مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره بیست و سوم / تابستان ۱۳۹۴

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از الگوریتم چند هدفه ازدحام ذرات برای مدل احتمالی چند دوره‌ای میانگین-نیم‌واریانس-چولگی

سیامک موشخیان[۱]
امیرعباس نجفی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۳/۸/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹۳/۱۰/۲۴

چکیده

یکی از جذابترین حوزه‌های تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان، بهینه‌سازی مالی است. مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری تک دوره‌ای از مسائل کلاسیک حوزه مالی می‌باشد اما این مدل بر پایه سه فرض محدودکننده بنا شده است. از این رو در این پژوهش، ابتدا مدلی تحت عنوان مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه-گذاری چند دوره‌ای احتمالی میانگین-نیم‌واریانس-چولگی با در نظر گرفتن هزینه معاملات را ارائه می کنیم. حل مسئله سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای به خاطر غیرخطی بودن مسئله، خیلی چالش‌انگیز است بنابراین پس از مدلسازی مسئله با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه و تک هدفه اقدام به حل مدل ارائه شده می‌کنیم. نتایج نشان می دهد که الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه نتایج بهتری نسبت به الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات تک هدفه ایجاد می‌کند.

واژه‌های کلیدی: سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای احتمالی، مدل میانگین-نیم‌واریانس-چولگی، هزینه معاملات، درخت سناریو، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشدمهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی (مسئول مکاتبات) Siamak.mushakhian@gmail.com
۲- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۱- مقدمه

در مسئله‌ی پرتفوی تک دوره‌ای، فرض می‌شود که سرمایه‌گذار تصمیم به تخصیص دارایی‌ها برای یک-بار و برای N دارایی موجود، در ابتدای دوره‌ی موردنظر (مثلا یک فصل یا یک سال) و براساس ریسک و روابط موجود بین بازده، در طی آن افق سرمایه‌گذاری می‌گیرد. تصمیم‌گیری فقط یک‌بار انجام می‌شود و اجازه‌ی بازنگری تا انتهای دوره وجود ندارد و اثر تصمیمات بر دوره‌های بعدی مورد توجه قرار نمی‌گیرد. علاوه بر این، این مدل بر پایه سه فرض محدودکننده بنا شده بود:

- اول، افق سرمایه‌گذاری کوتاه مدت است.
- دوم، هزینه معاملات در بازار در نظر گرفته نشده است.
- سوم، پارامترهای مسئله به صورت قطعی و از قبل معلوم هستند.

در حالی که مسائل چند دوره‌ای حالت کلی‌تری از مسائل تک دوره‌ای هستند به طوری که سرمایه‌گذار به دنبال بهینه کردن تخصیص دارایی در هر دوره‌ی زمانی است به گونه‌ای که امید مطلوبیت ثروت در آخرین دوره‌ی زمانی بیشینه شود. این گونه مسائل کاربردهای زیادی در دنیای واقعیت دارند، از جمله مدیریت دارایی و بدهی، پیگیری شاخص و مدیریت سرمایه‌گذاری.

با توجه به اهمیت این موضوع، مقالات بسیاری به معرفی و بررسی این موضوع پرداخته‌اند، با این وجود به دلیل عدم دسترسی کافی به مراجع فارسی و داده های تجربی، مطالعات عملی کمی که در این زمینه به خصوص در داخل کشور صورت گرفته است بر آن شدیم تا تحقیق زیر را انجام و در اختیار عموم قرار دهیم و همین موضوع، انگیزه اصلی ما برای انجام این تحقیق بوده است.

بر این اساس در بخش ۱ این تحقیق ادبیات مربوط به سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای را مرور می نماییم. بیان مسئله، مدلسازی و روش حل در بخش ۲ تشریح می‌گردد. بخش ۳ به معرفی الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه ازدحام ذرات می‌پردازد. در نهایت بخش پایانی به اجرا مدل، ارائه یاقته‌های تحقیق و بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری یکی از مسائل کلاسیک دنیای مالی است که اولین بار توسط مارکویتز (۱۹۵۹) مطرح گردید و شامل دو جز اصلی و جدایی‌ناپذیر بازده و ریسک است. اما این مدل بر پایه سه فرض محدودکننده بنا شده است.

در دنیای واقعی، سرمایه‌گذار می تواند در هر دوره‌ی زمانی سبد سرمایه‌گذاری خود را مورد بازنگری قرار دهد، به همین دلیل معمولا استراتژی های مدیریت سبد سرمایه‌گذاری به صورت چند دوره‌ای در نظر گرفته می‌شوند. مسائل چند دوره‌ای حالت کلی‌تری از مسائل تک دوره‌ای هستند به طوری که سرمایه‌گذار به دنبال بهینه کردن تخصیص دارایی در هر دوره‌ی زمانی است به گونه‌ای که امید مطلوبیت ثروت در

آخرین دوره‌ی زمانی بیشینه شود. این گونه مسائل کاربردهای زیادی در دنیای واقعیت دارند، از جمله مدیریت دارایی و بدهی، پیگیری شاخص و مدیریت سرمایه‌گذاری.

در تحقیقات اخیر، لی و انگ (۲۰۰۰) جواب بهینه‌ی تحلیلی برای مدل چند دوره‌ای میانگین-واریانس ارائه دادند. وی و یه (۲۰۰۷) مدل چند دوره‌ای میانگین-واریانس را برای یک بازار احتمالی با در نظر گرفتن محدودیت ورشکستگی مورد بررسی قرار دادند. گوپینار و راستم (۲۰۰۷) مدل بهینه‌سازی چند دوره‌ای میانگین-واریانسی را پیشنهاد کردند که از درخت سناریو برای در نظر گرفتن عدم اطمینان و احتمال رخ دادن هر سناریو در دوره‌های آتی استفاده کرده بودند. کلیکیورت و اوزکیک (۲۰۰۷) با بهره‌گیری از زنجیره-ی مارکوف مدل‌های بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دورهایمیانگین-واریانس متعددی را ارائه کردند. کالافیور (۲۰۰۸) با استفاده از سیاست‌های خطی کنترل بهینه سازی را برای سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای ارائه داد. ژانگ و ژانگ (۲۰۰۹) علاوه بر در نظر گرفتن هزینه‌ی معاملات در مدل خود، به ارائه بهینه‌سازی احتمالی چند دوره‌ای جدیدی بر پایه‌ی ارزش در معرض خطر شرطی پرداخت. تاکانو و گوتو (۲۰۱۰) به حل بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای از طریق ارزش در معرض خطر شرطی تحت هزینه معاملات غیرخطی پرداختند. پیندوریا و همکارانش (۲۰۱۰) از سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با سنجه‌های ریسک واریانس و چولگی برای بهینه‌سازی در بازار الکتریسیته استفاده کردند. سجادی و همکارانش (۲۰۱۱) سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای فازی با در نظر گرفتن نرخ قرض‌دهی و قرض‌گیری متفاوت ارائه کردند. سان و همکارانش (۲۰۱۱) مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای را با الگوریتم جدیدی به نام بهینه‌سازی رانش ازدحام ذرات (DPSO) حل کردند و نشان دادند که عملکرد بهتری نسبت به بقیه الگوریتم‌هایی که مورد بررسی دارد.

مطالعات نشان داده است که مدل‌های برنامه‌ریزی احتمالی ابزار انعطاف‌پذیرتری برای توصیف مسائل بهینه‌سازی مالی تحت عدم اطمینان هستند. فرموله‌بندی‌های متفاوتی برای مسائل مالی چند مرحله‌ای پیشنهاد شده است برای مثال، کالبرگ و همکارانش (۱۹۸۲)، مول‌وی و ولادیمیرو (۱۹۹۱)، کال و والاس (۱۹۹۴). مول‌وی و ولادیمیرو (۱۹۹۲) از مدل شبکه‌ی احتمالی چند دوره‌ای برای تخصیص دارایی استفاده کردند. کارینو و همکارانش (۱۹۹۴) با استفاده از برنامه‌ریزی احتمالی چند دوره‌ای، مسئله مدیریت دارایی-بدهی را فرموله‌بندی کردند. هیبیکی (۲۰۰۶) مدل برنامه‌ریزی احتمالی چند دوره‌ای مرکب از شبیه‌سازی و درخت تصمیم برای تخصیص دارایی استفاده کرد. شن و ژانگ (۲۰۰۸) چارچوبی را برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری پایدار براساس درخت سناریو چند دوره‌ای ارائه کرد. کارینو و همکارانش (۱۹۹۴)، مول‌وی و زیمبا (۱۹۹۵)، برگر و مول‌وی (۱۹۹۶) و دمپستر (۱۹۹۸) نشان دادند که مدل‌های چند دوره‌ای عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های تک دوره‌ای دارند.

سرمایه‌گذار با بازنگری سبد سرمایه‌گذاری خود متحمل هزینه‌ی معاملات خواهد شد. برای نزدیک شدن مسئله به دنیای واقعیت، هزینه معاملات – که یکی از نگرانی‌های اصلی مدیران سبدهای سرمایه‌گذاری است

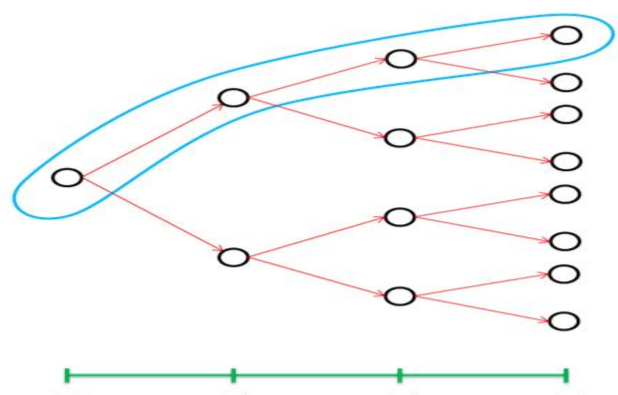
– باید در فرضیات مسئله نظر گرفته شوند. آرنات و ویگنر (۱۹۹۰) بیان کردند که در نظر نگرفتن هزینه‌ی معاملات منجر به ارائه جوابی بدتر می‌شود.

۳- مدل پژوهش و متغیرهای آن

۳-۱- بیان مسئله

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای را می‌توان این گونه تعریف کرد: سرمایه‌گذار به دنبال بیشینه کردن مطلوبیت ثروت در یک افق زماتی می‌باشد، تاریخ افق زمانی با توجه به محدودیت‌های بحرانی سرمایه‌گذار، مثل تاریخ بازپرداخت یک بدهی زیاد، تعیین می‌شود. سرمایه‌گذار به دنبال تخصیص بهینه‌ای از میان N دارایی ریسکی، یک دارایی بدون ریسک در افق برنامه‌ریزی می‌باشد. افق برنامه‌ریزی شامل T مرحله که تصمیمات در آن زمان‌ها اتخاذ می‌گردد $(t = 0, 1, \ldots, T\text{-}1)$ و T دوره‌ی زمانی می‌باشد. این بازه‌های زمانی می‌تواند از دقیقه تا سال‌ها تغییر کند و تصمیمات در ابتدای هر مرحله اتخاذ می‌گردد. درآمدهای ناشی از فروش به پول نقد (دارایی صفر) اضافه و هزینه‌های ناشی از خرید، از پول نقد کم می‌شود. در لحظه‌ی زمانی t+1، براساس بازده‌ی حاصله از بازه‌ی زمانی $(t, t + 1]$ دارایی‌های سرمایه‌گذار به روز می‌شود. برای سادگی فرض می‌کنیم که بازده‌های دارایی بدون ریسک برای قرض‌دهی (r_l) ثابت است.

عدم اطمینان از طریق سناریوها مدل‌سازی می‌شود و هر سناریو احتمال رخ دادن همه‌ی پارامترهای نامعین در مدل را توصیف می‌کند. هر سناریو احتمالی برابر p_s دارد به طوری که $p_s > 0$ و $\sum_{s=1}^{S} p_s = 1$ است. برای سادگی فرض کرده‌ایم که تمامی سناریوها با احتمال یکسانی اتفاق می‌افتند بنابراین داریم: $p_s = \frac{1}{S}$. از آنجایی که در یک مدل پویا، اطلاعات در مورد مقدار واقعی پارامترهای نامعین در مرحله‌ها معلوم می‌شود، درخت سناریو یکی از روش‌های مناسب برای نمایش عدم اطمینان است.



شکل(۱): درخت سناریو با ۳ مرحله و ۸ سناریو

۳-۲- تعریف و ارزیابی سنجه‌های ریسک

استفاده از یک سنجه‌ی ریسک شاید بهترین روش برای مسائل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری نباشد و این که کدام سنجه‌ی ریسک برای تمامی مسائل بهترین است هنوز حل نشده باقی مانده است استون (۱۹۷۳). مطالعات بسیاری وجود دارد که بیان می‌کند استفاده از بیش از یک سنجه‌ی ریسک به صورت همزمان برای مسائل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری دید بهتری به ما می‌دهد. کونو و همکارانش (۱۹۹۳) مدل سبد سرمایه-گذاری را با استفاده از میانگین، واریانس و کشیدگی ایجاد کردند. رومن و همکارانش (۲۰۰۷) مدل سبد سرمایه‌گذاری را معرفی کردند و از واریانس و ارزش در معرض خطر شرطی به عنوان دو سنجه‌ی ریسک استفاده کردند. پیندوریا و همکارانش (۲۰۱۰) مدل چند هدفه‌ی میانگین-واریانس-کشیدگی را برای تخصیص سبد سرمایه‌گذاری ارائه کردند و نشان دادند وقتی که تابع توزیع دارایی‌ها غیرنرمال است، مدلشان می‌تواند به طور قابل توجهی سبدهای سرمایه‌گذاری بهتری را ایجاد کند.

تقریبا بیشتر محققان از واریانس به عنوان سنجه‌ی ریسک استفاده کردند. مطالعات نشان داده است که سرمایه‌گذاران ریسک را به عنوان احتمالی که بازده بدست آمده بیشتر از بازده مورد انتظار نباشد، تعریف می‌کنند (مارکویتز (۱۹۵۹) و ماو (۱۹۷۰)). از همین رو سنجه‌های ریسک پایین باید جایگزین واریانس شوند. مارکویتز (۱۹۵۹) نیم‌واریانس را به عنوان یک سنجه‌ی ریسک پایین پیشنهاد کرد. نیم‌واریانس به دنبال کمینه کردن پراکندگی بازده سبد سرمایه‌گذاری از بازده‌ی مورد انتظار است اگر بازده سبد سرمایه-گذاری کمتر از از بازده‌ی مورد انتظار باشد. یان و همکارانش (۲۰۰۷) و یان و لی (۲۰۰۹) نیم‌واریانس را جایگزین واریانس کردند و مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای میانگین-نیم‌واریانس را پیشنهاد کردند. ژانگ و همکارانش (۲۰۱۲) مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای میانگین-نیم‌واریانس را در محیط فازی ارائه کرد.

مطالعات بسیاری وجود دارد که به بیان ارزش گشتاورهای بالاتر ارشاره دارد مگر این که دلایلی مبنی بر متقارن بودن توزیع حول میانگین وجود داشته باش (ساموپلسون (۱۹۷۰)، سینگلتون و وینگندر(۱۹۸۶)، چونهاچیندا و همکارانش (۱۹۹۷)، کونو و سوزوکی (۱۹۹۵)، لای (۱۹۹۱)، لیو و همکارانش (۲۰۰۳)). پیندوریا و همکارانش (۲۰۱۰) از سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با سنجه‌های ریسک واریانس و چولگی برای بهینه‌سازی در بازار الکتریسیته استفاده کردند.

بنابراین مدلی که ما برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای انتخاب کردیم مبنی بر سه پارامتر است: ارزش مورد انتظار ثروت نهایی، نیم‌واریانس و چولگی به طوری که ارزش مورد انتظار و چولگی بیشینه می‌شوند و نیم‌واریانس کمینه می‌شود. بنابراین مدل چند هدفه‌ای که ما باید حل کنیم عبارت است از:

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} \quad [E(x), -\text{semivariance}(x), \text{Skewness}] \\ &\text{subject to} \quad x \in A \end{aligned} \qquad (۱)$$

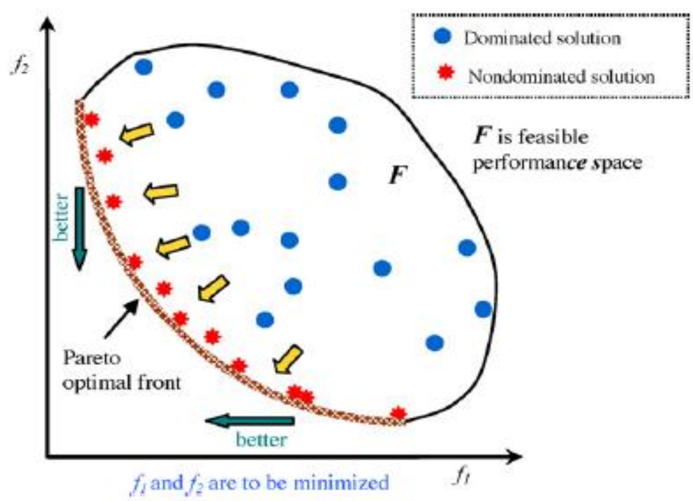
۳-۳- روش بهینه‌سازی

در این پژوهش، از دو روش وزن‌دهی و مفهوم پارتو برای حل این مسئله استفاده می‌کنیم. برای استفاده از روش وزن‌دهی ابتدا باید مسئله را تک هدفه سپس اقدام به حل مدل کنیم. بنابراین مدلی که باید حل شود به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} \quad \lambda_1 \times \text{Mean} - \lambda_2 \times \text{Semivariance} + (1-\lambda_1-\lambda_2) \times \text{Skewness} \\ &\text{Subject to} \quad x \in A \end{aligned} \qquad (۲)$$

در روش پارتو به جای استفاده از مقادیر مطلق برای هر هدف از مفهوم غلبه برای به دست آوردن جواب بهینه استفاده می‌کنیم. جوابی غالب نامیده می‌شود که یکی از توابع هدف آن بهتر از دیگری باشد و دیگر توابع هدف آن بدتر از بقیه نباشد. شکل (۲) تصویری از مرز پارتو، فضای جواب، جواب‌های غالب و مغلوب نشان می دهد. بنابراین مدلی که باید حل شود به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} &\text{Maximize} \quad \text{Mean} \\ &\text{Minimize} \quad \text{Semivariance} \\ &\text{Maximize} \quad \text{Skewness} \\ &\text{Subject to} \quad x \in A \end{aligned} \qquad (۳)$$



شکل(۲): نمایش جواب‌های غالب و مغلوب و مرز پارتو

۳-۴- پارامترها

π_s	احتمال رخ دادن هر سناریو s، و بنابراین داریم $\sum_{s=1}^{S} \pi_s = 1$
$r_{n,t}^{s}$	بازده (درصد) دارایی n، در دوره‌ی زمانی t و تحت سناریو s
C_{buy}	هزینه‌ی معاملات ناشی از خرید دارایی‌ها در ابتدای دوره برای بازنگری پرتفو
C_{sell}	هزینه‌ی معاملات ناشی از فروش دارایی‌ها در ابتدای دوره برای بازنگری پرتفو
r_l	نرخ قرض‌دهی
W_0	ثروت اولیه‌ی سرمایه‌گذار در ابتدای اولین دوره‌ی سرمایه گذاری

۳-۵- متغیرهای تصمیم

$x_{n,t}^{s}$	مقدار پولی دارایی n، تحت سناریو s و در ابتدای دوره‌ی زمانی t قبل از بازنگری
$y_{n,t}^{s}$	مقدار پولی دارایی n، تحت سناریو s و در ابتدای دوره‌ی زمانی t بعد از بازنگری
$v_{n,t}^{s}$	مقدار خرید از دارایی n، تحت سناریو s و در ابتدای دوره‌ی زمانی t
$u_{n,t}^{s}$	مقدار فروش از دارایی n، تحت سناریو s و در ابتدای دوره‌ی زمانی t
W_{t}^{s}	ثروت سرمایه‌گذار در ابتدای دوره‌ی زمانی t و تحت سناریو s

۳-۶- تعریف مدل ریاضی

براساس تعاریف، محدودیت‌های مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای به شکل زیر و تابع هدف به مانند آنچه که در بخش روش بهینه‌سازی بیان شده است، می‌باشد:

$$y_{n,t}^{s} = x_{n,t}^{s} - u_{n,t}^{s} + v_{n,t}^{s} \qquad \forall s \in S, \quad \forall n \in N, \quad \forall t \in T \tag{۴}$$

$$\sum_{n=1}^{N}\left[\left(1 + C_{buy}\right) \times v_{n,0}^{s}\right] + y_{0,0}^{s} = W_0 \qquad \forall s \in S \tag{۵}$$

$$x_{n,t}^{s} = \left(1 + r_{n,t-1}^{s}\right) \times y_{n,t}^{s} \qquad \forall s \in S, \quad n \neq 0, \quad t = 1, 2, 3, \dots, T \tag{۶}$$

$$x_{0,1}^{s} = (1 + r_l) \times x_{0,0}^{s} \qquad \forall s \in S \tag{۷}$$

$$x_{0,t}^{s} = (1 + r_l)\left[x_{0,t-1}^{s} + \sum_{n=1}^{N}(1 - C_{sell})u_{n,t-1}^{s} - \sum_{n=1}^{N}(1 + C_{buy})v_{n,t-1}^{s}\right] \tag{۸}$$

$$\forall s \in S, \quad t = 2, 3, \dots, T - 1$$

$$x_{0,T}^{s} = (1 + r_l) \times x_{0,T-1}^{s} \qquad \forall s \in S \tag{۹}$$

$$\sum_{n=0}^{N} x_{n,t}^{s} = W_t^{s} \qquad \forall s \in S, \quad t = 1, 2, \dots, T - 1 \tag{۱۰}$$

$$\sum_{n=1}^{N}\left[(1 - C_{sell}) \times x_{n,T}^{s}\right] + x_{0,T}^{s} = W_T^{s} \qquad \forall s \in S \tag{۱۱}$$

$$y_{n,t}^{s} = y_{n,t}^{s'} \tag{۱۲}$$

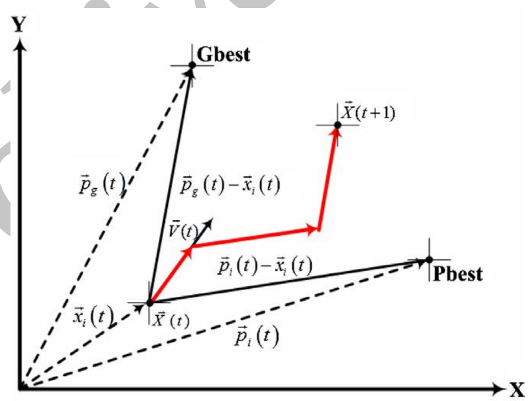
برای تمامی سناریوهای s و s' با گذشته‌ی یکسان تا زمان t.

محدودیت (۴) بیان‌کننده‌ی مقدار پول سرمایه‌گذاری شده در دارایی n، تحت سناریو s و در ابتدای دوره‌ی زمانی t بعد از بازنگری سبد سرمایه‌گذاری است. محدودیت (۵) محدودیت بودجه در زمان صفر است و بیان می‌کند که مجموع سرمایه‌گذاری‌های اولیه باید برابر ثروت اولیه باشد. محدودیت‌های (۶) تا (۹) جریان نقدی را در زمان t نشان می‌دهد. ثروت انباشته شده در انتهای t امین دوره‌ی زمانی تحت سناریو s و قبل از بازنگری سبد سرمایه‌گذاری در محدودیت (۱۰) بیان شده است. پول نقد در دسترس در انتهای افق سرمایه‌گذاری در محدودیت (۱۱) آورده شده است. محدودیت (۱۲) نشان می‌دهد که سناریوها با گذشته‌ی یکسان، مقادیر تصمیم یکسانی تا آن لحظه‌ی زمانی دارند.

۴- الگوریتم و داده‌های مورد استفاده

۴-۱- الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

یکی از جدیدترین تکنیک‌های بهینه‌سازی تکاملی بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) است که اولین بار در سال ۱۹۹۵ به عنوان یک روش بهینه‌سازی به کار گرفته شد کندی و ابرهارت (۱۹۹۵). ایده‌ی اصلی PSO برگرفته از رفتار اجتماعی دسته‌ای از پرندگان است. از آنجایی که استفاده از این الگوریتم تنها نیازمند یک سری عملگرهای محاسباتی ابتدایی است، اجرای این الگوریتم ساده و از نظر هزینه‌های اقتصادی مقرون به صرفه است. علاوه بر این در بعضی موارد می‌تواند بر مشکلاتی که هنگام استفاده از الگوریتم ژنتیک ممکن است با آن مواجه شویم، غلبه کند انجلین (۱۹۹۸) و ابرهارت و شی (۱۹۹۸).



شکل(۳): نحوه ی عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

۴-۲- الگوریتم چند هدفه ازدحام ذرات

الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO) توسط کوئلو در سال ۲۰۰۴ معرفی گردید (کوئلو و همکاران، ۲۰۰۴) و در واقع این الگوریتم تعمیمی است از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)

که برای حل مسائل چندهدفه بکار می‌رود. در الگوریتم MOPSO یک مفهومی به نام آرشیو یا مخزن[1] نسبت به الگوریتم PSO اضافه شده است. که به تالار مشاهیر[2] نیز معروف است. انتخاب بهترین جواب کلی و بهترین خاطره شخصی برای هر ذره گام مهمی و اساسی در الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات است.

هنگامی که ذرات می‌خواهند حرکتی انجام دهند یک عضو از مخزن را به عنوان لیدر یا رهبر انتخاب می‌کنند. این لیدر حتما باید عضو مخزن و همچنین نامغلوب باشد. اعضای مخزن بیانگر جبهه پارتو و شامل ذرات نامغلوب هستند. پس بجای Gbest یکی از اعضای مخزن انتخاب می‌شود. به این دلیل در PSO مخزن وجود ندارد زیرا در آن تنها یک هدف وجود دارد و یک ذره است که بهترین است. اما در MOPSO چند ذره وجود دارد که نامغلوب هستند و در مجموعه جواب جای دارند.

برای مقایسه بهترین بردار خاطره شخصی به شکل زیر عمل می‌کنیم:

۱) اگر موقعیت جدید بهترین خاطره را مغلوب کند، آنگاه موقعیت جدید جای بهترین خاطره را می گیرد. به بیان ریاضی:

$$Pbest_i^{n+1} = X_i^{n+1}$$

۲) اگر موقعیت جدید توسط بهترین خاطره مغلوب شد، کاری انجام نمی‌گیرد. به بیان ریاضی:

$$Pbest_i^{n} = Pbest_i^{n+1}$$

۳) اگر هیچ کدام یکدیگر را مغلوب نکنند، به تصادف یکی را به عنوان لبردار بهترین موقعیت در نظر گرفته می‌شود.

ترتیب اجرای این الگوریتم به شرح زیر می باشد:

۱) تعیین پارامترهای مورد نیاز برای اجرای الگوریتم چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO): حداکثر تکرار برای اجرای الگوریتم، اندازه جمعیت، مقادیر C0 , C1 , C2 و میزان اعضای مخزن.
۲) جمعیت اولیه ایجاد می‌شود.
۳) بهترین خاطره شخصی هر ذره تعیین می‌شود.
۴) اعضای نامغلوب جمعیت جداسازی و در مخزن ذخیره می‌شوند.
۵) هر ذره از میان اعضای مخزن یک لیدر (رهبر) انتخاب می‌کند و حرکت خود را انجام می‌دهد. (یعنی سرعت و موقعیت آن به روز می‌شود)
۶) بهترین خاطره شخصی هر کدام از ذرات به روز می‌شوند.
۷) اعضای نامغلوب جدید به مخزن افزوده می‌شوند.
۸) اعضای مغلوب مخزن حذف می‌شوند.

در صورتی که شرایط خاتمه محقق نشده است از شماره ۵ به بعد الگوریتم تکرار می‌شود.

۴-۴- داده‌های مورد استفاده

داده‌های به کار رفته در این مسئله از بورس تهران استخراج گردیده است. میانگین و واریانس بازده‌های ماهیانه‌ی برای ۴ سهام زیر از دی ماه ۱۳۸۷ تا مرداد ۱۳۹۲ در جدول ۴ جمع‌آوری و برای تولید سناریو در مدل استفاده شده است.

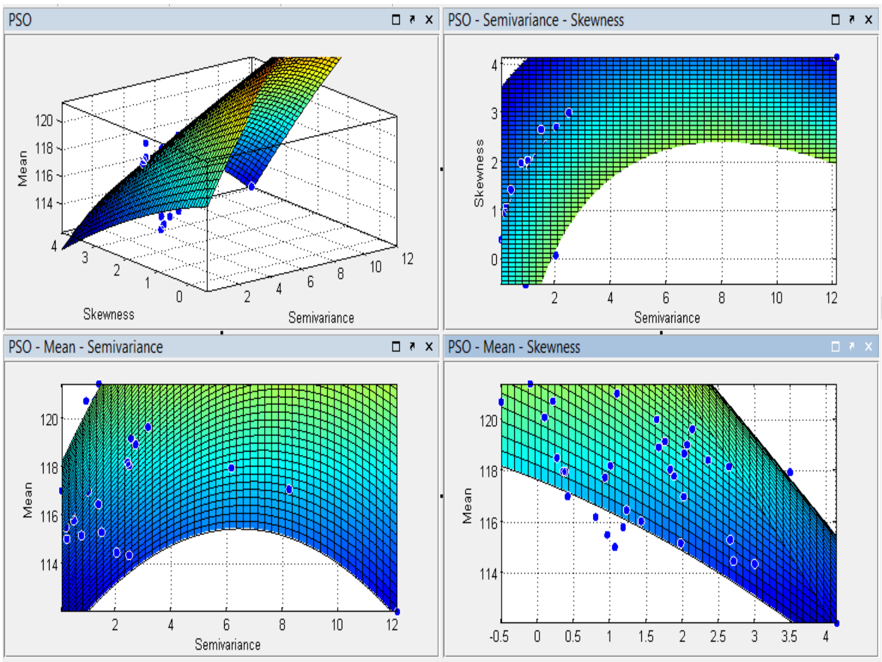
جدول (۳): مقادیر میانگین و واریانس داده های مورد استفاده

سهم	میانگین	واریانس
رمپنا	٠.٠٣٨٦٥٧	٠.٠٢١٠١٣
فاراک	٠.٠٦٣٥٢٨	٠.٠٤٢٢٩
آخابر	٠.٠١٣٥٣٧	٠.٠١٢٨٨٣
آکنتور	٠.٠٣٦٠٧٤	٠.٠٢٤٣١

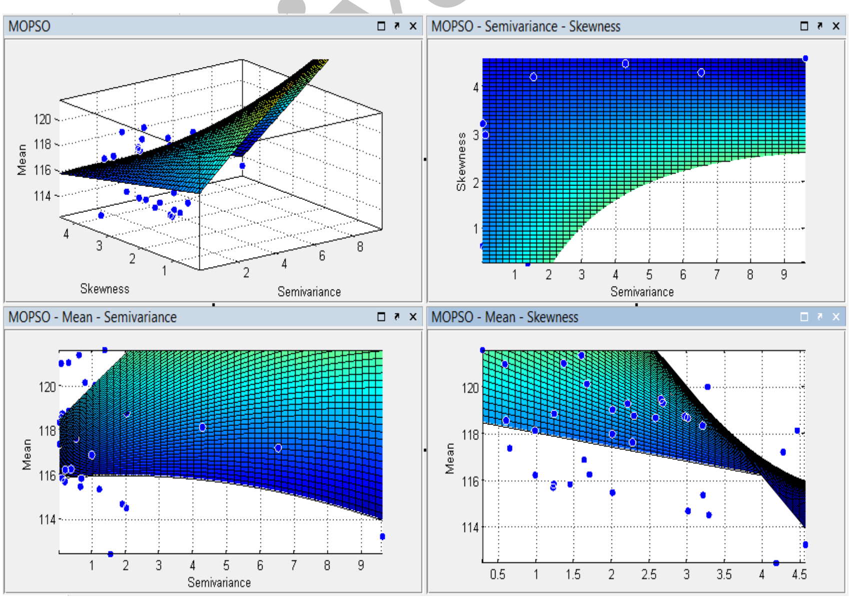
۴-۵- نتایج محاسباتی

در این بخش به ارائه نتایج محاسباتی حاصله از حل مدل ارئه شده با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در حالت تک هدفه (PSO) و چند هدفه (MOPSO) می‌پردازیم. رویه کارای حاصله از دو الگوریتم بالا در شکل (۴) و (۵) آورده شده است.

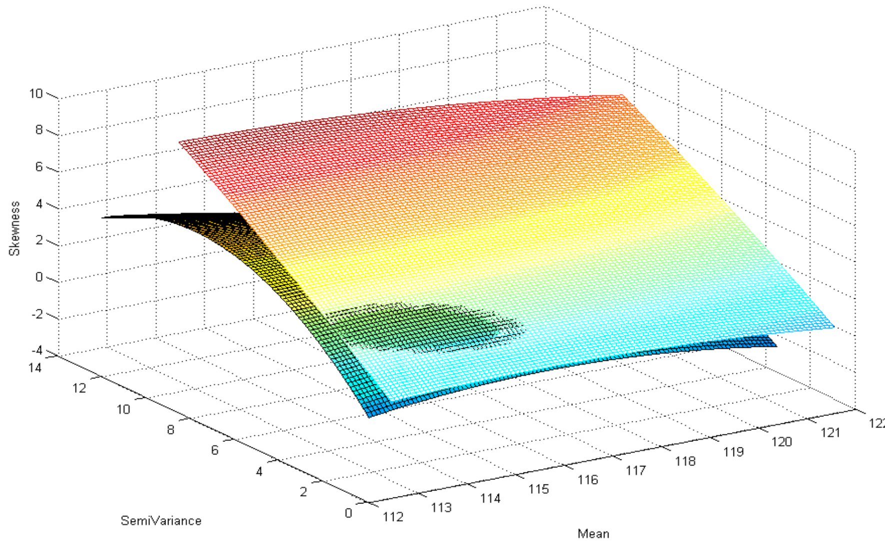
در این مسئله با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات رویه‌ی کارای حاصله از حل یک سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با ۳ مرحله زمانی و ۵ سهم (۴ سهم و موجودی نقد) را با استفاده از نرم‌افزار متلب ترسیم کرده‌ایم. ثروت اولیه برابر ۱۰۰ واحد پولی، نرخ وام‌دهی سالانه ۲۰٪، هزینه خرید ۰,۵٪ و هزینه فروش ۱٪ در نظر گرفته شده است.



شکل (۴): مرز کارای به دست آمده از الگوریتم بهینه سازی تک هدفه ازدحام ذرات



شکل (۵): مرز کارای به دست آمده از الگوریتم بهینه سازی چند هدفه ازدحام ذرات



شکل (۶): مرز کارای به دست آمده از الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات هر دو

شاید اولین موضوعی که از نتایج این موضوع می‌توان به دست آورد و به آن اشاره کرد حفظ رابطه‌ی مستقیم بین بازده مورد انتظار یا به عبارت دیگر میانگین ثروت با معیارهای ریسک است، که منطبق با تئوری مسئله است. همان طور که از شکل‌های (۴) و (۵) می‌توان فهمید با زیاد شدن مقدار مانیگین ثروت، مقدار سنجه‌های ریسک نیز افزایش می‌یابد و بالعکس. همچنین همان‌طور که از قبل انتظار می‌رفت، نتایج حاصله از حل یک مسئله سه هدفه بایستی منجر به ایجاد یک رویه کارا می‌شد و الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه ازدحام ذرات نتایج بهتری را ارئه کند، که شکل (۶) تاییدی بر این پیش‌بینی است.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

مسائل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری تک دوره‌ای بر پایه سه فرض محدودکننده بنا شده بودند: اول، افق سرمایه‌گذاری کوتاه مدت است. دوم، هزینه معاملات در بازار در نظر گرفته نشده است. سوم، پارامترهای مسئله به صورت قطعی و از قبل معلوم هستند. حال آن که مسائل چند دوره‌ای حالت کلی‌تری از مسائل تک دوره‌ای هستند. در این پژوهش مدل سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای که با دید بلند مدت به تخصیص دارایی می پردازد را در بازاری احتمالی و با در نظر گرفتن هزینه معاملات مورد بررسی قرار دادیم تا بتوانیم نواقص مدل مارکویتز را پوشش دهیم. در این تحقیق ما از سنجه‌های ریسک نیم‌واریانس و چولگی استفاده کردیم که یکی از نوآوری‌های ما در ادبیات موضوع سبد سرمایه‌گذاری چند دوره ای را ایجاد کرده است. سپس برای حل این مدل از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در دو حالت تک هدفه و چند هدفه استفاده کردیم.

از آنجایی که داده‌های واقعی به صورت غیرنرمال هستند استفاده از گشتاورهای بالاتر می‌تواند به تولید سبدهای سرمایه‌گذاری بهتری منجر شود. بنابراین در این پژوهش مدل میانگین-نیم‌واریانس-چولگی را ارائه کردیم و برای حل آن از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در حالت تک هدفه و چند هدفه بهره بردیم. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از الگوریتم چند هدفه بهینه‌سازی ازدحام ذرات نتایج بهتری را نسبت به حالت تک هدفه ایجاد می‌کند.استفاده از بهینه‌سازی ازدحام ذرات چند هدفه (MOPSO) نیز یکی دیگر از نوآوری‌های ما در ادبیات موضوع سبد سرمایه‌گذاری یوده است.

برای تحقیقات آتی نیز می‌توان استفاده از الگوریتم NSGA || را برای بهبود جواب‌ها پیشنهاد کرد.

فهرست منابع

* Angeline, P. J., "Evolutionary optimization versus particle swarm optimization: Philosophy and performance differences", Lecture Notes in Computer Science, 1998, 1447, 601–610.
* Arnott, R.D., Wagner, W.H., "The measurement and control of trading costs", Financial Analysts Journal, 1990, 6, 73–80.
* Berger, A.J., Mulvey, J.M., "Integrative risk management for individual investors", In Zeimba, W.T., Mulvey, J.M., eds., Worldwide Asset and Liability Modeling. Cambrige University Press, 1996.
* Calafiore, G.C., "Multi-period portfolio optimization with linear control policies", Automatica, 2008, 44, 2463–2473.
* Carino, D.R., et al, "The Russell-Yasuda Kasai model: an asset/liability model for a Japanese Insurance Company using multistage stochastic programming", Interfaces, 1994, 24, 24-49.
* Çelikyurt, U., Özekici, S., "Multiperiod portfolio optimization models in stochastic markets using the mean-variance approach", European Journal of Operational Research, 2007, 1, 186–202.
* Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., Prakash, A.J., "Portfolio selection and skewness: evidence from international stock markets", J. Bank. Finance, 1997, 21 (2), 143–167.
* Coello Coello, A. C., Pulido, G. T., Lechuga, M. S., "Handling multiple objectives with particle swarm optimization". In IEEE transactions on evolutionary computation, 2004, 8(3), 256-279.
* Dempster, M., "The development of the Midas debt management system". In Ziemba, W.T., Mulvey, J.M., eds., Worldwide Asset and Liablity modeling. Cambrige University Press, 1998.
* Eberhart, R. C., & Shi, Y., "Comparison between genetic algorithm and particle swarm optimization", Lecture Notes in Computer Science, 1998, 1447, 611–616.
* Fogel, D. B., "An introduction to simulated evolutionary optimization", IEEE transactions on neural networks, 1994, 5(1), 3–14.
* Goldberg, D.E., "Genetic Algorithms in Search", Optimization and Machine learning, Addison-Wesley, New York, 1998.
* Gülpınar, N., Rustem, B., "Worst-case robust decisions for multi-period mean-variance portfolio optimization", European Journal of Operational Research, 2007, 183, 981–1000.
* Hibiki, N., "Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation", Journal of Banking & Finance, 2006, 30, 365-390.
* Kall, P., Wallace, S.W., "Stochastic programming", New York, NY: John Wiley, 1994.
* Kallberg, J.G., White, W.R., Ziemba, W.T., "Short term financial planning under uncertainty", Management Science, 1982, 28, 670–682.

* Kennedy, J., Eberhart, R. C., "Particle swarm optimization", In Proceedings of IEEE international conference on neural networks, 1995, 1942–1948, New Jersey: IEEE Press.
* Konno, H., Shirakawa, H., Yamazaki, H., "A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model", Annals of Operations Research, 1993, 45(2), 205-220.
* Konno, H., Suzuki, K., "A mean–variance–skewness optimization model", J. Oper. Res. Japan, 1995, 38, 137–187.
* Lai, T., "Portfolio selection with skewness: a multiple-objective approach", Rev. Quant. Finance Account., 1991, 1, 293–305.
* Li, D., Ng, W.L., " Optimal dynamic portfolio selection: multiperiod mean-variance formulation", Mathematical Finance, 2000, 10, 387–406.
* Liu, S.C., Wang, S.Y., Qiu, W.H., "A mean–variance–skewness model for portfolio selection with transaction costs", Int. J. Syst. Sci., 2003, 34 (4), 255–262.
* Mao, J.C.T., "Models of capital budgeting, E–V vs. E–S", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1970, 4, 557–675.
* Markowitz, H., "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments", John Wiley, New York, 1959.
* Michalewicz, Z., "Genetic algorithms + data structures = evolution programs", New York: Springer-Verlag, 1992.
* Mulvey, J.M., Vladimirou, H., "Solving multistage stochastic networks: an application of scenario aggregation", Networks, 1991, 21, 619–643.
* Mulvey, J.M., Vladimirou, H., "Stochastic network programming for financial planning problems", Management Science, 1992, 38, 1642–1664.
* Mulvey, J.M., Zeimba, W.T., "Asset and liability allocation in a global enviroment", In Jarrow, R., Maksimovic, V., Zeimba, W.T, eds., Handbook in Operation Research and Management Science: Finance. Elsevier Science, Amsterdam, 435-463, 1995.
* Pflug, G. Ch., "Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk", In S. Uryasev (Ed.), Probabilistic constrained optimization: Methodology and applications, 2000, 272– 281.
* Pindoriya, N. M., Singh, S. N., Singh, S. K., “Multi-objective mean–variance–skewness model for generation portfolio allocation in electricity markets”, Electric Power Systems Research, 2010, 80, 1314-1321.
* Rockafellar, R. T. and Ursayev, S., "Optimization of Conditional Value-at-Risk", The Journal of Risk, 2000, 2(3), 21-41.
* Rockafellar, R. T., Uryasev, S., "Conditional value-at-risk for general loss distributions", Journal of Banking & Finance, 2002, 26, 1443–1471.
* Roman, D., Dowman, K. D., and Mitra, G., "Mean risk models using two risk measures: A multi-objective approach", Quantitative Finance, 2007, 7(4), 443 - 458.
* Sadjadi, S.J., Seyedhosseini, S.M., Hassanlou, Kh., "Fuzzy multi period portfolio selection with different rates for borrowing and lending", Applied Soft Computing, 2011, 11, 3821–3826.
* Samuelson, P., "The fundamental approximation of theorem of portfolio analysis in terms ofmeans, variance and higher moments", Rev. Econ. Stud., 1970, 37 (4), 537-542.
* Shen, R., Zhang, S., “Robust portfolio selection based on a multi-stage scenario tree”, European Journal of Operational Research, 2008, 191, 864-887.
* Singleton, J.C., Wingender, J., "Skewness persistence in common stock returns, Journal of Financial Quant. Anal., 1986, 21 (3), p.335–341.
* Stone, B., "A general class of three-parameter risk measures", The Journal of Finance, 1973, 28(3), 675-685.

* Sun, J., Fnag, W., Wu, X., Lai, C.H., Xu, W., "Solving the multi-stage portfolio optimization problem with a novel particle swarm optimization", Expert Systems with Applications, 2011, 38, 6727–6735.
* Szego, G. P., "No more VaR", Journal of Banking & Finance, 2002, 26, 1247-1252.
* Takano, Y., Gotoh, J.y., "Constant Rebalanced Portfolio Optimization Under Nonlinear Transaction Costs", Asia-Pacific Finance Markets, 18:191–211, 2011.
* Wei, S.Z., Ye, Z.X., "Multi-period optimization portfolio with bankruptcy control in stochastic market", Applied Mathematics and Computation, 2007, 186, 414–425.
* Yan, W., Li, S.R., "A class of multi-period semi-variance portfolio selection with a four-factor futures price model", Journal of Applied Mathematics and Computing, 2009, 29, 19–34.
* Yan, W., Miao, R., Li, S.R., "Multi-period semi-variance portfolio selection: Model and numerical solution", Applied Mathematics and Computation, 2007, 194, 128–134.
* Zhang, W.G., Liu, Y.j., Xu, W.J., "A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs", European Journal of Operational Research, 2012, 222, 341–349.
* Zhang, X.L, Zhang, K.C., "Using genetic algorithm to solve a new multi-period stochastic optimization model", Journal of Computational and Applied Mathematics, 2009, 231, 114-123

یادداشت‌ها

[1] Repository
[2] Hall of Fame