مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره بیست و پنجم / زمستان ۱۳۹٤

مدل سازی نرخ بازده موردانتظار در بازار ایران
با استفاده از قراردادهای آتی سکه طلا

فرید شناسا[۱]
کامران پاکیزه[۲]
علیرضا رستگار[۳]

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۱/۲۷ تاریخ پذیرش: ۹۴/۲/۱۹

چکیده

در این پژوهش در تلاش بودیم تا با استفاده از قراردادهای آتی نرخی را به دست بیاوریم که در فقدان ابزار با درآمد ثابت در ایران بتواند نماینده ای برای نرخ بازده مورد انتظار بازار باشدودر گام بعد اقدام به مدل سازی آن نمودیم. برای این منظور از قراردادهای آتی سکه طلای شرکت بورس کالای ایران بهره بردیم . برای مدل سازی سری زمانی حاصل از قراردادهای آتی از دو روش اقتصادسنجی و مدل های تک عاملی نرخ بهره استفاده کردیم.از میان مدل های تک عاملی نرخ بهره، مدل تعادلی وزیچک را به عنوان یکی از اصلی ترین و معروف ترین مدل های تعادلی انتخاب کردیم. برای برآورد پارامترهای این مدل از روش حداقل کردن مجموع مربعات خطا استفاده کردیم.طی مطالعات اقتصاد سنجی بررسی های ما مدل آریما و گارچ را برای مدل کردن سری زمانی معرفی نمود. نتایج پژوهش ما نشان داد که نرخ بازده مورد انتظار به دست آمده از قراردادهای آتی با مدل های نرخ بهره تک عاملی همخوانی دارد و مدل تعادلی وزیچک می تواند ویژگی های آن رابهتر از مدل های اقتصاد سنجی تبیین نماید.

واژه‌های کلیدی: نرخ بازده مورد انتظار، نرخ بهره، مدل های نرخ بهره کوتاه مدت، مدل های تعادلی، قراردادهای آتی.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی دانشگاه علوم اقتصادی Farid_shenasa@hotmail.com
۲- دانشگاه علوم اقتصادی، دانشکده علوم مالی Kamran.pakizeh@gmail.com
۳- دانشگاه علوم اقتصادی، دانشکده علوم مالی Ma_rastegar@yahoo.com

Archive of SID
www.SID.ir

۱- مقدمه

سرمایه گذاران و تحلیل گران برای انتخاب، بررسی و مقایسه طرح های سرمایه گذاری از روش های مختلف اقتصاد مهندسی همچون روش شاخص سود آوری (PI) ،ارزش فعلی خالص (NPV)، نرخ بازده داخلی (IRR) ودوره بازگشت سرمایه تنزیلی ، بهره می برند که در تمام این ابزار ها نرخ بازده مورد انتظار و نرخ تنزیل ، سنگ محک یا شاخص اساسی برای قضاوت اقتصادی بودن طرح به شمار می رود. معمولا اوراق با درآمد ثابت در انواع مختلف (با سطوح اعتباری و مدت زمان تا سررسیدمختلف)در بازار ها در دسترس اند و معمولا از این ابزار ها استفاده می شود و نرخ های بهره یا بازده آنها به عنوان یک پروکسی برای نرخ بازده مورد انتظار یا نرخ تنزیل در تصمیم گیری های اقتصادی مورد استفاده قرار می گیرد ، معمولا از نرخ اوراق خزانه یا لایبور برای مدل سازی نرخ بازده مورد انتظار (نرخ بهره) استفاده می شود اما فقدان بازارهای با درآمد ثابت در کشورمان؛ مانع محاسبه، برآورد و سنجش این نرخ ، و تغییرات و پیش بینی آن در بازار می شود. در این پژوهش به دنبال این هستیم که از قراردادهای آتی سکه طلا که در شرکت بورس کالای ایران معامله می شود استفاده و نرخ بازده مورد انتظار حاصل از آنها را به عنوان پروکسی یا نماینده ای از نرخ بازده مورد انتظار بازار در نظر بگیریم و به عنوان جایگزینی برای نرخ های حاصل از اوراق با درآمد ثابت در نظر بگیریم و با استفاده از سری زمانی این نرخ ها ،یک مدل برای نرخ بازده مورد انتظار بازار بیابیم.

۲- مبانی نظری و مروری بر بیشینه پژوهش

نرخ بهره را می توان به عنوان هزینه ای دانست که وام گیرنده بابت استفاده از سرمایه، به وام دهنده پرداخت می نماید. به عبارت دیگر بهره را می توان به عنوان هزینه اجاره ای که مستاجر به مالک سرمایه به علت خارج شدن سرمایه از دست مالک و ناتوانی استفاده از آن در طول مدت اجاره به وی پرداخت می گردد. (کلیسون استیفان-۲۰۰۹-فصل اول)

مدل نرخ بهره توصیف احتمالی از نحوه شکل‌گیری نرخهای بهره آتی است. نرخهای بهره آتی که براساس اطلاعات کنونی محاسبه می‌شوند، دارای عدم قطعیت هستند. مدل نرخ بهره توصیف‌کننده ویژگی‌های این عدم قطعیت است. مدل های نرخ بهره به دو دسته مدل های تک عاملی و چندعاملی تقسیم بندی می شوند. مدلهای تک عاملی مدل هایی هستند که برای مدل سازی نرخ بهره از مقدار فعلی نرخ بهره استفاده می کنند. تعدادی از مدلهای ساختار زمانی تک-عامله و چندعامله که در کتابها و مقالات پیشنهاد شده‌اند عبارتند از:

- مدل Ho-Lee
- مدل Vasicek
- مدل Hull-White
- مدل Cox-Ingersoll-Ross

Archive of SID

www.SID.ir

- مدل Kalotay-Williams- Fabozzi
- مدل Black- Karasinski
- مدل Black-Derman-Toy

این مدلها براساس پروسه کوتاه مدت SDE به شکل زیر هستند :

$$dr = \mu(r,t)dt + \sigma i^{\alpha} d\hat{\beta}$$

تفاوت این مدلها در انتخاب drift، $\mu(r,t)$ و exponent، α، است. در جدول زیر جزییات هر مدل نشان داده شده است.(فبوزی- فرانک-۲۰۰۴ - صفحه ۵۹۳)

نام مدل یک عامله	نوع	α	$\sigma(t)$	$\mu(r,t)$
Ho-Lee $dr = \mu dt + \sigma d\hat{\beta}$	بدون آربیتراژ	ثابت $\alpha = 0$	ثابت $\sigma(t) = \sigma$	ثابت $\mu(r,t) = \mu$
Vasicek $dr = \frac{(L-r)}{T} dt + \sigma d\hat{\beta}$	تعادلی	ثابت $\alpha = 0$	ثابت $\sigma(t) = \sigma$	وابسته به نرخ بهره r $\mu(r,t) = \frac{(L-r)}{T}$ L = ثابت T = ثابت
Hull-White $di = \frac{(L-r)}{T} dt + \sigma(t) d\hat{\beta}$	تعادلی	ثابت $\alpha = 0$	متغیر با زمان $\sigma(t)$	وابسته به نرخ بهره r $\mu(r,t) = \frac{(L-r)}{T}$ L = ثابت T = ثابت
Cox-Ingersoll-Ross(CIR) $\boldsymbol{di = \frac{(L-r)}{T} dt + \sigma\sqrt{r}\, d\hat{\beta}}$	تعادلی	ثابت $\alpha = \frac{1}{2}$	ثابت $\sigma(t) = \sigma$	وابسته به نرخ بهره r $\mu(r,t) = \frac{(L-i)}{T}$ L = ثابت T = ثابت
Kalotay-Williams-Fabozzi(KWF) $di = \theta(t)\, r\, dt + \sigma\, r\, d\beta_t$	تعادلی	ثابت $\alpha = 1$	ثابت $\sigma(t) = \sigma$	وابسته به نرخ بهره r و زمان t $\mu(r,t) = \theta(t) r$
Black-Karasinski $d\ln r = [\theta(t) - \emptyset(t)\ln r]dt + \sigma(t) d\beta_t$	تعادلی	ثابت $\alpha = 1$	متغیر با زمان $\sigma(t)$	

Archive of SID

www.SID.ir

مدل وزیچک

مدل وزیچک از یک فرآیند تصادفی بازگشت به میانگین استفاده می کند تا تغییرات نرخ بهره کوتاه مدت را مدل سازی کند.خصوصیت بازگشت به میانگین از فاکتور های اساسی این مدل می باشد که توجیه اقتصادی قابل تاملی دارد. نرخ های بهره بالا موجب می شوند تقاضای وام گیرندگان کم شود و حرکت اقتصاد را کند می کند که این امر موجب می شود که نرخ بهره به نقطه تعادل بلند مدت خود نزدیک شود. در نقطه مقابل هنگامی که نرخ بهره پایین باشد هجوم برای وام گرفتن رخ می دهد و موجب افزایش نرخ ها می شود.در این مدل فرض می شود نرخ بهره کوتاه مدت (r_t) معلوم است و با استفاده از دیفرانسیل تصادفی زیر مقادیر پسین را به دست می آورد:

$$dr_t = \alpha (\Upsilon - r_t)d_t + \sigma dz_t$$

که در آن r_t تابعی زمان پیوسته با خاصیت مارکفی است به این معنا که سیستم حافظه ندارد. به همین علت است که حرکت های آینده نرخ بهره به مسیری که قبلا طی نموده بستگی ندارد و فقط به مقدار فعلی آن r_t وابسته است.در این عبارت γ میانگین بلند مدت نرخ بهره می باشد و α سرعت تعدیل r می باشد به این ترتیب که اگر $\gamma < r$ باشد $\alpha < ۰$ می شود و جمله $\alpha(\gamma - r_t)$ منفی شود و در نتیجه dr_t منفی می شود تا نرخ بهره به سمت میانگین خود (γ) باز گردد. و اگر $\gamma > r$ باشد، عکس این موضوع اتفاق می افتد.جمله دوم سعی دارد نوسان پذیری حاصل از فاکتور های دیگر را تبیین کند، که در آن σ نوسان پذیری و Z_t فرآیند وینر می باشد که گویای این است که Z_T به شرط Z_t دارای توزیعی نرمال با میانگین Z_t و واریانس T-t می باشد. (فبوزی- فرانک-۲۰۰۴ - صفحه ۶۳۸)

مروری بر مطالعات پیشین :

با توجه به در دسترس بودن اوراق با درآمد ثابت در انواع مختلف (با سطوح اعتباری و مدت زمان تا سررسید مختلف)در بازار ها، معمولا نرخ های بهره یا بازده این ابزار ها به عنوان یک پروکسی برای نرخ بهره مورد استفاده قرار می گیرند. طبیعی است که در مطالعات خارجی با توجه به وجود ابزار با درآمد ثابت متفاوت، هیچ مطالعه ای در زمینه به دست آوردن نرخ بهره از قراردادهای آتی انجام نشده باشد. اما در زمینه مدل سازی سری زمانی حاصل از نرخ بهره حاصل از ابزار های با درآمد ثابت مطالعات فراوانی وجود دارد. در این مطالعات ، مدل سازی های نرخ بهره کوتاه مدت با استفاده از اوراق خزانه ، لایبور ، رپو ریت ها و... انجام پذیرفته است و این مدل ها را مدل های کوتاه مدت نرخ بهره می نامند. مطالعات زیر در زمینه مدل های نرخ بهره کوتاه مدت و بر اساس اطلاعات حاصل از اوراق خزانه و لایبور ها انجام گرفته اند:

در سال ۱۹۹۲ ، (CHAN,KAROLYN,LONGSTAFF,SANDERS) CKLSبا ترکیب ۸ مدل نرخ بهره کوتاه مدت فوق، یک معادله دیفرانسیل تصادفی عمومی برای نرخ بهره کوتاه مدت ایجاد کردند و سپس به کمک روش GMM نسبت به برآورد پارامتر ها و مقایسه ۸ مدل ،برای پیدا کردن بهترین مدل

Archive of SID

www.SID.ir

توضیح دهنده بر روی داده های اوراق خزانه آمریکا اقدام کردند، نتیجه گیری آنها این بود که مدل های وزیچک[۱]و سیر اس آر[۲] عملکرد مناسبی ندارند و مدل های دوفان[۳] و سیر وی آر [۴] نتایج مناسبی ارائه می دهند.

نومن[۵] طی مطالعه ای روش CKLS را مورد بررسی قرارداد اما برای برآورد ها به جای روش GMM از گاسین در مدل های زمان گسسته استفاده کرد و نتایج را با روش CKLS مقایسه کرد و اینچنین نتیجه گرفت که برای نرخ بهره کوتاه مدت انگلیس مقدار وابستگی نوسانات نرخ بهره به سطح نرخ بهره ،بسیار کمتر از مقدار آن برای نرخ بهره کوتاه مدت در آمریکا است.(نومن-۱۹۹۷)

پس از آن اپیسکپس [۶]در مقاله ای رفتار تصادفی نرخ بهره ۱ ماهه بین بانکی را در ۱۰ کشور مورد بررسی قرارداد. او برای برآورد پارامتر ها از برآورد گر حداکثر درست نمایی با کمک از روش گاسین بهره برد. دو نتیجه مهم او چنین بود:

۱) نوسانات نرخ بهره به آن میزانی که در مقالات قبل ذکر شده بود به سطح نرخ بهره بستگی ندارند و پارامتر مذکور (γ) دراکثر کشور ها مقادیری کمتر از ۱ دارند.

۲) در بین روش های تک متغیره CEV بهتر می تواند پاسخ دهد. (اپیسکپس-۲۰۰۰)

در سال ۲۰۰۶ ،ژین بو[۷] روش CKLS را با داده های نرخ بهره کوتاه مدت انگلیس و با روش جی ام ام برای ۸ مدل مطرح مورد بررسی قرار داد و به نتایج زیر رسید:

۱-مدل های وزیچک و مرتون[۸] عملکرد ضعیفی دارند.

۲-شواهدی مبنی بر اینکه γوسطح نرخ بهره رابطه شدیدی دارند وجود ندارد.

۳-نرخهای لایبور[۹] و اوراق خزانه آمریکا بازگشت به میانگین نیستند.

در سال ۲۰۱۲ ، خرامو و ودیم[۱۰] مطالعات قبل را بر روی نرخ بهره واقعی انجام دادند و با استفاده از اوراق خزانه آمریکا و رابطه فیشر (و استفاده از مدل های پیش بینی تورم) تلاش بر مدل سازی نرخ بهره واقعی نمودند.و مدل سیر را از بقیه مدل ها برای مدل سازی نرخ بهره واقعی کوتاه مدت مناسب تر دانستند. در سال ۲۰۱۴،Gazanfarunal, Selcukbayraci با استفاده از مدل GARCH(1,1) پیوسته زمان بر روی داده های اوراق خزانه دو ساله ترکیه ، اقدام به بررسی نوسان پذیری نرخ بهره کوتاه مدت کردند و به این نتیجه رسیدند این مدل پیوسته زمان بسیار بهتر از مدل های گسسته می تواند رفتار نرخ بهره کوتاه مدت را برازش کند.

تمامی مطالعات فوق با استفاده از ابزارهای با درآمد ثابت صورت گرفته و در همگی از اطلاعات اوراق خزانه و لایبور استفاده شده است و به مدل سازی نرخ بهره پرداخته اند. فقدان بازار های با درآمد ثابت در کشورمان؛ مانع محاسبه، برآورد و سنجش این نرخ ، و تغییرات و پیش بینی آن در بازار می شود؛ و متاسفانه هیچ مطالعه داخلی بر روی محاسبه یا برآورد نرخ بازده مورد انتظار (یا حتی نرخ بهره) انجام نگرفته است و در نتیجه انتظار یافتن مطالعه ای روی مدل سازی یا پیش بینی نرخ بازده موردانتظار نیتی دست نیافتنی است. امید است که این پژوهش شروعی برای انجام مطالعات در این باب باشد.

Archive of SID

www.SID.ir

۳- فرضیه پژوهش

نرخ بازده مورد انتظار در بازار قراردادهای آتی سکه طلا از مدل های تعادلی پیروی می کند.

۴- روش شناسی پژوهش

به منظور مدل کردن نرخ بازده مود انتظار در بازار ابتدا اقدام به تشکیل سری زمانی نرخ های بازده نموده و سپس سری زمانی حاصل را مورد ارزیابی و مدل سازی قرار می دهیم. به منظور به دست آوردن سری زمانی نرخ بازده مورد انتظار، از قراردادهای آتی سکه طلا که در شرکت بورس کالای ایران معامله می شود کمک گرفته و با استفاده از فرمول ارزشگذاری بدون آربیتراژ $F=S\times (1+r)^T$ و مساوی قراردادن قیمت قرارداد آتی(F) با قیمت سکه بازار (S) و دانستن زمان تا سررسید قرارداد آتی (T) نرخ تنزیل آن را به دست آوریم؛ آنچه در این مرحله به دست می آید نرخ بازده مورد انتظار معامله گران بازار سکه می باشد که ما آن را نماینده (پروکسی) ای برای نرخ بازده مورد انتظار بازار می دانیم. در گام بعد با استفاده از قیمت سکه(در بازار) و قراردادهای آتی در روز های مختلف ،طی ۲ سال گذشته، یک سری زمانی از نرخ بازده مورد انتظار را می یابیم .

جامعه آماری ما قیمت آخرین معامله هر روز قراردادهای آتی سکه طلا شرکت بورس کالای ایران و قیمت پایانی معاملات سکه تمام بهار آزادی طرح جدید در بازار تهران می باشد که به ترتیب از بانک اطلاعاتی شرکت بورس کالا و شرکت پارس رسا استخراج شده اند. نمونه ما در این پایان نامه از قیمت قراردادهای آتی طی سال های ۹۱ و ۹۲ تشکیل گردیده است که علت انتخاب این نمونه پیش تر توضیح داده خواهد شد. همچنین به ازای هر قیمت از قراردادهای آتی ،قیمت همان روز سکه در بازار را جمع آوری می نماییم.

با توجه به اینکه در تحقیق ما نرخ های بازده از قیمت قراردادهای آتی سکه وقیمت سکه در بازار به دست می آیند برای تشکیل سری زمانی نرخ های بازده، باید سری زمانی قیمت سکه بهار آزادی در بازار و سری زمانی قیمت های قرادادهای آتی در شرکت بورس کالا را به دست آورد، و به ازای هر روز معاملاتی نرخ بازده مربوط به هر سررسید محاسبه می شود. اما برای تشکیل سری زمانی قراردادهای آتی با توجه به عمر محدود هر قرارداد با مشکل روبرو هستیم.

یک قرارداد آتی از تاریخ راه اندازی شروع به معامله می شود و با رسیدن به سررسید قرارداد به پایان عمر خود می رسد،در نتیجه سری زمانی قیمت آنها به اندازه طول عمر همان قرارداد می باشد. اما این قرارداد ها معمولا در هر زمان در چندین سررسید قابل معامله می باشند. بنابراین برای به دست اوردن سری زمانی از قیمت قراردادهای آتی در طول یک بازه زمانی باید، پس ازپایان عمر هر قراردادآتی، سررسید دیگری را جایگزین آن نمود. این موضوع را در جدول ۲ به وضوح می توان مشاهده نمود.

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۲ – داده های این جدول آخرین قیمت ماهانه هر سررسید در آن ماه می باشد

2013	GCDY91	GCBA91	GCES91	GCFA92	GCOR92	GCKH92	GCTR92	GCMO92	GCSH92	GCME92
JAN	۱۲,۹۱۰,۰۰۰	۱۳,٦۳٥,۰۰۰	۱٤,٤۱۰,۰۰۰							
FEB		۱٥,۲٦۰,۰۰۰	۱٦,۰٦٥,۰۰۰	۱٦,۸٦۰,۰۰۰						
MAR			۱٤,۱٤٥,۰۰۰	۱٤,۷۳۰,۰۰۰	۱٥,۳۲۰,۰۰۰					
APR				۱۳,٦۱۰,۰۰۰	۱۳,۹۲۰,۰۰۰	۱٤,۲٥٥,۰۰۰				
MAY					۱۳,٥۳۰,۰۰۰	۱۳,۸۷۰,۰۰۰	۱٤,۱۸۰,۰۰۰			
JUN						۱۳,۱۷۰,۰۰۰	۱۳,٤۸٥,۰۰۰	۱۳,۷۸٥,۰۰۰		
JUL							۱۱,۳٤۰,۰۰۰	۱۱,٦٤٥,۰۰۰	۱۱,۹٤۰,۰۰۰	
AUG								۱۰,٥۸٥,۰۰۰	۱۰,٦٤۰,۰۰۰	۱۰,۷٦۰,۰۰۰

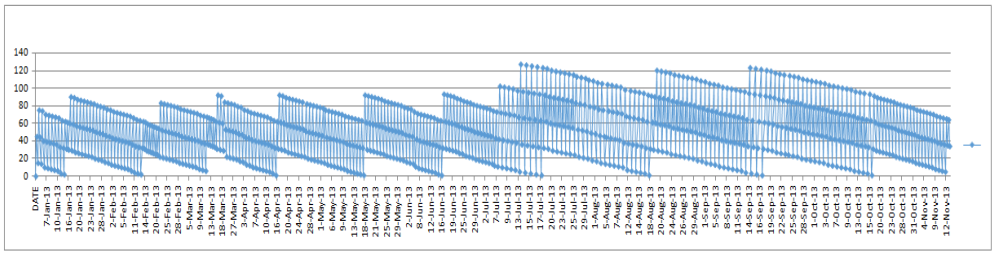
همان طور که در جدول ۲مشهود است در هر ماه از سال۲۰۱۳ فقط سه قردادفعال وجود دارد که با گذشت هر ماه یک قرارداد آتی منقضی می شود و قراردادی دیگر جایگزین آن می شود.اما پس از جایگزینی قیمت قراردادهای آتی جدید، سری زمانی قیمت قراردادهای آتی دچار پرش می شود برای حل این مشکل از پیوسته کردن قراردادهای آتی به روش مدت زمان ثابت تا سررسید CONSTANT MATURITY استفاده می کنیم که روش استاندارد برای به دست آوردن سری زمانی از داده های قیمت قراردادهای آتی می باشد. این روش برای هر نقطه از زمان مثل t یک قیمت ارائه می دهد که همواره فاصله ثابتی(T) تا سررسیدش دارد (مثلا ۶۰ روز). برای دست یابی به این قیمت چون هر روز سررسیدی که T روز تا سررسیدش باقی مانده باشد وجود ندارد، از درون یابی استفاده می کنیم. این روش نسبت به سایر روش ها از جمله روش همسایگی این مزیت را دارد که پرش ها و اثرات اختلالات دوره ای را بیشتر از بین می برد. اما باید همواره یک قرارداد با سررسیدی کوچکتراز T و یک قرارداد با سررسیدی بیشتر از T داشته باشیم تا بتوانیم با درون یابی قیمت سررسید ثابت را بیابیم. برای استفاده از روش سررسید ثابت در هر مقطع از زمان به قیمت دو قرارداد آتی نیاز داریم یکی با مدت زمان تا سررسید بیشتر از T و دیگری کوچک تر از T .در نمودار های زیر می توانیم تعداد سررسید های فعال و مدت زمان تا سررسید قرارداد های فعال را طی چهار سال گذشته ببینیم.

محور افقی این نمودار ها نشان دهنده زمان (روزهای معاملاتی) می باشد و محور عمودی نشان دهنده مدت زمان تا سررسید قرارداد فعال در آن روز معاملاتی می باشد. اگر به ازای یک روز معاملاتی ۳ نقطه در نمودار داریم یعنی در آن روز معاملاتی سه قرارداد آتی فعال وجود داشته که هر یک مدت زمان متفاوتی تا سررسیدش باقی مانده است.همان طور که در این نمودار ها مشاهده می کنید با توجه به تغییرات تعداد قراردادهای آتی فعال در هر برهه زمانی، طی این ۴ سال، نمی توان هیچ مدت زمان ثابت تا سررسیدی را پیدا کرد که به ازای آن همواره یک سررسید دورتر و یک سررسید نزدیک تر از آن وجود داشته باشد در نتیجه برای دوره ۴ سال نمی توان سری زمانی پیوسته به دست آورد. اما در طی سال های ۲۰۱۲ و 2013 می توان با در نظر گرفتن مدت زمان ثابت ۶۰ روز تا سررسید همواره قرارداد فعالی بیشتر و کمتر از ۶۰ روز

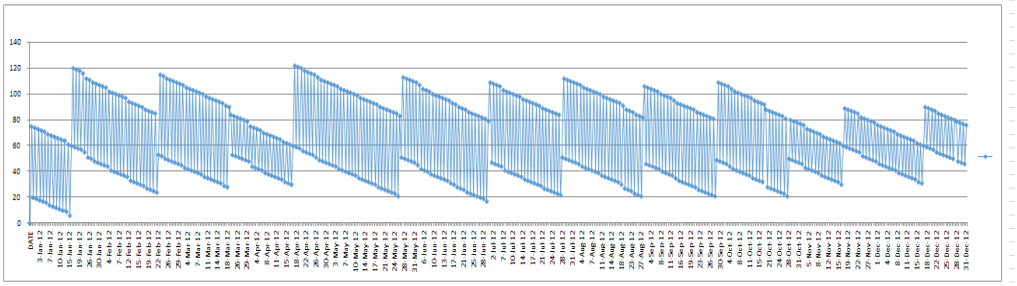
Archive of SID

www.SID.ir

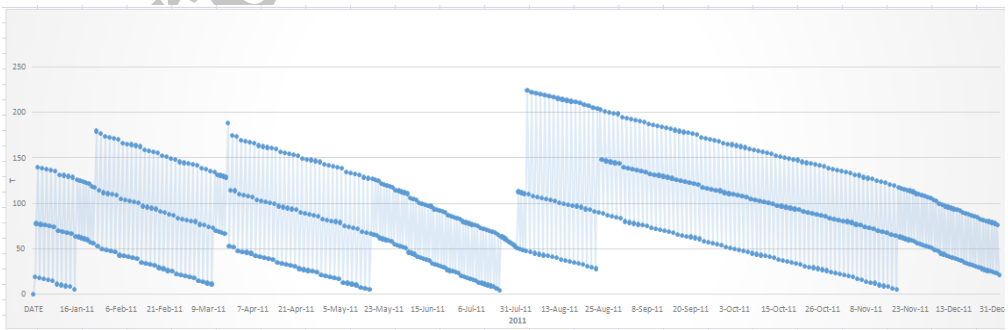
یافت در نتیجه با استفاده از روش مدت زمان ثابت تا سررسید ۶۰ روز می توان سری زمانی قراردادهای آتی را پیوسته کرد. این برهه زمانی شامل ۵۱۶ داده می باشد.



نمودار ۱- نمودار زمان سررسید سال ۲۰۱۳

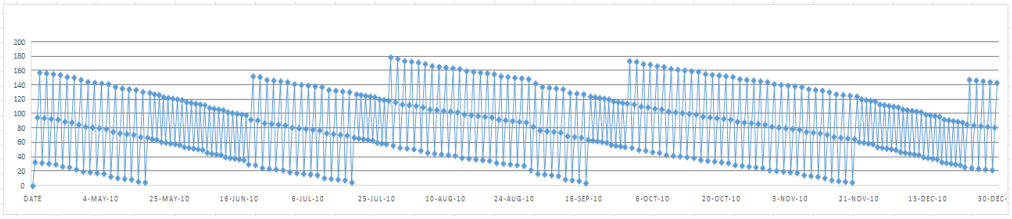


نمودار ۲- نمودار زمان سررسید سال ۲۰۱۲



نمودار۳- نمودار زمان سررسید سال ۲۰۱۱

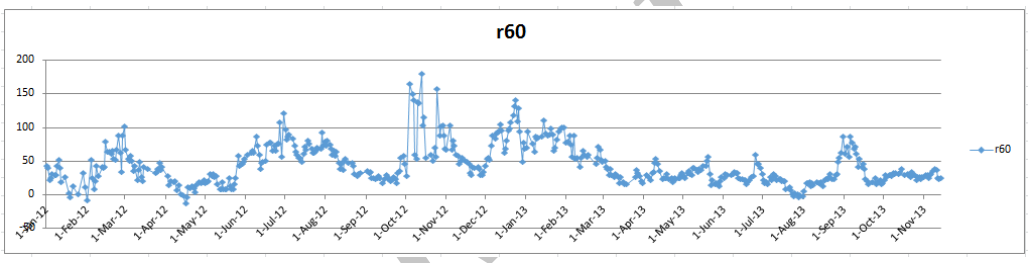
www.SID.ir



نمودار۴- نمودار زمان سررسید سال ۲۰۱۰

۵- یافته های پژوهش

پس از به دست آوردن سری زمانی قراردادهای آتی ۶۰ روزه و با استفاده از سری زمانی قیمت سکه سری زمانی نرخ بازده مورد انتظار ۶۰ روزه بازار برای دو سال ۲۰۱۲ و۲۰۱۳ به دست می آید. نمودار زیر سری زمانی حاصل از روش فوق را نمایش می دهد.



نمودار۵- نمودارسری زمانی نرخ بازده مورد انتظار

برای برآورد پارمترهای مدل وزیچک از روش حداقل نمودن مجموع مربعات خطاهااستفاده کردیم و با استفاده از سالور اکسل مساله مینیمم سازی مجموع مربعات خطاها را با تغییر مقادیر پارامترها حل نموده و پارامترهای مدل به شرح زیر به دست آمدند.

	α	ϒ	σ	SSE
PARAMETERS ESTIMATED	۲۰	٤۲/۷۱	۹/۱۵۳	۱۹،۲٦٦

با توجه به اینکه مدل های تعادلی برای مدلسازی نرخ بهره کوتاه مدت حاصل از اوراق خزانه یا نرخ های بهره بین بانکی مورد استفاده قرار می گیرند از این رو بر آن شدیم که سری زمانی مذکور را با استفاده از مدل های اقتصاد سنجی سری های زمانی، هم مدل سازی کنیم و مقایسه ای بین مدل حاصل از این دو روش داشته باشیم.

Archive of SID

www.SID.ir

تخمین مدل با استفاده از روش های اقتصاد سنجی:

در ابتدا برای حصول اطمینان از جعلی[۱۱] نبودن معادله رگرسیون باید بوسیله آزمون دیکی فولر تعمیم یافته[۱۲] به محاسبه تعداد ریشه‌های واحد[۱۳] و مرتبه انباشتگی[۱۴] متغیرها بپردازیم. همانطور که در جدول زیر ملاحظه می‌شود آماره آزمون محاسبه شده برای متغیر r (نرخ بهره) کوچک‌تر از تمامی نقاط بحرانی در سطوح ۱٪، ۵٪ و ۱۰٪شده است. بنابراین متغیر نرخ بهره دارای ریشه واحد نمی‌باشد.

جدول۳- محاسبه مانایی متغیر

سری زمانی	کمیت ADF محاسباتی	نقاط بحرانی		
		٪۱	٪۵	٪۱۰
R	-۳,۸۴۲	-۳,۴۴۲	-۲,۸۶۷	-۲,۵۶۹

حال پس از حصول اطمینان از مانایی متغیر به مدل سازی آن می‌پردازیم. برای تعین مرتبه AR[۱۵] و MA[۱۶] در مدل ARIMA[۱۷] در ابتدا باید نمودارهای خود همبستگی[۱۸] و خود همبستگی جزیی[۱۹] ترسیم کرد. سپس به وسیله آماره Q لیانگ-باکس-پیرز دارای قانون توزیع کای-دو می‌توان ماهیت واقعی فرایند تولید داده‌ها را مشخص کرد. در عمل و پس از ترسیم و محاسبه آماره‌های آزمون برای چندین مدل مختلف بر اساس روش باکس و جنکینز در مورد معیارهای انتخاب مدل و همچنین آماره‌های آکائیک و شوارتز مشخص شد که فرایند واقعی تولید داده‌ها از مدل ARIMA(1,0,1) تبعیت می‌کند. همچنین ضرایب محاسبه شده به شرح زیر است.

همچنین طبق مدل برآورد شده مجموع مجذور خطاها یا همان SSE برابر ۱۱۶۷۷۸,۶ شده است.

جدول ۴- محاسبه مدل آریما

متغیر	ضریب	آماره t	سطح معنی‌داری
C	۴۳,۷۰۳۷۵	۶,۶۳۷۹۸۶	۰,۰۰۰
AR(1)	۰,۹۳۰۰۸۰	۴۹,۷۳۶۴۰	۰,۰۰۰
MA(1)	-۰,۳۰۹۰۱۳	-۶,۴۰۴۱۸۴	۰,۰۰۰

آزمون تشخیص[۲۰]:

در این مرحله نمودار پسماندها رسم شده و دوره‌هایی که در آن مدل برآورد شده با داده‌های واقعی برازش ندارد، مشخص می‌شوند. آنچه در اینجا اهمیت دارد این است که پسماندهای مدل فاقد خودهمبستگی باشند. آزمون همبستگی میان اجزا اخلال با استفاده از AC و PAC پسماندها صورت می‌گیرد. بررسی‌های صورت گرفته نشان می‌دهد جملات اخلال در هیچکدام از وقفه‌ها دارای AC و PAC

Archive of SID

www.SID.ir

معنی‌داری نیستند. بنابراین پسماندها فاقد خودهمبستگی هستند. البته از قبل نیز پس از بررسی نمودارهای AC و PAC برای نرخ بهره نیز چنین انتظاری را داشتیم. مرحله بعد انجام همین آزمون روی توان دوم جملات اخلال برای بررسی واریانس ناهمسانی است. با توجه به آماره F محاسباتی در آزمون ARCH مشخص می‌شود که با ناهمسانی واریانس از نوع "ناهمسانی واریانس شرطی" مواجه هستیم. همانطور که از جدول ضمیمه مقاله ملاحظه می‌شود prob مربوطه زیر ۵٪ است. همچنین می‌دانیم با توجه به وجود ناهمسانی واریانس، تمامی ضرایب محاسبه شده بدون در نظر گرفتن آن فاقد اعتبار بوده، همچنین استنباط‌های آماری انجام شده همگی غیر قابل اتکا می‌باشند. برای تخمین اینگونه مدل‌ها، روش‌های متفاوتی موجود است. اما در این مقاله مدل MLE[۲۱] ترجیح داده شده است به طوری که پارامترهای اصلی مدل و پارامترهای مربوط به وجود ناهمسانی به یک باره و تحت عنوان یک معادله تخمین می‌زند.

می‌دانیم هدف اصلی یافتن بهترین تقریب از فرایند تولید داده‌ها است، نه یافتن فرایند اصلی تولید داده‌ها. بنابراین در فرایند یافتن تقریب مناسب ممکن است چندین مدل دارای ویژگی مطلوب باشند اما باید از بین آن‌ها بهترین مدل را انتخاب نمود.

جدول۴ ضرایب برآورد شده مدل اصلی

متغیر	ضریب	آماره t	سطح معنی‌داری
C	۲۹,۲۲۲۰۹	۴,۲۱۸۸۲۶	۰,۰۰۰
AR(1)	۰,۹۵۰۰۰۳	۶۹,۹۴۹۹۰	۰,۰۰۰
MA(1)	۰,۲۴۵۶۰۳-	۴,۳۵۲۷۸۳-	۰,۰۰۰
معادله واریانس			
C	۷,۹۶۱۴۸۳	۶,۳۹۹۰۳۱	۰,۰۰۰
Resid(-1)^2	۰,۴۲۲۶۵۹	۱۰,۷۶۵۶۸	۰,۰۰۰
Garch(-1)	۰,۶۵۲۱۳۶	۳۰,۲۳۴۶۴	۰,۰۰۰

بر اساس بررسی‌های صورت گرفته از روی نمودار AC و PAC مربوط به مجذور پسماندهای استاندارد شده از مدل قبل می‌توان به این نتیجه رسید که بهترین تقریب از فرایند تولید داده‌ها به صورت ARIMA(1,0,1) و GARCH(1/1) است. همچنین ضرایب بدست آمده به شرح زیر است.

حال مجداداً مدل جدید را باید مورد ارزیابی قرار داد. با توجه به آماره دوربین واتسون محاسباتی و نمودارهای AC و PAC و آماره Q لیانگ-باکس-پیرز می‌توان قویاً گفت که هیچگونه اثری از وجود خودهمبستگی در داده‌ها به چشم نمی‌خورد.

مرحله آخر در آزمون تشخیص بررسی فرایند وایت نویز[۲۲]، بودن جمله اخلال است. برای انجام این آزمون از دو روش تست بارتلت[۲۳] که بر اساس frequency domain و انباشتگی[۲۴] جملات اخلال انجام می‌شود و آماره Q استفاده شده است. همانطور که در نمودار ضمیمه ملاحظه می‌شود طبق آزمون بارتلت

Archive of SID

www.SID.ir

جمله اخلال وایت نویز می‌باشد. همچنین آماره Q با prob محاسبه شده ۰,۲۹۴ (بیش از ۵٪) نشان می‌دهد که جمله اخلال وایت نویز بوده و در واقع هیچگونه روند سیستماتیک و قابل مدل سازی شدن در جمله اخلال باقی نمانده است.

آماره های حاصل از مدل آریما و گارچ و سطوح معناداری به دست آمده برای ضرایب آنها نشان دهنده موفقیت در برآورد سری زمانی ما می باشد اما پس از مقایسه مجموع مجذور خطا ها با برآورد حاصل از مدل وزیچک نشان دهنده این امر است که مدل وزیچک بهتر از مدل آریما توانسته سری زمانی را برآورد کند.

۶- نتیجه گیری و بحث

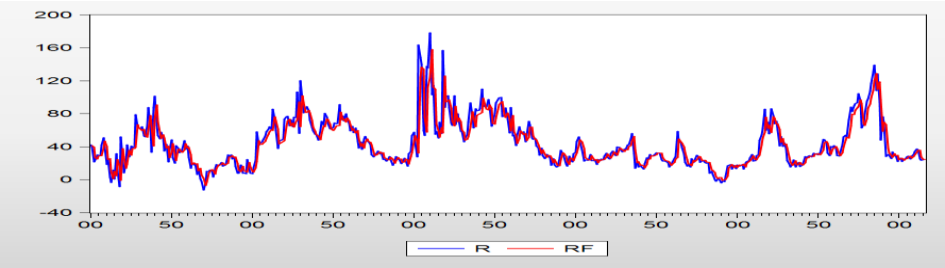
در این پژوهش به دنبال این بودیم که بتوانیم نرخی را به عنوان نرخ بازده مورد انتظار بازار در ایران معرفی کنیم و بررسی کنیم که مدل های تعادلی که برای مدل های نرخ بهره کوتاه مدت مورد استفاده گسترده قرار می گیرند تا چه میزان توانایی برازش این مدل را دارند. در واقع این پژوهش اولین مطالعه داخلی بر روی نرخ بهره و نرخ بازده مورد انتظار در ایران می باشد. با استفاده از قراردادهای آتی سکه طلای بورس کالای ایران موفق به تبیین نرخی به عنوان نرخ بازده مورد انتظار در بازار شدیم. در گام بعد به مدل سازی این سری زمانی پرداختیم برای این منظور از مدل وزیچک، معروف ترین مدل تعادلی تک عاملی، و همچنین اقتصاد سنجی مدل سازی سری های زمانی استفاده کردیم تا نتایج حاصل را با هم مقایسه کرده و مدل مناسبی برای این نرخ بازده به دست آوریم. برای برآورد پارامتر های مدل وزیچک از روش حداقل مجموع مربعات استفاده کردیم و سپس برای ارزیابی میزان موفقیت این مدل در برازش داده ها به سراغ مدل های سری زمانی اقتصاد سنجی رفتیم تا نتایج حاصل را با مدل وزیچک مقایسه کنیم نتایج به صورت خلاصه در جدول زیر آمده است.

Model	SSE
Vasicek (20 , 42.713 , 9.153)	۱۹،۲۶۶
ARIMA (1,0,1)	۱۱۶،۷۷۸

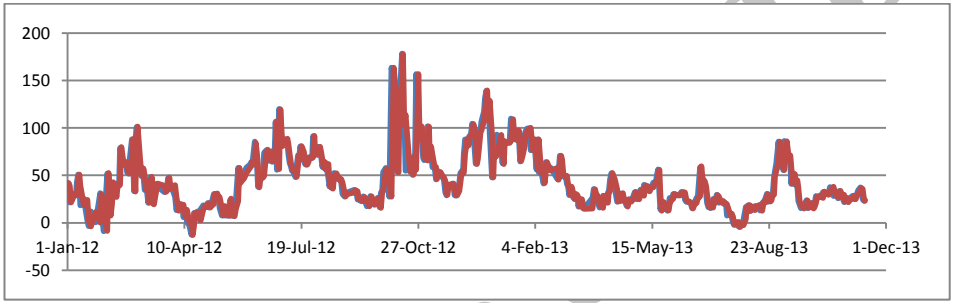
آماره های حاصل از مدل آریما و گارچ و سطوح معناداری به دست آمده برای ضرایب آنها نشان دهنده موفقیت در برآورد سری زمانی ما می باشد اما پس از مقایسه مجموع مجذور خطا ها با برآورد حاصل از مدل وزیچک نشان دهنده این امر است که مدل وزیچک بهتر از مدل آریما توانسته سری زمانی را برآورد کند که در نمودار های زیر هم این امر به خوبی مشهود است. بنابراین فرضیه پژوهش ما مبنی بر پیروی سری زمانی نرخ بازده بازار از مدل های تعادلی مورد پذیرش قرار می گیرد.

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۶- نمودار مدل آرما و مقادیر واقعی سری زمانی



شکل۷- نمودار مدل وزیچک و مقادیر واقعی سری زمانی

فهرست منابع

* Ang, Andrew, Geert Bekaert, and Min Wei, 2008. "The Term Structure of Real Rates and Expected Inflation." Journal of Finance, vol. 63(2), pages 797-849.
* Ang,Andrew, Geert Bekaert, and Min Wei, 2007. "Do macro variables, asset markets, or surveys forecast inflation better?" Journal of Monetary Economics, vol.54 , pages 1163-1212.
* Bo, Xin, 2003. "Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate." Simon Faster University.
* C. Chan, K. C and Karoly G. Andrew, 1992. "An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate." The Journal of Finance, July 1992, vol. xl vii, No. 3.
* Cox, John C , Jonathan E.Ingersoll, and Stephen A. Ross, 1985 "A theory of the term structure of interest rates." Econometrica 53, pages 385-407.
* Dai, Qiang and Kenneth Singleton, 2000. "Specification Analysis of Affine Term
* Structure Models." Journal of Finance, 55, 5, pages 1943-1978.
* Damiano Brigo (2006) ,Interst rate models,Springer.
* Episcopos, Athanasios, 1999. "Further evidence on alternative continuous time models of the short-term interest rate." Journal of International Financial Markets, Institutions and Money (2000).
* Fama, Eugene F., 1990. "Term-structure forecasts of interest rates, inflation and real return." Journal of Monetary Economics, 25, pages 59-76.
* Frank j Fabozi, Impact of different interest rate models.

www.SID.ir

* Frank j Fabozi (2004),The mathematics of financial modeling and investment management , wiley.
* Frank j Fabozi(2002), interest rate, term structure and valuation modeling, wiley.
* Frank j Fabozi, The Hand book of fixed income securities(seventh edition).
* Khramov, Vadim, 2012. "Estimating Parameters of Short-Term Real Interest Rate Models." IMF Working Paper, Office of Executive Director for the Russian Federation.
* lionel Martellini (2003),Fixed Income securities, wiley.
* Niko Heralla(2005),"vasicek interest rate model", Lappeenranta University of technology.
* Nowman, Khalid B., 1997. "Gaussian Estimation of Single-factor Continuous Time
* Models of the Term Structure of Interest Rates." Journal of Finance, 52, pages 1695-706.

یادداشتها

[1] VASICEK
[2] CIR SR
[3] DOTHAN
[4] CIR VR
[5] NOWMAN
[6] EPISCOPOS
[7] XIN BO
[8] MERTON
[9] LIBOR
[10] Khramov,Vadim
[11] spurious regression
[12] Augmented Dickey Fuller
[13] unit root
[14] integrated
[15] Auto Regressive
[16] Moving Average
[17] Auto Regressive Integrated Moving Average
[18] Auto Correlation
[19] Partial Auto Correlation
[20] Dignostic checking
[21] Maximum Liklihood Estimator
[22] white noise
[23] Bartlet
[24] cumulative

Archive of SID

www.SID.ir