مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره بیست و چهارم / پائیز ۱۳۹٤

گشتاورهای مراتب بالاتر در بهینه‌سازی سبد سهام در محیط فازی

محمدرضا رستمی[۱]
محمود کلانتری بنجار[۲]
عادل بهزادی[۳]

تاریخ دریافت: ۹۴/۱/۱۹ تاریخ پذیرش: ۹۴/۳/۲۲

چکیده

عدم اطمینان در بازده دارایی‌ها یکی از چالش‌های پیش‌روی سرمایه‌گذاران است. محققان راهکارهای مختلفی برای فائق آمدن بر این مسئله ارائه داده‌اند. رویکرد فازی یکی از راه حل‌های ارائه شده در این زمینه است. از طرفی بازده دارایی‌ها همواره متقارن و نرمال نیست و سرمایه‌گذاران همواره ترجیح می‌دهند که علاوه بر میانگین و واریانس بازده دارایی‌ها، چولگی و کشیدگی را درنظر بگیرند. در این مقاله مدل‌هایی که گشتاورهای مراتب بالاتر(چولگی و کشیدگی) در آنها در نظرگرفته شده برای انتخاب سبد سهام بهینه در محیط فازی مورد بررسی قرار گرفته شده است. برای محاسبه گشتاورها از تئوری اعتبار و از شاخص عملکرد اقتصادی برای محاسبه کارایی مدل‌های ارائه شده استفاده شده است و در انتها با بکار بردن داده‌های بورس اوراق بهادار تهران نشان داده شده است که در نظر گرفتن گشتاورهای مراتب بالاتر موجب بهبود کارایی پرتفوی بدست آمده خواهد شد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی پرتفوی فازی، گشتاورهای مراتب بالاتر، نظریه اعتبار، شاخص عملکرد اقتصادی.

۱- استادیار و عضو هیات علمی دانشگاه الزهرا rostami1973@yahoo.com
۲- کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشگاه علوم اقتصادی (مسئول مکاتبات) mahmoodk67@yahoo.com
۲- دانشجوی دکترای مهندسی مالی دانشگاه تهران adel_behzadi@ut.ac.ir

۱- مقدمه

در دنیای امروزی یکی از چالش‌های موجود در سرمایه‌گذاری در دارایی‌ها، عدم اطمینان نسبت به آینده است. چه حوادثی در آینده در محیط سرمایه‌گذاری اتفاق خواهد افتاد و تاثیر این حوادث چطور خواهد بود؟رویکرد سنتی در مدل کردن این عدم‌اطمینان، در نظر گرفتن بازده دارایی‌ها به صورت یک متغیر تصادفی است. اما این رویکرد باعث تحمیل شدن فرضیات غیر واقعی در انتخاب پرتفوی بهینه می‌شود. و مشکلات زیادی را در پیدا کردن توزیع تصادفی و پارامترهای مربوطه در پی خواهد داشت.

اما می‌توان با استفاده از منطق فازی، این عدم اطمینان را به شکل ساده‌تر و کاراتری مدل کنیم. نظر کارشناسان و خبرگان با استفاده از منطق فازی به راحتی در مدل لحاظ می‌شود. پژوهشگران به این نتیجه رسیدند که نظریه احتمالات قابلیت پاسخگویی به این پیچیدگی‌ها را ندارد. در این تحقیق نیز از منطق فازی برای حل این مشکل استفاده شده است.

به دلیل کارآیی منطق فازی برای لحاظ کردن نظرات کارشناسی و عدم اطمینان موجود در بازارهای مالی، استفاده از این منطق می‌تواند یکی از راه حل‌های مفید برای مدل کردن بازده دارایی‌ها در مسئله پرتفوی باشد. با توجه به این مسائل محققان به این نتیجه رسیدند که استفاده از منطق فازی، که بازده‌ها در آن به عنوان یک عدد فازی درنظر گرفته می‌شود میتواند مفید واقع شود[۱-۳].

از طرفی مطالعات صورت گرفته توسط آردیتی، گراس و برگر، کوین و همکاران و چونگ نشان می‌دهد که مطلوبیت سرمایه‌گذاران کوادراتیک نیست و باید گشتاور مرتبه‌های بالاتر مانند کشیدگی و چولگی نیز در نظر گرفته شود. بنابراین بعد دیگر مساله در نظر گرفتن معیارهای مختلف در مسئله پرتفوی است. اسکات و هوروات اولین کسانی بود نشان داد که در محیط قطعی تابع احتمال بازده دارایی‌ها یک تابع توزیع متقارن و نرمال نمی‌باشد و حداقل گشتاورهای درجه سوم و چهارم باید در نظر گرفته شود[۴-۹].

در مقاله پیش‌رو سعی در نظر گرفتن مباحث مطرح شده در مدل کردن سبد سهام را دارد، به طور کلی روند انجام پژوهش به این صورت است که ابتدا پارامترهای عنوان شده از طریق نظریه اعتبار محاسبه و در مرحله بعد مدل‌ها ارائه شده و در انتها با استفاده از شاخص عملکرد اقتصادی مدل‌ها مقایسه شده است و برای مطالعه موردی از داده‌های بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

همانطور که مطرح شد در حوزه تحقیقات مالی یکی از مهمترین مسائل، انتخاب پرتفوی بهینه است. یعنی سرمایه‌گذار چه ترکیبی از دارایی‌ها را انتخاب کند که مقدار مطلوبیت با توجه به محدودیت‌های وی بیشینه گردد.

در تئوری مدرن پرتفوی فرض می‌شود مقدار بازده به عنوان یک متغیر تصادفی است. یکی از مباحث اساسی در این‌گونه انتخاب معیار ریسک است. سرمایه‌گذار باید مقدار ریسک را کمینه و بازده را حداالامکان بیشینه کند. پایه و اساس تئوری مدرن پرتفوی بوسیله مارکوییتز گذاشته شد. مارکویتز واریانس را به عنوان

شاخص ریسک در نظر گرفت[۱۰]. پس از آن واریانس به عنوان یکی از معیارهای رایج ریسک در مسئله انتخاب پرتفوی مطرح شد.

در پژوهش دیگری مارکویتز نشان داد که معیار واریانس دارای نقص‌هایی است[۱۱]. یکی از مهمترین نقص‌های مطرح شده این است که واریانس، دید یکسانی را نسبت به بازده‌های بالا و پایین دارد یعنی مقدار بازده خیلی بالا و خیلی پایین برای سرمایه‌گذار ریسک یکسانی را در پی خواهد داشت ولی در جهان واقعی این‌طور به نظر نمی‌رسد. سرمایه‌گذاران فقط نوسانات قسمت نامطلوب از بازده را به عنوان شاخص ریسک در نظر می‌گیرند[۱۲, ۱۳]. مطالعات فاما، آردیت، سیمکوزیت، بیدل و چون هاچینو و همکاران نشان می‌دهد که بازده دارایی‌ها درای توزیع متقارن نیست[۱۴-۱۷].

نوسانات زیر میانگین بازده می‌تواند معیار مفیدی برای بیان ریسک در واقعیت باشد. یکی از معیارهایی که در این رابطه استفاده می‌شود نیمه‌واریانس است که ابتدا توسط مارکوییتز به عنوان معیار ریسک استفاده شد[۱۱] و بعد از آن توسط محققان دیگری مورد استفاده قرار گرفت[۱۲, ۱۸, ۱۹].

از طرفی بسیاری از محققان نشان دادند که درجات گشتاور بالاتر قابل چشم‌پوشی در نظریه پرتفوی نیستند مگر اینکه بنابه دلایلی مانند تقارن توزیع احتمال، این گشتاورها درنظر گرفته نشوند[۴-۹]. ساموئلسون اولین کسی بود که نشان داد که اگر گشتاور اول و دوم مساوی باشد سرمایه‌گذار تمایل به انتخاب پرتفوی که درجه گشتاور بالاتر دارد[۹].

از طرف دیگر کونو و یامازاکی برای غلبه بر پیچیدگی‌های مدل غیرخطی استفاده از واریانس از قدرمطلق انحراف از میانگین به عنوان معیار ریسک استفاده کردند. آنها با استفاده از این مقدار مدل غیرخطی را به خطی تبدیل کردند[۲۰] و پس از آن اسپرانزا برای درنظر گرفتن ریسک‌های نامطلوب از نیمه قدرمطلق انحراف از به عنوان معیار ریسک استفاده کرد[۲۱].

تمامی مسائل ذکر شده در بالا با فرض تصادفی بودن بازده دارایی‌ها است[۲۱] و معمولا بر این فرض حاکم است که سرمایه‌گذار تمام اطلاعات لازم برای تصمیم‌گیری را دارد. اما در واقعیت، اطلاعات معمولا ناقص و تصمیم‌گیری در شرایط عدم‌اطمینان صورت می‌گیرد و همواره برخی عوامل غیرتصادفی بر بازده دارایی‌ها تاثیرگذار است[۲۲]. علاوه بر این، بازارهای مالی تحت تاثیر ابهام ناشی از بکار بردن متغیرهای زبانی می‌باشند مثلا در این بازارها از الفاظی مانند سود بالا، ریسک پایین و نقدینگی بالا استفاده می‌شود[۲۳]. خصوصا هنگامی که عوامل انسانی، پارامترهای اقتصادی، سیاسی و اجتماعی در نظر گرفته می‌شوند. سرمایه‌گذاران اطلاعات مختلفی را از محیط اطراف خود دریافت می‌کنند و همواره این اطلاعات دارای ابهام هستند. در این موارد پیدا کردن یک توزیع دشوار است[۲۴].

یکی از راه‌حل‌های مطرح شده در این زمینه استفاده از منطق فازی است. سرمایه‌گذاران می‌توانند از تئوری فازی برای بیان عدم قطعیت در رابطه با دارایی‌های موردنظر استفاده کنند. برای مثال سرمایه‌گذار می‌تواند بازده دارایی‌ها به صورت: ۱- بازده دارایی‌ها تقریبا b است، اما کمتر از a و بیشتر از c نیست. ۲- بازده دارایی بیشتر در بازه [a , b] است [۲۵].

منطق فازی در سال ۱۹۶۵ توسط لطفی‌زاده معرفی شد[۲۶]. منطق فازی ابزاری قدرتمند برای توصیف عدم اطمینان در شرایطی که تصمیم‌گیرنده با عدم اطمینان مواجه است. پس از آن تئوری امکان نیز برای مقابله با عدم اطمینان نیز توسط لطفی‌زاده معرفی شد و دوبویس آن را توسعه داده شد[۲۷, ۲۸] و برای در نظر گرفتن اطلاعات کمی و کیفی خبرگان نیز این رویکرد، ابزار مناسبی را در اختیار محققان قرار داد. بنابراین در این راستا در بسیاری از مطالعات بازده دارایی‌ها به عنوان یک متغیر فازی در نظر گرفته شد[۳, ۸, ۲۵, ۲۹-۳۲]. بهینه سازی پرتفوی در محیط فازی توسط مطالعات افرادی مانند پارا و همکاران، ترول و همکاران، تاناکا و جیو، ورچر و همکاران شروع شد[۱, ۲, ۳۳-۳۵].

پس از آن محققان روش‌های مختلفی را در این زمینه ارائه دادند. برخی مخققان مدل میانگین-واریانس را در محیط فازی توسعه دادند. برای مثال تاناکا و جیو و تورکسن از طریق تابع احتمال فازی توسعه دادند[۳۳]. ایدا، لای و همکاران و گیوت‌وهمکاران از مدل برنامه‌ریزی فاصله‌ای[1] برای انتخاب پرتفوی استفاده کردند[۳۶-۳۸]. برخی دیگر از محققان انتخاب مساله انتخاب پرتفوی بهینه را بر پایه حد بالایی و پایینی میانگین امکانی و واریانس امکانی متغیر فازی بکار بردند[۸, ۳۹, ۴۰]. آرناز پارا از برنامه‌ریزی آرمانی بر پایه فاصله مورد انتظار تعریف شده توسط هیلپرن[۴۱]استفاده کرد[۲]. کالرسون و همکاران با استفاده از تعریف خود از میانگین و واریانس مسئله را مدل کردند و پرتفوی بهینه را بوسیله ماکزیمم کردن مطلوبیت بدست آوردند[۳]. چن و هوانگ از الگوریتم صفحه برشی برای بهینه‌سازی مدل میانگین– واریانس استفاده کردند که بازده دارایی‌ها در این الگوریتم یک عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شد[۴۲].

از سوی دیگر اخیرا محققان از رویکرد تئوری امکان برای بهینه‌سازی پرتفوی در شرایط فازی استفاده کردند[۳, ۲۵, ۲۹, ۴۳]. برای مثال کالرسون و فلور مفهوم حد بالایی و حد پایینی میزان میانگین امکانی را ارائه دادند [۴۴]. ژانگ و نی مفهوم میانگین و واریانس امکانی ارائه شده توسط کالرسون و فلور را توسعه دادند و مفهوم حد بالا و حد پایین مربوط به واریانس و کوواریانس را ارائه دادند[۴۵,۵۶]. اینیگوچی و تانیو رویکرد برنامه‌ریزی امکانی را برای مسئله انتخاب پرتفوی معرفی کردند[۲۹]. کالرسون و همکاران رویکرد امکانی را برای انتخاب پرتفوی بهینه با بیشترین درجه مطلوبیت با فرض بازده دارایی‌ها یک متغیر فازی مثلثی است را معرفی کردند و با الگوریتمی که فقط می‌توانست از بین n سهم، سه سهم را در پرتفوی بهینه بگنجاند مسئله را حل کردند[۳,۱۷]. ژانگ و همکاران دو مدل را برای مسئله بهینه‌سازی پرتفوی ارائه دادند.بر اساس حد بالایی و حد پایینی ارائه دادند و حد بالا و حد پایین امکانی پرتفوی کارا را ارادئه دادند. علاوه بر این آنها الگوریتمی را برای بر اساس حد پایینی دارایی‌های مورد نظر برای بدست آوردن مرز کارای امکانی با استفاده از مدل میانگین- واریانس ارائه دادند[۴۶].

در این مطالعات از اندازه امکان به جای اندازه احتمال استفاده شده است. اما مقدار اندازه امکان خود دوال نیست. خصوصیت خود دوالی یکی از ویژگی‌های مهم در تئوری و عمل است. یک رخداد فازی با شانس رخداد متفاوت ممکن است دارای مقدار امکان یکسان باشد که اطلاعات مفیدی را برای سرمایه‌گذار را در پی‌نخواهد داشت. به همین دلیل، لی ولیو اندازه امکان را تعریف کردند که دارای خاصیت خود دوالی

است و بعضی نواقص اندازه امکان را دارا نمی‌باشد. برخی محققان از این پس مسئله انتخاب پرتفوی را بوسیله استفاده از اندازه اعتبار توسعه دادند[۲۲, ۴۷-۵۰]. در ادامه این مطالعات ارائه شده است.

چن و همکاران با استفاده از اندازه اعتبار مقدار واریانس را برای اعداد مثلثی، ذوزنقه‌ای و نرمال بدست آوردند و سپس دو نوع مدل را نیز بر همین اساس ارائه دادند و در مدل اول واریانس و بازده در تابع هدف ارائه شد. و در مدل دوم مقدار اعتبار اختلاف بین بازده پرتفوی و بازده موردنظر (تابع تاسف) مینیمم می‌گردد[۵۱].

هوانگ با استفاده از اندازه اعتبار و در نظر گرفتن نیمه‌واریانس به عنوان معیار ریسک دو مدل را در محیط فازی ارائه داد که در یک مدل نیمه‌واریانس را در محدودیت و در مدل دیگر در تابع هدف قرار داد و در آخر با استفاده از الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی فازی این دو مدل را حل کرد[۵۲].

هوانگ در مقاله‌ای دیگر در سال ۲۰۰۸، منحنی ریسک را با استفاده از اندازه اعتبار ارائه داد و از این مقدار به عنوان معیار ریسک در مدل انتخاب پرتفوی استفاده کرد و در انتها با استفاده از روش هوشمند ترکیبی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی فازی پرتفوی بهینه را بدست آوردند[۵۳].

در همان سال هوانگ در مقاله دیگری به جای واریانس از آنتروپی به عنوان معیار ریسک- که نسبت به تقارن تابع درجه اطمینان بی‌تفاوت است- در مسئله پرتفوی فازی استفاده کرد و در آخر آن را بوسیله الگوریتم ترکیبی هوشمند آن را حل کرد[۵۴].

کوین و همکاران با استفاده از اندازه اعتبار و تعریف لیو از آنتروپی متقاطع [۵۵] ، سه مدل را ارائه دادند. که در هر کدام از این مدل‌ها آنتروپی در تابع هدف در نظر گرفته شد و به تفکیک از واریانس و نیمه‌واریانس و اندازه اعتبار رویداد بد به عنوان معیار ریسک استفاده شد و در انتها از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله استفاده کردند[۵۶].

باتاچاریا و همکاران با استفاده از اندازه اعتبار مدل خود را مبتنی بر میانگین، آنترپی و چولگی ارائه دادند و بازده دارایی‌ها را عدد فازی مثلثی در نظر گرفتند و در انتها بوسیله شبیه‌سازی فازی و الگوریتم ژنتیک مسئله را حل کردند[57] .

لی و همکاران با استفاده از اندازه اعتبار و در نظر گرفتن آنترپی در تابع هدف، میانگین و واریانس در محدودیت ها، مسئله پرتفوی در محیط فازی را مدل کردند و با استفاده از شبیه‌سازی فازی، شبکه عصبی و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مسئله را حل کردند[۴۸].

شمس و دستخوان، مدل تعیین سبد بهینه ی سهام با سه هدف بازده کلی، ریسک سبد و نقد شوندگی سبد مورد مطالعه قرار دادند و کارایی مدل را با استفاده از داده‌های بورس اوراق بهادار تهران نشان دادند[۵۸].

یحیی‌زاده و همکاران با استفاده از عدد فازی تصادفی مدل انتخاب سبد سهام را ارائه دادند. در این مدل‌ها خوشبینی و بدبینی سرمایه‌گذار و نظر خبرگان در نظر گرفته شد و در انتها به این نتیجه رسیدند

که در حالت خوشبینی کامل، مرز کارای بدست آمده بالاتر از مرز کارای مدل مارکویتز است ولی در حالت بدبینی کامل مرز کارا پایین‌تر از مرز کاراب مدل مارکویتز است[۵۹].

همتی و همکاران با استفاده از برنامه‌ریزی خطی فازی مسئله تنظیم مجدد پرتفوی را با در نظر گرفتن سه هدف حداکثر کردن سود، حداکثر کردن نقدشوندگی و حداقل کردن ریسک حل کردند[۶۰].

۳- مدل پژوهش و اندازه گیری پارامتر های آن

۳-۱- مروری بر مفاهیم فازی و نظریه اعتبار

یکی از مهمترین بخش‌های نظریه فازی که برای مواجهه شدن با اکثر پدیده های جهان واقع که در آنها عدم قطعیت وجود دارد مورد استفاده قرار می گیرد، تئوری امکان[۲] می‌باشد[۲۷]. این نظریه تا حدودی مشابه نظریه احتمال می باشد، با این تفاوت که در تئوری احتمال وقوع یک پیشامد بر اساس تعداد وقوع آن درگذشته می‌باشد درحالی‌که در نظریه امکان، امکان وقوع یک حادثه علاوه بر مطالعات آماری درباره آن، به امکان وقوع آن واقعه از لحاظ منطقی نیز وابسته می باشد. با اینکه میزان امکان یک رویداد فازی، بسیار مهم و پرکاربرد است اما به هر حال این فاکتور فاقد خاصیت خود -دوگانگی[۳] است.

عدم داشتن این خاصیت منجر به این خواهد شد که حداکثر امکان یک رویداد فازی(یعنی یک) نتواند وقوع قطعی این رویداد را تضمین نماید و در نتیجه نمی‌توان به این مقدار اعتماد نمود. در سال۲۰۰۲، لیو و لیو تئوری اعتبار را به عنوان یک گزینه رقیب برای امکان مجموعه فازی، ارائه کردند[۲۲]. امتیاز این معیار داشتن خاصیت خود-دوگانگی است. لذا نظریه اعتبار پس از ارائه براساس مفاهیم پایه ای مطرح شده به سرعت گسترش یافت[۶۱]. توجه شود که در این مقاله هرگاه نامی از اعتبار یک رویداد فازی برده شد، منظور میزان شانس وقوع یک رویداد فازی است.

برای فهم هر چه بیشتر مطالب مطرح شده در این مقاله، در ادامه مروری اجمالی بر دانستنی‌های مورد نیاز مرتبط با متغیر های فازی و تئوری اعتبار خواهد شد.

تعریف۱: فرض کنید ξ یک متغیر فازی با تابع عضویت μ، و u و r اعداد حقیقی باشند، میزان امکان یک رویداد فازی با مشخصه $\xi \geq r$ برابر است با:

$$pos\{\xi \geq r\} = \sup \mu(u) \ , \quad u \geq r \tag{1}$$

تعریف ۲: فرض کنید ξ یک متغیر فازی با تابع عضویت μ، و u و r اعداد حقیقی باشند، میزان الزام[۴] یک رویداد فازی با مشخصه $\xi \geq r$ برابر است با:

$$Nec\{\xi \geq r\} = 1 - \text{pos}\{\xi < r\} = 1 - sup_{u<r}\mu(u) \ , \quad u \geq r \tag{2}$$

تعریف ۳: فرض کنید ξ یک متغیر فازی با تابع عضویت μ، و u و r اعداد حقیقی باشند، میزان اعتبار یک رویداد فازی با مشخصه $\xi \geq r$ برابر است با میانگین حسابی مقدار امکان و الزام آن رویداد فازی. یعنی:

$$cr\{\xi \geq r\} = \frac{1}{2}(Pos\{\xi \geq r\}+\mathrm{Nec}\{\xi \geq r\}) \quad (۳)$$

۳-۲- محاسبه پارامترهای مورد نیاز

در این پژوهش نیاز به محاسبه گشتاورهای موردنظر می‌باشد. به این منظور برای محاسبه گشتاورها از نظریه اعتبار استفاده می‌شود. در جدول ۱ تعاریف پارامترهای موردنیاز با استفاده از نظریه اعتبار ارائه شده است.

جدول ۱-تعاریف پارامترها برای متغیر فازی ξ

پارامتر	پژوهش	تعریف
امید ریاضی	[۲۲]	$E[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr\{\xi \geq r\}dr - \int_{-\infty}^{0} Cr\{\xi \leq r\}dr$
واریانس	[۲۲]	$V[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr\{(\xi - E[\xi])^2\} \geq r\}dr$
چولگی	[۲۲]	$Sk[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr\{(\xi - E[\xi])^3\} \geq r\}dr$
کشیدگی	[۲۴]	$K[\xi] = \int_0^{+\infty} Cr\{(\xi - E[\xi])^4\} \geq r\}dr$

در این پژوهش برای تخمین بازده دارایی‌ها از عدد فازی مثلثی استفاده شده است. به این منظور در جدول محاسبات لازم برای عدد فازی مثلثی با پارامترهای (a, b, c) با میانگین e ارائه شده است.

جدول ۲-محاسبات مربوط به عدد فازی مثلثی با پارامترهای (a, b, c) با میانگین e

پارامتر	پژوهش	مقدار
امید ریاضی	[۲۲]	$E[\xi] = (a + 2b + c)/4$
واریانس	[۲۲]	$V[\xi] = \dfrac{33\alpha^3 + 21\alpha^2\gamma + 11\alpha\gamma^2 - \gamma^3}{384\alpha}$ $\alpha = \max\{b - a, c - b\}, \gamma = \min\{b - a, c - b\}$
چولگی	[۶۲]	$Sk(\xi) = \dfrac{(c - a)^2}{32}[(c - b) - (b - a)]$
کشیدگی	[۲۴]	$K[\xi] = \dfrac{253\alpha^5 + 395\alpha^4\gamma + 17\alpha\gamma^4 + 290\alpha^3\gamma^2 + 70\alpha^3\gamma^3 - \gamma^5}{10.240\alpha}$ $\alpha = \max\{b - a, c - b\}, \gamma = \min\{b - a, c - b\}$

۳-۳- محاسبات پارامترها برای مسئله پرتفوی

حال اگر ξ_i متغیر فازی نشان‌دهنده بازده داراییi ام باشد آنگاه بازده پرتفوی برای n سهم با بردار وزنی $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ پرتفوی موردنظر بر اساس اصل گسترش لطفی‌زاده عبارت $\xi = \sum_{j=1}^{n} x_j \xi_j$، نیز یک متغیر فازی است. پس برای بدست آوردن امید ریاضی، چولگی و آنتروپی، مشابه با یک متغیر فازی برخورد می‌کنیم. حال اگر فرض کنید اگر $\xi_j = (a_j, b_j, c_j)$ متغیر فازی مثلثی باشد. آنگاه پرتفوی مورد نظر یعنی $\xi = \sum_{j=1}^{n} x_j \xi_j$، متغیر فازی مثلثی با پارامترهای $(\sum_{j=1}^{n} x_j a_j, \sum_{j=1}^{n} x_j b_j, \sum_{j=1}^{n} x_j c_j)$ می‌باشد.

۳-۴- فرموله کردن مدل

۳-۴-۱- ارائه مدل

جهت ارائه مدلی برای انتخاب پرتفوی، با درنظر گرفتن ξ_i به عنوان عدد فازی برای بازده هر یک از سهام و x_i متغیر تصمیم مرتبط با وزن (نسبت سرمایه‌گذاری) هر یک از سهام پرتفوی در نظر گرفته و عموما بازده (ξ_i) هر سهم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\xi_i = \frac{P_i' + d_i - P_i}{p_i} \qquad (۴)$$

p_i، P_i' و d_i به ترتیب برابر با قیمت سهم i در زمان حال، قیمت تخمینی در طول دوره موردنظر هستند. از آنجایی که P_i' و d_i در زمان حال برای سرمایه‌گذار نامشخص هستند، اگر آنها به صورت متغیرهای فازی تخمین زده شوند، ξ_i نیز یک متغیر فازی است. بنابراین بازده یک پرتفلیو با n سهم با بردار وزنی $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ یعنی $\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i$، نیز یک متغیر فازی است.

بدلیل اینکه در مرحله بعد نیاز به مقایسه پرتفوهای تشکیل شده از این مدل‌ها با مدل میانگین واریانس هستیم بنابراین ابتدا مدل میانگین-واریانس مربوط به این سهام ارائه می‌شود.

مدل(۱)

$$\boldsymbol{\min\ var}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right] \qquad (۵)$$

St:

$$\boldsymbol{E}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right] \geq \alpha \qquad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \qquad (۷)$$

در مدل(۱)، رابطه (۵) نشان‌دهنده تابع هدف مربوط به کمینه‌کردن واریانس است. رابطه (۶) نشان‌دهنده حداقل مقدار بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار است و رابطه (۷) نشان‌دهنده عدم وجود فروش استقراضی است.

حال اگر بخواهیم مدلی پیشنهاد دهیم که علاوه بر مینیم کردن واریانس، بیشینه سازی چولگی نیز لحاظ شود، مدل پیشنهادی زیر مطرح می‌گردد:

مدل(۲)

$$\boldsymbol{min\ var\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right]} \quad (۸)$$

$$max\ S\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right] \quad (۹)$$

$$St:$$

$$\boldsymbol{E\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right] \geq \alpha} \quad (۱۰)$$

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n} \quad (۱۱)$$

در ساختار مدل (۲) همه ضوابط مانند مدل(۱) در نظر گرفته شده است به استثنای رابطه(۹) که نشان‌گر بیشینه‌سازی چولگی پرتفوی است.

مدل(۳)

$$\boldsymbol{min\ var\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right]} \quad (۱۲)$$

$$\max \mathrm{S}\left[\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{x_i} \xi_{\mathrm{i}}\right] \quad (۱۳)$$

$$\max \mathrm{k}\left[\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{x_i} \xi_{\mathrm{i}}\right] \quad (۱۴)$$

$$\mathrm{St:}$$

$$\boldsymbol{E\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i\right] \geq \alpha} \quad (۱۵)$$

$$\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n} \quad (۱۶)$$

در ساختار مدل (۳) همه ضوابط مانند مدل(۲) در نظر گرفته شده است به استثنای رابطه(۱۴) که نشان‌گر کمینه‌سازی کشیدگی پرتفوی است.

۳-۴-۲- تبدیل مدل فازی به قطعی

برای حل مدل‌های ارائه شده، باید مدل‌های ارائه شده از حالت فازی به حالت قطعی تبدیل شده و سپس حل شوند. به منظور تبدیل این مدل‌ها از مطالب عنوان شده در بخش ۰ استفاده شده و پارامترهای فازی به پارامترهای قطعی تبدیل می‌شوند. پس مدل (۱) به صورت زیر تبدیل خواهد شد:

مدل(۴)

$$\min \left[\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{33+21\alpha_i^2\gamma_i+11\alpha_i\gamma_i^2-\gamma_i^3}{384\alpha_i}\right], \alpha_i = max\{b_i - a_i, c_i - b_i\}, \gamma_i = min\{b_i - a_i, c_i - b_i\}$$

$$\text{st:}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{a_i + 2b_i + c_i}{4} \geq \alpha$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \quad i = 1,2, \ldots, n$$

مدل(۲) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}
&\min\ \left[\textstyle\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{33+21\alpha_i^2\gamma_i+11\alpha_i\gamma_i^2-\gamma_i^3}{384\alpha_i}\right], \alpha_i = max\{b_i-a_i, c_i-b_i\}, \gamma_i = min\{b_i-a_i, c_i-b_i\}\\
&\max \sum_{i=1}^{n} x_i[\frac{(c_i-a_i)^2}{32}[(c_i-b_i)-(b_i-a_i)]]\\
&\text{st:}\\
&\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{a_i+2b_i+c_i}{4} \geq \alpha\\
&\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \quad i = 1,2,\dots,n
\end{aligned}$$

مدل(۵)

و مدل(۲) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned}
&\min\ \left[\textstyle\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{33+21\alpha_i^2\gamma_i+11\alpha_i\gamma_i^2-\gamma_i^3}{384\alpha_i}\right], \alpha_i = max\{b_i-a_i, c_i-b_i\}, \gamma_i = min\{b_i-a_i, c_i-b_i\}\\
&\max \sum_{i=1}^{n} x_i[\frac{(c_i-a_i)^2}{32}[(c_i-b_i)-(b_i-a_i)]]\\
&\min \sum_{i=1}^{n} \frac{253{\alpha_i}^5+395{\alpha_i}^4\gamma_i+17\alpha_i{\gamma_i}^4+290{\alpha_i}^3{\gamma_i}^2+70{\alpha_i}^3{\gamma_i}^3-{\gamma_i}^5}{10.240\alpha_i}\\
&\text{st:}\\
&\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{a_i+2b_i+c_i}{4} \geq \alpha\\
&\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0 \quad i = 1,2,\dots,n
\end{aligned}$$

مدل(۶)

۴- یافته‌های پژوهش(مطالعه موردی)

در این بخش قصد داریم مدل‌های ارائه شده در بخش قبل را بر روی داده‌های بورس اوراق بهادار تهران اجرا کنیم. در

شکل **۱**

شکل ۱- چارچوب انجام پژوهش

۴-۱- جمع‌آوری داده‌ها و انجام تست نرمال

در این مقاله سعی شده است که از داده‌های پنجاه سهم برتر در بورس استفاده شود. بازه زمانی به صورت ماهانه از شهریورماه ۱۳۸۸ تا شهریورماه ۱۳۹۲ به صورت بازدهی ماهانه بکار گرفته شده است. به علت عدم وجود کامل داده‌های همه این شرکت‌ها در این بازه زمانی در انتها ۳۷ شرکت انتخاب شد.

در این پژوهش از عدد فازی مثلثی برای تخمین بازده دارایی‌ها استفاده شده است. همانطور که می‌دانیم عدد فازی مثلثی دارای سه پارامتر *(a,b,c)* است که برای برآورد این پارامترها از مینیمم، میانه و ماکزیمم این بازده در طول این دوره زمانی استفاده شده است. در جدول فهرست شرکت‌ها و بازده‌های فازی متناسب با هرکدام از شرکت‌ها ارائه شده است.

برای اینکه نشان دهیم توزیع داده‌ها نرمال و متقارن نیست از آزمون جارک برا[5] استفاده شده است. آماره این آزمون به صورت زیر است[۶۳]:

$$JB = \frac{n}{6}(s^2 + \frac{(k-3)^2}{4}) \qquad (۱۷)$$

در این رابطه n تعداد نمونه، s چولگی و k کشیدگی داده‌ها را نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که این آماره از توزیع مربع کای با دو درجه آزادی پیروی می‌کند. نتایج آزمون برای شرکت‌های موردنظر در جدول ۳ ارائه شده است.

در جدول ۳، فرض صفر به معنی پذیرش نرمال بودن دارایی‌ها و فرض یک به معنی عدم پذیرش فرض نرمال بودن بازده دارایی‌ها است. همانطور که مشاهده می‌کنید بازده دارایی‌ها همواره نرمال نیست. بنابراین برای کامل‌تر شدن مدل می‌توان از گشتاورهای مراتب بالاتر استفاده کرد.

جدول۳-شرکت‌های مورد بررسی و مقادیر بازده به صورت عدد فازی مثلثی

ردیف	نماد	بازده	ردیف	نماد	بازده
۱	وتوشه	(-۱۲.۶۱, -۰.۱۵, ۲۴.۷۷)	۲۰	کچینی	(-۱۲.۴۴, ۲.۰۶, ۳۱.۰۵)
۲	وپارس	(-۹.۲۹, ۰.۷۶, ۲۰.۸۵)	۲۱	کپشیر	(-۱۸.۶۶, ۲.۵۶, ۴۵)
۳	وپترو	(-۱۷.۲۸, -۱.۴۴, ۳۰.۲۵)	۲۲	ثمسکن	(-۱۱.۲۵, -۱.۷۸, ۱۷.۱۷)
۴	وبشهر	(-۱۱.۸۴, -۰.۳۳, ۲۲.۶۷)	۲۳	ثنوسا	(-۹.۲۳, -۲, ۱۲.۴۶)
۵	کهرام	(-۲۱.۴۹, ۱.۵۳, ۴۷.۵۵)	۲۴	خاذین	(-۱۳.۷, -۰.۹۹, ۲۴.۴۲)
۶	کساوه	(-۱۳.۲۴, ۳.۸۷, ۳۸.۱۱)	۲۵	اخابر	(-۱۱.۴۸, ۲.۲, ۲۹.۵۷)
۷	کسرا	(-۱۱.۹۷, ۶.۶۵, ۴۳.۹)	۲۶	بترانس	(-۱۴.۹۱, ۲.۳۱, ۳۶.۷۵)
۸	وساخت	(-۱۳.۴۴, -۲.۹۶, ۱۷.۹۹)	۲۷	پاسا	(-۳۱.۳۱, ۱.۴, ۶۶.۸۲)
۹	کفرا	(-۱۶.۱۹, ۱.۲۸, ۳۶.۲۱)	۲۸	خودرو	(-۱۳.۲۹, -۲.۷۱, ۱۸.۴۴)
۱۰	وسپه	(-۴.۱۷, ۰.۲۳, ۹.۰۵)	۲۹	خپارس	(-۱۷.۱۷, -۲.۱۷, ۲۷.۸۱)
۱۱	ونوین	(-۱۵.۳۵, ۱.۶۳, ۳۵.۶۱)	۳۰	فاذر	(-۲۳.۴۷, ۴.۲, ۵۹.۵۳)
۱۲	ونیکی	(-۱۳.۱۲, -۰.۲۸, ۲۵.۳۹)	۳۱	فاسمین	(-۳۲.۵۵, -۴.۵۳, ۵۱.۵)
۱۳	ولغدر	(-۱۲.۷۷, -۰.۸۲, ۲۳.۰۶)	۳۲	فباهنر	(-۲۳.۱۱, -۴.۴۸, ۳۲.۷۷)
۱۴	وسینا	(-۶.۸۷, ۲.۹, ۲۲.۴۶)	۳۳	فولاد	(-۱۶.۹۲, ۰.۵۱, ۳۵.۳۶)
۱۵	وصنعت	(-۱۴.۱۴, ۱.۱۶, ۳۱.۷۵)	۳۴	غاذر	(-۱۹.۴۹, ۱.۰۵, ۴۲.۱۳)
۱۶	ولساپا	(-۱۷.۲۴, ۲, ۴۰.۴۷)	۳۵	سفارس	(-۱۶.۳۷, -۳.۵۳, ۲۲.۱۵)
۱۷	وغدیر	(-۱۴.۳۸, ۱.۰۱, ۳۱.۷۹)	۳۶	دجابر	(-۱۱.۶۶, -۱.۷۱, ۱۸.۱۹)
۱۸	سدور	(-۱۸.۴, -۱.۲۸, ۳۲.۹۶)	۳۷	درازک	(-۸.۸۲, ۰.۲۲, ۱۸.۳۱)
۱۹	رتکو	(-۱۲.۰۳, -۰.۸۶, ۲۱.۴۷)			

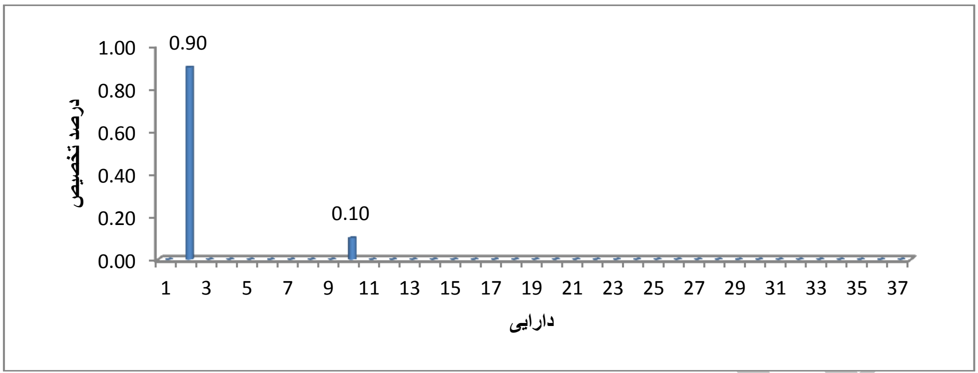
جدول ۳- شرکت‌های مورد بررسی و بررسی نرمال بودن با استفاده از آماره جارک برا

ردیف	نماد	مقدار بحرانی	*Pval*	فرض مورد قبول	ردیف	نماد	مقدار بحرانی	*Pval*	فرض مورد قبول
۱	وتوشه	۸.۴۳۳۲۹۳۶۷	۰.۰۲۰۵	۱	۲۰	کچینی	۰.۰۹۹۵۴۲۱۷	۰.۵	۰
۲	وپارس	۶۶۷.۵۷۵۵۰۶	۰.۰۰۱	۱	۲۱	کپشیر	۰.۴۰۳۱۲۴۷۷	۰.۵	۰
۳	وپترو	۱.۲۷۹۸۷۸۵	۰.۳۹۳۳۷	۱	۲۲	ثمسکن	۰.۷۲۶۲۳۹۴۹	۰.۵	۰
۴	وبشهر	۰.۳۷۵۷۳۳۶۲	۰.۵	۰	۲۳	ثنوسا	۱.۶۰۹۶۶۱۵۶	۰.۳۰۵۷۲	۰
۵	کهرام	۹.۳۹۴۷۳۰۲۵	۰.۰۱۶۸۷	۱	۲۴	خاذین	۶.۰۵۰۳۴۹۷۹	۰.۰۳۶۰۷	۱
۶	کساوه	۱۰.۱۹۰۱۳۲۴	۰.۰۱۴۵۵	۰	۲۵	اخابر	۳.۵۰۶۸۵۹۶۸	۰.۰۸۴۹۱	۰
۷	کسرا	۲۲.۶۷۴۹۰۵۶	۰.۰۰۲۶۵	۰	۲۶	بترانس	۸.۳۷۳۲۹۱۹۸	۰.۰۲۰۰۵	۱
۸	وساخت	۲۱.۵۲۹۲۸۶۷	۰.۰۰۲۹۹	۱	۲۷	پاسا	۴.۱۵۳۷۸۸۳	۰.۰۶۵۱۹	۰
۹	کفرا	۰.۲۵۰۴۹۳۲۷	۰.۵	۱	۲۸	خودرو	۱.۹۴۹۸۳۶۶۸	۰.۲۲۶۸۷	۰
۱۰	وسپه	۳.۷۱۲۷۳۱۸	۰.۰۷۶۳۵	۱	۲۹	خپارس	۲.۱۷۰۰۹۴۷۳	۰.۱۸۵۸۱	۰
۱۱	ونوین	۱۲۵.۶۵۶۶۱	۰.۰۰۱	۱	۳۰	فاذر	۳۴.۳۰۷۲۹۳۶	۰.۰۰۱	۱
۱۲	ونیکی	۶۲۲.۶۵۰۷۳۵	۰.۰۰۱	۰	۳۱	فاسمین	۰.۹۵۲۱۶۸۰۶	۰.۵	۰
۱۳	ولغدر	۹۳۴.۴۱۷۵۰۳	۰.۰۰۱	۰	۳۲	فباهنر	۰.۷۶۹۳۶۹۳۱	۰.۵	۰
۱۴	وسینا	۳۸.۳۰۲۸۸۵۷	۰.۰۰۱	۰	۳۳	فولاد	۰.۷۴۸۱۲۳۷۸	۰.۵	۰
۱۵	وصنعت	۳.۴۸۰۴۷۷۳۹	۰.۰۸۵۲۱	۱	۳۴	**غاذر**	۱۲۲.۶۲۷۱۵	۰.۰۰۱	۱
۱۶	ولساپا	۱۷.۳۱۶۰۷۳	۰.۰۰۴۹۲	۱	۳۵	**سفارس**	۲۰.۶۸۶۳۸۸۸	۰.۰۰۳۳	۱
۱۷	وغدیر	۰.۲۱۸۲۵۲۰۹	۰.۵	۱	۳۶	**دجابر**	۳۸.۶۸۶۲۱۴۷	۰.۰۰۱	۱
۱۸	سدور	۱.۷۲۸۶۳۷۹۵	۰.۲۷۶۴۹	۱	۳۷	**درازک**	۱.۵۲۸۱۰۳۱۴	۰.۳۲۶۵۳	۰
۱۹	رتکو	۶۶.۵۱۹۶۹۸۲	۰.۰۰۱	۰					

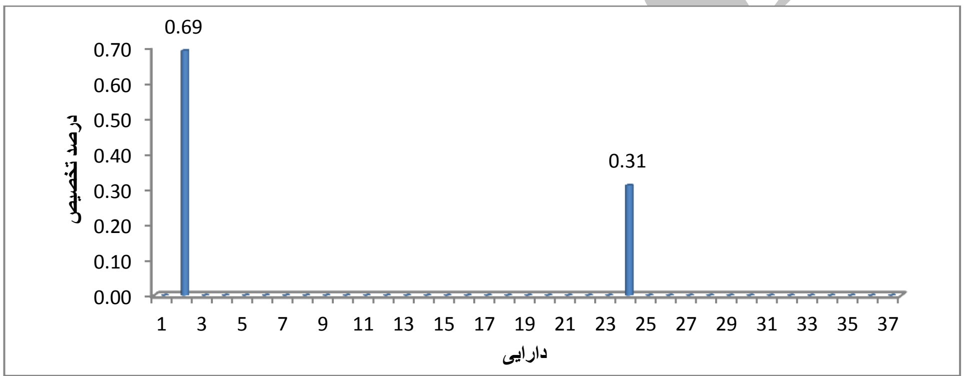
۴-۲- ارائه مدل و حل مساله

همانطور که در مدل‌های ۴، ۵ و۶ مشاهده می‌کنید. محدودیت‌ها و توابع هدف بکار گرفته در این مدل‌ها به صورت خطی هستند. بنابراین با روش برنامه‌ریزی خطی مسئله قابل حل می‌باشد.

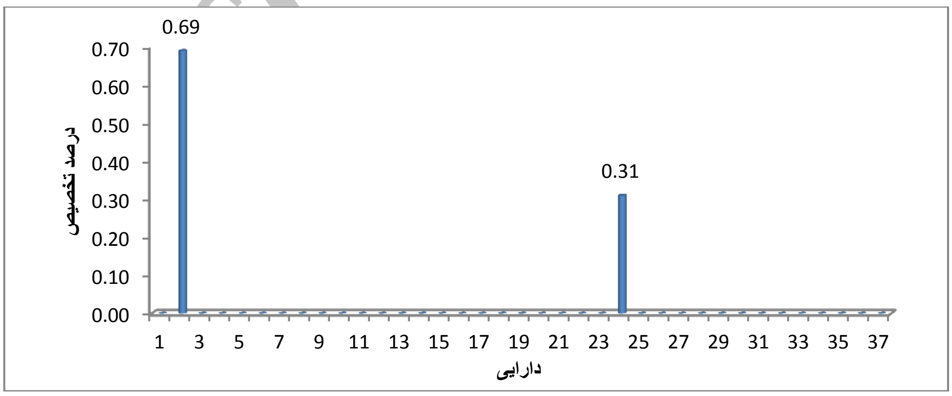
به منظور حل مسئله برای پارامتر α، از مقدار ۲ درصد تا ۹,۵ درصد به فاصله ۰,۲۵ درصد (جمعا ۳۱ حالت) در نظر گرفته شد و مساله از طریق تابع *linprog* در نرم افزار متلب برای هر یک از این حالات با توجه به حداقل بازده موردانتظار حل شد. در شکل‌های ۲،۳ و ۴ پرتفوی بهینه برای مقدار α مساوی با ۲ درصد نشان داده شده است.



شکل ۲- پرتفوی بهینه با توجه به مدل ۴ برای حداقل بازده قابل قبول ۲ درصد



پرتفوی بهینه با توجه به مدل ۵ برای حداقل بازده قابل قبول ۲ درصد-شکل ۳



شکل ۴- پرتفوی بهینه با توجه به مدل ۵ برای حداقل بازده قابل قبول ۲ درصد

مقایسه و تحلیل نتایج

برای مقایسه مدل‌ها از لحاظ کارایی به معیار عملکرد متفاوتی نسبت به شاخص شارپ نیازمندیم زیرا معیارهای انتخاب پرتفوی متفاوت بوده و فرض نرمال بودن وتقارن برقرار نیست. یکی از رویکردهای مورد استفاده برای بدست آوردن معیار عملکرد پرتفوی، استفاده از معیار ریسک عمومی‌تری نسبت به واریانس هستیم یعنی بنا به معادله زیر داریم:

$$ppm = \frac{r - r_f}{risk} \qquad (18)$$

r_f مقدار بازدهی بدون ریسک می‌باشد. در اینجا به برای $risk$ باید معیار کاراتری نسبت به واریانس در نظر گرفته شود. در این مقاله از معیار ریسک آموان-سارامون (AS) استفاده شده است[۶۴]. این شاخص را معیار عملکرد اقتصادی می‌نامیم که به صورت زیر تعریف می‌شود:

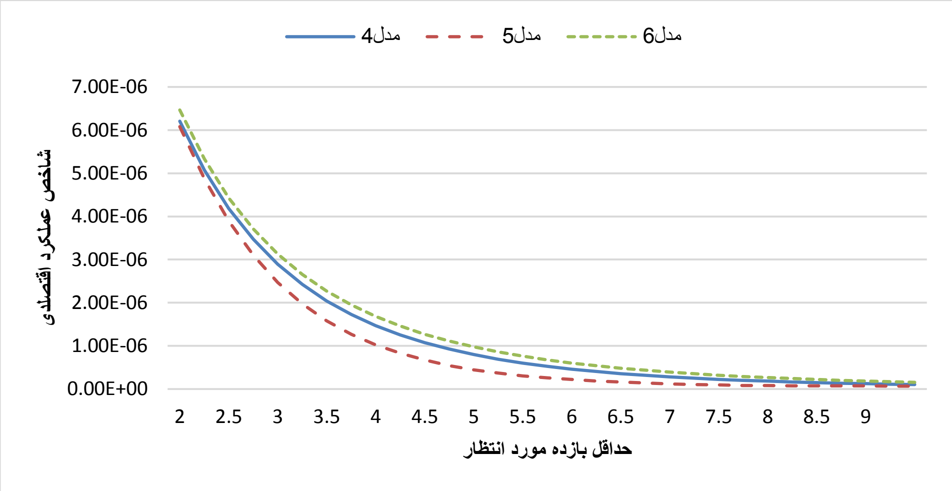
$$ppm = \frac{E(r) - r_f}{AS(r - r_f)} \qquad (19)$$

حال اگر بخواهیم برحسب گشتاورهای توزیع این مقدار را بدست آوریم. شاخص عملکرد اقتصادی EPM شاخص عملکرد اقتصادی به صورت زیر بدست می‌آید[۶۵]:

$$EPM^{NIG}(\mu, \sigma^2, \chi, \kappa) = \frac{18\mu}{(3\kappa\mu - 4\mu\chi^2 - 6\chi\sigma + 9\sigma^2/\mu)} \qquad (20)$$

که: μ, σ^2, χ و κ به ترتیب میانگین، واریانس، چولگی و کشیدگی بازده اضافی دارایی‌ها $(r - r_f)$ است که نحوه بدست آوردن هر یک از این از این پارامترها در بخش‌های قبل ارائه شده است. در این تحقیق بازدهی بدون ریسک ماهانه ۱٫۷ درصد[۶] در نظر گرفته شده است. به منظور مقایسه دو مدل در دو مدل ذکر شده مقدار حداقل بازده مورد انتظار α در بازه ۲ درصد تا ۹٫۵ درصد برای سی و یک نقطه محاسبه شده است.

همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌کنید مقدار شاخص عملکرد اقتصادی در مدل (۶) که مبتنی بر میانگین، واریانس، چولگی و کشیدگی است همواره بزرگتر از شاخص عملکرد اقتصادی در مدل (۵) مبتنی بر میانگین و واریانس و چولگی می‌باشد و مقدار شاخص عملکرد اقتصادی در مدل (۵) همواره بزرگتر از شاخص عملکرد اقتصادی در مدل (۴) مبتنی بر میانگین و واریانس می‌باشد همانطور که مطرح شد یکی از دلایل این امر عدم تقارن در بازده دارایی‌ها و عدم کارایی واریانس به تنهایی در مدل کردن ریسک در این شرایط است. بنابراین در نظر گشتاورهای مراتب بالاتر(چولگی و کشیدگی) به دلیل داشتن شاخص عملکرد اقتصادی بهتر نسبت به مدل واریانس می‌تواند در مدل انتخاب سبد سهام مفید واقع شود.



شکل ۵- مقایسه شاخص عملکرد اقتصادی مدل (۴)، (۵) و(۶)

۵- نتیجه‌گیری و بحث

فعالیت و رونق بازار سرمایه در هر کشور، یکی‌از نشانه‌های توسعه‌یافتگی کشورها، در سطح بین‌المللی شناخته می‌شود. در چنین کشورهایی اکثر سرمایه‌گذاری‌ها از طریق بازارهای مالی انجام می‌پذیرد و مشارکت فعال افراد جامعه در بازار سرمایه تضمین‌کننده حیات بازار سرمایه و توسعه پایدار کشور خواهد بود. درمشارکت فعال افراد جامعه در بازارهای سرمایه، عمده‌ترین مساله که هریک از سرمایه‌گذاران با آن مواجه هستند، تصمیم‌گیری برای انتخاب اوراق بهادار و دارایی‌های مناسب برای سرمایه‌گذاری و تشکیل سبد سهام است. از این رو تلاش‌های گسترده‌ای در بین محققان سرمایه‌گذاری در جهت ارائه روش‌هایی در جهت بررسی و تحلیل سهام در بازارهای مالی و بهبود این روش‌ها در دنیا صورت می‌گیرد. تلاش در جهت بهبود روش‌های تجزیه‌وتحلیل سهام به‌ویژه در بازارهایی که شمار سهام در آنها بسیار بالاست، منجر به پدید آمدن روش‌های نوینی‌گردیده که در کنار روش‌های گذشته درصدد یافتن پاسخی برای میل به حداکثرسازی مطلوبیت فرد در بازارهای مالی می‌باشند.

دو عامل مهم در مقوله تصمیمات سرمایه گذاری و مدیریت پرتفوی ریسک و بازده می‌باشد. سرمایه‌گذاران همواره تمایل دارند در سطح معینی از ریسک، بازدهی خود را افزایش داده یا در سطح معینی از بازده، ریسک خود را کاهش دهند. مارکویتز با ارائه مدل خود در زمینه سبد سهام نشان داد که با تشکیل سبد دارایی‌های مالی این امکان بوجود می‌آید که در سطح معینی از بازده ریسک را کاهش داد. لذا سرمایه‌گذاران تمایل دارند تا با شناخت و انتخاب ترکیب بهینه دارایی‌های مالی در سبد سهام خود، بازده مورد انتظار خود را حداکثر و ریسک را حداقل نمایند. اما سرمایه‌گذاران با دو مشکل اساسی مواجه هستند.

اولین مشکل مربوط به فروض زیربنایی مدل مارکویتز یعنی اینکه بازده دارایی‌ها به صورت عدد تصادفی در نظر گرفته می‌شود که در دنیای امروزی به دلیل عدم اطمینان و ابهام در اطلاعات موجود و شرایط آینده به دور از واقعیت است و مشکل دوم متقارن بودن تابع توزیع دارایی‌ها و بی‌تفاوت بودن سرمایه‌گذار نسبت به گشتاورهای مراتب بالاتر است.

از طرفی یکی از مهمترین نقص‌های مطرح شده این است که واریانس، دید یکسانی را نسبت به بازده‌های بالا و پایین دارد یعنی مقدار بازده خیلی بالا و خیلی پایین برای سرمایه‌گذار ریسک یکسانی را در پی خواهد داشت که در جهان واقعی این‌طور به نظر نمی‌رسد. سرمایه‌گذاران فقط نوسانات قسمت نامطلوب از بازده را به عنوان شاخص ریسک در نظر می‌گیرند. مطالعات فاما، آردیت، سیمکوزیت، بیدل و چون هاچینو و همکاران نشان می‌دهد که بازده دارایی‌ها درای توزیع متقارن نیست. این در حالی است که بسیاری از محققان نشان دادند که درجات گشتاور بالاتر قابل چشم‌پوشی در نظریه پرتفوی نیستند مگر اینکه بنابه دلایلی مانند تقارن توزیع احتمال، این گشتاورها درنظر گرفته نشوند.

با توجه به دو مشکل مطرح شده، تحقیق حاضر سعی نمود تا اثر در نظر گرفتن گشتاورهای بالاتر را در محیط مبهم و فازی نشان دهد. بنابراین در این مقاله از داده‌های بورس اوراق بهادار تهران برای مطالعات تجربی استفاده شد ابتدا بوسیله آماره جارک برا به این نتیجه رسیدیم که بازده دارایی‌ها نرمال و متقارن نمی‌باشد. به این منظور سه مدل بر ارائه گردید که مدل اول بر مبنای میانگین و واریانس، مدل دوم بر مبنای میانگین، واریانس و چولگی و مدل سوم بر مبنای میانگین، واریانس، چولگی و کشیدگی بود، سپس به دلیل خطی بودن مدل، با استفاده از برنامه‌ریزی خطی مسئله حل شد. در مرحله بعد برای مقایسه مدل-ها، بدلیل متفاوت بودن معیارهای ریسک از شاخص عملکرد اقتصادی استفاده شد. با مقایسه مقدار شاخص عملکرد اقتصادی دو مدل به این نتیجه رسیدیم مدل به طور خلاصه در مدل‌هایی که درجات گشتاور بالاتر لحاظ شده است میزان شاخص عملکرد بالاتر بوده و پرتفوی ایجادشده دارای کارایی بالاتری می‌باشد. بنابراین در نظر گرفتن گشتاورهای مراتب بالاتر می‌تواند موجب بهبود کارایی و تخصیص بهتر دارایی در ایجاد پرتفوی گردد.

در انتها برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد که با بکار بردن محدودیت‌های مانند حداقل میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم، محدودیت حداکثر تعداد سهام موجود در سبد اوراق بهادار و... مدل به فضای واقعی نزدیکتر گردد و در مرحله بعد پیشنهاد می‌شود که معیارهای دیگری مانند کمینه کردن هزینه‌های تراکنش، حداکثر کردن معیار نقدشوندگی و ...به مدل پیشنهادی اضافه گردد تا کارایی مدل در این شرایط نیز نشان داده شود.

فهرست منابع

[۱] H. Tanaka and P. Guo, "Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions," European Journal of Operational Research, vol. ۱۱٤, pp. ۱۲٦-۱۱٥, ۱۹۹۹.

[۲] M. Arenas Parra, A. Bilbao Terol, and M. Rodrıguez Urıa, "A fuzzy goal programming approach to portfolio selection," European Journal of Operational Research, vol. ۱۳۳, pp.

۲۹۷-۲۸۷, ۲۰۰۱.
[۳] C. Carlsson, R. Fullér, and P. Majlender, "A possibilistic approach to selecting portfolios with highest utility score," Fuzzy sets and systems, vol. ۱۳۱, pp. ۲۱-۱۳, ۲۰۰۲.
[٤] F. D. Arditti, "Risk and the required return on equity," The Journal of Finance, vol. ۲۲, pp. ٣٦-١٩, ١٩٦٧.
[٥] A. Kraus and R. H. Litzenberger, "SKEWNESS PREFERENCE AND THE VALUATION OF RISK ASSETS*," The Journal of Finance, vol. ۳۱, pp. ۱۱۰۰-۱۰۸٥, ١٩٧٦.
[٦] C. Machado dos Santos and A. Brandão Fernandes, "Skewness in financial returns: Evidence from the portuguese stock market," Minho University (Portugal), Management Research Group Working Paper, ۲۰۰۰.
[۷] S .Liu, S. Wang, and W. Qiu, "Mean-variance-skewness model for portfolio selection with transaction costs," International Journal of Systems Science, vol. ٣٤, pp. ٢٦٢-٢٥٥, ۲۰۰۳.
[۸] W.-G. Zhang, Y.-L. Wang, Z.-P. Chen, and Z.-K. Nie, "Possibilistic mean–variance models and efficient frontiers for portfolio selection problem," Information Sciences, vol. ۱۷۷, pp. ۲۸۰۱-۲۷۸۷, ۲۰۰۷.
[۹] P. A. Samuelson, "The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments ",The Review of Economic Studies, vol. ۳۷, pp. -٥۳۷ ٥٤٢, ۱۹۷۰.
[۱۰] S. A. Ross, "The arbitrage theory of capital asset pricing," Journal of economic theory, vol. ۱۳, pp. ٣٦٠-٣٤١, ١٩٧٦.
[۱۱] H. Markowitz, Portfolio selection: efficient diversification of investments: Yale university press, ۱۹٥۹.
[۱۲] B. M. Rom and K. W. Ferguson, "Post-modern portfolio theory comes of age," The Journal of Investing, vol. ۳, pp. ۱۷-۱۱, ١٩٩٤.
[۱۳] M. Unser, "Lower partial moments as measures of perceived risk: An experimental study," Journal of Economic Psychology, vol. ۲۱, pp. ۲۸۰-۲٥۳, ۲۰۰۰.
[١٤] F. D. Arditti, "Another look at mutual fund performance," Journal of Financial and Quantitative Analysis, pp. ۹۱۲-۹۰۹, ۱۹۷۱.
[١٥] E. F. Fama, "Portfolio analysis in a stable Paretian market," Management science, vol. ۱۱, pp. ٤١٩-٤٠٤, ١٩٦٥.
[١٦] M. A. Simkowitz and W. L. Beedles, "Diversification in a three-moment world," Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. ۱۳, pp. ٩٤١-٩٢٧, ۱۹۷۸.
[۱۷] P. Chunhachinda, K. Dandapani, S .Hamid, and A. J. Prakash, "Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets," Journal of Banking & Finance, vol. ۲۱, pp. ١٦٧-١٤٣, ۱۹۹۷.
[۱۸] H. Grootveld and W. Hallerbach, "Variance vs downside risk: Is there really that much difference?," European Journal of operational research, vol. ١١٤, pp. ٣١٩-٣٠٤, ۱۹۹۹.
[۱۹] K. V. Chow and K. C. Denning, "On variance and lower partial moment betas the equivalence of systematic risk measures," Journal of Business Finance & Accounting, vol . ,۲۱pp. ٢٤١-٢٣١, ١٩٩٤.
[۲۰] H. Konno and H. Yamazaki, "Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market," Management science, vol. ۳۷, pp. ٥۳۱-٥۱۹, ۱۹۹۱.
[۲۱] H. Konno, H. Shirakawa, and H. Yamazaki, "A mean-absolute deviation-skewness portfolio optimization model," Annals of Operations Research, vol. ٤٥, pp. ٢٢٠-٢٠٥, ۱۹۹۳.
[۲۲] B. Liu and Y.-K. Liu, "Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models," Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, vol ,۱۰ .pp. ٤٥٠-٤٤٥, ۲۰۰۲.
[۲۳] S. Besley and E. F. Brigham, Principles of finance: Thomson Learning, ۱۹۹۹.
[٢٤] L. A. Fono, J. S. Kamdem, and C. Tassak, "Moments and Semi-Moments for fuzzy portfolios selection," ۲۰۱۱.
[٢٥] T. Hasuike, H. Katagiri, and H. Ishii, "Portfolio selection problems with random fuzzy

variable returns," Fuzzy Sets and Systems, vol. ۱٦۰, pp. ۲٥۹٦-۲٥۷۹, .۲۰۰۹
[۲٦] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," Information and control, vol. ۸, pp. ۳٥۳-۳۳۸, .۱۹٦٥
[۲۷] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility," Fuzzy sets and systems, vol. ۱۰۰, pp. ۳٤-۹, .۱۹۹۹
[۲۸] D. Dubois, H. M. Prade, H. Farreny, R. Martin-Clouaire, and C. Testemale, Possibility theory: an approach to computerized processing of uncertainty vol. ۲: Plenum press New York, .۱۹۸۸
[۲۹] M. Inuiguchi and T. Tanino, "Portfolio selection under independent possibilistic information," Fuzzy sets and systems, vol. ۱۱٥, pp. ۹۲-۸۳, .۲۰۰۰
[۳۰] R. Bhattacharyya, S. Kar, and D. D. Majumder, "Fuzzy mean–variance–skewness portfolio selection models by interval analysis," Computers & Mathematics with Applications, vol. ٦۱, pp. ۱۳۷-۱۲٦, .۲۰۱۱
[۳۱] M. Inuiguchi and J. Ramík, "Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem," Fuzzy sets and systems, vol. ۱۱۱, pp. ۲۸-۳, .۲۰۰۰
[۳۲] E. Almaraz Luengo, "Fuzzy mean-variance portfolio selection problems," Advanced modelling and optimization, vol. ۱۲, pp. ٤۱۰-۳۹۹, .۲۰۱۰
[۳۳] H. Tanaka, P. Guo, and I. B. Türksen, "Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions," Fuzzy sets and systems, vol. ۱۱۱, pp. ۳۹۷-۳۸۷, .۲۰۰۰
[۳٤] A. Bilbao-Terol, B. Pérez-Gladish, M. Arenas-Parra, and M. V. Rodríguez-Uría, "Fuzzy compromise programming for portfolio selection," Applied Mathematics and Computation, vol. ۱۷۳, pp. ۲٦٤-۲٥۱, .۲۰۰٦
[۳٥] E. Vercher, J. D. Bermúdez, and J. V. Segura, "Fuzzy portfolio optimization under downside risk measures," Fuzzy sets and systems, vol ,۱٥۸ .pp. ۷۸۲-۷٦۹, .۲۰۰۷
[۳٦] M. Ida, "Portfolio selection problem with interval coefficients," Applied Mathematics Letters, vol. ۱٦, pp. ۷۱۳-۷۰۹, .۲۰۰۳
[۳۷] K. K. Lai, S. Wang, J. Xu, S. Zhu, and Y. Fang, "A class of linear interval programming problems and its application to portfolio selection," Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, vol. ۱۰, pp. ۷۰٤-٦۹۸, .۲۰۰۲
[۳۸] S. Giove, S. Funari, and C. Nardelli, "An interval portfolio selection problem based on regret function," European Journal of Operational Research, vol. ۱۷۰, pp. ۲٦٤-۲٥۳, .۲۰۰٦
[۳۹] W.-G. Zhang and W.-L. Xiao, "On weighted lower and upper possibilistic means and variances of fuzzy numbers and its application in decision," Knowledge and information systems, vol. ۱۸, pp. ۳۳۰-۳۱۱, .۲۰۰۹
[٤۰] W-.G. Zhang, "Possibilistic mean–standard deviation models to portfolio selection for bounded assets," Applied mathematics and computation, vol. ۱۸۹, pp. ۱٦۲۳-۱٦۱٤, .۲۰۰۷
[٤۱] S. Heilpern, "The expected value of a fuzzy number," Fuzzy Sets and Systems, vol ,٤۷ .pp. ۸٦-۸۱, .۱۹۹۲
[٤۲] G. Chen, X. Liao, and S. Wang, "A cutting plane algorithm for MV portfolio selection model," Applied Mathematics and Computation, vol. ۲۱٥, pp. ۱٤٦۲-۱٤٥٦, .۲۰۰۹
[٤۳] Y. Yoshida, "An estimation model of value-at-risk portfolio under uncertainty," Fuzzy Sets and Systems, vol. ۱٦۰, pp. ۳۲٦۲-۳۲٥۰, .۲۰۰۹
[٤٤] C. Carlsson and R. Fullér, "On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers," Fuzzy sets and systems, vol. ۱۲۲, pp. ۳۲٦-۳۱٥, .۲۰۰۱
[٤٥] C. Mamoghli and S. Daboussi, "Capital asset pricing models and performance measures in the downside risk framework," Journal of Emerging Market Finance, vol. ۹, pp. ۱۳۰-۹٥, .۲۰۱۰
[٤٦] !!!INVALID CITATION!!!
[٤۷] X. Huang, "A review of credibilistic portfolio selection," Fuzzy Optimization and Decision Making, vol. ۸, pp. ۲۸۱-۲٦۳, .۲۰۰۹

[٤٨] X. Li, Y. Zhang, H.-S. Wong, and Z. Qin, "A hybrid intelligent algorithm for portfolio selection problem with fuzzy returns," Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. ٢٣٣, pp. .٢٠٠٩ ,٢٧٨-٢٦٤

[٤٩] X. Li, Z. Qin, and S. Kar, "Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns," European Journal of Operational Research, vol. ٢٠٢, pp. ٢٤٧-٢٣٩, .٢٠١٠

[٥٠] X. Zhang, W.-G. Zhang, and R. Cai, "Portfolio adjusting optimization under credibility measures," Journal of computational and applied mathematics, vol. ٢٣٤, pp. ١٤٦٥-١٤٥٨, .٢٠١٠

[٥١] Y. Chen, Y.-K. Liu, and J. Chen, "Fuzzy portfolio selection problems based on credibility theory," in Advances in Machine Learning and Cybernetics, ed: Springer, ٢٠٠٦, pp. -٣٧٧ .٣٨٦

[٥٢] X. Huang, "Mean-semivariance models for fuzzy portfolio selection," Journal of computational and applied mathematics, vol. ٢١٧, pp. ٨-١, .٢٠٠٨

[٥٣] X. Huang, "Risk curve and fuzzy portfolio selection," Computers & Mathematics with Applications, vol. ٥٥, pp. ١١١٢-١١٠٢, .٢٠٠٨

[٥٤] X. Huang, "Mean-entropy models for fuzzy portfolio selection," Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, vol. ١٦, pp. ١١٠١-١٠٩٦, .٢٠٠٨

[٥٥] W. Edwards, J. R. Newman, K. Snapper, and D .Seaver, Multiattribute evaluation: Sage publications Beverly Hills, CA, .١٩٨٢

[٥٦] Z. Qin, X. Li, and X. Ji, "Portfolio selection based on fuzzy cross-entropy," Journal of Computational and Applied mathematics, vol. ٢٢٨, pp. ١٤٩-١٣٩, .٢٠٠٩

[٥٧] R. Bhattacharyya, M. B. Kar, S. Kar, and D. D. Majumder, "Mean-entropy-skewness fuzzy portfolio selection by credibility theory approach," in Pattern Recognition and Machine Intelligence, ed: Springer, ٢٠٠٩, pp. .٦٠٨-٦٠٣

[۵۸] شمس و دستخوان ۱۳۹۰. به کارگیری برنامه ریزی ریاضی فازی در مسئله ی تعیین سبد بهینه سهام. ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع.

[۵۹] یحیی‌زاده و همکاران. ۱۳۹۰. مقایسه مدلهای سبد سهام در حالت تصادفی و تصادفی فازی بودن بازده مورد انتظار. پیشرفت های حسابداری, شماره اول, صفحه ۱۹۶-۱۷۱.

[۶۰] علی همتی و همکاران. ۱۳۹۰. کاربرد برنامه ریزی خطی فازی در تنظیم مجدد سبد سهام با پارامترهای فازی. چهارمین کنفرانس بین المللی تحقیق در عملیات ایران.

[٦١] B. Liu, *Uncertainty theory: an introduction to its axiomatic foundations* vol. ١٥٤: Springer, .٢٠٠٤

[٦٢] L. A. Fono, J. S. Kamdem, and C. D. Tassak, "Kurtosis and Semi-kurtosis for Portfolios Selection with Fuzzy Returns," .٢٠١١

[٦٣] C. M. Jarque and A. K. Bera, "A test for normality of observations and regression residuals," *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, pp. -١٦٣ ١٧٢, .١٩٨٧

[٦٤] R. J. Aumann and R. Serrano, "An economic index of riskiness," *Journal of Political Economy*, vol. ١١٦, pp. ٨٣٦-٨١٠, .٢٠٠٨

[٦٥] U. Homm and C. Pigorsch, "Beyond the Sharpe ratio: An application of the Aumann–Serrano index to performance measurement," *Journal of Banking & Finance*, vol. ٣٦, pp. ٢٢٨٤-٢٢٧٤, .٢٠١٢

یادداشت ها

[1] Interval programing
[2] Possibility theory
[3] Self-Duality
[4] *Necessity*
[5] Jarque and Bera

[۶] معادل ۲۲ درصد ترخ بهره سالیانه