



ارائه مدل برنامه ریزی خطی بر مبنای تئوری تصمیم گیری فازی برای انتخاب پرتفوی

زهرا امیرحسینی^۱
معصومه قبادی^۲

تاریخ پذیرش: ۹۲/۰/۰۰

تاریخ دریافت: ۹۲/۰/۰۰

چکیده

مدل میانگین - واریانس مارکویتز در انتخاب پرتفوی از دهه ۱۹۵۰ یکی از شناخته‌ترین مدل‌ها در مسائل مالی می‌باشد که تاکنون شاهد تحولات چشمگیری بوده است. نظریه پردازان مالی تلاش بسیاری در کاربردی‌تر کردن مدل‌های انتخاب پرتفوی داشته‌اند که باعث گردیده آنها را به سوی مدل‌های نوینی سوق دهد. در مقاله حاضر انتخاب پرتفوی به ترتیب در دو حالت مبهم^۲ و غیرمبهم^۴ مورد مطالعه قرار گرفته، مدل و الگوریتم‌های مرتبط با آنها ارائه می‌گردد و روش موثری برای تبدیل یک مسئله بهینه باتابع هدف غیرخطی یا محدودیت غیرخطی به یک مسئله خطی ارائه شده است که دشواری محاسبات را به مقدار زیادی کاهش می‌دهد. در هر دو مدل، ریسک به جای کوواریانس، به صورت مجموع قدرمطلق انحراف دارایی‌های ریسک‌دار و بازده به صورت بازده مورد انتظار منهای هزینه معاملاتی در نظر گرفته می‌شوند بگونه‌ای که هزینه معامله به عنوان تابع v شکل ناشی از تفاضل بین پرتفوی فعلی و پرتفوی جدید است. همچنین اثر ذهنی سرمایه‌گذار در مدل تصمیم‌گیری فازی منعکس می‌گردد. به منظور مقایسه دو مدل، ۱۳ شرکت از ۵۰ شرکت برتر پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران که بین سالهای ۱۳۸۲ تا ۱۳۹۱ فعالیت داشته‌اند به عنوان نمونه آماری این پژوهش انتخاب گردیده است. برای دستیابی به پرتفوی‌های مدل از نرم افزار DEA SOLVER استفاده شد. پس از مشخص شدن پرتفوی و محاسبه بازدهی و ریسک هر کدام از مدل‌ها، فرضیه پژوهش با استفاده از نرم افزار SPSS مورد آزمون قرار گرفت. نتایج تحقیق حاکی از آن است که بین دو مدل ارائه شده، مدل پیشنهادی انتخاب پرتفوی براساس تئوری تصمیم‌گیری فازی می‌تواند راهبردی مطلوب برای پرتفوی برطبق درجه رضایت سرمایه‌گذار ایجاد نماید.

واژه‌های کلیدی: انتخاب پرتفوی؛ مجموعه‌های فازی؛ هزینه معامله؛ برنامه‌ریزی خطی؛ بهینه‌سازی.

۱- استادیار گروه مدیریت، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی - تهران - ایران z.amirhosseini@shahryariau.ac.ir
۲- دانشجوی D.B.A انجمن مهندسی مالی ایران

۱- مقدمه

تشکیل پرتفوی بهینه از جمله مهمترین و حیاتی ترین تصمیمات افراد حقیقی و حقوقی سرمایه گذار در بورس اوراق بهادار تهران می باشد که در گذشته و حال یکی از مسائل مهم مورد بحث بوده و با پژوهش هایی که در این زمینه صورت گرفته، الگوهایی برای تعیین پرتفوی ارائه شده که به مرور زمان ایرادات هر کدام مشخص و الگوی دیگری جایگزین آن گردیده است. از طرفی نوسان بورس غیرقابل پیش بینی است و ماهیتی تصادفی دارد. دسترسی به پرتفوی مناسب بدون برنامه ریزی و ارزیابی گزینه های سرمایه گذاری، کار دشواری خواهد بود. پرتفوی باید دربرگیرنده آن چیزی باشد که سرمایه گذار به عنوان یک توازن قابل قبول بین ریسک و پاداش می پذیرد. مدل میانگین- واریانس مارکوویتز در انتخاب پرتفوی، یکی از شناخته شده ترین مدل ها در بحث مالی بوده و به اتفاق آراء به عنوان بخش مهمی در ایجاد تئوری مدرن پرتفوی شناخته شده است. این مدل نشان می دهد که سرمایه گذاران ریسک گریز چگونه می توانند دارایی های پرتفوی بهینه را به طریقی سازماندهی کنند که جایگزینی بین بازده های مورد انتظار و ریسک بازار مد نظر قرار گیرد. معهداً، مدل مارکوویتز از نقطه نظر تجربی بسیار ابتدایی است و بسیاری از محدودیت هایی که سرمایه گذاران دنیای واقعی با آن روبرو هستند را نادیده می گیرد از جمله؛ محدودیت های معامله، اندازه پرتفوی، هزینه های معامله و غیره راهبردهای سرمایه گذاری قبل از اینکه در هزینه های معامله و موارد مالیاتی لحاظ شوند، ممکن است از نظر تنوعی بسیار سودمند باشند، اما وقتی آخرین محدودیت ها اعمال گردد، اوضاع می تواند بدتر (مانند یک پرتفوی ناکارآمد) و به طریقی کاملاً متفاوت باشد. هرگونه انتخاب پرتفوی سرمایه گذاری واقع گرایانه ای باید هزینه های معامله را همراه با سایر محدودیت های عملیاتی پوشش دهد. لذا در این مقاله مدلی را ارائه می دهیم که نخست هزینه معامله را برای پرهیز از پرتفوی ناکارآمد، دوم، استفاده از انحراف مطلق به جای واریانس جهت محاسبه ریسک و در نهایت تنظیم برنامه ریزی غیرخطی به برنامه ریزی خطی در آن لحاظ شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

موضوع انتخاب پرتفوی به طور مستمر مورد توجه پژوهشگران می باشد. به علت دشواری در محاسبه کوواریانس، ایده مارکوویتز در روش میانگین- واریانس توسط بسیاری از محققین نظیر شارپ^۱، موسین^۲ و لینتنر^۳ مورد استفاده قرار گرفت. سپس، تئوری مدرن پرتفوی، تئوری قیمت گذاری دارایی سرمایه ای^۴ مطرح گردید، که در آن زمان دارایی بدون ریسک در پرتفوی اضافه شد و پس از آن به تئوری قیمت گذاری آربیتراژ که محاسبات آن بسیار کاهش یافته بود، مرتبط می شد. کونو و یامازاکی، انحراف مطلق میانگین- واریانس را از زاویه دیگر به عنوان تابع ریسک جهت تنزیل مدل و نتیجه موثر حاصله مطرح کردند. پس از آن به دلیل ساده بودن مدلهای مطرح شده و عدم لحاظ نمودن محدودیتهای دنیای واقعی علی الخصوص هزینه معاملاتی، الگوهای جدیدی مورد بررسی قرار گرفت. یکی از عناوین برجسته تحقیقاتی در این زمینه، استفاده از تئوری مجموعه فازی است. تئوری مجموعه فازی عبارت است از ابزاری توانمند که

برای تشریح یک محیط متغیر با ابهام، گنگی یا سایر انواع عدم اطمینان بکار می‌رود که در بسیاری از زوایای بازارهای مالی ظهور می‌یابد. تاناکا و همکاران (۲۰۰۰)، در مقاله‌ای با عنوان انتخاب پرتفوی بر اساس احتمالات فازی و توزیعات احتمالی، به جای توزیعات احتمال متعارف در مدل مارکویتز، به ترتیب دو نوع از مدل‌های انتخاب پرتفوی بر اساس احتمالات فازی و توزیعات احتمال را بررسی کردند. آنها دریافتند که احتمالات فازی و توزیعات احتمال بر اساس درجات احتمال داده‌های اوراق ارائه شده توسط متخصصین بدست می‌آید و منعکس‌کننده دانش متخصصین سرمایه‌گذاری خواهد بود. تاناکا و همکاران (۱۹۸۹)، در پژوهشی با عنوان تحلیل رگرسیون خطی مبنی بر علم احتمالات برای داده‌های فازی، بیان می‌دارد که داده‌های فازی ارائه شده توسط دانش متخصص را میتوان به عنوان یک توزیع احتمال در نظر گرفت که سامانه‌های خطی مبتنی بر علم احتمالات از طریق آن تعریف می‌شوند. در این پژوهش، سه مدل تحلیل رگرسیون خطی مبتنی بر علم احتمالات برای بررسی داده‌های فازی ارائه می‌شود که می‌تواند به مسائل برنامه‌ریزی خطی تنزل یابد، مزیت این مدل‌ها، توانایی در بدست آوردن آسان پارامترهای فازی در مدل‌های خطی مبتنی بر احتمالات و اضافه کردن شرایط، محدودیت دیگری است که ممکن است ناشی از دانش متخصص درباره پارامترهای فازی باشد. این روش را می‌توان به عنوان تحلیل فاصله فازی در یک محیط فازی به شمار آورد. تاناکا و همکاران (۱۹۹۵)، در مقاله دیگری تحت عنوان تحلیل رگرسیون احتمال‌نمایی، به دنبال کاربرد تئوری احتمال مبتنی بر توزیعات نامایی در تحلیل رگرسیون بوده‌اند که برای پدیده‌های ناهنجار ناشی از سامانه‌های اجتماعی و اقتصادی مناسب است. نتیجه نشان داده است که پراکندگی داده‌های معین می‌تواند از طریق روش پیشنهادی مستقیماً به توزیع احتمال نامایی ضرایب در مدل رگرسیون منتقل گردد. میوشیموتو ای (۱۹۹۶)، در مقاله‌ای با عنوان روش میانگین-واریانس برای بهینه‌سازی پرتفوی تحت هزینه‌های معامله، بیان می‌دارد که هزینه‌های معاملات، منشاء نگرانی‌های مدیران پرتفوی می‌باشند. به علت غیرخطی بودن تابع هزینه، تکنیک راه حل برنامه‌ریزی درجه دوم عادی را نمی‌توان بکار برد. در این مقاله سامانه بهینه‌سازی پرتفوی به نام سامانه پرتفوی به همراه هزینه‌های معامله پیشنهاد می‌شود. تحلیل تجربی نشان می‌دهد که نادیده گرفتن هزینه‌های معاملاتی منجر به پرتفوی‌های ناکارآمد می‌گردد. هم‌چنین نشان داده می‌شود که از نظر آماری، هیچ تفاوت معناداری در عملکرد پرتفوی با روش‌های گوناگون در راستای تخمین بازده مورد انتظار اوراق در زمان منظور کردن هزینه‌های معامله در بازده پرتفوی، وجود ندارد. چانگ و همکاران (۲۰۰۸)، در تحقیقی به اندازه‌گیری کارایی بانکها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند. در این پژوهش محققان کارایی عملیاتی و نقاط معامله‌ای پرتفوی بهینه برای بانکها و توازن ریسک و بازده را مطالعه کردند. آنها مدل تحلیل پوششی داده‌ها را برای اندازه‌گیری کارایی عملیاتی به کار بردند. لی جی^۵ و ژو جی^۶ (۲۰۰۷) یک الگوی جدید انتخاب پرتفوی در یک محیط عدم اطمینان را ارائه کردند. در این مقاله، فرض بر این است که بازده‌های هر یک از اوراق عبارت است از متغیرهای تصادفی فازی، با پیروی از الگوی میانگین واریانس، یک الگوی جدید انتخاب پرتفوی در یک محیط عدم اطمینان پیشنهاد می‌شود. بر اساس نتایج بدست آمده، می‌توان نتیجه گرفت که الگوی

پیشنهادی می تواند نتایج منعطف تری را ارائه دهد. ورچر ای^۷ و همکاران (۲۰۰۷) در مقاله ای با عنوان بهینه سازی پرتفوی فازی تحت معیارهای ریسک رو به پایین، به ارائه دو الگوی انتخاب پرتفوی فازی می پردازد که در آن هدف عبارت است از به حداقل رساندن ریسک رو به پایینی که تحت اضطرار یک بازده مورد انتظار معلوم قرار دارد. در نهایت، مسئله انتخاب پرتفوی را مانند یک برنامه خطی در زمانی که بازده های دارایی ها، دوزنقه ای شکل هستند، فرمولبندی می کنیم. بیلپائو تی ای^۸ و همکاران (۲۰۰۶)؛ در مقاله ای با عنوان برنامه ریزی تعدیلی فازی در انتخاب پرتفوی، به حل یک مسئله انتخاب پرتفوی با استفاده از الگوی تک شاخص شارپ می پردازد. خصوصیت اصلی این الگو، حساسیت آن نسبت به دیدگاه تحلیلیگر و نیز اولویت های تصمیم گیرنده است. پارام ای^۹ و همکاران؛ (۲۰۰۱) در مقاله ای با عنوان یک روش برنامه ریزی هدف فازی برای انتخاب پرتفوی، بیان می دارد که انتخاب پرتفوی عبارت است از یک مسئله معمولی چندمنظوره. تلاش این مقاله بر بررسی پرتفوی بهینه برای یک سرمایه گذاری خصوصی استوار بود که سه معیار بازده، ریسک و نقدینگی را مد نظر قرار می دهد.

نجفی و منصور (۱۳۹۲)، در تحقیقی با عنوان مسئله انتخاب سبد سهام با رویکرد بنیادین و حذف همبستگی بین شاخصهای ارزیابی به ارائه رویکردی مناسب در مواجهه با مسئله انتخاب پرتفوی پرداختند. در این پژوهش از داده های ۲۰۲ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۸۸-۱۳۸۹ استفاده گردیده و با استفاده از مقایسات زوجی شرکتهای مغلوب حذف و همبستگی بین نسبتهای مالی به عنوان شاخصهای ارزیابی مورد بررسی قرار گرفت و در نهایت با استفاده از رویکرد تحلیلی پوششی داده ها سبد سهام معرفی گردید. فضل زاده و همکاران (۱۳۹۱) در پژوهشی با عنوان بررسی توانایی مدل های تک شاخص شارپ و تحلیل پوششی داده ها در انتخاب پرتفوی کارا در بورس اوراق بهادار تهران به مقایسه توانایی این دو مدل در ۸۸ شرکت بورسی بین سالهای ۱۳۸۵ تا ۱۳۸۷ پرداختند و مشخص گردید که مدل شارپ توانایی تشکیل پرتفوی را در بورس اوراق بهادار تهران دارد ولی الگوی تحلیل پوششی داده ها این توانایی را ندارد. قلی زاده و وحید پور (۱۳۹۰)، در پژوهشی با عنوان پیش بینی قیمت سهام با روش رگرسیون فازی، به روشی دست یافتند که حاصل ادغام رگرسیون معمولی و رگرسیون فازی به همراه بهینه سازی و نافازی سازی پارامترها با الگوریتم ژنتیک می باشد. در پایان دو روش رگرسیون معمولی شود و رگرسیون فازی نافازی شده با الگوریتم ژنتیک با هم مقایسه گردید و نتایج حاکی از توانایی بیشتر رگرسیون فازی در پیش بینی قیمت سهام می باشد. اصغری آق مشهدی (۱۳۸۸)، در پژوهشی با عنوان بررسی توانایی مدل تحلیلی پوششی داده ها در انتخاب پرتفوی کارا از میان شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران به مقایسه مدل تحلیلی پوششی داده ها و مدل مارکویتز پرداخت. نتایج حاکی از آن است که الگوی جمعی در مدل تحلیل پوششی داده ها توانایی تشکیل پرتفوی کارا را در بورس اوراق بهادار تهران ندارد. خواجوی و همکاران (۱۳۸۴)، در تحقیقی با عنوان کاربرد تحلیلی پوششی داده ها در تعیین پرتفوی از کارآترین شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران به بررسی شرکتهای کارا و ناکارآ در پرداخته و با استفاده از تحلیل پوششی داده ها پرتفویی از کارآترین شرکت های حاضر در بورس تهران ارائه دادند.

عادل آذر و تلنگی (۱۳۷۷)، در پژوهشی با عنوان مدل برنامه‌ریزی آرمانی - فازی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه، به بررسی اجمالی به سیر تکاملی مدل‌های انتخاب پرتفولیوی و مفهوم برنامه‌ریزی آرمانی - فازی پرداخته و از بین مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی مدل تاپو و فینستین برای مدل برنامه‌ریزی آرمانی - فازی انتخاب گردید.

۳- مدل پژوهش

۳-۱- مدل انتخاب پرتفوی در شرایط غیرمبهم

فرض کنید یک سرمایه‌گذار دست به انتخاب x_i می‌زند، سهمی که در دارایی i سرمایه‌گذاری شده است یعنی $1 \leq i \leq n$ برای n دارایی بطوریکه $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ و $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$. بازده R_i برای دارایی i ام، عبارت است از یک متغیر تصادفی با بازده مورد انتظار $r_i = E(R_i)$ که در اینجا، $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)^T, x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, r = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$ می‌باشد. در این مقاله، هزینه معامله c_i برای دارایی i ام، در برگیرنده تابع v شکل می‌باشد که عبارت است از تفاضل پرتفوی جدید و پرتفوی فعلی، به عبارتی

$$c_i = k_i |x_i - x_i^0|, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

که در آن، $x = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ عبارت است از دارایی‌های معلوم و $k_i \geq 0$ عبارت است از هزینه معامله برای واحدی از دارایی i ام. بنابراین، هزینه معاملاتی کل به شرح ذیل می‌باشد:

$$\sum_{i=1}^n c_i = \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \quad (2)$$

در اغلب تحقیقات گذشته بازده کل بصورت مجموع بازده مورد انتظار و ریسک بصورت انحراف معیار از بازده محاسبه می‌گردید. در تحقیق حاضر طبق مدل لیو (۲۰۱۱)، بازده کل عبارت است از بازده مورد انتظار منهای هزینه معاملاتی و ریسک کل، مجموع قدرمطلق انحراف دارایی‌های ریسک دار در نظر گرفته می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

$$R(x) = E \left[\sum_{i=1}^n R_i x_i \right] - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| = \sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \quad (3)$$

$$V(x) = \sum_{i=1}^n E |R_i - E(R_i)| x_i = \sum_{i=1}^n d_i x_i \quad (4)$$

که در آن، $d_i = E |R_i - E(R_i)|$ می‌باشد. بطور کلی، سرمایه‌گذاران در عین حال انتظار افزایش بازده و کاهش ریسک را دارند. این فرمول را می‌توان بصورت ریاضی به شکل مدل برنامه‌ریزی دو منظوره فرمول

بندی کرد، بطوریکه دو تابع هدف یکی ماکزیمم کردن بازده و دیگری مینیمم کردن ریسک به صورت زیر فرمول بندی می نماییم:

$$\begin{aligned} \max R(x) &= \sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \\ \min V(x) &= \sum_{i=1}^n d_i x_i \\ \text{s. t.} &= \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

از طریق روش میانگین موزون برای ساده سازی مسائل چند منظوره، می توانیم برنامه ریزی پارامتریک زیر را بدست آوریم

$$\begin{aligned} \max(1 - \lambda) \left(\sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \right) - \lambda \sum_{i=1}^n d_i x_i \\ \text{s. t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن، $\lambda \in [0,1]$ به عنوان عامل ریسک گریز نامیده می شود. مقدار زیادتر λ عبارت است از آگاهی بیشتر از ریسک گریزی. حال به دنبال ارائه یک راه حل بهینه هستیم، طبق مدل لیو (۲۰۱۱)، $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ عبارت است از یک راه حل بهینه از مدل (۶) اگر و تنها اگر $(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$ را داشته باشیم به نحوی که $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*; y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$ عبارت باشد از یک راه حل بهینه از برنامه ریزی زیر:

$$\begin{aligned} \max(1 - \lambda) \left(\sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i y_i \right) - \lambda \sum_{i=1}^n d_i x_i \\ \text{s. t.} \begin{cases} y_i + x_i - x_i^0 \geq 0 \\ y_i - x_i + x_i^0 \geq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

از مبحث فوق، می توان دریافت که اگر تابع ریسک به درستی ایجاد شده باشد و مدل انتخاب پرتفوی هم ساده سازی شده باشد، انتخاب پرتفوی پیچیده تبدیل به گزینشی ساده خواهد شد.

۲-۳ مدل انتخاب پرتفوی در شرایط مبهم (فازی)

در یک سرمایه‌گذاری، دانش و تجربه متخصصین در تصمیم‌گیری یک سرمایه‌گذار از اهمیت خاصی برخوردار است. به علت پیچیدگی و غیرقابل پیش‌بینی بودن بازارهای مالی، ارائه مقدار دقیق برای ریسک و بازده مورد انتظار کاری دشوار خواهد بود، بنابراین ریسک و بازده را به عنوان دو تابع هدف فازی لحاظ می‌کنیم. از آنجایی که یک سرمایه‌گذار می‌تواند انتظار بازده ای بیش از حد و ریسکی کمتر از حد را داشته باشد، تابع عضویت دو هدف فازی μ_{\min} و μ_{\max} را از طریق زیر می‌توان بدست آورد: (لیو، ۲۰۱۱)

$$\mu_{\max}(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \leq S_0 \\ \frac{\sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| - S_0}{S_1 - S_0}, & S_0 \leq \sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \leq S_1 \\ 1, & \sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| \geq S_1 \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_{\min}(x) = \begin{cases} 0, & \sum_{i=1}^n d_i x_i \geq T_0 \\ \frac{T_0 - \sum_{i=1}^n d_i x_i}{T_0 - T_1}, & T_1 \leq \sum_{i=1}^n d_i x_i \leq T_0 \\ 1, & \sum_{i=1}^n d_i x_i \leq T_1 \end{cases} \quad (9)$$

که در آن، S_0, S_1, T_0, T_1 از سوی سرمایه‌گذار ارائه شده است.

با ارائه متغیر μ از تئوری مجموعه فازی و برنامه‌ریزی فازی، می‌توان به برنامه‌ریزی زیر دست یافت.

$$\begin{aligned} & \max \mu \\ & \text{s. t. } \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i |x_i - x_i^0| - S_0}{S_1 - S_0} \geq \mu \\ \frac{T_0 - \sum_{i=1}^n d_i x_i}{T_0 - T_1} \geq \mu \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

x^* عبارت است از یک راه حل بهینه از (۱۰) اگر و تنها اگر y^* وجود داشته باشد به نحوی که (x^*, y^*)

عبارت باشد از یک راه حل بهینه از برنامه‌ریزی زیر:

$$\max \mu$$



$$\text{s. t. } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{i=1}^n r_i x_i - \sum_{i=1}^n k_i y_i - S_0}{S_1 - S_0} \geq \mu \\ \frac{T_0 - \sum_{i=1}^n d_i x_i}{T_0 - T_1} \geq \mu \\ y_i + x_i - x_i^0 \geq 0 \\ y_i - x_i + x_i^0 \geq 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (11)$$

۳- فرضیه پژوهش

با توجه به اینکه هدف تحقیق حاضر پس از محاسبه ریسک و بازده مورد انتظار با در نظر گرفتن محدودیت هزینه معاملاتی، مقایسه دو مدل، انتخاب پرتفوی غیرمبهم و مبهم است لذا می توان فرضیه تحقیق را به صورت زیر بیان نمود:

بین انتخاب پرتفوی با استفاده از مدل غیر مبهم و انتخاب پرتفوی مدل فازی تفاوت معناداری وجود دارد.

۴- روش شناسی پژوهش

روش تحقیق به کار گرفته شده از بعد هدف، کاربردی و از جنبه نحوه گردآوری داده ها، توصیفی می باشد و از جمله تحقیقات پس رویدادی است. برای گردآوری اطلاعات مبانی نظری از تحقیقات کتابخانه ای و پایگاههای اطلاع رسانی و برای جمع آوری داده های مورد نیاز از سایت بورس اوراق بهادار تهران و نرم افزار ره آورد نوین استفاده گردید. جامعه آماری کلیه شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران که جزء ۵۰ شرکت برتر اعلام شده در بورس بین سالهای ۱۳۸۲-۱۳۹۱ هستند، می باشد. نمونه آماری از میان این شرکتهای استخراج گردید. برای انتخاب نمونه از روش حذف سیستماتیک استفاده شده است بدین ترتیب که از میان تمامی ۵۰ شرکت برتر، شرکتهای انتخاب شدند که تمام شرایط زیر را داشته باشند:

- (۱) شرکتهای مورد نظر در محدوده زمانی تحقیق جز پنجاه شرکت برتر باشند.
- (۲) پایان سال مالی آن ها منتهی به ۲۹ اسفند باشند.
- (۳) در بازه زمانی مذکور تغییر سال مالی نداشته باشند.
- (۴) داده های مورد نظر آن ها در دسترس باشند.

برای دستیابی به پرتفوی مدل از نرم افزار DEA-SOLVER و برای آزمون فرض از نرم افزار SPSS 20 استفاده گردید.

۵- یافته‌های پژوهش

در این بخش، برای تشریح بیشتر مدل انتخاب پرتفوی پیشنهادی (۷) و (۱۰)، از میان ۵۰ شرکت برتر پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران ۱۳ شرکت به عنوان نمونه آماری پژوهش مورد بررسی قرار گرفت. پس از محاسبه متغیرهای ریسک و بازده مورد انتظار با لحاظ نمودن محدودیت تابع شکل هزینه معاملاتی، پرتفوی سرمایه‌گذار با دو مدل ۷ و ۱۰ مورد بررسی قرار گرفت.

بر مبنای آگاهی از ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار، می‌توانیم راهبردهای سرمایه‌گذاری متشابه را با حل مدل (۷) بدست آوریم. با توجه به میزان ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار که عبارت است از $\lambda \in [0,1]$ مقادیر $(0, 0.3, 0.5, 1)$ برای عامل ریسک‌گریزی انتخاب گردید. مقدار زیادتر λ عبارت است از آگاهی بیشتر از ریسک‌گریزی. جدول شماره ۱، جزء بدست آمده از نتایج با استفاده از نرم افزار DEA SOLVER را با بکارگیری راه حل بهینه برنامه‌ریزی مدل ۷ نشان می‌دهد

جدول ۱: نتایج جزء به جزء در مدل ۷

λ	$(x_1, x_2, \dots, x_{13})$	بازده	ریسک
۰,۰	(0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)	۰,۳۵۸	۰,۱۶۵
۰,۳	(0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)	۰,۳۰۱	۰,۱۳۹
۰,۵	(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0)	۰,۱۱۲	۰,۱۰۵
۱,۰	(0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	۰,۰۷۶	۰,۰۴۹

بر مبنای اشتیاق سرمایه‌گذار و مقدار معین از S_0, S_1, T_0, T_1 ، از سوی سرمایه‌گذار که در جدول ۲ ارائه شده است، می‌توانیم راهبردهای متشابه را با حل مدل (۱۰) همانگونه که در جدول ۲ نشان داده شده است، با استفاده از نرم افزار بدست آوریم. با توجه به بازده مورد انتظار و ریسک به عنوان تابع‌های دو منظوره، برای مسئله انتخاب پرتفوی، یک مدل برنامه‌ریزی دو منظوره در مدل ۱۰ پیشنهاد کرده ایم، بگونه‌ای که در این مدل بطور هم‌زمان به دنبال حداکثر سازی بازده و حداقل نمودن ریسک می‌باشیم. معهدا، سطح اشتیاق مبهم سرمایه‌گذاران برای بیشترین بازده و کمترین ریسک به عنوان اعداد فازی در نظر گرفته می‌شوند. بر اساس تئوری تصمیم‌گیری فازی، یک مدل انتخاب پرتفوی بر مبنای شاخص فازی را در مدل ۱۰ ارائه داده ایم. نمونه آماری تحقیق حاضر برای تشریح مدل انتخاب پرتفوی شاخص فازی ارائه شده است و نتایج محاسبه نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی می‌تواند راهبردی مطلوب برای پرتفوی بر طبق درجه رضایت سرمایه‌گذار ایجاد نماید.

جدول ۲: راه حل های جزء به جزء در مدل ۱۰

S_0	S_1	T_0	T_1	$(x_1, x_2, \dots, x_{13})$	μ
۰,۰۷۵۱	۰,۰۹۰۱	۰,۴۲۹	۰,۱۷۲	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	۱
۰,۰۸۴۵	۰,۱۷۱	۰,۳۴۴	۰,۲۴۱	(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)	۰,۹۱۰۲۴

در این پژوهش پس از محاسبه ریسک و بازده برای انتخاب پرتفوی دو مدل غیرمبهم و مبهم (فازی) با در نظر گرفتن محدودیت هزینه معاملاتی ۷ شکل و تبدیل مسئله بهینه تابع غیرخطی به مسئله خطی که راه حلی ساده تر است، با انعکاس اثر ذهنی سرمایه گذاران در مدل فازی به دنبال آزمون فرض زیر می باشیم: **فرضیه پژوهش:** بین انتخاب پرتفوی بهینه مدل غیرمبهم با مدل مبهم تفاوت معناداری وجود دارد. بدلیل تعداد کم نمونه آماری و نرمال نبودن آن، از آزمون ناپارامتری استفاده می نماییم که با توجه به فرضیه مطرح شدن بایستی از آزمون ناپارامتریک U من - ویتنی استفاده شود.

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

جدول ۳: نتایج آزمون U برای دو مدل غیرمبهم و مبهم

متغیر	میانگین رتبه ها	تخمین رتبه ها
پرتفوی منتخب مدل غیرمبهم	۱/۸	۶
پرتفوی منتخب مدل مبهم	۳/۶	۱۴
آماره من ویتنی	۲۲۵۷/۸	
آماره ویل کاکسون	۴۷۳۲۱/۵	
سطح معناداری	۰/۰۰۰	

همانگونه که در جدول ۳ نشان داده شده است، مقدار سطح معنادار (۰/۰۰۰) می باشد که کوچکتر از ۵ درصد است. بنابراین فرض H_0 رد شده و فرض تحقیق پذیرفته می شود. به عبارتی با ۹۵٪ سطح اطمینان می توان بیان نمود که بین انتخاب پرتفوی بهینه مدل غیرمبهم و مدل مبهم تفاوت معناداری وجود دارد. همانگونه که در جدول ۳ نیز دیده می شود میانگین پرتفوی منتخب مدل فازی بیشتر از مدل غیرمبهم است.

۶- نتیجه گیری و بحث

در تحقیق حاضر مدل و الگوریتم های مربوط به انتخاب پرتفوی در دو حالت غیرمبهم و مبهم مورد مطالعه قرار گرفت و روش موثری برای تبدیل یک مسئله بهینه با تابع هدف غیرخطی و محدودیت غیرخطی به یک مسئله خطی تبدیل گردید که در نتیجه یک راه حل ساده تر ارائه نمود. نتیجه نشان می دهد که

بر اساس تئوری تصمیم‌گیری فازی با در نظر گرفتن اثرات ذهنی سرمایه‌گذار مدل ارائه شده می‌تواند راهبردی مطلوب برای پرتفوی بر طبق درجه رضایت سرمایه‌گذار باشد. چراکه تمامی سرمایه‌گذاران به دنبال پرتفوی با بازده بالاتر و ریسک پایینتر می‌باشند و در مدل پیشنهادی نیز که یک مدل دو هدفه بود این خواسته سرمایه‌گذاران مدنظر قرار گرفت. بنابراین پرتفوی منتخب توسط این مدل بهتر از مدل غیرمبهم ترجیحات سرمایه‌گذاران را نشان داد. به عبارتی می‌توان بیان نمود که الگوریتم پژوهش حاضر با توجه به هدف اصلی تمامی سرمایه‌گذاران که همانا حداکثر ساختن بازده و به حداقل رساندن ریسک است و همچنین از آنجا که این مدل هزینه معاملاتی را که بسیاری از تحقیقات قبلی به آن توجهی نداشته مد نظر قرار میدهد، در نتیجه مدل مناسبی برای انتخاب پرتفوی بهینه می‌باشد. نتایج پژوهش حاضر موافق با نتایج تحقیقات تاناکا و همکاران (۲۰۰۰)، (۱۹۹۵)، (۱۹۸۹)، پارام‌ای و همکاران؛ (۲۰۰۱)، لی جی و ژو جی (۲۰۰۷) و خلاف نتیجه بدست آمده از تحقیق میوشیموتو ای (۱۹۹۶) می‌باشد. با توجه به مطالب ذکر شده پیشنهاد می‌گردد که شرکتهای سرمایه‌گذاری و سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار تهران جهت دستیابی به یک پرتفوی بهینه و سهولت در امر محاسبه از مدل فازی استفاده نمایند.

فهرست منابع

- * اصفری آق مشهدی جواد (۱۳۸۸) - "بررسی توانایی مدل تحلیل پوششی داده‌ها در انتخاب پرتفوی کارآ از میان شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران" - پایان نامه کارشناسی ارشد - دانشگاه آزاد اسلامی واحد تبریز
- * خواجهی شکراله، سلیمی فرد علیرضا، ربیعہ مسعود (۱۳۸۴) - "کاربردی تحلیل پوششی داده‌ها در تعیین پرتفوی از کارآترین شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران" - مجله علوم اجتماعی و انسانی دانشگاه شیراز - دوره ۲۲ - شماره ۲ - ویژه نامه حسابداری
- * عادل آذر، احمد تلنگی (۱۳۷۷) - "مدل برنامه‌ریزی آماری - فازی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه" - مطالعات مدیریت بهبود و تحول - شماره ۲۰
- * فضل زاده علیرضا، رنجپور رضا، توحیدی رسول (۱۳۹۱) - بررسی توانایی مدل‌های تک شاخص شارپ و تحلیل پوششی داده‌ها در انتخاب پرتفوی کارآ در بورس اوراق بهادار تهران" - فصلنامه بورس اوراق بهادار - شماره ۱۸ - سال پنجم.
- * قلی زاده محمد حسن، وحید پورقاسم (۱۳۹۰) - "پیش بینی قیمت سهام با روش رگرسیون فازی" - پژوهشنامه علوم اقتصادی - سال ششم - شماره ۱۲۰ - ص ۱۰۷-۱۲۸.
- * نجفی امیرعباس، منصور سید مطلب (۱۳۹۲) - "مسئله انتخاب سید سهام با رویکرد بنیادین و حذف همبستگی بین شاخص های ارزیابی" - نشریه تخصصی مهندسی صنایع - دوره ۴۷ - شماره ۲۰ - ص ۲۲۹-۲۴۰.

- * Arnott, R.D., Wanger, W.H. The measurement and control of trading cost , Financial Analysts Journal, 1990,46(7) : 73-80
- * Bellman, R. and L.A. Zadeh. Decision Making in a Fuzzy Environment, Management Science, 1970,17,141-164
- * Brennan, M.J. The optimal number of securities in a risky asset portfolio when there are fixed costs of transaction : theory and some empirical results, Journal of Financial Quantitative Analysis, 1975 , 10: 483-496
- * Chang , K.H & yang, L& Lie – Huery, W.(2008). “Measuring Banks Efficiency for the Adoption of Risk Management and Return Optimization.
* www.ssm.com/ssm-ia 1253179
- * Deng, X. T.,S. Y. Wang , and Y.S.Xia. Criteria , Models and Strategies in Portfolio Selection, Advanced Modeling and Optimization, 2000,2,79-104
- * Konno, H, Yamazaki, H.Mean – variance deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market, Management Science , 1991, 37 (5): 519 -531
- * Markowitz, H.Portfolio selection: Journal of Finance, 1952, 3(7) : 77-91
- * Markowitz, H.Portfolio selection: Efficient diversification of Investment , New York: Wiley 1959
- * Parra , M.A., A.B. Terol, and M.V.R. Uria. A Fuzzy Goal Programming Approach to Portfolio Selection, European Journal of Operational Research, 2001, 133,287 -297
- * Pegue, G.A. An extension of the Markowitz portfolio selection model to include variable transaction costs, short sales, leverage policies and taxes . Journal of Finance, 1970 , 25: 1005-1028
- * Sharpe, W. capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, Journal of finance, 1964, 19 , 425 -442
- * Yoshimoto, A. The mean – variance apporach to portfolio optimization subject to transaction costs, Journa of the operational research society of Japan, 1996 , 39:99-117