



مقایسه مدل تلاطم تصادفی و مدل‌های GARCH، از طریق محاسبه ارزش در معرض خطر

رسول سجادی^۱

شراره هدایتی^۲

شهره هدایتی^۳

تاریخ پذیرش: ۹۲/۲/۲۵

تاریخ دریافت: ۹۱/۱۱/۱۰

چکیده

در بسیاری از سری‌های زمانی، خصوصاً سری‌های زمانی مالی، ویژگی ناهمسانی واریانس مشاهده می‌شود و جهت تحلیل و مدلسازی آنها، باید از مدل‌هایی استفاده شود که شروط ناهمسانی را در برآزش در نظر گیرند. بنابراین ما تصمیم گرفتیم در این پژوهش کلاس‌های مختلف از مدل‌های GARCH و مدل تلاطم تصادفی SV را مورد بررسی و مقایسه قرار دهیم. در این تحقیق با استفاده از برآوردگر حداکثر درستنمایی، پارامترهای مدل تلاطم تصادفی را به دو روش IS1 و IS2 برآورد کرده و جزء خطای ϵ_t را یک بار دارای توزیع نرمال استاندارد و بار دیگر دارای توزیع t -استیودنت در نظر گرفتیم و ارزش در معرض خطر را برای هر روش محاسبه کرده و با نتایج به دست آمده از مدل GARCH و GARCH-t مقایسه کردیم. به عبارتی دیگر واریانس‌های شرطی را محاسبه کرده و پس از محاسبه ارزش در معرض خطر برای شاخص بورس اوراق بهادار تهران، از طریق پس‌آزمایی روش‌ها را مقایسه نمودیم با توجه به آزمون کریستوفرسن به این نتیجه رسیدیم که در سطح ۹۵٪ و ۹۹٪ مدل تلاطم تصادفی، برای ارزیابی روش ارزش در معرض خطر نرمال شرطی مناسب است. همچنین آزمون کوپیک استفاده از روش IS1، برای برآورد واریانس‌های شرطی، جهت محاسبه ارزش در معرض خطر نرمال شرطی را مناسب ارزیابی کرد.

واژه‌های کلیدی: مدل تلاطم تصادفی^۱، برآوردگر حداکثر درستنمایی^۲، نمونه‌برداری ترجیحی^۳، فیلتر کالمن^۴، ارزش در معرض خطر^۵.

۱- عضو هیات علمی دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه علم و فرهنگ

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه علم و فرهنگ Hedayati_sharareh@yahoo.com

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه علم و فرهنگ

۱- مقدمه

تلاطم بازار سهام، موضوعی مورد علاقه در ادبیات موضوع علم مالی در چند دهه اخیر به شمار می‌رود. با وجود اینکه بازارهای سرمایه در حال توسعه، ویژگی‌های نوسانی متفاوتی نسبت به بازارهای سرمایه توسعه یافته از خود نشان داده و سهم بزرگ‌تری از فعالیت‌های بازارهای سرمایه جهانی را به خود اختصاص می‌دهند، ادبیات موضوع در زمینه بازارهای در حال توسعه، همچنان به طور نسبی محدود هستند. یک نمونه از بازارهای سهام در حال توسعه، بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد که بزرگترین بازار بورس اوراق بهادار کشور است که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

برخی از تحقیقات اولیه در زمینه تلاطم بازار سهام، نشان داده‌اند که تلاطم در سری‌های زمانی مالی به سمت خوشه‌ای بودن گرایش دارد، به گونه‌ای که تغییرات بزرگ در قیمت یک دارایی، اغلب متابعت از تغییرات بزرگ دیگر، و تغییرات کوچک اغلب متابعت از تغییرات کوچک دیگر دارد (مندلبورت ۱۹۶۳). وقتی تلاطم خوشه‌ای برای بازده دارایی‌های مالی بررسی می‌شود، مدل گام تصادفی، دیگر معتبر نخواهد بود و توزیع بازده‌های مالی روی زمان مهم می‌شود. عمومی‌ترین مدل توسعه داده شده در ادبیات موضوع برای ثبت و تحلیل تلاطم خوشه‌ای، مدل‌های خانواده ARCH می‌باشد که اولین بار توسط اینگِل (۱۹۸۲) پیشنهاد گردید. سپس این مدل توسط بِلرسلو (۱۹۸۶) تعمیم یافت که وقفه در واریانس‌های شرطی^۶ را نیز شامل می‌شد. از مدل‌های توسعه یافته واریانس ناهمسان شرطی، مدل GARCH چندمتغیره^۷ می‌باشد. مشکل استفاده از این نوع مدل‌های برداری برداری این است که منجر به تخمین تعداد پارامترهای زیادی می‌شوند (تی سی ۲۰۰۲). به همین دلیل استفاده از مدل تلاطم تصادفی (SV) مطرح می‌شود. مدل تلاطم تصادفی استاندارد که اولین بار در سال ۱۹۸۶ توسط تیلور (تیلور ۱۹۸۶) مطرح شد به شرح زیر است:

$$y_t = \exp(h_t/2)\varepsilon_t \quad (1)$$

$$h_{t+1} = \varphi_0 + \varphi_1 h_t + \sigma \eta_t \quad (2)$$

$$h_1 \sim N\left(\frac{\varphi_0}{1 - \varphi_1}, \frac{\sigma^2}{1 - \varphi_1^2}\right) \quad (3)$$

که در آن: y_t ، بازده دارایی مالی در زمان t می‌باشد و h_t فرآیند مستقل از ε_t و لگاریتم نوسان دارایی مالی می‌باشد و معمولاً، به صورت یک مدل $AR(1)$ است و ε_t ، جزء خطا با توزیع نرمال

استاندارد است. و η_t جزء خطا، دارای توزیع نرمال استاندارد و مستقل از جزء خطای ε_t می باشد φ_0 . پارامتر عرض از مبدا و φ_1 ضریب خودرگرسیون هستند و شرایط زیر را دارند:

$$0 \leq \varphi_1 < 1, \quad \sigma > 0 \quad (4)$$

این مدل برای مدلسازی تلاطم خوشه‌ای و کشیدگی اضافی توزیع مورد استفاده قرار می‌گیرد (هاریز، ریچارد و سولیس ۲۰۰۳). به هنگامی که یک نوفه اضافی برای توضیح معادله واریانس شرطی به مدل اضافه می‌شود، مزایای اقتصادسنجی مهمی به ارمغان می‌آورد (نیکول ۱۹۹۰). اما از آن جایی که معمولاً پارامترهای مدل SV، به سادگی قابل تخمین نیستند، با روند کندتری نسبت به مدل‌های قبلی مورد استفاده کاربران قرار گرفتند (بابایی ۱۳۸۷).

معادله واریانس شرطی در مدل GARCH(p,q) به صورت رابطه (۵) می‌باشد:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{m=1}^q \alpha_m \varepsilon_{t-m}^2 + \sum_{n=1}^p \delta_n h_{t-n} V_t \quad (5)$$

تفاوت اصلی این دو، منشاء جزء اخلال آنهاست.

از آن جا که برای مدل تلاطم تصادفی، هیچ حالت مشخصی از درست‌نمایی در دسترس نیست، روش‌های ساده محاسباتی مانند GMM^۸ توسط ملینو و تورن بل (۱۹۹۰) و QML^۹ توسط هاروی، روییز و شپهارد (۱۹۹۴) مطرح شد که چندان کارا نبودند. در ادامه به دلیل رابطه نزدیکی که مدل SV با مدل ARCH دارد، پارتا دب (۱۹۹۷)، به مدل ARCH پرداخت و از روش‌های EMM و QML برای برآورد پارامترهای مدل، استفاده کرد. تورین جی اندرسون، هایانگ جین چونگ و بنت ای سورنسن (۱۹۹۸)، از روش مونت کارلو و EMM برای برآورد پارامترهای مدل SV استفاده کردند. دونالد لیبن و برادلی کی ویلسون (۲۰۰۱)، به مقایسه مدل SV و مدل GARCH در بازار گاز پرداختند و نشان دادند که در عمل مدل SV بر مدل GARCH ارجحیت دارد. سرانجام بولرسلو و ژوو (۲۰۰۲)، با استفاده از داده‌های بزرگ^{۱۰}، نشان دادند که روش برآورد GMM، برای برآورد پارامترهای مدل مناسب‌تر است. تا جایی که بلاخره جاکوایر، پولسن و روسی (۲۰۰۳)، برای برآورد پارامترهای مدل SV از روش MCMC^{۱۱} استفاده کردند که یک روش ترکیبی بود. آن‌ها دنباله‌های پهن^{۱۲} توزیع را مورد بررسی قرار داده و عملاً روش‌های قبلی را کنار زدند. لیسنفلد و ریچارد (۲۰۰۳)، برای برآورد پارامترهای مدل SV یک متغیره و چند متغیره از روش تابع درست‌نمایی استفاده کردند. آن‌ها از روش نمونه‌برداری ترجیحی^{۱۳}، در انتگرال‌هایی که بعدشان زیاد است، استفاده کردند که روشی ترکیبی بود. آن‌ها کار دنیلسون (۱۹۹۴) و شپهارد و پیت (۱۹۹۷) و سندمان و کوپمن (۱۹۹۸) را ادامه دادند و نشان دادند روش نمونه‌برداری ترجیحی از لحاظ کارایی با MCMC برابری می‌کند. گراچ و تیوی (۲۰۰۶)، در مدل‌های SV به مقایسه روش MCMC^{۱۴} و

روش نمونه برداری ترجیحی پرداخته و دریافتند که روش MCMC روشی پیچیده است و می توان از روش نمونه برداری ترجیحی برای برآورد پارامترها استفاده کرد چرا که سرعت بیشتری نسبت به MCMC دارد. کریس کیری (۲۰۰۶)، تکنیک فیلترسازی خطی را به عنوان روشی جهت برآورد مدل های SV متقارن، که با روش حداکثر درستنمایی برآورد می شوند، گسترش داد. سرانجام مالیک (۲۰۱۱)، روشی برای برآورد پارامترهای مدل از طریق تابع درستنمایی بیان کرد. وی ادعا کرد که این روش بسیار سریع است و از طریق رسیدن به همگرایی به تخمین پارامترها می رسد و پس از در نظر گرفتن فضای حالت خطی، با فیلتر کالمن مقایسه کرد و به این نتیجه رسید که این روش اثر بخش و کاراست. مطابق با یافته های حاصل از جستجو در ادبیات موضوع که در این تحقیق انجام گرفته، از روش نمونه گیری ترجیحی به کرات استفاده شده است. همچنین روش تابع درستنمایی برای برآورد پارامترهای مدل تلاطم تصادفی و فیلتر کالمن برای برآورد پارامترهای مدل گسترش یافته است. بنابراین وجود تلاطم خوشه ای در سری زمانی شاخص بورس تهران ما را برآن داشت که نتایج حاصل از پیش بینی به کمک مدل تلاطم تصادفی و مدل های مرسوم GARCH و GARCH-t را مقایسه و مدلی مناسب برای پیش بینی نوسانات در بورس اوراق بهادار تهران و برآورد ارزش در معرض خطر به کار بریم.

روش نمونه برداری ترجیحی

روش های مونت کارلو روش هایی است که کمیتی را با استفاده از تخمین امید یک یا چند متغیر تصادفی «مجازی» محاسبه می کند. استفاده از لغت «مجازی» تاکید بر این نکته است که متغیرهای تصادفی به کار رفته لزوماً مفهوم عملی خاصی ندارند. مثلاً در روش مونت کارلو برای تخمین قیمت یک قرارداد در فایننس، ممکن است از متغیرهایی استفاده کنید که هیچ مفهوم اقتصادی یا مالی ندارند. استفاده از مجموعه ای از داده های توام برای محاسبه میانگین یکی از آنها را می توان روش مونت کارلو نامید. مثلاً می دانیم که قد و وزن با هم همبستگی دارند. اگر داده ای متشکل از زوج قد و وزن داشته باشیم، می توانیم به استفاده از همبستگی این دو، میانگین قد جامعه را دقیقتر محاسبه کنیم.

روش های مونت کارلو بر مبنای محاسبه امیدریاضی هستند؛ نکته ایی که باعث تنوع در روش های مونت کارلو می شود. بسته به بعد مساله، تخمین گر مناسب برای محاسبه امید ریاضی متفاوت خواهد بود. روش هایی که امروز به کار میرود، بر مبنای استفاده از تخمین گرهای آماری به علاوه روش های کاهش واریانس بر مبنای نمونه گیری ترجیحی (باهمیت) یا متغیرکنترل^{۱۵} و یا پاد

مسیرها^{۱۶} است. گاهی روشهای پیچیده تر مانند رگرسیون غیر خطی، روش های کرنل و حسابان ملیاوان بهتر جواب می دهند.

روش نمونه برداری ترجیحی بر اساس تولید بیشتر نمونه های خطاست. به عبارت دیگر با بزرگ شدن قسمتی از تابع چگالی احتمال ورودی، نمونه بیشتری از آن ناحیه تولید شده و در نتیجه با تعداد نمونه کمتری، تخمین دقیق تری به دست می آید. نکته دیگر در روش نمونه برداری ترجیحی، این است که بزرگ کردن یک ناحیه از تابع چگالی احتمال سبب کوچک تر شدن نواحی دیگر شده و در نتیجه تعداد نمونه کمتری از نواحی دیگر به دست می آید و سبب کاهش دقت تخمین در نواحی دیگر می شود (شانموگام، بالابان ۱۹۸۰). از مزایای روش نمونه برداری، کاهش تعداد نمونه لازم برای برآورد می باشد، همچنین برآورد واریانس در این روش از برآورد واریانس در روش مونت کارلو کوچک تر است. پس تخمین دقیق تری به دست می آید (امرالهی ۱۳۷۶). همچنین نمونه برداری ترجیحی در خیلی از زمینه های اقتصادسنجی برای تقریب انتگرال های غیر قابل حل به کار می رود. تابع حداکثر درست نمایی برای مدل تلاطم تصادفی که دارای مشاهدات y_1 تا y_T است، به صورت رابطه (۶) به دست می آید.

$$L(\varphi_0, \varphi_1, \sigma) = p(y_1, y_2, \dots, y_T) = \int \dots \int p(y_1, y_2, \dots, y_T, h_1, h_2, \dots, h_T) dh_1 dh_2 \dots dh_T \quad (6)$$

که در آن $p(\cdot)$ تابع چگالی احتمال است. حل این انتگرال میسر نیست چرا که با افزایش T ، ابعاد این انتگرال زیاد می شود. و محاسبات آن به شدت پیچیده می گردد. برای حل چنین انتگرالی تنها می توان از تقریب آن استفاده کرد که روش حل آن را ساده کند. برای سادگی در نوشتار از $y = \{y_1, y_2, \dots, y_T\}$ و $h = \{h_1, h_2, \dots, h_T\}$ استفاده می کنیم. پس تابع درست نمایی مطرح شده را بنا به قاعده بیرو احتمال رخداد پیشامد همزمان، می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$L(\varphi_0, \varphi_1, \sigma) = \int p(y, h) dh = \int p(y|h) \times p(h) dh \quad (7)$$

که در آن $p(y|h)$ دارای چگالی نرمال است که میانگین و واریانس آن معلوم می باشد. حال با استفاده از توزیع مربوط به h_t ها می توان N نمونه از توزیع غیر شرطی $p(h)$ به دست آورد که با $h^{(i)}$ نمایش داده می شوند (برای $i=1, 2, \dots, N$). سپس با توجه به رابطه (۱) به توزیع $p(y|h^{(i)})$ ها دست می یابیم. از آن جا که (۷) همان امید ریاضی چگالی $p(y|h)$ می باشد، می توان از میانگین $p(y|h^{(i)})$ ها برای محاسبات استفاده کرد:

$$\overline{p(y|h^{(i)})} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p(y|h^{(i)}) \quad (8)$$

که در آن: $\overline{p(y|h^{(i)})}$ ، میانگین $p(y|h^{(i)})$ ها است و N تعداد نمونه $h^{(i)}$ ها از توزیع غیر شرطی $p(h)$ است. مشکل اصلی ما این است که در رابطه (۸)، N باید بسیار بزرگ باشد این مشکل همان طور که گفتیم از طریق به کارگیری روش نمونه برداری ترجیحی قابل حل است. در مورد مدل تلاطم تصادفی می توانیم درستنمایی را به صورت رابطه (۹) باز نویسی کنیم:

$$\int p(y|h) \times p(h) dh = \int \frac{p(y|h) \times p(h)}{g(h|y)} \times g(h|y) dh \quad (9)$$

که در آن $g(h|y)$ چگالی ترجیحی^{۱۷} نام دارد. و $h^{(i)}$ از آن نمونه گیری شده اند. با توجه به قانون اعداد بزرگ داریم:

$$\hat{L}(\varphi_0, \varphi_1, \sigma) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{p(y|h^{(i)})p(h^{(i)})}{g(h^{(i)}|y)} \quad (10)$$

جهت یافتن برآوردهای مطلوبی برای φ_0 و φ_1 و σ روش های متعددی مانند GMM و QML وجود دارد که کارا نیستند (دوو، هورویچ و لو ۲۰۰۶) و اغلب توسط روش MCMC کنار گذاشته شدند. ما به دنبال برآورد از طریق تابع حداکثر درستنمایی شبیه سازی شده هستیم. زیرا در مقایسه با روش MCMC، کارایی یکسانی و سرعت بیشتری دارند بنابراین برای تحلیلگران مالی جذاب تر است.

۳- مدل پژوهش و نحوه اجرای آن

برآورد پارامترها

• روش اول نمونه برداری ترجیحی

روش اول که با IS1 نشان می دهیم توسط شپهارد و پیت (۱۹۹۷) و دوربین و کوپمن (۱۹۹۷) گسترش یافت. این روش بر اساس تقریب فضای حالت^{۱۸} گاوسی خطی برای مدل اصلی طراحی شده است. و در آن معادله مشاهده به صورت رابطه (۱۱) خواهد بود که به آن مدل تقریبی، یا فرعی نیز می گویند.

$$y_t = h_t + a_t + b_t u_t \quad (11)$$

و در آن: نوفه‌های u_t از نرمال استاندارد پیروی می‌کنند. و a_t و b_t پارامترهای مقیاس هستند که با انتخاب مناسب آن‌ها می‌توان بین مدل اصلی و مدل تقریبی رابطه خوبی برقرار کرد. معادله انتقال حالت از رابطه (۲) تبعیت می‌کند و در رابطه (۱۱) و (۲) فرض می‌شود که η_t و u_t از هم مستقل بوده و همبستگی ندارند. همچنین چگالی $g(h|y)$ که از مدل تقریبی به دست می‌آید، به عنوان چگالی ترجیحی به کار می‌رود. برای اجرای ساده روش IS1 باید h را انتخاب کنیم. سپس سعی کنیم a_t و b_t را برآورد کنیم (لی و کوپمن ۲۰۰۴). برای به دست آوردن a_t و b_t باید از تساوی قرار دادن مشتقات اول و دوم توابع $\ln g(y_t|h_t)$ استفاده کنیم (به پیوست ۱ رجوع کنید).

حال با داشتن a_t و b_t به برآورد h می‌پردازیم. این کار را با توجه به فضای حالت مدل فرعی و روابط (۱) و (۲) و فیلتر کالمن^{۱۹} انجام می‌دهیم و مراحل فوق را تا رسیدن a_t و b_t یا h به همگرایی تکرار می‌کنیم و سپس چگالی $g(h^{(i)}|y)$ از طریق فیلتر کالمن محاسبه می‌کنیم. سپس برطبق تابع درست‌نمایی به برآورد پارامترها می‌پردازیم (به پیوست ۲ رجوع کنید).

• روش دوم نمونه برداری ترجیحی

روش دوم که با IS2 نشان می‌دهیم توسط ریچارد و ژانگ (۲۰۰۰)^{۲۰} و لیسن فلد و ریچارد (۲۰۰۳)^{۲۱} گسترش یافت. این روش بر اساس یک قید خاص روی چگالی ترجیحی کار می‌کند. چگالی ترجیحی $g(h|y)$ به صورت زیر تولید می‌شود:

$$g(h|y) = \prod_{t=1}^T g(h_t|h_{t-1}, y) = \prod_{t=1}^T C_t \exp(c_t h_t + d_t h_t^2) \times p(h_t|h_{t-1}) \quad (12)$$

که در آن پارامترهای c_t و d_t طوری انتخاب می‌شوند که بین $g(h|y)$ و $p(h, y)$ رابطه مناسبی برقرار کنند و همچنین $p(h_t|h_{t-1})$ توزیع لگاریتم نوسان بازده در زمان t به شرط معلوم بودن لگاریتم نوسان بازده در زمان $t-1$ می‌باشد، C_t پارامتری است که اگر درست انتخاب شود، تابع $g(h_t|h_{t-1}, y)$ چگالی گاوسی خواهد داشت. و نیز فرض می‌کنیم $C_{t+1} = 1$ است.

به طور کلی در روش‌های نمونه برداری ترجیحی ما همیشه در پی آن هستیم که توزیع $g(h|y)$ را بیابیم و به دلیل این که می‌خواهیم h را از آن انتخاب کنیم لازم است که توزیع شناخته شده‌ای داشته باشد پس در این روش با گذاشتن یک قید خاص بر C_t خود را به هدفمان می‌رسانیم. به این صورت که اگر C_t درست انتخاب شود، تابع $g(h_t|h_{t-1}, y)$ چگالی گاوسی خواهد داشت.

پس برآورد حداکثر درستنمایی برای پارامترهای مدل تلاطم تصادفی به صورت رابطه (۱۳) است. پس داریم:

$$\hat{L}(\varphi_0, \varphi_1, \sigma) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \prod_{t=1}^T \frac{p(y|h^{(i)}_t)}{C_t \exp(c_t h^{(i)}_t + d_t h^{(i)2}_t)} \quad (13)$$

که در آن: $h^{(i)}_t$ ها از چگالی ترجیحی، نمونه‌گیری شده‌اند. و C_t به h_t بستگی ندارد ولی به h_{t-1} وابسته است. (به پیوست ۳ رجوع کنید). برای بهینه‌سازی باید از $t=1$ تا $t=T$ ادامه دهیم.

$$\frac{p(y_t|h^{(i)}_t)}{C_1 C_{t+1} \exp(c_t h^{(i)}_t + d_t h^{(i)2}_t)} \quad t = T, T-1, \dots, 1 \quad (14)$$

بنابراین ما در صدد این هستیم که رابطه (۱۵) را به خوبی برازش دهیم.

$$p(y_t|h^{(i)}_t) = C_1 C_{t+1} \exp(c_t h^{(i)}_t + d_t h^{(i)2}_t) \quad (15)$$

این کار را از طریق روش OLS برای به دست آوردن d_t و c_t با توجه به رابطه (۱۶) انجام می‌دهیم.

$$\ln p(y_t|h^{(i)}_t) - \ln C_{t+1} = \alpha + c_t h^{(i)}_t + d_t h^{(i)2}_t \quad (16)$$

که در آن: $h^{(i)2}_t$ و $h^{(i)}_t$ متغیرهای توضیحی مدل هستند و هر کدام از N مشاهده شبیه‌سازی شده به دست آمده‌اند و $(y_t|h^{(i)}_t)$ دارای توزیع نرمال استاندارد است، و α عددی ثابت است. از آنجا که C_{t+1} به C_t و d_{t+1} وابسته است، ضرایب به صورت بازگشتی محاسبه می‌شوند و فرآیند از $t=1$ تا $t=T$ ادامه می‌یابد. می‌توانیم الگوریتم را با انتخاب $h^{(i)}$ های غیر شرطی بر طبق رابطه (۳) و رابطه (۲) شروع کنیم و سپس به صورت بازگشتی از طریق T رگرسیون به برآورد c_t و d_t بپردازیم سپس با توجه به رابطه (۱۲) که در آن c_t و d_t معلوم است؛ $h^{(i)}$ ها را از چگالی ترجیحی انتخاب کرده و مجدداً به صورت بازگشتی به برآورد c_t و d_t می‌پردازیم تا به همگرایی برسیم. سرانجام برآوردگر حداکثر درستنمایی برای برآورد پارامترها را از طریق رابطه (۱۳) به دست آوریم.

پس از انجام عملیات گفته شده لازم است این دو روش را مقایسه کنیم. ارزیابی این دو روش از طریق معیار پس آزمایی برای محاسبه ارزش در معرض خطر میسر می‌شود.

در نظر گرفتن توزیع t -استیودنت برای جزء خطای ε_t

تاکنون فرض کردیم ε_t از توزیع نرمال استاندارد تبعیت می‌کند. ولی عموماً بازده‌های تجربی دارای کشیدگی بیش‌تر از توزیع نرمال هستند. برای در نظر گرفتن این اثر، لازم است توزیعی به داده‌ها نسبت دهیم که دارای این خاصیت باشد. توزیع t -استیودنت (با U درجه آزادی)، ساده‌ترین توزیعی است که می‌تواند برای نشان دادن این اثر به کار رود. برای مقادیر بالای U ، عموماً این مدل به مدل گاووسی نزدیک می‌شود و با آن تقریب زده می‌شود. این مدل توسط هروی، روییز و شپهارد (۱۹۹۴)، سندمان و کوپمن (۱۹۹۸) و لیسنفلد و ریچارد (۲۰۰۳) ارائه شده است. و بسیار مورد توجه قرار گرفت. در ادامه، ما هر دو روش نمونه‌گیری ترجیحی را برای برآورد پارامترهای مدل تلاطم تصادفی اجرا کرده و در نهایت به مقایسه نتایج می‌پردازیم.

• روش اول نمونه‌برداری ترجیحی

روش اول که با IS1 نشان می‌دهیم نیز بر اساس تقریب فضای حالت 2^2 گاووسی خطی برای مدل اصلی طراحی شده و در آن معادله مشاهده، همان‌طور که قبلاً ذکر شد، به صورت رابطه (۱۳) خواهد بود. پیش‌تر گفتیم، برای به دست آوردن a_t و b_t باید از تساوی قرار دادن مشتقات اول و دوم تابع $\ln g(y_t|h_t)$ استفاده کنیم (لی و کوپمن ۲۰۰۴). با توجه به مدل اصلی و همچنین با فرض توزیع t -استیودنت برای ε_t ها می‌توان برآوردگر حداکثر درست‌نمایی را برای برآورد پارامترها را محاسبه کرد. (به پیوست ۱ رجوع کنید).

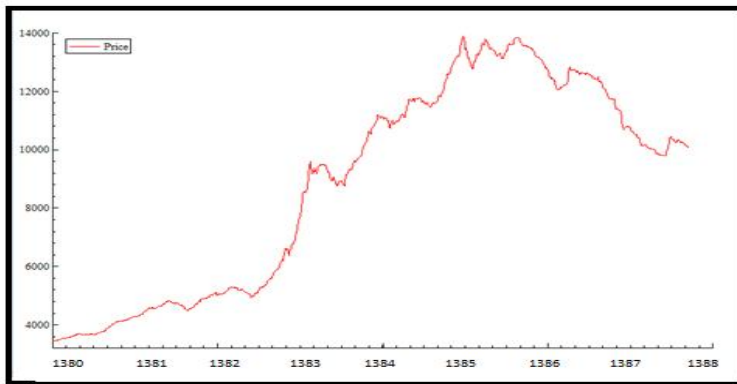
• روش دوم نمونه‌برداری ترجیحی

روش دوم که با IS2 نشان می‌دهیم نیز بر اساس یک قید خاص روی چگالی ترجیحی کار می‌کند. همان‌طور که اشاره شد، ما در صدد این هستیم که رابطه (۱۵) را به خوبی برازش دهیم. این کار را از طریق روش OLS برای به دست آوردن d_t و c_t با توجه به رابطه (۱۶) انجام می‌دهیم و در آن $(y_t|h_t^{(i)})$ را دارای توزیع t -استیودنت در نظر می‌گیریم (به پیوست ۳ رجوع کنید).

۴- نتایج پژوهش

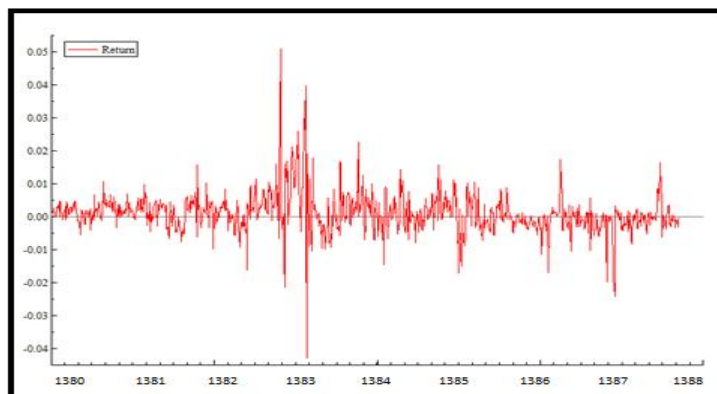
توصیف آماری داده‌ها

از آنجا که بازارهای درحال توسعه نسبت به بازارهای توسعه یافته، از تلاطم بیشتری برخوردارند ما بر آن شدیم که از بازار بورس تهران که بورسی در حال توسعه است، استفاده کنیم. در این پژوهش از تعداد ۲۰۴۶، بازده روزانه شاخص بورس اوراق بهادار تهران، که از سایت www.Tsetmc.com جمع‌آوری شده است، استفاده کرده‌ایم که مربوط به سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۸ می‌باشد. همان‌طور که گفته شد قیمت‌ها در طول زمان با شکلی از تلاطم مواجه‌اند و عدم توجه به این تلاطم گاهی منجر به پیش‌بینی نادرستی از بازده‌ها می‌شود. نمودار ۴-۱- نمودار قیمت در طول زمان است که مربوط به سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۸ می‌باشد.



نمودار ۴-۱- قیمت در طول زمان

برای واضح نشان دادن این تلاطم، کافی است که نمودار مربوط به بازده‌ها را رسم کنیم. نمودار ۴-۲ بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران را در طول زمان نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود بازده‌ها در طول زمان با شکلی از تلاطم مواجه‌اند به این مفهوم که معمولاً در پی تلاطم‌های بزرگ، منتظر تلاطم‌های بزرگ‌تر و در پی تلاطم‌های کوچک، منتظر تلاطم‌های کوچک‌تر هستیم و این موضوع در پیش‌بینی صحیح بازده‌ها به شدت مورد توجه قرار می‌گیرد.



نمودار ۲-۴ بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران در طول زمان

برآورد پارامترها

در این پژوهش نوسان شرطی متناظر بازده‌ها را به صورت ۱۰ روزه محاسبه کردیم (لی و کوپمن ۲۰۰۴) و برای کلیه روش‌های IS، از پنجره غلطان ۱۰۰۰ تایی استفاده کردیم و این روند را تا دستیابی به پیش‌بینی آخرین روز ادامه دادیم. جدول ۴-۱ نتایج برآورد پارامترها از طریق استفاده از ۲۰۴۶ داده برای مدل تلاطم تصادفی، با استفاده از روش‌های گفته شده نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود در مدل‌هایی که جزء خطا دارای توزیع t -استیودنت فرض شده مقدار مربوط به درجه آزادی نیز برآورد شده است. لازم به ذکر است کد نویسی مربوط به برآورد پارامترها توسط نرم‌افزار OxMetrics5 صورت گرفته است.

جدول ۴-۱- محاسبه برآورد پارامترها برای مدل‌های SV.

Model	$\hat{\varphi}_0$	$\hat{\varphi}_1$	$\hat{\sigma}$	Df
SV- IS1	4.3215	0.52146985	0.51426322	-
SV- IS2	4.214799	0.63321548	0.41119589	-
SVt- IS1	4.25891	0.5814557	0.454889	3.000003
SVt- IS2	3.96321	0.6162544	0.3341747	2.9999997

سپس از ضریب AIC برای انتخاب بهترین مدل GARCH استفاده شده است و نتایج برآورد پارامترها در جدول ۲-۴ قابل مشاهده است، ضریب AIC برای مدل GARCH (1, 1) با داشتن مدل AR(1) برای میانگین -0.0038 و برای مدل GARCH-t(1,1) با داشتن مدل AR(1) برای میانگین،

۰۰۰۰۳۸- به دست آمده و حاکی از آن است که بهترین مدل GARCH و GARCH-t برای مقایسه هستند (لازم به ذکر است کد نویسی مربوط به محاسبه ضریب AIC توسط نرم افزار MATLAB صورت گرفته است). پس مجدداً از پنجره غلطان ۱۰۰۰ تایی استفاده کردیم ۱۰۰۰ بازده و نوسان متناظر بازده‌ها را در نظر گرفته و پس از برآورد پارامترها نوسان روز ۱۰۰۱ام را پیش‌بینی می‌کنیم. این روند را تا دستیابی به پیش‌بینی آخرین روز ادامه می‌دهیم.

جدول ۴-۲- محاسبه AIC برای مدل‌های GARCH و GARCH-t.

Mean Model	Variance Model	AIC	C	AR(1)	K	GARCH(1)	ARCH(1)	df
AR(1)	GARCH (1, 1)	-0.0038	0.0010854	0.2065	2e-007	0.97645	0.023549	-
AR(1)	GARCH-t (1, 1)	-0.0038	0.00027599	0.55105	1.3189e-006	0.50842	0.49158	3.4099

ارزیابی و مقایسه با مدل‌های مرسوم

پس از انجام عملیات گفته شده لازم است مدل SV را با مدل‌های GARCH و GARCH-t مقایسه کنیم. این ارزیابی از طریق محاسبه ارزش در معرض خطر و استفاده از پس‌آزمایی‌های مربوط به آن میسر می‌شود (لازم به ذکر است کد نویسی مربوط به محاسبه ارزش در معرض خطر توسط نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است).

ارزش در معرض خطر

طبق تعریف هال، جان، (۱۹۴۹) ارزش در معرض ریسک، حداکثر زبانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره معینی در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن بیشتر نمی‌شود. به عبارت دیگر ارزش در معرض ریسک بدترین زیان مورد انتظار را تحت شرایط عادی بازار و طی یک دوره زمانی مشخص و در سطح اطمینان معین اندازه می‌گیرد. ما قصد داریم از این روش و پس‌آزمایی‌هایش به عنوان روشی جهت ارزیابی و نتیجه‌گیری نهایی استفاده کنیم.

ارزش در معرض خطر نرمال شرطی

ارزش در معرض خطری که با استفاده از مدل GARCH و استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید به ارزش در معرض خطر نرمال شرطی معروف است.

$$\text{VaR}_{t+1,p} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} \Phi^{-1}(p) \quad (17)$$

که در آن $\Phi^{-1}(p)$ کوانتایل توزیع نرمال استاندارد، μ_{t+1} و σ_{t+1} پیش‌بینی‌هایی از میانگین و انحراف استاندارد در زمان $t+1$ هستند که از اطلاعات تا زمان t قابل محاسبه می‌باشد (ماری موتو ۲۰۰۹). در این پژوهش مقدار σ_{t+1} را از روش تلاطم تصادفی و همچنین GARCH و GARCH-t به دست آورده‌ایم و نتایج را به صورت خلاصه در جدول ۴-۳ نمایش داده‌ایم.

همانطور که در جدول ۳-۴ دیده می‌شود برای سطح اطمینان ۰.۹۵ انتظار داشتیم که تعداد تخطی مشاهده کنیم بدین معنی که انتظار داشتیم در ۰.۵٪ داده‌ها (۱۰۲ داده) مقدار ارزش در معرض خطر بیشتر از بازده متناظر آن شود. به همین ترتیب برای مقدار تخطی در سطح اطمینان ۰.۹۹ انتظار داشتیم در ۰.۱٪ داده‌ها (۲۰ داده) مقدار ارزش در معرض خطر بیشتر از بازده متناظر آن شود و این مقدار پس از برآورد بازده و نوسان از طریق مدل‌های مختلف در جدول ۳-۴ بیان شده است. همچنین در این جدول مقدار آماره آزمون کوپیک، نتایج p-value در سطح اطمینان ۰.۹۵ و سطح اطمینان ۰.۹۹ قابل مشاهده است آزمون کوپیک نشان می‌دهد، در سطح اطمینان ۰.۹۵، هیچ یک از روشهای مورد بررسی مناسب نبوده‌اند در حالی که در سطح اطمینان ۰.۹۹، مدل تلاطم تصادفی IS1 در هر دو حالت ذکر شده نتایج خوبی ارائه کرده است و با توجه به p -value=0.8855 اگر از آن‌ها استفاده شود ما را به نتایج مطلوبی می‌رساند.

در سطح اطمینان ۰.۹۵ و ۰.۹۹، آزمون کریستوفرسن نیز انجام شده و مقدار این آماره به همراه p-value بیان شده است. بر اساس نتایج حاصل از آزمون کریستوفرسن، می‌توان به مناسب نبودن استفاده از مدل تلاطم تصادفی IS2-t، در سطح اطمینان ۰.۹۵ اشاره کرد. و استفاده از سایر روش‌ها در این دو سطح مناسب ارزیابی شده است و برای محاسبه ارزش در معرض خطر به راحتی می‌توان از آن‌ها بهره برد.

جدول ۳-۴ - تعداد تخطی‌ها و نتایج آزمون کوپیک و کریستوفرسن.

0.95 Quantile						
Process	Expected	Empirical	Kupiec	p-value	christoffersen	p-value
GARCH with normal innovations	102	99	35.1784	0.0000	1.7573	0.1850
GARCH with Student-t innovations	102	74	8.4435	0.0037	1.6295	0.2018
SV-IS1 with normal innovations	102	14	41.1553	0.0000	0.6544	0.4186
SV-IS1 with Student-t innovations	102	14	41.1553	0.0000	0.6544	0.4186
SV-IS2 with normal innovations	102	83	7.7882	0.0053	8.7993	0.0030
SV-IS2 with Student-t innovations	102	70	7.0752	0.0078	3.6080	0.0575
0.99 Quantile						
Process	Expected	Empirical	Kupiec	p-value	christoffersen	p-value
GARCH with normal innovations	20	44	60.4418	0.0000	4.2121	0.0401
GARCH with Student-t innovations	20	29	22.3987	0.0000	3.9165	0.0478
SV-IS1 with normal innovations	20	10	0.0207	0.8855	0.3880	0.5334
SV-IS1 with Student-t innovations	20	10	0.0207	0.8855	0.3880	0.5334
SV-IS2 with normal innovations	20	75	129.4614	0.0000	3.5272	0.0604
SV-IS2 with Student-t innovations	20	63	129.4614	0.0000	3.5272	0.0604

۵- نتیجه‌گیری و بحث

همانگونه که بیان شد، یکی از اهداف اولیه این تحقیق، بررسی تلاطم خوشه‌ای می‌باشد. در نمودار نوسان بازده دارایی مالی نسبت به متغیرهایی که به صورت نرمال توزیع شده‌اند، ناهم‌واری‌هایی^{۲۳} وجود دارد که به این معنی است که آشفتگی در یک روز تجاری، به وسیله آشفتگی در روزهای دیگر و دوره‌های آرامش به وسیله دوره آرامش بعدی پیگیری می‌شود. بنابراین ما تصمیم گرفتیم با توجه به اینکه مدل‌های تلاطم تصادفی از دو جز خطا برای نشان دادن آشوب موجود در سری زمانی استفاده می‌کنند از آن‌ها بهره برده و پس از برآورد پارامترهای مدل مربوط با کمک نمونه‌برداری ترجیحی به بررسی عملکرد این مدل و مقایسه آن با سایر مدل‌های مرسوم (مدل‌های خانواده GARCH) پردازیم. در این پژوهش ما جزء خطای ϵ_t موجود در مدل تلاطم تصادفی را یک بار با توزیع نرمال استاندارد و بار دیگر با توزیع t -استیودنت در نظر گرفتیم و در هر حالت با دو روش از روشهای موجود در نمونه برداری ترجیحی به برآورد پارامترهای مدل پرداختیم و در نهایت نتایج حاصل را با نتایج به دست آمده از روش‌های مرسوم GARCH مقایسه کردیم. لازم به ذکر است که در مدل GARCH ما هر دو حالت GARCH-t و GARCH-n را بررسی کردیم در انتها پس از برآورد پارامترهای هر شش مدل، مقدار ارزش در معرض خطر را برای هر روش در دو سطح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ محاسبه کرده و از طریق آزمون‌های پس‌آزمایی رایج همچون کوپیک و کریستوفرسن به مقایسه پرداختیم. نتایج به دست آمده از آزمون کوپیک، نشان می‌دهد که استفاده از روش Conditionalnormal برای محاسبه ارزش در معرض خطر، در سطح ۹۵٪ برای کلیه روشهایی که جهت محاسبه واریانس شرطی از آن‌ها استفاده نمودیم، نامطلوب ارزیابی شده است اما در سطح ۹۹٪ نتایج حاکی از آن است که مدل تلاطم تصادفی هنگامی که از روش IS1 برای برآورد پارامترهایش استفاده شود (چه هنگامی که جزء خطا نرمال استاندارد و چه هنگامی که دارای توزیع t -استیودنت فرض شود) برای محاسبه ارزش در معرض خطر مناسب است. از طرفی با توجه به مقدار آماره مربوط به آزمون کریستوفرسن، در سطح ۹۵٪ برای محاسبه ارزش در معرض خطر Conditionalnormal، تنها استفاده از مدل تلاطم تصادفی با فرض توزیع t -استیودنت برای جزء خطا و برآورد پارامترهایش با استفاده از IS2 نامناسب طبقه بندی شده است و در سطح ۹۹٪ کلیه روش‌های مدل تلاطم تصادفی بسیار مناسب ارزیابی شده‌اند. پس برای استفاده از نوسان‌های شرطی جهت محاسبه ارزش در معرض خطر، می‌توان در سطوح اطمینان بالاتر، هنگامی که برای محاسبه واریانس شرطی از مدل تلاطم تصادفی استفاده می‌کنیم (خصوصاً روش‌های IS) منتظر نتایج خوبی باشیم.

با استناد به نتایج حاصل از این پژوهش به نظر می رسد جهت برآورد ارزش در معرض خطر لازم است از روشهای نوین جهت محاسبه و برازش مدل مناسبی به واریانس ها استفاده کرد چرا که با توجه به اینکه محاسبه ارزش در معرض خطر به برآورد واریانس وابسته است به نظر می رسد استفاده از شیوه های نوین و مقایسه آن با نتایج حاصل از مدل های رایج می تواند ما را به نتایج مطمئن تری رهنمون سازد و همچنین زمینه ای برای تحقیقات آتی به شرح زیر ارائه نموده است.

- ✓ استفاده از توزیع های نامتقارن و مقایسه دستاوردهای آن با نتایج حاصل از این تحقیق.
- ✓ استفاده از سایر روش های محاسبه ارزش در معرض خطر و مقایسه دستاوردهای آن با نتایج حاصل از این تحقیق.

پیوست

لگاریتم چگالی مدل اصلی با فرض توزیع نرمال برای ϵ_t ها

$$\ln p(y|h) = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\frac{y_t^2}{e^{h_t}} + h_t \right) \quad (6-1)$$

لگاریتم چگالی مدل اصلی با فرض توزیع t -استیودنت برای ϵ_t ها

$$\ln p(y|h) = T \ln \frac{\Gamma(\frac{\nu}{2} + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} - \frac{T}{2} \ln(\nu - 2) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T h_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\nu + 1) \ln \left(1 + \frac{y_t^2 \exp(-h_t)}{\nu - 2} \right) \quad (6-2)$$

لگاریتم چگالی مدل فرعی

$$g_t = \ln g(y_t|h_t) = -\frac{1}{2} \ln 2\pi b_t^2 - \frac{1}{2} \frac{(y_t - h_t - a_t)^2}{b_t^2} \quad (6-3)$$

مشتق اول و مشتق دوم لگاریتم چگالی مدل اصلی با فرض توزیع نرمال برای ϵ_t ها

$$\dot{p}_t = \frac{1}{2} \times \frac{y_t^2}{e^{h_t}} - \frac{1}{2} \quad (6-4)$$

$$\ddot{p}_t = -\frac{1}{2} \times \frac{y_t^2}{e^{h_t}} \quad (6-5)$$

مشتق اول و مشتق دوم لگاریتم چگالی مدل اصلی با فرض توزیع t -استیودنت برای ϵ_t ها

$$p_t = \frac{\nu + 1}{2} \left(1 + (\nu - 2) \times \frac{e^{h_t}}{y_t^2} \right)^{-1} - \frac{1}{2} \quad (6-6)$$

$$\ddot{p}_t = -\frac{(u+1)(u-2)}{2y_t^2} (1 + (u-2) \times \frac{e^{ht}}{y_t^2})^{-2} \quad (6-7)$$

مشتق اول و مشتق دوم لگاریتم چگالی مدل فرعی

$$\dot{g}_t = \frac{(y_t - h_t - a_t)}{b_t^2} \quad (6-8)$$

$$\ddot{g}_t = -\frac{1}{b_t^2} \quad (6-9)$$

محاسبه a_t و b_t با فرض توزیع نرمال برای ε_t های مدل اصلی

$$b_t^2 = \frac{2e^{ht}}{y_t^2} \quad (6-10)$$

$$a_t = \frac{1}{2} b_t^2 + y_t - h_t - 1 \quad (6-11)$$

محاسبه a_t و b_t با فرض توزیع t -استیودنت برای ε_t های مدل اصلی

$$b_t^2 = \frac{2}{u+1} \left(\frac{y_t^2}{(u-2)e^{ht}} + 2 + \frac{(u-2)e^{ht}}{y_t^2} \right) \quad (6-12)$$

$$a_t = y_t - h_t - b_t^2 \dot{p}_t \quad (6-13)$$

پیوست ۲

$$L(\varphi_0, \varphi_1, \sigma) = \int \frac{p(y|h) \times p(h)}{g(h|y)} \times g(h|y) dh \quad (6-14)$$

$$g(y) \int \frac{p(y|h) \times p(h)}{g(y|h) \times p(h)} \times g(h|y) dh \quad (6-15)$$

$$g(y) \int \frac{p(y|h)}{g(y|h)} \times g(h|y) dh \quad (6-16)$$

و در آن تابع درستی را می توان از طریق ضرب رابطه زیر به خوبی تقریب زد

$$\hat{L}(\varphi_0, \varphi_1, \sigma) = g(y) \sum_{i=1}^N \frac{p(y|h^{(i)})}{g(y|h^{(i)})} \quad (6-17)$$

پیوست ۳

اگر h_t دارای توزیع نرمال با میانگین M_t و واریانس S_t^2 باشد، لگاریتم چگالی آن به صورت زیر است:

$$-\frac{1}{2} \ln 2\pi S_t^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{h_t - M_t}{S_t} \right)^2 = -\frac{1}{2} \ln 2\pi S_t^2 - \frac{1}{2S_t^2} h_t^2 + \frac{M_t}{S_t^2} h_t - \frac{M_t^2}{2S_t^2} \quad (6-18)$$

با در نظر گرفتن میانگین و واریانس به صورت روابط (۶-۲۰) و (۶-۱۹):

$$S_t^2 = \frac{\sigma^2}{1 - 2d_t \sigma^2} \quad (6-19)$$

$$M_t = \left(\frac{\varphi_0 + \varphi_1 h_{t-1}}{\sigma^2} + c_t \right) S_t^2 \quad (۶-۲۰)$$

خواهیم داشت:

$$\ln C_t = \frac{M_t^2}{2S_t^2} + \frac{(\varphi_0 + \varphi_1 h_{t-1})^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{S_t^2}{\sigma^2} \quad (۶-۲۱)$$

آن گاه $\text{Lng}(h_t | h_{t-1}, y)$ لگاریتم چگالی یک متغیر نرمال با واریانس S_t^2 و میانگین M_t است.

فهرست منابع

* امرالهی، مهدی. ۱۳۷۶، " تخمین احتمال خطای بیت در کانال قیدینگ آرام و غیر انتخابی رایلی به روش IS ". پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی برق و کامپیوتر گرایش مخابرات، دانشکده فنی، دانشگاه تهران.

- * Bollerslev, Tim, 1986, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Journal of Econometrics, 31, 307.
- * Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C. , 1994. Time Series Analysis: Forecasting And Control (Prentice Hall, Englewood Cliffs).
- * Danielsson, J. (1994), 'Stochastic volatility in asset prices: estimation with simulated maximum likelihood', Journal of Econometrics, 61, pp. 375-400.
- * Deb, P., 1997, Finite sample properties of the ARCH class of models with stochastic volatility, Economics Letters 55, 27-34.
- * Deo, R, Hurvich, C, Lu, Y, 2006, Forecasting realized volatility using a long-memory stochastic volatility model: estimation, prediction and seasonal adjustment, Journal of Econometrics 131, 29-58.
- * Engle, Robert F., 1982, Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, Econometrica 50, 987.
- * Fama, Eugene F., 1965, The Behaviour of Stock-Market Prices, Journal of Business 38, 34-105.
- * Gerlach, R, Tuy, F, 2006, MCMC methods for comparing stochastic volatility and GARCH models, International Journal of Forecasting, 22, 91-107.
- * Harris, Richard, and R. Sollis, 2003. Applied Time Series Modelling And Forecasting (John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, West Sussex, England, Hoboken).
- * Harvey, A. C., Ruiz, E., Shephard, N. (1994), 'Multivariate stochastic variance models', Review of Economic Studies, 61, pp. 247-264.
- * Hautsch, N., 2008, Capturing common components in high-frequency financial time series: A multivariate stochastic multiplicative error model, Journal of Economic Dynamics & Control 32, 3978-4015

- * Jacquier, E, Polson, G, Rossi, P, 2004, Bayesian analysis of stochastic volatility models with fat-tails and correlated errors, *Journal of Econometrics* 122, 185 – 212.
- * Kirby, C, 2006, Linear filtering for asymmetric stochastic volatility models, *Economics Letters*, 92, 284–292.
- * Lee, K., M., Koopman, S., 2004, Estimating Stochastic Volatility Models: A Comparison of Two Importance Samplers, *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 150, 182–192.
- * Lien, D., Wilson, B.K., 2001, Multiperiod hedging in the presence of stochastic volatility, *International Review of Financial Analysis* 10, 395–406.
- * Liesenfeld, L., Richard, J. F., 2003, Univariate and multivariate stochastic volatility models: estimation and diagnostics, *Journal of Empirical Finance* 10, 505–531.
- * Malik, S., Pitt, M., K., 2011, Particle filters for continuous likelihood evaluation and maximisation, *Journal of Econometrics* 141, 1385–1411.
- * Mandelbrot, B., 1963, The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business* 36, 394–419.
- * Marimoutou V, Raggad, B, Trabelsi, A., (2009). Extreme Value Theory and Value at Risk: Application to oil market. *Energy Economics* 31 . 519–530.
- * Melino, A., Turnbull, S. M. (1990), ‘Pricing foreign currency options with stochastic volatility’, *Journal of Econometrics*, 45, pp.239–265.
- * Nicolle, L., 1990. Data protection: laying down the law. *Management Computing*, vol. 13, no. 12, pp. 48–49, 52.
- * Richard, J. F., Zhang, W. (2000), Accelerated monte carlo integration: An application to dynamic latent variable models, in R. Mariona, T. Schuermann, M. J. Weeks, eds, ‘Simulation-based Inference in Econometrics’, Cambridge University Press, Cambridge, pp.47–70.
- * Sandmann, G., Koopman, S. J. (1998), ‘Estimation of stochastic volatility models via Monte Carlo maximum likelihood’, *Journal of Econometrics*, 87, pp. 271–301.
- * Shanmugam, S., P. Balaban "A Modified Monte Carlo Simulation Technique for the Evaluation of Error Rate in Digital Communication Systems" *IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS*, VOL. COM-28, NO.11, PP 1917–1923, NOVEMBER 1980.
- * Shephard, N., Pitt, M. K. (1997), ‘Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series’, *Biometrika*, 84, pp. 653–667.
- * Taylor, S. J. (1986), *Modelling Financial Time Series*, John Wiley, Chichester.
- * Tsay, Ruey, 2002. *Analysis of Financial Time Series* (John Wiley & Sons Ltd, Chichester; New York).

- ¹Stochastic Volatility
- ²ML Estimation
- ³Importance Sampling
- ⁴Kalman Filter
- ⁵Value at Risk (VaR)
- ⁶Lagged conditional variances
- ⁷Multivariate GARCH
- ⁸General Method of Moments
- ⁹Quasi Maximum Likelihood
- ¹⁰High frequency data
- ¹¹Bayesian Markov Chain Monte
- ¹²Fat-tail
- ¹³Importance Sampling (IS).
- ¹⁴Markov chain Monte Carlo
- ¹⁵Control variate
- ¹⁶Antithetic paths
- ¹⁷Importance Density
- ¹⁸State space
- ¹⁹Kalman filtering
- ²⁰Richard and Zhang (2000)
- ²¹Liesenfeld and Richard (2003)
- ²²state space
- ²³Lumpiness

Archive of SID