



## تدوین مدلی جدید برای بهینه سازی پرتفوی بورس با استفاده از روش مارکوویتز و اصلاح آن توسط مدل کسینوس ها و حل آن توسط الگوریتم ژنتیک

محمدعلی افشار کاظمی<sup>۱</sup>

میرفیض فلاح شمس<sup>۲</sup>

مرضیه کارگر<sup>۳</sup>

تاریخ پذیرش: ۹۲/۷/۱۰

تاریخ دریافت: ۹۲/۲/۱۵

### چکیده

این پژوهش با موضوع بهینه سازی پرتفوی بورس با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر مبنای مدل مارکوویتز و متد خاص همگرایی و جهت ارزیابی ریسک و بازده برای مینیمم کردن ریسک جهت سرمایه گذاری مناسب در راستای بهینه سازی پرتفوی با در نظر گرفتن نرخ بازده مورد انتظار طراحی شده است. در این تحقیق با در نظر گرفتن دانش مدیریت مالی و تحقیق در عملیات تلاش می گردد تا مدلی جهت ارزیابی ریسک و بازده برای سرمایه گذاری مناسب در پرتفوی بهینه ارائه دهد.

در این تحقیق ۵۰ شرکت برتربورس در سال ۸۹ مورد مطالعه قرار گرفته، سپس با استفاده از اندیکاتور CCI این ۵۰ شرکت به ۲۱ شرکت تقلیل پیدا نمودند. در مرحله دوم با استفاده از مدل مارکوویتز ریسک پرتفوی ۲۱ سهم را توسط الگوریتم ژنتیک توسط نرم افزار مطلب حل و سپس با متد خاص همگرایی (مدل کسینوس ها (COS)) ریسک سهام را به طور مجزا با الگوریتم ژنتیک برای بازده های متفاوت حل میکنیم فرضیه ای برای اصلاح مدل مارکوویتز مطرح میشود که با استفاده از آزمون آماری ویلکاکسون به نتیجه مثبت رسیدیم.

ودرنهایت به این نتیجه میرسیم که همیشه پرگونه سازی پرتفوی به نفع سرمایه گذار نمی باشد و از یک جایی به بعد بهتر است که متنوع سازی را متوقف کنیم.

**واژه های کلیدی:** پرتفوی، الگوریتم ژنتیک، اندیکاتور CCI، ریسک و بازده.

۱- استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

۲- استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

۳- دانش آموخته رشته مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

## ۱- مقدمه

مفاهیم بهینه سازی سبد سهام و تنوع بخشی به مثابه ابزاری در راستای توسعه و فهم بازارهای مالی و تصمیم گیری مالی در آمده اند. انتشار نظریه پرتفوی سهام هری مارکوویتز، اصلی ترین و مهمترین موفقیت در این راستا بود (فابوزی و دیگران ۲۰۰۷) از زمانی که مارکوویتز مدل خود را منتشر کرد این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانی را در شیوه نگرش مردم به سرمایه گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و به عنوان ابزاری کارا برای بهینه سازی سبد سهام به کار گرفته شده است (لای کینگ و دیگران ۲۰۰۶) مارکوویتز پیشنهاد کرد که سرمایه گذاران ریسک و بازده را به صورت توامان در نظر میگیرند و میزان تخصیص سرمایه بین فرصتهای سرمایه گذاری گوناگون را بر اساس تعامل بین این دو انتخاب نمایند (فابوزی و دیگران ۲۰۰۷)

یکی از مباحث مهمی که در بازارهای سرمایه مطرح است و باید مورد توجه سرمایه گذاران اعم از اشخاص حقیقی یا حقوقی قرار گیرد، بحث انتخاب سبد سرمایه گذاری بهینه می باشد و در این رابطه، بررسی و مطالعه سرمایه گذاران در جهت انتخاب بهترین سبد سرمایه گذاری با توجه به میزان ریسک و بازده آن انجام می شود. معمولاً فرض بر این است که سرمایه گذاران ریسک را دوست ندارند و از آن گریزانند و همواره در پی آن هستند تا در اقلامی از دارایی ها سرمایه گذاری کنند که بیشترین بازده و کمترین ریسک را داشته باشند. به عبارت دیگر، سرمایه گذاران به بازده سرمایه گذاری به عنوان یک عامل مطلوب می نگرند و به واریانس بازده (ها) ریسک (به عنوان یک عنصر نامطلوب نظر دارند. در بهینه سازی پرتفوی مسئله اصلی انتخاب بهینه دارایی ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه میتوان تهیه کرد اگر چه کمینه کردن ریسک و بیشینه نمودن بازده سرمایه گذاری به نظر ساده می رسد اما در عمل روش های متعددی برای تشکیل پرتفوی بهینه به کار رفته است. مسئله بهینه سازی مارکوویتز و تعیین مرز کارای سرمایه گذاری، زمانی که تعداد دارایی های قابل سرمایه گذاری و محدودیت های موجود در بازار کم باشد، توسط مدل های ریاضیات حل شدنی است. اما هنگامی که شرایط و محدودیت های دنیای واقعی در نظر گرفته شود، مسئله پیچیده و مشکل خواهد بود، سالهاست که در حل چنین مسائل پیچیده ای ریاضیات پیشرفته و کامپیوترها به کمک انسان شتافته تا هر چه بیشتر وی را در بیرون آوردن از شرایط عدم اطمینان محیطی و ابهام یاری رساند. از جمله روش هایی که در سالهای اخیر در حل بسیاری مسائل بهینه سازی، گره گشای ابهامات بشر بوده است و در پاسخ به مسائل پیچیده رویکردی موفق داشته است، روشها و الگوریتم های موسوم به ابتکاری (فراابتکاری نیز نامیده میشوند) است. روشهای ابتکاری که با هدف رفع کاستی های روشهای کلاسیک بهینه سازی معرفی شدند با جستجویی جامع و تصادفی، احتمال دستیابی به نتایج بهتر را تا حد زیادی تضمین میکنند.

از جمله‌ی این الگوریتمها میتوان به الگوریتم ژنتیک، کوچ پرندگان، تبرید فلزات، جستجوی ممنوعه، کولونی مورچگان، رقص زنبورها، رقابت استعماری و ... اشاره کرد. (آرش طالبی ۱۳۸۹)

در این پژوهش ما فرضیه‌ی ای را بیان میکنیم و طی انجام مراحل پژوهش فرضیه و ادعای خود را اثبات میکنیم.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

### ۲-۱- مبانی نظری

#### بازده پرتفوی

بازده مورد انتظار سرمایه (هزینه سهم نیز نامیده میشود) بازدهی است که سهامداران انتظار دستیابی به آن را برای این که احساس کنند به اندازه کافی پاداش دریافت نموده اند، دارند بازده مورد انتظار سرمایه به نرخ های بهره، ریسک شرکت و... بستگی دارد (رهنمای رودپشتی، فریدون، ۱۳۸۶)؛ بازده پورتفوی برابر با میانگین وزنی بازده مورد انتظار کلیه‌ی اوراق بهادار تشکیل دهنده‌ی پورتفوی میباشد.

$$\mu = E(\text{Portfolio}) = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i$$

که در این معادله داریم:

$E(\text{Portfolio})$  یا  $\mu$  میانگین بازده

$E(R_i)$  یا  $\mu_i$  میانگین بازده سهام  $i$  ام در یک دوره زمانی خاص

$x_i$  ارزش بودجه نسبی سهام  $i$  ام در سبد سرمایه‌گذاری.

$n$  تعداد سهام مورد مطالعه جهت سرمایه‌گذاری

#### ریسک پرتفوی

ریسک از نظر لغوی یعنی خطر و از منظر مالی یعنی احتمال انحراف از بازده است همچنین تفاوت بین وضعیت موجود و مطلوب ریسک تلقی میشود (هیبتی فرشاد، ۱۳۸۷). برآورد واریانس ترکیبی پورتفوی به مراتب پیچیده تر از محاسبه‌ی بازده آن است. نکته‌ی مهمی که باید به آن توجه کرد این است که ریسک پورتفوی، بر خلاف بازده اش، معمولاً با میانگین وزنی ریسک اوراق بهادار تشکیل دهنده اش برابر نیست. ریسک پورتفوی نه تنها به ریسک اوراق بهادار تشکیل دهنده- اش به صورت ایزوله و مجزا مربوط است، بلکه به درجه و میزانی که این اوراق از رویدادهای بنیادین، همانند رویدادهای کلان اقتصادی، به طور مشابه تأثیر میپذیرند نیز بستگی دارد (شارپ، ۱۹۷۸) به زبان ریاضی

$$\text{VAR}(\text{Portfolio}) \neq \sum_{i=1}^n x_i \text{VAR}(R_i)$$

دقیقا به دلیل اینکه این رابطه یک نامساوی است سرمایه گذاران میتوانند ریسک پرتفوی سهام را ورای حالتی که اگر ریسک پرتفوی به سادگی یک میانگین موزون ریسک های سهام منفرد میبود کاهش دهند. ریسک پرتفوی سهام نه تنها به میانگین موزون ریسک های سهام منفرد درون آن، بلکه به همراهی و همسویی، یا کواریانس های میان بازده های سهام درون پرتفوی سهام نیز بستگی دارد، بنابراین این ریسک پرتفوی، تابع ریسک سهام منفرد و کواریانس های بین بازده های سهام منفرد است. ریسک پرتفوی سهام بر حسب واریانس به این صورت بیان میشود:

$$\sigma = \text{var}(\text{Portfolio}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) = x^t \Sigma x$$

که در آن

\*  $\text{var}(\text{Portfolio})$  یا  $\sigma$  ریسک سبد

$x_i$  ارزش بودجه نسبی سهام  $i$  ام در سبد سرمایه گذاری.  $n$  تعداد سهام مورد مطالعه جهت سرمایه گذاری  $\text{cov}(R_i, R_j)$  کواریانس بین نرخ بازده

$\Sigma$  ماتریس کواریانس یعنی  $\Sigma_{ij} = \text{cov}(R_i, R_j)$  و  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

### اسیلاتورها یا اندیکاتورهای ثانویه

اسیلاتورها ابزاری است که به معامله گر این امکان را میدهد که در دوره های تثبیت بازار و ثبات قیمت ها و زمانی که روندی در بازار مشاهده نمیشود بتواند همچنان سود کسب کند. با این حال ارزش اسیلاتورها محدود به دوره های بدون روند بازار نیست. استفاده از اسیلاتورها در ارتباط با تحلیل نمودارهای قیمت در طی روندهای بازار یکی از کارکردهای ارزشمند آنها است که اخطارهای مناسبی را در درنقاط هیجانی بازار که غالباً خرید هیجانی و فروش هیجانی نامیده میشود به معامله گر اعلام میکند (جان مورفی، ۱۳۸۴)

اسیلاتورها یا اندیکاتورهای ثانویه ابزارهایی هستند که با قرار گرفتن در کنار میانگین های متحرک سیگنال خرید و فروش را صادر میکنند. باید دقت کرد که صد ها نوع از این اندیکاتورها وجود دارند و هر کدام معانی خاص خودشان را دارند معانی همچون پیش خرید، پیش فروش، خرید و فروش هیجانی (بورس، سجادی سیدجعفر، ۱۳۸۵)

ما در این پژوهش به یک نمونه از این اندیکاتورها به نام اندیکاتور شاخص کانال کالا استفاده میکنیم.

### شاخص کانال کالا:

شاخص کانال کالا را شخصی به نام دونالد لامبوردر در سال ۱۹۸۰ مطرح گردید. شاخص CCI برای شناسایی روندهایی که تمایل به شکستن حد بالا (RL) یا حد مقاومت دارند استفاده میشود. برای آشنایی بیشتر با سطح (RL) فرض کنید منحنی سهام شرکتی نشان میدهد که طی چند ماه گذشته هر بار سهام به سطح معینی از قیمت رسیده، به سطح پایین تر از آن برگشته است. حال زمانی فرا میرسد که قیمت سهام، این سطح را شکسته و به سطح بالاتر میرود. در بازار سهام به سطح قیمت مورد مطالعه RL گفته میشود. برای درک بهتر SL فرض کنید سهام شرکتی در اثر روندهای منفی بازار و یا خبرهای بد خود شرکت به پایین ترین سطح رسیده است ولی از سطح قیمت خاصی پایین تر نمیروند. اصطلاحاً در بازار به این سطح قیمت SL گفته میشود. نوسان نمای (CCI) از سه خط مبنا با اعداد ۱۰۰+ و ۱۰۰- و صفر بهره میبرد. بر اساس تئوری لامبرت هرگاه نرخ CCI از ۱۰۰+ بیشتر شود میتوان اقدام به خرید و بالعکس هرگاه این نرخ از ۱۰۰- کمتر شود میتوان اقدام به فروش نمود. نحوه محاسبه فرمول به این صورت است که در ابتدا باید میانگین بین سه قیمت پایین، بالا و آخر سهام را برای روز آخر محاسبه نماییم:

$H_i$  بالاترین،  $L_i$  پایین ترین و  $C_i$  آخرین قیمت در روز  $i$

$$\text{*Typical Price} = P_i = \frac{H_i + L_i + C_i}{3}$$

$$\text{*t - day SMA of TP} = MA_{t,j} = \frac{\sum_{i=j}^{t-j+1} P_i}{t}$$

$$\text{*t - day Mean Deviation} = MD_{t-j+1} = \frac{|MA_{t,j} - P_j| + \dots + |MA_{t,j} - P_{t-j+1}|}{t}$$

$$\text{*t - day CCI} = CCI_{t-j+1} = \frac{P_{t-j+1} - MA_{t,j}}{0.015 \times MD_{t-j+1}}$$

چنانچه این عدد بالای ۱۰۰ باشد وارد سبد سرمایه میشود. (کارگر، مرضیه، ۱۳۹۰)

الگوریتم ژنتیک (GA) یک تکنیک تصادفی جهت دهی شده است که اولین بار جان هالند آنرا معرفی کرد. بوبه وسیله او و همکارانش در دانشگاه میشیگان در سال ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ توسعه یافت و نهایتاً در سال ۱۹۷۵ به عنوان الگوریتم ژنتیک ارائه گردید. الگوریتم ژنتیک یک روش جستجوگرانه فراابتکاری است که از نظریه تکاملی داروین نشأت گرفت و از این تئوری و تنازع بقا برای حل مساله استفاده میکند بر اساس مفروضات این روش جواب های بهینه خوب جوابهای بهینه بد را از بین میبرد و جایگزین آنها میشود (Grupe&etal,2004)



الگوریتم ژنتیک - نمودار مربوط به کانال شاخص کالا

الگوریتم ژنتیک با یک رشته جواب اولیه به نام کروموزم<sup>۱</sup> و مجموعه آنها با نام جمعیت آغاز میگردد. در هر رشته کروموزم مجموعه ای از ژنها وجود دارد که هر کدام بیانگر ارزش یک متغیر یا صفت خاصه است (Mitchel.1999)

بر روی کروموزم ها معمولا سه عملگر انتخاب، تقاطع و جهش اعمال میشود تا نسل جدید متولد گردد این نسل تکامل یافته نسل قبلی در جهت دستیابی به جوابهای بهتر یا به اصطلاح برازنده تر است. (تقوی فرد و دیگران، ۱۳۸۶)

مدل های مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای تحقق، به چهار عنصر اصلی زیر نیازمندند:

(۱) جمعیت اولیه<sup>۲</sup>: یک مجموعه اولیه از اعضا (کروموزم ها)، که معمولا به صورت رشته هایی از ژن ها<sup>۳</sup> (بیت ها) کد می شوند و جواب هایی از مسئله را ارائه میکنند.

-تابع برازش<sup>۴</sup>: روشی برای اندازه گیری میزان برازندگی هر عضو (جواب) است.

-انتخاب<sup>۵</sup>: فرایندی برای گزینش اعضای مناسب برای تولید و ترکیب مجدد است.

-عملگرهای ژنتیک<sup>۸</sup>: که برای تولید اعضای جدید و تکامل تدریجی به کار می‌روند. (محمد اخباری، ۱۳۸۷)

اولین مرحله ایجاد جمعیت اولیه از کروموزمها به صورت تصادفی می‌باشد. سپس میزان برازندگی هر یک از اعضا (کروموزمها) در جمعیت، ارزیابی و تعیین می‌گردد و مرحله انتخاب بر اساس میزان برازندگی اعضا انجام می‌پذیرد. یعنی تعدادی از برازنده‌ترین کروموزمها برای تولید مجدد انتخاب می‌گردند. در انتها عملگرهای ژنتیک (تقاطع و جهشی) اعضای انتخاب شده را مورد عمل قرار می‌دهند. بدین صورت که کدهای ژنتیک آن‌ها را اصلاح و ترکیب می‌کنند. این چرخه وقتی یک بار انجام می‌گیرد یک نسل نامیده می‌شود و تارسیدن به شرط توقف حلقه مراحل فوق مرتباً تکرار می‌گردند. (سیمین عبدالعلی زاده، ۱۳۸۱)

#### تولید جمعیت اولیه:

اجرای الگوریتم با ایجاد یک مجموعه ابتدایی از جواب‌های تصادفی که جمعیت اولیه نامیده می‌شود، شروع می‌گردد. هر عضو در جمعیت یک کروموزوم نامیده می‌شود که نمایانگر یک حل برای مسئله موجود است. یک کروموزوم رشت‌های از اعداد است که در اصطلاح ژن نامیده می‌شود و معمولاً و نه لزوماً یک رشته دودویی است. طی هر تکرار الگوریتم ژنتیک، مجموعه جدیدی از کروموزومها تولید می‌شود. جمعیت در زمان معلوم را نسل می‌نامند.

#### ارزیابی

پس از آن که جمعیت اولیه و یا جمعیتی از جواب‌های جدید تولید شد، ارزش تابع برازندگی برای هر یک از جواب‌های منتخب سنجیده می‌شود. طی هر نسل، میزان برازش کروموزومها با تابع برازش که یک کروموزوم را با توجه به تابع هدف مسئله برآورد می‌کنند، تعیین می‌شود.

#### انتخاب:

انتخاب کروموزومهای والد از میان جمعیت اولیه به طور تصادفی انجام می‌گیرد با این توضیح که جوا بهایی که دارای ارزش برازندگی بالاتری می‌باشند امکان انتخاب بیش‌تری دارند. به عبارت دیگر انتخاب جوا بهای بهتر به جوا ب‌های بدتر ترجیح دارد که بسیاری از روش‌های انتخاب از جمله *universal, roulette-wheel, ranking, stochastic* بر اساس این ایده عمل می‌کنند.

عملگر تقاطعی<sup>۹</sup>: این عملگر با احتمال از پیش تعیین شده ای اجرا می‌گردد عملگر تقاطعی، ترکیب عناصری از دو یا چند جواب والد است که یک جواب جدید (نوزاد<sup>۱۰</sup>) را نتیجه می‌دهد. راه‌های زیادی برای این ترکیب وجود دارد، از این رو انتخاب یک عملگر مناسب بر کارایی الگوریتم تأثیر دارد.

عملگر جهشی<sup>۱۱</sup> پس از اجرای عملگر تقاطعی روی کروموزم های والد، عملگر جهشی روی آن ها اعمال می شود. البته لازم به ذکر است که به طور تصادفی هرگاه میزان هم گرایی در جمعیت از مقدار معلومی بیش تر گردد، احتمال جهش در آن نسل افزایش می یابد. جهش انواع مختلفی دارد، ولی بیش تر آن ها به صورتی عمل می کنند که یک جواب نزدیک والد به وجود می آید. به عبارت دیگر، جهش، نوعی قدم زدن تصادفی در حول و حوش جواب والد است.

جایگذاری جمعیت: پس از آن که جمعیت جدیدی از جوا بها در فرایند انتخاب، ترکیب و جهش به وجود آمد. این جمعیت با جمعیت قبلی عوض می شود. روش های مختلفی برای این جابه جایی مانند Delete all, steady-state و... در الگوریتم های ژنتیک به کار می روند.

در روش Delete all تمامی جمعیت قبلی از بین رفته و جمعیت جدید جای گذاری می شود در روش steady-state تعدادی از جمعیت اولیه که دارای برزندگی کم تری هستند، از بین رفته و جمعیت جدید با ارزش برزندگی بالاتر جایگزین آن ها می شوند.

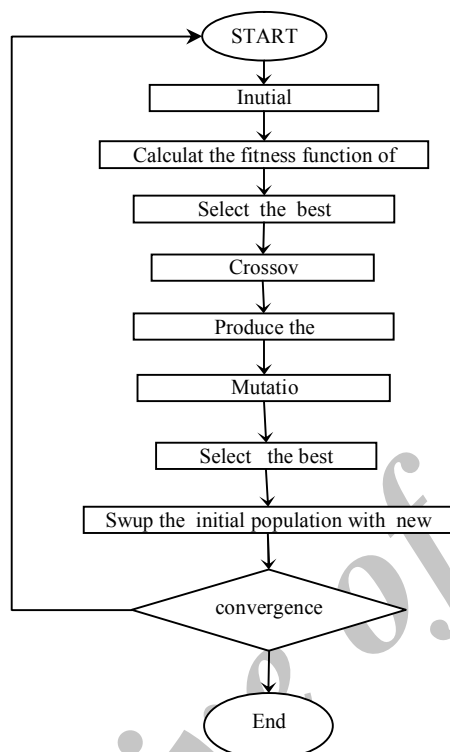
همگرایی: در هر تکرار الگوریتم باید جمعیت به دست آمده از نظر هم گرایی ارزیابی گردد. بدین جهت شاخصی را می توان به صورت نسبت حداقل جواب در جمعیت به متوسط جواب در جمعیت تعریف و با مقداری از پیش تعیین شده مقایسه کرد و در صورت هم گرایی جمعیت احتمال جهش را افزایش داد (محمد اخباری، ۱۳۸۹)

در شکل زیر چرخه الگوریتم ژنتیک آمده است.

## ۲-۲- پیشینه پژوهش

در سال ۱۹۹۹، یوسن اکسیا، بودینگ لی، شویانگ وانگ و لی، در مقاله ای تحت عنوان مدلی برای انتخاب سبد سرمایه گذاری با مرتب نمودن نرخ های بازده مورد انتظار به بررسی مسأله انتخاب سبد سرمایه گذاری بهینه با ارائه مدلی خاص پرداختند. آن ها در این مقاله، جهت انتخاب سبد سرمایه گذاری بهینه، الگوریتمی را بر مبنای ژنتیک، با استفاده از الگوریتم های موجود طراحی کردند. به عبارتی، الگوریتم ژنتیکی آن ها، به گونه ای طراحی شده بود که براساس اصل انتخاب (اصل تکامل) تنها سهامی می توانستند در سبد بهینه قرار گیرند که از نظر مطلوبیت توسط سایر سهام حذف نشده باشند و در نهایت، سبد ارائه شده، سهامی را نشان می داد که نسبت به سهام موجود تکامل یافته تر بودند.





نمودار الگوریتم ژنتیک

ترکیب تعداد زیادی سهام و تعداد زیادی مبادله (که اصطلاحاً به هزینه ی آن، جریمه‌ی تجاری می‌گویند) سبب افزایش هزینه‌ی مبادله است (برتسیماس و همکاران، 1999). از آنجایی که برخی قیود و پیش شرطهایی همانند اینکه بیش از 5% در هیچ سهامی سرمایه گذاری نکنیم و... معمولاً بر مدل مارکویتز اعمال میشوند سبب میشوند تا ترکیب سهام و تعداد مبادلات بالا رفته، به تبع آن هزینه افزایش یابد. برای فائق آمدن بر این مشکل و ضمن حفظ پیش شرطها، برتسیماس و همکارانش (برتسیماس و همکاران، 1999) به ارائه ی روشی پرداختند که در آن از طریق برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط به تشکیل پورتفوی مبادرت میکنند. پورتفوی تشکیلی توسط روش آنها به یک پورتفوی هدف که با استفاده از حل درجه ی دوم معادلات مارکویتز ساخته شده است، بسیار نزدیک است، نقدشوندگی<sup>۱۲</sup> یکسانی دارد، و نرخ بازده مورد انتظار و گردش<sup>۱۳</sup> با پورتفوی هدف همسان

است، علاوه بر این موارد شامل مزایایی همچون کنترل هزینه های اصطکاکی<sup>۱۴</sup> به واسطه ی انتخاب تعداد کمتر سهام تا حد ممکن، نیز میباشد.

اگر دقت بالایی مد نظر باشد، نمیتوان انتظار داشت که بازده آتی سهام توسط اطلاعات گذشته و تاریخی بازده، به خوبی و با دقت منعکس شود. بنابراین در عمل، حرفه ای های بازار سهام صرفاً به اطلاعات گذشته و تاریخی بازده برای پیش بینی بازده آتی اکتفا نمیکنند. آنها برای پیش بینی هر چه بهتر به تلفیق تجربه و قضاوت شخصی خود با تکنیکهای آماری میپردازند، مدل مارکویتز قادر به پذیرش اطلاعات احتمالی برای بازده آتی سهام نیست.

بنابراین، لی و ژو (لی و ژو، 2009) برای بالا بردن دقت اطلاعات و نیز جهت ترکیب علم و تجربه بهروشی سیستماتیک، متغیرهای ورودی بازده را، متغیرهای فازی-تصادفی فرض کردند و با این رویکرد، تغییرات لازم را بر مدل مارکویتز اعمال کردند، مدل حاصل از انعطافپذیری بالایی برخوردار است.

همچنین مدل پیشنهادی آنها قادر است تا خود را با درجه ی خوشبینی -بد بینی<sup>۱۵</sup> سرمایه گذار تطبیق داده و مرز کارای مدل مارکویتز را بسته به این موضوع تعدیل نماید. در واقع این مدل بسط مدل میانگین-واریانس مارکویتز از دو بعد است اول، در نظر گرفتن عوامل تصادفی و اطلاعات فازی به صورت همزمان، و دوم، کنار گذاشتن فرض انتظارات یکدست و متجانس سرمایه گذاران.. سانچیکا وسایرین در تحقیق خود سعی نموده اند با استفاده از الگوریتم ژنتیک و ترکیب آن با سیستم های آزمون گذشته نگر<sup>۱۶</sup> که از یک شاخص و بر اساس اطلاعات گذشته اقدام به انتخاب سبد سهام مینماید یک روش کارای جستجو برای انتخاب سهام ارائه نمایند. نتایج تحقیق نشان میدهد که عملکرد سیستم های آزمون گذشته نگر با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهبود میابد. (Sanechika-watado, 2007)

لین وسایرین در تحقیق خود سعی در بهینه سازی روشهای سنتی اعلام سیگنال خرید و فروش به وسیله الگوریتم ژنتیک نموده اند، سیستم های سنتی در مقابل رخداد های غیر متعارف بازار دارای نقطه ضعف هستند، در الگوریتم پیشنهادی آنها برای پارامترها به جای وجود تنها یک رقم یک دامنه تعریف میشود و همچنین کاربران نیز میتوانند ارزش پارامترها را با توجه به تجارب شخصی خود تغییر دهند، نتایج حاکی از آن است که الگوی آنها ب روی داده های آزمایشی نتایج قابل قبولی به همراه داشته است. (Lin&Etal, 2007)

پاچکو وسایرین از الگوریتم های ژنتیک برای بهینه سازی و برنامه ریزی جریان نقدینگی استفاده نموده اند در این مدل هر کروموزم دارای n ژن است که هر ژن نشاندهنده یک روز در دوره تحت بررسی شامل منبع تخصیص و مدت استفاده از آن نوع سرمایه گذاری و مدت آن میباشد، تابع

برازش، جریان نقدینگی برای فرایند تولید مجدد انتخاب شود را تعیین میکند (Pscheco & Etal, 2000)

شین وسایرین با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدنبال کشف قواعدی در بازارهای سهام کشور کره بودند که بتوانند بالاترین بازده در یک بازه زمانی معین منتج شود به عبارت دیگر آنها به دنبال کاوش داده های تاریخی شاخص سهام KOSPI200 (شاخص قیمت سهام کره) برای استخراج قواعد منطقی و عقلایی بوده اند، نتایج نشان داده شده است که الگوریتم ژنتیک قادر است قواعد تجاری سود آوری را استخراج نمایند (Shin&Etal, 1998)

تلنگی (تلنگی، 1377) طی پژوهشی رویکرد فازی<sup>۱۷</sup> به مدل مارکویتز را دنبال کرده است، وی متغیرهای مدل را فازی در نظر گرفته و در نهایت به مدلی انعطافپذیرتر از مارکویتز دست یافته است. البته این مدل نیز در بازاری کاملاً فرضی و کوچک اعمال شده است (بازاری فرضی و سه سهمی) راعی (راعی، 1377) در زمینه ی کاربرد شبکه های عصبی<sup>۱۸</sup> برای انتخاب سرمایه گذاری به پژوهش می پردازد، وی طی این پژوهش به ابداع مدلی برای انتخاب پورتفوی با رویکرد شبکه های هوشمند عصبی پرداخته و نتایج مدل خود را با رویکرد مارکویتزی مقایسه مینماید. در مجموع، این مدل از عملکرد بهتری نسبت به مدل مارکویتز (البته در بازار کوچک و فرضی، سه تا پنج سهمی) برخوردار است.

سیمین عبدالعلی زاده در پایان نامه کارشناسی ارشد خود با طراحی دو الگوریتم ژنتیک سعی در یافتن پاسخی نزدیک به بهینه برای مساله انتخاب مجموعه دارایی بهینه نموده است، در الگوریتم اول سعی شده است با توجه به مدل مارکوویتز مجموعه دارایی بهینه نموده است، در الگوریتم اول سعی شده است با توجه به مدل مارکوویتز مجموعه دارایی با بالاترین بازده و کمترین ریسک و کمترین ضریب همبستگی بین دارایی ها انتخاب و الگوریتم ژنتیک دوم درصدد سرمایه گذاری در هر دارایی را تعیین کرده است، در نهایت این دو الگوریتم بر روی ۱۰۰ سهم در بورس اوراق بهادار تهران آزمون شده و نتایج آن با نتایج برنامه لینگو مقایسه شده است. (عبدالعلی زاده، ۱۳۸۱)

محمدی (محمدی استخری، 1385) به انتخاب پورتفوی در بورس تهران با الگوریتم ژنتیک<sup>۱۹</sup> میپردازد، نتایج پژوهش وی آشکار میسازند که بهینه سازی پورتفوی با استفاده از ژنتیک کارا تر از حل آن با مدل های کلاسیک است و میتوان با این رویکرد ابتکاری به مرزهای کارایی بهتری نسبت به حل سنتی مدل مارکویتز دست یافت. امادر این پژوهش، روش دیگری به جز ژنتیک مورد آزمون قرار نگرفته است، و بازار محدود به انتخاب فقط 10 سهم شده است.

در مقاله آقایان خوش طینت، تقوی فرد و منصورى به دستیابی به مرز کارایی در مدل مارکوویتز در شرایط وجود محدودیت های عدد صحیح تعداد سهام پرداخته شده است، برای این کار یک

الگوریتم ژنتیک پیشنهاد و بر روی داده های شرکت های داخلی و خارجی، آزمون شده است. محدودیت های عدد صحیح سهام در این تحقیق به معانی سهامی است که سرمایه گذاران مایل است در سبد سهام مورد نظرش وجود داشته باشد، نتایج تحقیق نشاندهنده آن است که الگوریتم پیشنهادی در هر دو جامعه آماری توانسته است مساله را به شکل کارا حل نماید (خوش طینت و دیگران ۱۳۸۶).

پس از معرفی معادلات مارکوویتز، معیارهای دیگری همچون نیم-واریانس و ارزش در معرض ریسکنیز برای سنجش ریسک معرفی شدند که هر کدام مزایا و معایبی در بر دارند. رحمتی (رحمتی، ۱۳۸۷) بارویکرد مبتنی بر ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار ریسک و با استفاده از الگوریتم ژنتیک به انتخاب پورتفوی بهینه در بازار ارز ایران میپردازد. این مدل که در بازاری کوچک و محدود اعمال شده است، حاکی از آن است که معیار ارزش در معرض ریسک در بازار ارز کارا تر از معیار واریانس است، اما قابلیت تعمیم این نتیجه گیری به بازار بورس سهام، نیازمند پژوهش های آتی است.

شاه عزیزاده و معماریانی (۱۳۸۲) در مقاله ای تحت عنوان "چارچوب ریاضی گزینش سبد سهام با اهداف چندگانه" به بررسی تشکیل سبد سرمایه گذاری با استفاده از برنامه ریزی آرمانی پرداختند. در مدل ارائه شده عموماً سهم های مختلف به نسبتی با یکدیگر مخلوط می شوند به طوری که سبد سهام به ازای بازده معین، از کمترین ریسک برخوردار بوده یا به ازای ریسک معین، از بیشترین بازده برخوردار باشد.

### ۳- معرفی مدل های پژوهش

#### ۳-۱- معرفی مدل M1 مدل ریاضی مارکوویتز

معنی ساده واژه پرتفولیو سبد سرمایه گذاری به طور عام و سبد سهام به طور خاص عبارت از ترکیب دارایی های سرمایه گذاری شده توسط یک سرمایه گذار اعم از فرد یا نهاد است به لحاظ فنی، یک سبد سرمایه گذاری مجموعه کامل دارایی های حقیقی و مالی سرمایه گذار را در بر میگیرد. (پارک جونز، ۱۳۸۰) داشته باشیم، که بهتر است حدود ده سال یا بیشتر باشد، آن گاه می توانیم سایر متغیرهای وابسته دیگر را توسط مدل بهینه سازی و مبانی ریاضی و آماری مربوط، محاسبه نماییم. با استفاده از مدل های بهینه سازی و با استفاده از نظریه مدرن پرتفولیو MPT می توان سبدهای سهامی ساخت که دارای کمترین ریسک نسبت به بازده مورد انتظار و یا دارای بیشترین بازده نسبت به ریسک مورد انتظار باشد. هری مارکوویتز استاد دانشگاه شیکاگو که همراه با ویلیام شارپ استاد دانشگاه استنفورد جایزه نوبل را به خاطر ارائه نظریه مدرن پرتفولیو به خود

اختصاص داد، روشی ابداع کرد که در آن ریسک یک سبد سهام، تابعی از واریانس هر سهم، کوواریانس آن با سهام دیگر و درصد سهم در سبد است. هری مارکوویتز در سال 1952 مدل پیشنهادی خود را برای انتخاب پرتفوی ارائه نمود. مدل میانگین واریانس مارکوویتز مشهورترین و متداول ترین رویکرد در مسئله انتخاب سرمایه گذاری است. کاراترین ابزار برای انتخاب پرتفوی بهینه، مدل برنامه ریزی ریاضی ارائه شده توسط مارکوویتز میباشد. از برجسته ترین نکات قابل توجه در این مدل، توجه به ریسک سرمایه گذاری نه تنها بر اساس انحراف معیار یک سهم، بلکه بر اساس ریسک مجموعه سرمایه گذاری است. مسئله سرمایه گذاری مارکوویتز را می توان به شرح زیر بیان نمود: یک سرمایه گذار شخص (A) را در نظر بگیرید که بازده مورد انتظار بالا را که مطلوب و عدم اطمینان بازده که نا مطلوب است، به مثابه دو عامل مهم در تصمیم سرمایه گذاری خود در نظر دارد. وی  $\pi$  ورقه بهادار را پیش رو دارد. لذا بازده ورقه (i) یک متغیر تصادفی را با میانگین  $(\mu_i)$  واریانس  $(\sigma)$ ، در نظر می گیرد علاوه بر این فرض می شود که  $cov(R_i, R_m)$  کوواریانس بین بازدهی هر دو سهم باشد. اگر سرمایه گذار مقداری پول برای سرمایه گذاری بین  $\pi$  سهم داشته باشد، سوال این است که مبلغ سرمایه گذاری چگونه بین  $\pi$  ورقه تخصیص یابد تا پرتفوی حاصل، حداکثر مطلوبیت مورد انتظار را داشته باشد

مارکوویتز پیشنهاد میکند که پاسخ سوال فوق بایستی در دو مرحله انجلم پذیرد:

(۱) تعیین مجموعه پرتفوی کارا؛ پرتفوی کارا پرتفویی است با کمترین واریانس بازده در بین تمامی پرتفوهایی با بازده یکسان، یا با بیشترین بازده مورد انتظار در بین تمامی پرتفوهایی با واریانس یکسان.

(۲) انتخاب از مجموعه کارا؛ یعنی انتخاب پرتفویی که مناسب ترین ترکیب ریسک و بازده را برای سرمایه گذار فراهم نماید.

داده های مدل مارکوویتز سه چیز هستند: بازده، ریسک و ضریب همبستگی. محاسبه آنها در بورس های پرسابقه

جهانی به صورت زیر است:

بازده: میانگین بازده شرکت در طول چند سال گذشته.

ریسک: واریانس بازده در طول چند سال گذشته.

ضریب همبستگی: ضریب همبستگی بین بازده های چند سال گذشته.

اگر وضعیت اقتصادی مطلوب بوده و اوضاع رو به رونق باشد معمولاً سهام مورد انتخاب در سبد سهام با ضریب

همبستگی مثبت انتخاب خواهند شد. چون با ای نکه ریسک پورتفوی افزایش می یابد اما در راستای آن بازده سید نیز افزایش می یابد، اما در وضعیت نامشخص بازار سعی در کاهش ریسک پورتفوی خواهیم داشت و بهترین کار انتخاب سهام با ضریب همبستگی منفی در یک سبد خواهد بود.

منظور از سبدهای سرمایه گذاری کارا سبدهایی است که به وسیله مدل مارکوویتز بهینه شده باشند و از نظر ریسک و بازده در وضعیت مطلوبی قرار گرفته باشند.

این سبدها از طریق ورود اطلاعات پایه و سپس تغییر بازده منتظره و کسب ریسک سبد مربوطه و یا درجه تغییرات ریسک و تعیین بازده حاصل خواهند شد. هری مارکوویتز به همراه ویلیام شارپ روشی را ابداع کردند که در آن ریسک سبد سهام تابعی از واریانس هر سهم و کواریانس آن سهام با دیگر سهام موجود و هم چنین درصد سهام در سبد خواهد بود. (پایگاه تحلیلی خبری آرمان) بر همین اساس مارکوویتز برای اولین بار، یک معیار خاص برای محاسبه ریسک سبد سهام ارائه کرد و بر اساس سبد سرمایه گذاری کارا که مبتنی بر بهترین حالات ریسک و بازده برای یک سرمایه گذار و انتخاب سبدهای بهینه است، مدل خود را استخراج نمود.

$$\min M1 = \sigma$$

s.t :

$$\begin{aligned} \sum_{k \in B} \mu_k x_k &\geq \mu_0 \\ \sum_{k \in B} x_k &= 1 \\ x_k &\geq 0 \quad k \in B \end{aligned}$$

که B مجموعه ۲۱ شرکت عبور شده از فیلتر CCI می باشد

σ. ریسک سید

$$* \sigma = \text{var}(\text{Portfolio}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \text{cov}(R_i, R_j) = x^t \Sigma x$$

\*

که در آن

$x_i$  ارزش بودجه نسبی سهام  $i$  ام در سبد سرمایه گذاری.  $n$  تعداد سهام مورد مطالعه جهت سرمایه گذاری

$\text{cov}(R_i, R_j)$  کواریانس بین نرخ بازده

$\Sigma$  ماتریس کواریانس یعنی  $\Sigma_{ij} = \text{cov}(R_i, R_j)$  و  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

$\mu_k$ : بازده هر سهم

$\mu_0$ : بازده مطلوب

$X_k$ : بودجه نرمال شده

را با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسط نرم افزار مطلب حل میکنیم

### ۲-۳- مدل جدید کاهش یا قضیه متد خاص همگرایی

در اینجا با کمک خواص آماری و همچنین مثبت بودن نرخ های بازدهی قضیه ای را مطرح میکنیم که نام آن را قضیه کاهش مینامیم .

اگر در مدل به جای  $x_i$ ،  $y_i = \frac{x_i}{\delta_i}$  قرار دهیم آنگاه ماتریس  $\Sigma$  به  $\Sigma$  که ماتریس ضریب همبستگی است تغییر میکند-بنابر این هر چه ضریب همبستگی کمتر باشد پوشش ریسک مناسب تر خواهد بود زیرا

$$*\frac{x}{\delta} \Sigma \frac{x}{\delta} = \left( \frac{x_1}{\delta_1}, \frac{x_2}{\delta_2}, \dots, \frac{x_n}{\delta_n} \right) \Sigma \begin{pmatrix} \frac{x_1}{\delta_1} \\ \vdots \\ \frac{x_n}{\delta_n} \end{pmatrix} = \sum x_i^2 + \sum \rho_{ij} x_i x_j$$

با کاهش  $\rho_{ij}$  ریسک کاهش پیدا میکند

اما از سوی دیگر

$$\rho_{ij} = \frac{\text{cov}(R_i, R_j)}{\sigma(R_i)\sigma(R_j)} = \frac{\text{cov}(R_i - \mu_i, R_j - \mu_j)}{\sigma(R_i - \mu_i)\sigma(R_j - \mu_j)} *$$

اما در حقیقت  $\rho_{ij}$  برابر است  $\cos \alpha$  که  $\alpha$  زاویه بین دو بردار  $R_i - \mu_i$  و  $R_j - \mu_j$  می باشد.

$$\rho_{i,j} = \frac{\sum (R_{i_k} - \mu_{i_k})(R_j - \mu_j)/n}{\sqrt{\frac{\sum (R_i - \mu_i)^2}{n}} \sqrt{\frac{\sum (R_j - \mu_j)^2}{n}}} = \frac{\sum (R_{i_k} - \mu_i)(R_{j_k} - \mu_j)}{\sqrt{\sum (R_{i_k} - \mu_i)^2} \sqrt{\sum (R_{j_k} - \mu_j)^2}}$$

$$*\frac{(R_i - \mu_i).(R_j - \mu_j)}{\|R_i - \mu_i\| \|R_j - \mu_j\|} = \cos \alpha$$

پس لازم است که در مرحله اول یک انتخاب مناسب از  $n$  بردار سهام داشته باشیم یعنی بردار های اصلاح شده ای که با حد اکثر زاویه انتخاب میکنیم. برای این منظور برداری که بیشترین نرخ بازگشت را دارد را انتخاب میکنیم (برای شدنی بودن فضای جواب شرط کافی است) پس بیشترین زاویه را انتخاب میکنیم به همین ترتیب K تا بردار مناسب بدست می آید.

در قضیه کاهش بعد از انتخاب  $k$  بردار مناسب برای یافتن  $k+1$  امین بردار که بیشترین زاویه را داشته باشد با کمک استقرای ریاضی به شرح زیر عمل میکنم.

$k$  بردار یافت شده قبلی تشکیل یک زیر فضای برداری با پایه  $\{\alpha_i\}_{i \in S}$  می‌دهد، سپس  $n - k$  مساله برنامه ریزی غیر خطی زیرحل میشود. ( $S$  مجموعه‌ی اندیس بردارهای منتخب و  $k$  مجموعه‌ی اندیس بردارهای غیر منتخب).

$$\min \|x - \alpha_t\| \quad t \in S$$

$$\sum_{j \in S} \gamma_j \alpha_j = x$$

که از طریق ضرایب لاگرانژ بردار  $x$  در دستگاه  $Ax = b$  با شرح زیر صادق است.

$$b_i = \alpha_i \cdot \alpha_t \text{ و } A_{ij} = \alpha_i \cdot \alpha_j$$

سپس  $l_t = \|x - \alpha_t\|$  محاسبه میشود

$$l_r = \max\{l_t\}_{t \in S}$$

و بردار  $\alpha_r$  به بردار مجموع بردارهای منتخب میپیوندد.

### ۳-۳-مدل دوم، مدل M2:

این مدل با استفاده از متد خاص همگرایی میباشد به این صورت که در مدل مارکوویتز انتخاب ما از مجموعه ۲۱ سهام است که از اندیکاتور CCI رد شده بودند، ولی در این مدل انتخاب ما به صورت مجزا و به صورت زیر مجموعه هایی از از مجموعه ۲۱ سهم میباشد، بدین طریق که ابتدا یک سهم سپس دوسهم و سپس سه سهم و همیینطور ادامه پیدا میکند تا ۲۱ سهم را انتخاب کنیم. نکته مهمی که در اینجا مد نظر است این است که آخرین مرحله همان مدل مارکوویتز میباشد. این مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل میشود.

$$\min M2 = \sigma$$

s.t.:

$$\sum_{k \in B_i} \mu_k x_k \geq \mu_0$$

$$\sum_{k \in B_i} x_k = 1$$

$$x_k \geq 0 \quad k \in B_i$$

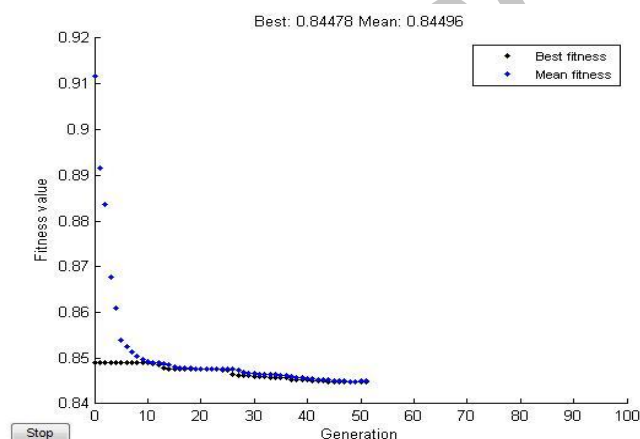
که در مدل فوق  $B_i \subseteq B$  مجموعه های آن دسته از سهامی است که توسط متد خاص همگرایی انتخاب شده اند، به عنوان مثال  $B_5$  یعنی اندیس های ۵ شرکت که توسط قضیه مذکور انتخاب شده اند یعنی مدل برای این ۵ شرکت اجرا میشود.



#### ۴- نتایج پژوهش

در این مقاله ۵۰ شرکت برتر بورس تهران به شرح زیر ابتدا با کمک تحلیل های تکنیکال من جمله شاخص کانال کالا CCI در روز خرید (یک روز مورد نظر) مورد مذاقه و بررسی قرار گرفت سپس با استفاده از تحلیل تکنیکال و استفاده از اندیکاتور CCI از ۵۰ شرکت منتخب ۲۱ شرکت ار فیلتر CCI عبور کردند یعنی این ۲۱ شرکت CCI بزرگتر از ۱۰۰ داشتند نهایتا ۲۱ شرکت انتخاب شد.

برای محاسبه بازده متوسط، ماتریس کواریانس اطلاعات ۲۱ شرکت مذکور از سال ۸۴ تا ۸۹ به صورت دوره های سه ماهه مورد محاسبه قرار گرفت. مدل های مورد مطالعه تشکیل و با الگوریتم ژنتیک به کمک نرم افزار MATLAB حل شدند. هر مدل هفت بار برای بازده های متفاوت ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳ و ۱۱ درصد اجرا شده است. به عنوان نمونه برای مدل M1 نمودار بهترین و متوسط الگوریتم ژنتیک در نمودار زیر آمده است.



نمودار اجرای مدل M1 توسط الگوریتم ژنتیک

#### نتایج و تحلیل آماری مدل M1 و M2

نتیجه مدل M1: به ازای بازده های متفاوت به شرح زیر در جدول زیر آمده است.

بازده	0.23	0.21	0.19	0.17	0.15	0.13	0.11
ریسک	0.880556	0.320425	0.125034	0.112048	0.092663	0.080664	0.081992

#### نتیجه مدل M1

در مدل مارکویتز ریسک را به ازای بازده های مختلف بدست آوردیم ملاحظه میشود که برای بازده ۲۳ درصد ریسک 0.880556 و باری بازده ۲۱ درصد ریسک 0.320425 و همینطور برای بازده های مختلف ریسک های متفاوتی را بدست آوردیم

### نتایج مدل M 2

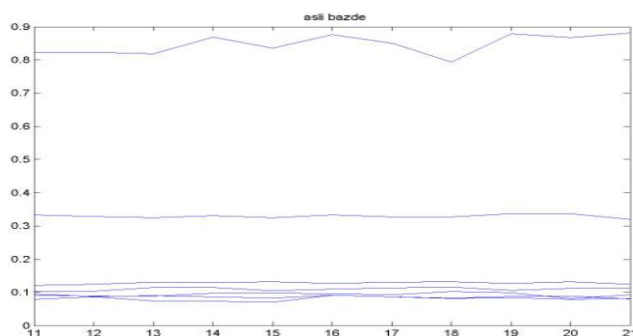
دقت شود که سطر آخر نتایج جداول مدل M2 همان جواب مدل M1 است.

بازده	0.23	0.21	0.19	0.17	0.15	0.13	0.11
1	1.272078	0.362365	0.143392	0.143393	0.143393	0.143393	0.143394
2	1.093013	0.354633	0.1434	0.143397	0.143394	0.143396	0.143399
3	0.592384	0.731816	0.137073	0.137071	0.137132	0.137308	0.137062
4	0.449579	0.24396	0.135438	0.135329	0.135133	0.138201	0.135485
5	0.693797	0.281629	0.128318	0.127146	0.12716	0.127071	0.131938
6	0.594961	0.316836	0.124316	0.125267	0.12567	0.127061	0.124107
7	0.777622	0.315967	0.121606	0.100395	0.112039	0.11376	0.11555
8	0.772	0.320679	0.112514	0.099596	0.100323	0.114316	0.106242
9	0.801462	0.288598	0.121895	0.119462	0.117372	0.10039	0.112458
10	0.845734	0.33228	0.110566	0.102233	0.094968	0.103362	0.100995
11	0.822225	0.333326	0.120839	0.102724	0.09138	0.094623	0.079636
12	0.822893	0.328238	0.124515	0.1033	0.08853	0.087318	0.086549
13	0.818564	0.324903	0.131008	0.114451	0.089065	0.090521	0.074562
14	0.868442	0.331098	0.129836	0.114244	0.097072	0.086675	0.072652
15	0.83541	0.325092	0.131551	0.104727	0.098036	0.082342	0.070843
16	0.875785	0.333797	0.126571	0.110149	0.095922	0.091463	0.091006
17	0.849674	0.327408	0.130266	0.113526	0.092439	0.086993	0.086456
18	0.793404	0.326771	0.132038	0.115424	0.102374	0.082867	0.082133
19	0.878239	0.337139	0.12699	0.106544	0.09867	0.087984	0.083509
20	0.867255	0.33729	0.131615	0.112829	0.081928	0.088645	0.079334
21	0.880556	0.320425	0.125034	0.112048	0.092663	0.080664	0.081992

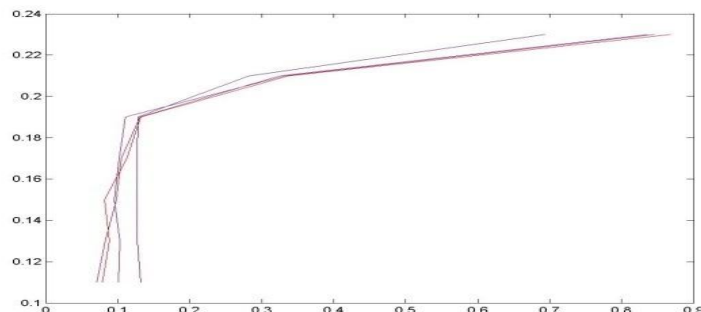
### جدول نتایج مدل M2

در این جدول در سطر اول بازده های مختلفی نوشته شده است. در سطر های بعدی بسته به نظر سرمایه گذار برای انتخاب هر تعداد سهام با توجه به متد همگرایی و قضیه کسینوس ها بهترین نوع سهام برگزیده میشود و ریسک با توجه به بازده انتخاب میشود. به طور مثال اگر فرد سرمایه گذار فقط دوست داشته باشد که همه سرمایه خود را اختصاص به یک سهم بدهد با توجه به متد از بین ۲۱ سهم بهترین سهمی که مینیمم ریسک را با توجه به بازده

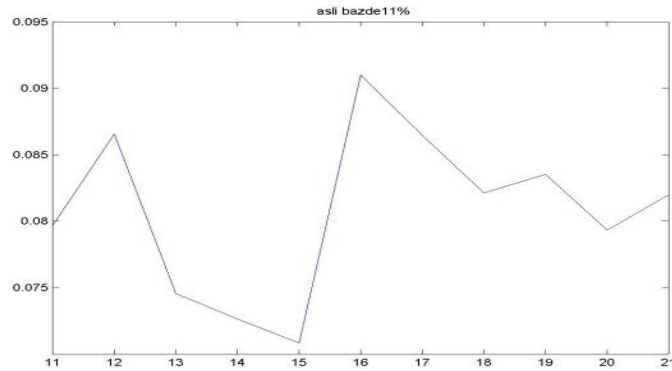
مطلوب را دارا می‌باشد را انتخاب میکند، حال اگر بخواهد دو سهم را در سبد سرمایه خود داشته باشد سهم اولی را انتخاب و مجدد با استفاده از متد همگرایی سهمی انتخاب میشود که بردار بازده چند ساله آن با بردار بازده چندساله سهم اول بیشترین زاویه را داشته باشد، با استفاده از الگوریتم ژنتیک ریسک کل دو سهم را برای بازده های مختلف بدست میاوریم همانطور که در سطر سوم جدول مشاهده میگردد پرتفوی متشکل از دو سهم می‌باشد که این دو سهم نسبت به بقیه سهام مینم را دارا می‌باشد. و همینطور ادامه میدهم تا پرتفوی متشکل از ۲۱ سهم را داشته باشیم ملاحظه میشود که در اینجا سبدي که تشکیل میشود همان سبد مدل مارکوویتز است که برای بازده های متفاوت با الگوریتم ژنتیک حل گردید و نتایج حاصله در جدول مشاهده میشود.



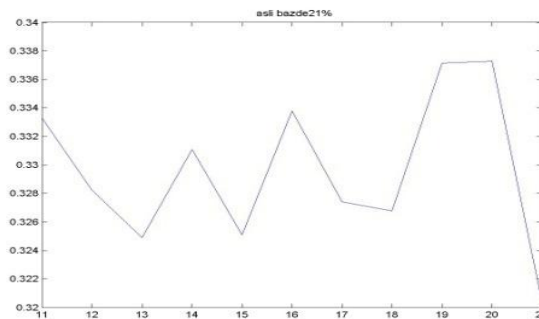
نمودار ۱ همگرایی تعداد سهام\_ریسک در مدل  $M2$  برای بازده‌های متفاوت با افزایش سهام کاهش محسوسی در ریسک حاصل نمی‌شود. در نمودار ۱ سبد متشکل از ۱۱ سهم تا ۲۱ سهم به نمایش گذاشته شده است برای بازده های متفاوت هفت منحنی روی نمودار نمایش داده شده است .



مرز کارایی در حالات ۶ و ۱۱ و ۱۶ و ۲۱ سهم در مدل  $M2$



نمودار تلورانس تعداد سهام\_ریسک در مدل  $M2$  برای بازده ۱۱



نمودار تلورانس تعداد سهام\_ریسک در مدل  $M2$  برای بازده ۲۱

### آزمون آماری

دو آزمون آماری زیر برای تحقق فرضیه پژوهش یعنی:  
 "عملکرد سبد مارکوتیز بدون لحاظ متدخاص همگرایی با عملکرد سبد مارکوییتز با لحاظ متد خاص همگرایی تفاوت معنا داری ندارد."  
 مطرح می‌شود.

آزمون اول:

$$\begin{cases} H_0 & \text{ریسک ۲۱ سهم سبد تفاوت معنا داری با ریسک ۱۱ سهام ندارد} \\ H_1 & \text{ریسک ۲۱ سهم سبد تفاوت معنا داری با ریسک ۱۱ سهام دارد} \end{cases}$$

آزمون دوم:

$$\begin{cases} H_0 & \text{ریسک سبد ۲۱ سهم تفاوت معنا داری با ریسک ۱۵ سهم ندارد} \\ H_1 & \text{ریسک سبد ۲۱ سهم تفاوت معنا داری با ریسک ۱۵ سهم دارد} \end{cases}$$

آزمون ها تحت نرم افزار SPSS حل گردید. که خروجی آن در جدول زیر آمده است .

		Ranks		
		N	Mean Rank	Sum of Ranks
m2_15 - m1	Negative Ranks	3 <sup>a</sup>	6.00	18.00
	Positive Ranks	4 <sup>b</sup>	2.50	10.00
	Ties	0 <sup>c</sup>		
	Total	7		
m2_11 - m1	Negative Ranks	5 <sup>d</sup>	3.40	17.00
	Positive Ranks	2 <sup>e</sup>	5.50	11.00
	Ties	0 <sup>f</sup>		
	Total	7		

a. m2\_15 < m1  
b. m2\_15 > m1  
c. m2\_15 = m1  
d. m2\_11 < m1  
e. m2\_11 > m1  
f. m2\_11 = m1

	m2_15 - m1	m2_11 - m1
Z	-.676 <sup>a</sup>	-.507 <sup>a</sup>
Asymp. Sig. (2-tailed)	.499	.612

a. Based on positive ranks.  
b. Wilcoxon Signed Ranks Test

Asymp.Sig.(2- tailed) ≥ .05 نشان میدهد که هر دو فرض برای هر دو آزمون در سطح اطمینان ۹۵ درصد فرض  $H_0$  پذیرفته می شود. و این یعنی اثبات فرض پژوهش

##### ۵- نتیجه گیری و بحث

در این پژوهش قضیه همگرایی برای اولین بار مطرح شده است که به سرمایه گذار این فرصت را میدهد که انتخاب مجزایی از سهام را در سبد سرمایه گذاری خود داشته باشد در این مقاله در این مقاله ابتدا ۵۰ شرکت برتر بورس تهران در سال ۱۳۸۹ در نظر گرفته شد و سپس با استفاده از داده های تاریخی شرکتها از سال ۸۴ تا ۸۹ و با بکاربردن تحلیل تکنیکال از جمله کانال شاخص

کالا (CCI) تعداد ۵۰ شرکت به ۲۱ شرکت تقلیل و برای انتخاب پرتفوی انتخاب شد. تحلیل تکنیکال در انتخاب سهام در روز خرید لحاظ شده است و این باعث اجرای سریعتر مدل از حالت کلی میشود و در ثانی اطمینان سرمایه گذار را در روز خرید بیشتر میکند. سپس قضیه ای به نام قضیه کاهش یا قضیه همگرایی مطرح شد با استفاده از این متد امکان بررسی و تجزیه و تحلیل سهام به طور مجزا داده میشود و به سرمایه گذار این فرصت را میدهد که با توجه به بازده مطلوب تعداد سهامی را که انتخاب میکند مطمئن ترین سهامی است که از نظر ریسک کل کمینه ترین ریسک را دارا میباشد. مدل مارکوییتز و مدلی که با توجه به مدل مارکوییتز و متد همگرایی مطرح شد را با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل کردیم و سپس فرضیه پژوهش را با آزمون آماری ویلکاکسون در سطح معنی دار بودن ۹۵ درصد آزمودیم و به این نتیجه رسیدیم که بر خلاف مدل مارکوییتز همیشه متنوع کردن سبد مناسب نیست و بهتر است از یک جایی به بعد پرگونه سازی را متوقف کنیم. و این نتیجه برای یک سرمایه گذار برای بهینه کردن مدیریت پرتفوی حائز اهمیت میباشد زیرا هم از نظر زمانی به نفع وی میباشد و هم کاهش استرس روحی رادر زمان خرید و فروش سهام به همراه دارد بنابر این میتوان گفت دو فیلتر، CCI و متد خاص همگرایی قبل از اجرای مدل ها فواید زیر را در بر خواهد داشت.

(۱) افزایش سرعت در رسیدن به جواب بهینه.

(۲) اطمینان خاطر بیشتر از خرید.

(۳) مدیریت راحت تر و کم هزینه تر پرتفوی در زمان پس از خرید.

### فهرست منابع

- \* اخباری، محمد (۱۳۸۷)، کاربرد الگوریتم ژنتیک در ترکیب پیش بینی تورم، اداره سیاست ها و بررسی های اقتصادی، بانک مرکزی، مجموعه پژوهش های اقتصادی، شماره ۳۲
- \* الکساندر، م، فرانکین، آ (۱۳۷۷)، "مقدمه ای بر نظریه آمار"، مشهد دانشگاه فردوسی مشهد
- \* پارکر جونز، ج، (۱۳۸۰)، "مدیریت سبد سهام (مدیریت سبد سرمایه گذاری)"، ترجمه ی محمد شاه علیزاده، چاپ اول، انتشارات جامعه ی دانشگاهی، تهران.
- \* تقوی فرد - محمد تقی، منصوره طاهها و خوش طینت، محسن، (۱۳۸۶) ارائه یک الگوریتم فرا ابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیتهای عدد صحیح، فصلنامه پژوهش های اقتصادی، شماره چهارم سال هفتم
- \* تلنگی ا، (۱۳۷۷)، پایان نامه کارشناسی ارشد، "طراحی مدل ریاضی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه با استفاده از منطق بر نامی ریزی فازی"، دانشکده ی مدیریت، دانشگاه تهران

- \* راعی ر.، (۱۳۷۷)، رساله ی دکتری، "طراحی مدل سرمایه گذاری مناسب در سبد سهام با استفاده از هوش مصنوعی شبکه های عصبی"، دانشکده ی مدیریت، دانشگاه تهران
- \* رحمتی م.، (۱۳۷۸)، پایان نامه ی کارشناسی ارشد، "انتخاب سبد سهام بهینه مبتنی بر Value-at-Risk به عنوان معیار ریسک و با استفاده از الگوریتمهای فراابتکاری"، دانشکده ی مدیریت، دانشگاه تهران..
- \* رهنمای رودپشتی، فریدون، نیکومرام هاشم و شاهوردیانی شادی، (۱۳۸۵)، مدیریت مالی راهبردی (ارزش آفرینی)، انتشارات کساکوش
- \* سجادی سید جعفر (۱۳۸۵)، "بورس" انتشارات دانشگاه علم و صنعت
- \* شاه علیزاده، محمد و معماریانی، عزیزاله، (۱۳۸۲) چارچوب ریاضی گزینش سبد سهام با اهداف چندگانه، بررسی های حسابداری و حسابرسی، مجله دانشکده مدیریت دانشگاه تهران
- \* طالبی، آرش (۱۳۸۹) پایان نامه کارشناسی ارشد "انتخاب و بهینه سازی سبد سهام با استفاده از روشهای فراابتکاری و مقایسهی آن با سبدهای تشکیلی خبرگان و تازهکارها در بازار بورس اوراق بهادار تهران دانشکده مدیریت دانشگاه صنعتی شاهرود
- \* عبدالعلی زاده شهیر، سیمین، (۱۳۸۱) ارائه روش کارا برای حل مسئله مجموعه درایی بهینه . پایان نامه کارشناسی ارشد .دانشگاه صنعتی شریف .
- \* فبوزی، فرانک، فرانکو مودیلیانی و مایکل فری (۱۳۷۶) میانی بازارها و نهادها ی مالی، ترجمه حسین عبده تبریزی، انتشارات آگاه
- \* کارگر مرضیه، (۱۳۹۰) پایان نامه کارشناسی ارشد "توسعه و اصلاح مدل مارکوویتز برای تشکیل پرتفوی بهینه بورس با توجه به معیار نقد شوندگی و حل آن با الگوریتم ژنتیک، دانشکده مدیریت دانشگاه آزاد تهران مرکز
- \* محمدی استخری نازنین، (۱۳۸۵)، پایان نامه ی کارشناسی ارشد، "انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت ها ی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه سازی الگوریتم ژنتیک" دانشکده ی مدیریت، دانشگاه تهران.
- \* هیبتی فرشاد، هاشم نیکو مرام و فریدون رهنمای رودپشتی (۱۳۸۷) بازار ها و نهاد های مالی، انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات
- \* Bertsimas Dimitris, Christopher Darnell and Robert Soucy, (1999) "Portfolio construction Through Mixed-Integer Programming at Grantham, Mayo, Van, Otterloo and Company", ProQuest Science Journals, Interfaces 29 , pp
- \* Grupe, F.H. & Jooste, S. (2004) Genetic Algorithms: A Business Perspective; Information Management & Computer Security, Vol. 12, o. 3, 289-298

- \* Li, Jun, Jiuping Xu (2009) “A novel portfolio selection model in a hybrid uncertain environment”, *omega the International Journal of Management Science*, vol. 37, pp. 439-449
- \* LN,L,Cao,L And Zhang,c,(2007), *Genetic A lgorithm for Optimization in Financial Applications*, University Of Sydney ,Australia.
- \* Mitchel, M. (1999) *An Introduction to Genetic Algorithms*.
- \* Pacheco ,M,Vell asco,M, and lopez,c,(2006) *cash flow planning AnD Optimization Through Genetic Algorithm* Pontificia university ,Brazill
- \* Robin, A. (2007). *Ownership level,Ownership Concentration and Liquidity*. *Journal of financial market*,
- \* Shin,k,kim ,k and Han,I,(1998). *financial Data mining Using Genetic Algorithms Tehnique:Application To KOSPI200*, Korea ADVANCED institute of Science And TEACHNOLOGY
- \* Sharpe, William F., (1978), “Investments”, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, U.S.A۲۲
- \* Xia, Yusen.; Liu, Baoding., Wang, Shouyang. & Lai, K.K. (1999). *A Model for Portfolio Selection with Order of Expected Returns*, *Computers & Operations Research*, [www.armaninvestment.com](http://www.armaninvestment.com)

یادداشت‌ها

- <sup>1</sup> chromosome
- <sup>2</sup> population
- <sup>3</sup> Gene
- <sup>4</sup> Initial Population.
- <sup>5</sup> Gene
- <sup>6</sup> Fitness Function.
- <sup>7</sup> Selection
- <sup>8</sup> Genetic Operator.
- <sup>9</sup> Crossover Operator.
- <sup>10</sup> Offspring
- <sup>11</sup> Mutation Operator.
- <sup>12</sup> Liquidity
- <sup>13</sup> Turnover
- <sup>14</sup> Frictional costs
- <sup>15</sup> Optimism-Pessimism
- <sup>16</sup> Back Test System
- <sup>17</sup> Fuzzy approach
- <sup>18</sup> Fuzzy approach
- <sup>19</sup> Genetic Algorithm