایه‌گذاری شده در هر ورقه بهادار غیرمنفی است (اگریکزاک[۴]،۲۰۰۰).

روش میانگین- واریانس[۵] مارکویتز(۱۹۵۲) در انتخاب سبد سرمایه گذاری برای فعالیت های تحقیقاتی محوری و به عنوان یک اصل برای توسعه تئوری مالی مدرن مناسب بوده‌است. در ادبیات چندین الگوریتم از قبیل آن‌هایی که توسط شارپ[۶] (۱۹۶۷،۱۹۶۳) و ال‌تن و دیگران.[۷] (۱۹۷۶) مطرح شدند برای خطی‌کردن و بهبود محاسبه کارایی مدل کواریانس مارکویتز ایجاد شدند (نروکی و کارتر[۸]، ۱۹۹۸، و شینگ و ناگاساوا[۹]، ۱۹۹۹).

مدل مارکویتز بصورت ناکارآمد در برابر مدل‌های متعارف ترجیحات برای انتخاب تحت ریسک مورد انتقاد قرار گرفت (بل و ریفا[۱۰]، ۱۹۹۸). لوی[۱۱] (۱۹۹۲) تاکید کرد که مدل‌های منطبق با ترجیحات مبتنی بر رابطه نفوذ تصادفی یا تئوری مطلوبیت مورد انتظار هستند. به این دلیل، بالسترو و رومرو[۱۲] (۱۹۹۶) ماکسیمم کردن مطلوبیت بازده‌های مورد انتظار سرمایه‌گذار را روی مرزکارا[۱۳] پیشنهاد کردند.

لای[۱۴] (۱۹۹۱) و پِرکَش و دیگران.[۱۵] (۲۰۰۳) گشتاورهای بالاتر و بویژه چولگی را در یک برنامه‌ریزی آرمانی چند جمله‌ای[۱۶] وارد کردند. پس مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری را می‌توان به عنوان یک برنامه ریاضی چند هدفه[۱۷] تلقی کرد.

در بسیاری ازموضوعات تصمیم‌گیری، تصمیم‌گیرنده به آسانی و صریحا" می‌تواند مقادیر بعضی پارامترها را بدست آورد. برخی از این مقادیر در مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری تصادفی هستند (ایونی و دیگران.[۱۸]، ۲۰۰۵). برنامه‌ریزی تصادفی و مخصوصاً مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه[۱۹] را هنگام مواجه با چنین مشکلاتی می‌توان استفاده نمود (بن عبدالعزیز ودیگران.[۲۰]، ۱۹۹۹، ۱۹۹۵)، (بن عبدالعزیز و مجری[۲۱]، ۲۰۰۱)، (زیمبا و مولوی[۲۲]، ۱۹۹۸)و (بن عبدالعزیز ودیگران.، ۲۰۰۷).

چندین رویکرد برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی مطرح شده است از قبیل رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای[۲۳] و رویکرد برنامه ریزی تصادفی مقید[۲۴] که توسط چارنز و کوپر[۲۵] (۱۹۶۳،۱۹۵۸) توسعه داده شده است.

میان کاربردهای برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه در انتخاب سبد سرمایه گذاری، اگریکزاک (۲۰۰۰) مدل مارکویتز را با توسعه یک برنامه‌ریزی‌خطی آرمانی چند معیاره[۲۶] گسترش داد. در مدل مطرح شده توسط شینگ و ناگاساوا (۱۹۹۹) میانگین و واریانس بازده اوراق بهادار چندین سناریو با احتمالات مشخص دارد.

بالسترو (۲۰۰۱) فرمولی از برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی[۲۷] بر مبنای تابع مطلوبیت و مدل میانگین- واریانس مطرح کرد. میولمن و دیگران.[۲۸] (۱۹۷۸) یک فرمول برنامه‌ریزی‌خطی چندهدفه تصادفی را برای مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری تحت شرایط عدم‌قطعیت توسعه

دادند. تمیز و دیگران.[۲۹] (۱۹۹۶) یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی دو مرحله‌ای برای انتخاب سبد سرمایه گذاری ارائه دادند. ایونی و دیگران. (۲۰۰۵) ترجیحات تصمیم‌گیرنده و برنامه ریزی تصادفی مقید تعدیل شده را برای مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی به وضوح مطرح کردند.

۳- روش شناسی تحقیق

در تحقیق حاضراز روش ریاضی برنامه ریزی آرمانی مینیماکس استفاده شده و در قالب یک مطالعه موردی آزمون و نتایج آن ارائه شده است.

۳-۱- مروری بر برخی تکنیک های برنامه ریزی تصادفی و چندهدفه

۳-۱-۱- روش برنامه ریزی آرمانی مینیماکس

برنامه ریزی آرمانی، برای اولین بار در کاربردی از مسئله برنامه ریزی خطی تک هدفه توسط چارنز ودیگران. (۱۹۵۵) ارائه شد. رومرو(۱۹۹۱) مرور کاملی از تکنیک های برنامه ریزی آرمانی ارائه نموده است و کاربردهای فراوانی را برای استفاده از این تکنیک ها در مهندسی مطرح کرده است. ایده اصلی برنامه ریزی آرمانی، یافتن جواب هایی است که آرمان هایی از پیش تعیین شده یک یا چندهدف را برآورده نماید. در صورتی که هیچ جوابی با این شرایط وجود نداشته باشد باید به یافتن جواب هایی پرداخت که انحراف از اهداف را کمینه نماید.

دربرنامه ریزی آرمانی مینیماکس، بیشینه انحرافات از آرمان ها و بیشنیه انحراف هر هدف از آرمان کمینه گردد.

$$\min d \qquad (1)$$

Subject to:

$$\begin{aligned} & f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad \forall i = 1,2,\dots,m \qquad (1-3) \\ & g_k(x) \geq 0 \quad \forall k = 1,2,\dots K \\ & x \in X \\ & \delta_i^-, \delta_i^+ \geq 0 \quad \forall i = 1,2,\dots,m \end{aligned}$$

$f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j$ *سطح دستیابی هدف* i *می باشد.* g_i سطح آرمانی مرتبط به هدف i را نشان می دهد. دراین مقاله این مقادیر از بهینه سازی مسئله تک هدفه حاصل می شود. δ_i^-, δ_i^+ به ترتیب مقادیر انحراف مثبت و منفی را نشان می دهد. پارامترd، بیشینه انحراف در آرمان است.

۳-۱-۲- برنامه ریزی تصادفی

دربسیاری از مسائل دنیای واقعی، عدم قطعیت مرتبط با یک یا چند پارامتررا می‌توان بوسیله توزیع‌های احتمالی مدل‌بندی کرد. دو رویکرد اصلی برای حل برنامه‌ریزی تصادفی استفاده می‌شود که عبارتند از رویکرد بازگشتی[۳۰] و رویکردبرنامه ریزی تصادفی مقید. رویکرد برنامه ریزی تصادفی مقید عبارتست از ماکسیمم کردن (مینیمم کردن) مقدار موردانتظاراهداف درحالیکه درجه معینی از امکان‌پذیری برای محدودیت‌های تصادفی درنظرگرفته شود.

فرض کنید a_{kj} و c_{ij} عناصرماتریس تصادفی و b_k عناصر یک بردارتصادفی دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم هستند. برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\max \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j \quad \forall i = 1,2,\dots,m \qquad (2)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j \le b_k \qquad \forall k = 1,2,\dots K \qquad (2-3)$$

$$x \in X$$

با رویکرد برنامه ریزی تصادفی مقید، برنامه تصادفی چندهدفه فوق به یک برنامه قطعی چندهدفه تبدیل می شود (پری کپا، ۱۹۹۵):

$$\max \ E\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j\right) \qquad \forall i = 1,2,\dots,m \qquad (3)$$

Subject to:

$$\text{Prob}\left(\sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j \le b_k\right) \ge \alpha_k \qquad \alpha_k \in (0,1) \qquad \forall k = 1,2,\dots K \qquad (3-3)$$

$$x \in X$$

$E(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j)$ بردار مورد انتظار اهداف می باشد و α_k سطح اطمینان محدودیت هاست که توسط تصمیم گیرنده تعیین می شود.

۴- نتایج پژوهش

در این بخش، مدل قطعی معادل برای مسئله چندهدفه تصادفی برمبنای رویکرد برنامه ریزی تصادفی مقید و برنامه ریزی آرمانی مینیماکس بهعنوان یافته‌های پژوهش ارائه می شود. در زیر بخش بعدی چگونگی تبدیل محدودیت ها و اهداف تصادفی به معادل قطعی بیان می گردد.

۴-۱- محدودیت ها و اهداف تصادفی

برای تبدیل محدودیت های تصادفی (۳-۳) به معادل قطعی آن ها فرض کنید:

$h_k(x) = \sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j - b_k$

$h_k(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E(h_k(x))$ و انحراف استاندارد $\sigma(h_k(x))$ می‌باشد.

$P(h_k(x) \le 0) \ge \alpha_k \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2,\dots K$

$P\left(\frac{h_k(x)-E(h_k(x))}{\sigma(h_k(x))} \le \frac{-E(h_k(x))}{\sigma(h_k(x))}\right) \ge \alpha_k \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2,\dots K$

$\frac{-E(h_k(x))}{\sigma(h_k(x))} \ge F^{-1}(\alpha_k) \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2,\dots K$

$F^{-1}(\alpha_k)\,\sigma(h_k(x)) + E(h_k(x)) \le 0 \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2,\dots K$

درنتیجه داریم:

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j - b_k\right) + F^{-1}(\alpha_k)\sigma\left(\sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j - b_k\right) \le 0 \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2,\dots K \quad (4-3)$$

برای تبدیل اهداف تصادفی به محدودیت های معادل قطعی اگر

$g_i^* = \max \sum_{j=1}^{n} E(c_{ij})x_j \qquad \forall i = 1,2,\dots,m$

درنتیجه

$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j \ge g_i^* \qquad \forall i = 1,2,\dots,m$

$\mathrm{Prob}\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j \ge g_i^*\right) \ge \alpha_i \qquad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,,\dots,m$

$I_i(x) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*$

$I_i(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E(I_i(x))$ وانحراف استاندارد $\sigma(I_i(x))$ می‌باشد.

$P\left(I_i(x) \ge 0\right) \ge \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$

$P\left(\frac{I_i(x)-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \ge \frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))}\right) \ge \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$

$\frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \le F^{-1}(1-\alpha_i) \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$

$F^{-1}(1-\alpha_i)\sigma\left(I_i(x)\right) + E\left(I_i(x)\right) \ge 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$

درنتیجه داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*\right) + F^{-1}(1-\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*\right) \ge 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m \quad (5-3)$$

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*\right) + F^{-1}(1-\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*\right) - \delta_i^+ = 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m \quad (6-3)$$

واگر

$$g_{*i} = \min \sum_{j=1}^{n} E(c_{ij})x_j \qquad \forall i = 1,2,\dots,m$$

درنتیجه

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j \le g_{*i} \qquad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$\text{Prob}\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j \le g_{*i}\right) \ge \alpha_i \qquad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$I_i(x) = \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_{*i}$$

$I_i(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E(I_i(x))$ وانحراف استاندارد $\sigma(I_i(x))$ می‌باشد.

$$P\left(I_i(x) \le 0\right) \ge \alpha_i \qquad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$P\left(\frac{I_i(x) - E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \le \frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))}\right) \ge \alpha_i \qquad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$\frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \ge F^{-1}(\alpha_i) \qquad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$F^{-1}(\alpha_i)\sigma\left(I_i(x)\right) + E\left(I_i(x)\right) \le 0 \qquad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$$

درنتیجه داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_{*i}\right) + F^{-1}(\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_{*i}\right) \le 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m \quad (7-3)$$

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_{*i}\right) + F^{-1}(\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_{*i}\right) + \delta_i^- = 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m \quad (8-3)$$

۴-۲- مسئله معادل قطعی بهینه سازی چندهدفه تصادفی

باتوجه به رویکرد برنامه ریزی آرمانی مینیماکس و برنامه ریزی تصادفی مقید برای مسئله بهینه سازی چندهدفه، مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید معادل مدل (2) نتیجه می شود:

$$\min d \qquad (4)$$

Subject to:

$$\delta_i^+ \le d \qquad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*\right) + F^{-1}(1-\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j - g_i^*\right) - \delta_i^+ = 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2,\dots,m$$

$$E\left(\sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j - b_k\right) + F^{-1}(\alpha_k)\sigma\left(\sum_{i=1}^{n} a_{kj}x_j - b_k\right) \le 0 \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2,\dots K$$

$$x \in X$$

۴-۳- نتایج حاصل از مطالعه موردی برای انتخاب سبد سرمایه گذاری

مدل توسعه یافته با یک مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری با نمونه ای که از ۲۰ سهم شاخص صنعتی داو جونز انتخاب شده است[۳۱] حل می گردد.

فرایند ارزیابی شامل مراحل زیر می شود:

- تعریف اهداف
- تعیین محدودیت ها
- فرمول بندی مسئله
- حل مدل

اهداف:

۱) بازده سبد سرمایه گذاری که باید ماکسیمم شود (فرض می شود بازده هر سهم در زمان t تصادفی است و توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم دارد). $\sum_{j=1}^{20} R_j x_j$

۲) واریانس بازده سبد سرمایه گذاری که به عنوان معیار ریسک انتخاب می شود و باید مینیمم گردد (باتوجه به این که فرض شده است بازده هر سهم توزیع نرمال دارد می توان از این معیار ریسک استفاده نمود). $var(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j)$

۳) مجموع سود تقسیم شده سهام[۳۲] سبد سرمایه گذاری که باید ماکسیمم شود (فرض می شود سود هرسهم متغیرتصادفی است و توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم دارد).

$$\sum_{j=1}^{20} D_j x_j$$

محدودیت ها :

۱) به منظورکاهش ریسک، سرمایه‌گذار نباید بیشتر از یک نسبت معین را در هر سهم سرمایه‌گذاری کند. به منظور متنوع سازی سبد سرمایه گذاری حدود بالا وپایین برای نسبت سرمایه گذاری شده در هر سهم، x_j، در نظر گرفته می شود (فروش استقراضی مجاز نیست):

$$0 \le x_j \le .2$$

۲) مجموع نسبت های سرمایه گذاری شده در هر سهم برابر ۱ است:

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

مدل اصلی انتخاب سبد سرمایه گذاری به این صورت است:

$$Z_1 = \max \ \sum_{j=1}^{20} R_j x_j \qquad (5)$$
$$Z_2 = \min \ var(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j)$$
$$Z_3 = \max \sum_{j=1}^{20} D_j x_j$$
Subject to:
$$0 \leq x_j \leq .2$$
$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

مدل (۵) به برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید تبدیل می شود، ابتدا باید مقادیر آرمانی برای هر یک از اهداف تعیین شود.

هدف ماکسیمم نمودن بازده سبد سرمایه گذاری:

$$R^* = \max \sum_{j=1}^{20} E(R_j) x_j \qquad (6)$$
Subject to:
$$0 \leq x_j \leq .2$$
$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

هدف مینیمم نمودن ریسک بازده سبد سرمایه گذاری:

$$V^* = \min \ var(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j) \qquad (7)$$
Subject to:
$$0 \leq x_j \leq .2$$
$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

و برای ماکسیمم نمودن سود تقسیم شده سهام داریم:

$$D^* = \max \sum_{j=1}^{20} E(D_j) x_j \qquad (8)$$
Subject to:
$$0 \leq x_j \leq .2$$
$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

R^* ، V^* و D^* به ترتیب مقادیر آرمانی نرخ بازده سبد سرمایه گذاری ، ریسک بازده سبد سرمایه گذاری و سود تقسیم شده سهام سبد سرمایه گذاری می باشند.

α_1 و α_3 برابر با 05. توسط تصمیم گیرنده انتخاب شده است. مدل (۵) به مدل (۹) تبدیل می شود:

$$\min \quad d \qquad (9)$$
Subject to:
$$\delta_1^+ \leq d$$

$$\delta_2^- \leq d$$
$$\delta_3^+ \leq d$$
$$E\left(\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - R^*\right) + F^{-1}(1-\alpha_1)\, \sigma\left(\sum_{j=1}^{n} R_j x_j - R^*\right) - \delta_1^+ = 0$$
$$var\left(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j\right) + \delta_2^- = V^*$$
$$E\left(\sum_{j=1}^{n} D_j x_j - D^*\right) + F^{-1}(1-\alpha_3)\sigma\left(\sum_{j=1}^{n} D_j x_j - D^*\right) - \delta_3^+ = 0$$
$$0 \leq x_j \leq .2$$
$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

در جدول ۱ داده های ورودی موردنیاز برای مسئله و در جدول ۲ مقادیر تخصیص یافته به هریک ازسهام در سبد سرمایه گذاری که از حل مدل (۹) با نرم افزار لینگو ۱۱,۰ برای مسئله بهینه سازی چندهدفه تصادفی بدست آمده ارائه شده است. ودر جدول ۳ نتایج این بهینه سازی ارائه گردیده‌است.

جدول ۱- داده های مالی موردنیاز

var(D)	E(D)	var(R)	E(R)	نام سهام
0.08	0.68	0.000104237	-0.0031596	Microsoft Corporation
0.08	0.66	0.000303222	-0.005187	Alcoa Inc.
0.19	1.4	0.000142662	-0.002183	The Boeing Company
0.41	2.16	6.559E-05	-0.001304	Merck & Co., Inc.
0.27	1.2	0.000329388	-0.004526	Caterpillar Inc.
0.02	0.31	0.00021501	-0.00292	E.I. du Pont de Nemours & Company
0.27	1.36	0.000364365	0.0012074	Coca-Cola Bottling Co. Consolidated
0.1	1	7.4187E-05	-0.001755	Verizon Communications Inc.
0.38	1.62	0.000157615	-0.002171	Honeywell International Inc.
0.21	1.42	0.001437224	-0.003969	J.P. MORGAN CHASE & CO.
0.07	0.45	5.11621E-05	-0.000859	AT&T Inc.
0.19	1.52	0.000108614	-0.001182	3M Company
0.39	1.2	5.53884E-05	-0.001404	Wal-Mart Stores, Inc.
0.08	0.88	3.52357E-05	0.0013982	McDonald's Corporation
0.09	0.9	9.06928E-05	0.0003657	Altria Group, Inc.
0.02	0.31	7.08323E-05	0.0007224	Johnson & Johnson
0.04	0.4	0.000272581	-0.005167	Hewlett-Packard Company
0.05	0.32	0.000307514	-0.005847	Citigroup Inc.
0.06	0.58	0.000160903	-0.002341	The Home Depot, Inc.

Intel Corporation	-0.003271	0.000166396	1.48	0.3

جدول ۲- جواب های بدست آمده با نرم افزار لینگو۱۱٫۰

ردیف	نام سهام	مقدار تخصیص یافته به هریک از سهام در سبد سرمایه گذاری
1	Microsoft Corporation	٠
2	Alcoa Inc.	٠
3	The Boeing Company	0.2
4	Merck & Co., Inc.	0.2
5	Caterpillar Inc.	0
6	E.I. du Pont de Nemours & Company	0
7	Coca-Cola Bottling Co. Consolidated	٠
8	Verizon Communications Inc.	0
9	Honeywell International Inc.	0
10	J.P. MORGAN CHASE & CO.	0.2695724E-01
11	AT&T Inc.	0
12	3M Company	0
13	Wal-Mart Stores, Inc.	0.1634533
14	McDonald's Corporation	0.2
15	Altria Group, Inc.	0.2
16	Johnson & Johnson	0.9589460E-02
17	Hewlett-Packard Company	0
18	Citigroup Inc.	0
19	The Home Depot, Inc.	0
20	Intel Corporation	0

جدول ۳- مقادیر بهینه

۱	مقدار بهینه برنامه (۶): R^*	.57E-03
۲	مقدار بهینه برنامه (7) : V^*	- 0.2976675E-04
۳	مقدار بهینه برنامه (8)D^*	1.64
۴	مقدار بهینه برنامه (9)d^*	0.2976675E-04

۵- نتیجه گیری و بحث

مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری با چند هدف و تعدادی پارامتر که تصادفی هستند در نظر گرفته می شود. برنامه ریزی چندهدفه محدود شده تصادفی تصمیم گیرنده را برای مواجه با چنین مسائلی یاری می کند. دراین مقاله، یک فرمول قطعی جدید برای برنامه ریزی چند هدفه تصادفی ارائه شد. در تبدبل ارائه شده ابتدا مقادیر آرمانی برای هریک از اهداف از بهینه‌سازی مسئله تک‌هدفه بدست می‌آید، سپس آن اهداف با مقادیر تعیین‌شده به عنوان محدودیت در نظر گرفته می شوند و برای تبدیل پارامترهای تصادفی به حالت قطعی ازحد اطمینانی که توسط تصمیم گیرنده تعیین می شود استفاده گردید. در واقع دراین تبدیل قطعی، رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس با رویکرد تصادفی محدودشده ترکیب شده است. در پایان مدل ارائه شده با یک نمونه شامل ۲۰ سهم توضیح داده شد که در آن کاهش ریسک، افزایش بازده و سود سهام به عنوان اهدف مسئله و نرخ بازده هر سهم و سود تقسیم شده سهام به عنوان پارامترهای ورودی تصادفی مسئله معرفی شدند. مشاهده گردید که فرایند حل مدل ساده و کاربردی می باشد که نتایج این تحقیق با تحقیقات مشابه منطبق است.

فهرست منابع

1) Agnew, N. H., Agnew,R. A., Rasmussen, J., Smith, K. R., (1969). An Application of Chance Constrained Programming to Portfolio Selection in a Casualty Insurance Firm. Management Science, 15(10), Jun, INFORMS, pp. B512-B520.
2) Aouni, B., Ben Abdelaziz, F., Martel, J.M., (2005). Decision-maker’s preferences modeling in the stochastic goal programming. European Journal of Operational Research, 162(3), October, Elsevier Science Publishers, pp. 610–618.
3) Ballestero, E., Romero, C.,(1996). Portfolio selection: A compromise programming solution. Journal of Operational Research Society, 47(11),November, Palgrave Macmillan Journals, pp. 1377–1386.
4) Ballestero, E., (2001). Stochastic goal programming: A mean-variance approach. European Journal of Operational Research, 131(3), June, Elsevier Science Publishers, pp.476–581.
5) Bell, D.E., Raiffa, H., (1988). Risky choice revisited. In: Bell, D.E., editor. Decision Making: Descriptive, Normative and Prescriptive Interactions. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 99 –112.

6) Beltratti, A., Laurant, A., Zenios, S.,A., (2004). Scenario modelling for selective hedging strategies. Economic Dynamics and Control, 28(5), February, Elsevier Science Publishers, pp. 955-974.
7) Ben Abdelaziz, F., Lang, P., Nadeau, R., (1995). Distributional efficiency in multiobjective stochastic linear programming. European Journal of Operational Research, 85(2), September, Elsevier Science Publishers, pp. 399 – 415.
8) Ben Abdelaziz, F., Lang, P., Nadeau, R., (1999). Efficiency in multiple criteria under uncertainty. Theory and Decision, 47(3), December, Springer Netherlands, pp. 191–211.
9) Ben Abdelaziz, F., Mejri, S., (2001). Application of goal programming in a multi-objective reservoir operation model in Tunisia. European Journal of Operational Research, 133(2), January, Elsevier Science Publishers, pp. 352–361.
10) Ben Abdelaziz, F., Aouni, B., Fayedh, R., E., (2007). Multi-objective stochastic programming for portfolio selection. European Journal of Operational Research, 177(3), March, Elsevier Science Publishers, pp. 1811–1823.
11) Charnes, A., Cooper, W.W., Ferguson, R., (1955). Optimal estimation of executive compensation by linear programming. Management Science, 1(2), January, INFORMS, pp. 138–151.
12) Charnes, A., Cooper, W.W., (1957). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. Management Science, 4(1), October, INFORMS, pp. 38-9.
13) Charnes, A., Cooper, W.W., (1959). Chance-constrained programming. Management Science, 6(1), October, INFORMS, pp. 73–80.
14) Charnes, A., Cooper, W.W., (1963). Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints. Operations Research, 11(1), January-February, INFORMS, pp. 18–39.
15) Elton, E.J., Gruber, M.J., Padberg, M., (1976). Simple criteria for optimal portfolio selection.
16) Journal of Finance, 31(5), December , Blackwell Publishing, pp. 1341–1357.
17) Haimes, Y Y, Lasdon, L. S. and Wismer, D. A., (1971). On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics, 1(3), pp. 296-297.
18) Lai, T.Y., (1991). Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach. Review of Quantitative Finance and Accounting, 1(3), July, Springer Netherlands, pp. 293–305.
19) Levy, H., (1992). Stochastic dominance and expected utility: Survey and analysis. Management Science, 38(4), April, INFORMS, pp. 555–593.

20) Markowitz, H., (1952). Portfolio selection. The Journal of Finance, 7(1), March, American Finance Association, pp.77–91.
21) Muhlemann, A.P., Lockett, A.G., Gear, A.E., (1978). Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty. Decision Sciences, 9(4), October, John Wiley & Sons, pp. 612–626.
22) Nawrocki, D.N., Carter, W.L., (1998). Earnings announcements and portfolio selection. Do they add value?. International Review of Financial Analysis, 7(1), pp. 37–50.
23) Ogryczak, W., (2000). Multiple criteria linear programming model for portfolio selection. Annals of Operations Research, 97(1), December, Springer Netherlands, pp. 143–162.
24) Prakash, A.J., Chang, C., Pactwa, T.E., (2003). Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets. Journal of Banking and Finance, 27(7), July, Elsevier Science Publishers, pp. 1375–1390.
25) Pre´kopa, A., (1995). Stochastic Programming [online]. Kluwer Academic Publishers, USA. Available from http://books.google.com. [Accessed 4 December 2010].
26) Sharpe, W.F., (1963). A simplified model for portfolio analysis. Management Science, 9(2), January, INFORMS, pp. 277–293.
27) Sharpe, W.F., (1967). A linear programming algorithm for mutual fund portfolio selection. Management Science, 13(7), March, INFORMS, pp. 499–510.
28) Shing, C., Nagasawa, H., (1999). Interactive decision system in stochastic multi-objective portfolio selection. International Journal of Production Economics, 60–61(1), April, Elsevier Science Publishers, pp. 187–193.
29) Steuer, R.E., Na, P., (2003). Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study. European Journal of Operational Research, 150(3), November, Elsevier Science Publishers, pp. 496–515.
30) Tamiz, M., Hasham, R., Jones, D.F., Hesni, B., Fargher, E.K., (1996). A two staged goal programming model for portfolio selection. In: Tamiz, M., editor. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag, Berlin, pp. 286–299.
31) Zeleny, M., (1976). Multiple Criteria Decision Making. Springer-Verlag, Berlin. Available from http://books.google.com. [Accessed 4 December 2010].
32) Zeleny, M., (1982). Multiple Criteria Decision Making. McGraw-Hill, New York. Available from http://books.google.com. [Accessed 28 November 2010].
33) Ziemba, W.T., Mulvey, J.M., (1998). Worldwide Asset and Liability Modeling. Cambridge University Press, Cambridge. Available from http://books.google.com. [Accessed 21 November 2010].

یادداشت‌ها

[1] MIN-MAX goal programming
[2] goal Chance constrainted programming
[3] Markowitz
[4] Ogryczak
[5] Mean – Variance (M-V)
[6] Sharpe
[7] Elton et al.
[8] Nawrocki and Carter
[9] Shing and Nagasawa
[10] Bell and Raiffa
[11] Levy
[12] Ballestero and Romero
[13] Efficient frontier
[14] Lai
[15] Prakash et al.
[16] polynomial goal programming
[17] multi-objective mathematical program
[18] Aouni et al.
[19] multi-objective stochastic programming
[20] Ben Abdelaziz et al.
[21] Ben Abdelaziz and Mejri
[22] Ziemba and Mulvey
[23] Two stage stochastic programming
[24] Chance constrainted programming
[25] Charnes and Cooper
[26] multi-criteria linear goal programming
[27] stochastic goal programming
[28] Muhlemann et al.
[29] Tamiz et al.
[30] Recourse approach
[۳۱] داده های مربوط به سهام از www.google.com/finance استخراج شده است.
[32] dividend