مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌ام / بهار ۱۳۹٦

محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپیولا

اسماعیل پیش‌بهار[1]
سحر عابدی[2]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۶/۱۷ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۷/۲۹

چکیده

استفاده از روش‌های سنتی تک متغیره در محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی، به دلیل عدم توجه به همبستگی تغییرپذیر زمانی مولفه‌های آن باعث برآورد بیشتر یا کمتر از حد ارزش در معرض خطر (VaR) می‌شود. از طرفی فضای پیچیده بازارهای مالی استفاده از روش‌های کاراتری مانند روش‌های محاسبه ریسک چند متغیره را ایجاب می‌کند. بنابراین در پژوهش جاضر سعی شد چهار روش محاسبه ارزش در معرض خطر چندمتغیره برای دو پرتفوی، در بورس صنایع غذایی مورد ارزیابی قرار گیرند. نتایج آزمون‌های کریستوفرسن، تابع امتیاز احتمال درجه دوم و ریشه میانگین مجذور خطا نشان داد که روش شبیه‌سازی مونت-کارلو مبتنی بر کاپیولا (توابع مفصل) در مقایسه با سه روش دیگر نتایج قابل اعتماتری دارد. بنابراین این روش برای بررسی ساختار وابستگی و اندازه‌گیری ریسک مورد استفاده قرار گرفت و نتایج مربوط به آن نشان داد که حداکثر زیان مورد انتظار در پرتفوی لبنیات در طول یک هفته برابر ۲/۰۱ درصد و در پرتفوی شکر برابر ۱/۰۹ درصد می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر چندمتغیره، آزمون‌های ارزیابی، روش کاپیولا، بورس صنایع غذایی.

۱- دانشیار و عضو هیات علمی دانشگاه تبریز
۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد اقتصاد کشاورزی

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر جهانی‌سازی بازارهای مالی، ادغام مالی و مشتقات پیچیده باعث ایجاد یک محیط متلاطم در بازارهای مالی شده است؛ همین امر منجر شده که شرکت‌ها و سرمایه‌گذاران در معرض ریسک‌های مالی بیشتری نسبت به گذشته باشند. ریسک و عدم اطمینان در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران باعث می‌شود تا سرمایه‌گذاران برای به حداقل رساندن زیان‌های احتمالی طرح‌های خود، همواره به دنبال ابزاری نوین در ارزیابی ریسک باشند [5]. به عبارت دیگر آن‌ها در تلاش هستند تا بدانند که حداکثر زیان مورد انتظار در یک سرمایه‌گذاری چقدر است. امروزه ارزش در معرض خطر[۱] (VaR) تبدیل به یک ابزار رایج در اندازه‌گیری ریسک نامطلوب[۲] و در نتیجه راهنمای مفیدی در مدیریت ریسک مالی شده است. این معیار بدترین زیان‌های مورد انتظار در ارزش بازاری را در یک فاصله زمانی مشخص و در یک سطح معنی‌دار تعیین شده، اندازه می‌گیرد. VaR به این سوال پاسخ می‌دهد که چه مقدار در یک افق تعیین‌شده با احتمال x درصد می‌توان از دست داد.

صنایع غذایی جز آن دسته از صنایعی هستند که همبستگی بسیار بالایی با یکدیگر دارند، بنابراین اندازه‌گیری ریسک بازده آن‌ها به تنهایی و بدون در نظر گرفتن وابستگی با دیگر صنایع مرتبط درست نخواهد بود. بر همین مبنا بررسی ساختار وابستگی بین بازده‌های این صنایع در پرتفوی دارای سودمندی بالایی می‌باشد. از این روی، هدف مطالعه حاضر بررسی ساختار وابستگی بین بازده‌های در نظر گرفته شده در دو پرتفوی قند و لبنیات، به منظور محاسبه VaR مبتنی بر کاپیولا می‌باشد. در این راستا، بررسی می‌گردد که آیا VaR مبتنی بر کاپیولا نسبت به مدل‌های VaR چند متغیره پایه قدرت پیش‌بینی خوبی دارد یا نه؟

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

VaR را می‌توان برای اندازه‌گیری هم ریسک بازده و هم پرتفوی استفاده کرد که به آسانی قابل تفسیر می‌باشد. از این روی، کمیته بیسل (۱۹۹۶) این ابزار را به عنوان استاندارد بین‌المللی در مدیریت ریسک معرفی کردند و همین امر باعث کاربرد گسترده VaR در مطالعات مالی شد. از جمله این مطالعات می‌توان به مطالعه لوپز (۱۹۹۹) در ارزیابی ریسک مالی بانک‌های سانفرانسیسکو، چان و گری (۲۰۰۶) در بررسی ریسک بازار بورس الکتریسیته، امانویل و نیکوس (۲۰۱۲) در بررسی ریسک بازار انرژی، بنترود و همکاران (۲۰۱۳) در ارزیابی ریسک انرژی و آیوسوک و سریبونچیتا (۲۰۱۴) در اندازه‌گیری ریسک بازاهای آسیایی در خارج و مطالعه طالب‌نیا و احمدی نظام‌آبادی (۱۳۸۹) در انتخاب پرتفوی بهینه سهام در بورس اوراق بهادار تهران، فیضی و فروش باستانی (۱۳۹۱) در اندازه‌گیری ریسک شاخص سهام اروپایی و رستمی و حقیقی (۱۳۹۲) در اندازه‌گیری ریسک پرتفوی بازده‌های شاخص ایران، ترکیه و مالزی در ایران اشاره نمود. اگرچه VaR یک معیار ساده در اندازه‌گیری و تفسیر ریسک است ولی تخمین آن ساده نیست. تخمین VaR به شدت تحت تاثیر فروض مدل قرار می‌گیرد. هر گونه انحراف در فرض منجر به یک تخمین نادرست

می‌گردد. از طرفی بحران‌های مالی و افزایش نااطمینانی در بازارهای مالی، باعث شده است که دقت و کارایی معیار اندازه‌گیری ریسک تبدیل به بحثی مهم و ضروری گردد.

در این میان VaR تک متغیره همان‌گونه که آرتزنر و همکاران (۱۹۹۹) نشان دادند غیر منسجم[۳] و غیر زیرجمع‌پذیر[۴] می‌باشد و در نظر گرفتن این معیارها به دلیل بی‌توجهی به کواریانس و همبستگی تغییرپذیر زمانی[۵] بین بازده‌های درون پرتفوی، نمی‌تواند نتایج درستی در بلندمدت داشته باشد. اگرچه اندازه‌گیری VaR تک متغیره آسان است ولی این معیار به دلیل بی‌توجهی به ساختار وابستگی بازده‌های درون پرتفوی به خصوص زمانی که تغییرات بازده‌ها از یک ساختار وابستگی خاصی تبعیت کند، باعث می‌شود VaR پرتفوی کمتر یا بیشتر از مجموع VaR تک تک مولفه‌های پرتفوی باشد. علاوه بر این در بعضی شرایط نمی‌توان از VaR تک متغیره استفاده نمود زیرا بازده‌های بعضی پرتفوی‌ها قابل مشاهده نیستند. در نهایت استفاده از معیارهای تک متغیره باعث راهنمایی نادرست سرمایه‌گذاران و به خطر افتادن سرمایه آن‌ها می‌شود [26]. در این راستا، استفاده از روش‌های چندمتغیره به جای روش‌های تک متغیره در محاسبه VaR به شدت مورد توجه قرار گرفت. در این مدل‌ها ارزش در معرض خطر پرتفوی به صورت یک ترکیب چندمتغیره از مولفه‌های VaR پرتفوی در نظر گرفته می‌شود. امبرچتس و پوکتی (۲۰۰۶) و بیان کردند که VaR چند متغیره نشان‌دهنده کوانتیل α منحنی d بعدی توزیع زیان است. کوسین و برناردینو (۲۰۱۱) نیز نشان دادند، از آنجایی‌که VaR چند متغیره همبستگی بین بازده‌ها را در نظر می‌گیرد، در مقایسه با VaR تک متغیره، اطلاعات و عوامل ریسک بیشتری را در نظر می‌گیرد.

در طول زمان، رهیافت‌های مختلفی برای محاسبه VaR چند متغیره معرفی شدند که می‌توان به رهیافت واریانس- کواریانس، شبیه‌سازی تاریخی، VaR با توزیع نرمال چند متغیره و VaR با توزیع t چند متغیره اشاره نمود. اما اکثر این روش‌ها مستقیماً حالت تعمیم یافته روش‌های تک متغیره هستند و برمبنای فروض غیرواقعی و نامناسب عمل می‌کنند و قادر نیستند تلاطم‌های پیچیده مالی را مدل‌سازی کنند. مثلاً روش شبیه‌سازی تاریخی یک روش ناپارامتریک است ودر آن نیازی به در نظر گرفتن یک توزیع مشخص نیست؛ این روش فرض می‌کند که توزیع بازده‌ها در طول دوره نمونه ثابت است. همچنین همانگونه که لیو (۲۰۱۱) نشان داد این رهیافت متکی بر انتخاب داده‌های تاریخی است و بر دیگر رویدادهایی که در داده‌ها نشان داده نشده‌اند، بی‌توجه می‌باشد؛ در نتیجه، استفاده از این روش برای پیش‌بینی خارج از نمونه VaR، مسئله‌آفرین است. دو رهیافت دیگر یعنی VaR با توزیع نرمال چند متغیره و VaR با توزیع t چند متغیره همانگونه که از اسمشان پیداست یک توزیع مشخص را به داده‌ها تحمیل می‌کنند. در حالی‌که زو و چن (۲۰۱۲) نشان دادند که در دنیای واقعی کمتر اتفاق می‌افتد که همه توزیع‌های حاشیه‌ای بازده‌های یک پرتفوی از یک توزیع نرمال و یا t تبعیت کند. آن‌ها نشان دادند که چنین فرض‌های نادرستی یک محدودیت ساختاری به مدل اعمال کرده و باعث برآورد نادرست VaR می‌شود. بورگر و همکاران (۲۰۰۷) نیز بیان کردند که انتخاب دقیق توزیع حاشیه‌ای بازده‌های پرتفوی اثر بسیار مهمی در اندازه‌گیری ریسک دارد.

بنابراین آن‌ها توصیه کردند که در مدیریت ریسک از ابزارهایی استفاده گردد که قادر هستند توزیع حاشیه‌ای بازده‌ها را به درستی انتخاب نماید.

در این راستا جست‌وجو برای ایجاد تابع توزیع توأم چندمتغیره انعطاف‌پذیر، توابع کاپیولا[۶] را اخیراً پرکاربرد کرده است. واژه کاپیولا برای نخستین بار توسط اسکلار (۱۹۵۹) در قضیه‌ای که بعدها به نام وی نامیده شد، به کار رفته است. تابع کاپیولا اجازه می‌دهد توزیع‌های حاشیه‌ای اختیاری به یکدیگر متصل شوند و به شکل توزیع توأم درآیند. این توابع در واقع این امکان را فراهم می‌آورند که تابع توزیع توأم چند متغیره را به دو بخش توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی تفکیک کرد. این ویژگی باعث می‌شود تا هم تمام ویژگی‌های فردی بازده‌های پرتفوی در قالب توزیع‌های حاشیه‌ای حفظ شود و هم اینکه اطلاعات مربوط به ساختار وابستگی بین آن‌ها قابل بررسی باشد [21]. همین امر باعث انعطاف‌پذیری تابع کاپیولا شده و امکان برآورد واقعی VaR را فراهم می‌آورد. این ویژگی‌ها مورد توجه امبرچت و همکاران (۲۰۰۳)، پالارو و هوتا (۲۰۰۶)، زو و چن (۲۰۱۲) و گونگ و سریبونچیتا (۲۰۱۵) قرار گرفت. آن‌ها نشان دادند که چگونه استفاده از روش کاپیولا در محاسبه VaR به طور قابل توجهی باعث بهبود نتایج می‌شود. از این روی در مطالعه حاضر این مهم در مورد دو پرتفوی فرضی قند و لبنیات در بورس صنایع غذایی که از مهمترین صنایع در بورس محصولات کشاورزی می‌باشد، مورد بررسی قرار گرفت.

۳- روش‌شناسی پژوهش

همانگونه که در بخش قبل اشاره شد روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، VaR با توزیع نرمال چند متغیره، VaR با توزیع t چند متغیره، شبیه‌سازی مونت کارلوی مبتنی بر کاپیولا برای محاسبه VaR چند متغیره وجود دارد. در ادامه به تشریح این روش‌ها و چگونگی مقایسه آن‌ها به منظور انتخاب مناسب‌ترین مدل در اندازه‌گیری VaR دو پرتفوی پرداخته می‌شود.

شبیه‌سازی تاریخی چندمتغیره[۷] یکی از قدیمی‌ترین و رایج‌ترین روش‌های ناپارامتریک اندازه‌گیری VaR چندمتغیره می‌باشد. در این روش برآورد VaR مبتنی بر توزیع تجربی بازده‌های پرتفوی می‌باشد. فرض می‌شود که همه اطلاعات در مورد توزیع بازده‌های آتی به وسیله توزیع تجربی بازده‌ها قابل تبیین است. در این جا از مشاهدات تاریخی بازده‌های پرتفوی به جای برآورد توزیع بازده تحت یکسری مدل‌های صریح آماری استفاده می‌شود. در وهله اول بازده‌ها به بازده پرتفوی با در نظر گرفتن رابطه زیر تغییر شکل داده می‌شوند:

$$R_p = \omega R_a \qquad (1)$$

که در آن، R_p بازده پرتفوی، ω وزن بازده‌ها در پرتفوی (در اینجا برای سادگی وزن یکسان برای بازده‌ها انتخاب شد) و R_a ماتریسی از بازده‌های تاریخی پرتفوی می‌باشند. به این ترتیب VaR دوره بعد (روز،

هفته و یا ماه بعد) به وسیله حاصلضرب کوانتیل $1-\alpha$ ($Q_{1-\alpha}$) توزیع تاریخی بازده پرتفوی در ارزش رایج پرتفوی ($\overline{P}$) به صوت زیر به دست می‌آید:

$$VaR_{t+1} = -Q_{1-\alpha}(R_p(t), R_p(t-1),..., R_p(1)) \times \overline{P} \qquad (۲)$$

برآورد این روش به دلیل عدم نیاز به تعیین توزیع نظری بازده‌ها ساده است، ولی به دلیل اثر شبحوار[۸] در همه جا نمی‌تواند کاربرد داشته باشد. منظور از اثر شبحوار این است که تعداد زیادی از زیان‌ها در مشاهدات خارج از نمونه اتفاق افتاده باشند.

VaR با توزیع نرمال چند متغیره[۹] نیز مرسوم‌ترین روش پارامتریک محاسبه VaR چندمتغیره است. در این رهیافت فرض می‌شود که بازده‌های پرتفوی دارای توزیع نرمال چندمتغیره با بردار میانگین μ و ماتریس کواریانس Σ به صورت زیر هستند:

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} \text{ و } \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1n}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{21}^2 & \cdots & \sigma_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1}^2 & \sigma_{n2}^2 & \cdots & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \qquad (۳)$$

بردار میانگین μ، شامل میانگین بازده‌های پرتفوی و ماتریس کواریانس Σ، شامل واریانس و کواریانس بازده‌های مختلف پرتفوی است. با فرض بردار وزن $\omega = (\omega_1,...,\omega_n)$ برای بازده‌های پرتفوی، بازده مورد انتظار (μ_p) و واریانس مورد انتظار پرتفوی (σ_p^2)، به ترتیب به صورت $\mu_p = \omega\mu$ و $\sigma_p^2 = \omega\Sigma\omega'$ هستند. در این حالت VaR به صورت رابطه (۴) قابل محاسبه است.

$$VaR_\alpha(L) = \overline{P}(-\mu_p - \sigma_p z_{1-\alpha}) \qquad (۴)$$

VaR با توزیع t چند متغیره[۱۰] در مواقعی کاربرد دارد که توزیع بازده‌های پرتفوی از توزیع t–استیودنت تبعیت کند. این مدل VaR برای بازده‌های دم چاق و لپتوکورتیک مناسب است. با در نظر گرفتن توزیع t چندمتغیره با درجه آزادی υ، VaR چندمتغیره به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$VaR_\alpha(L) = \overline{P}(-\mu_p - \sqrt{\frac{\upsilon-2}{\upsilon}}\sigma_p t_{1-\alpha,\upsilon}) \qquad (۵)$$

پارامترهای μ، Σ و υ در توزیع نرمال و t می‌توانند از طریق روش حداکثر درست‌نمایی برآورد گردند که تابع لگاریتم درست‌نمایی در توزیع نرمال و t به ترتیب به صورت روابط (۶) و (۷) بیان می‌شود.

$$l(\mu,\Sigma) = -\frac{Nd}{2}\log(2\pi) - \frac{N}{2}\log(\det \Sigma) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(r_i - \mu)'\Sigma^{-1}(r_i - \mu) \tag{۶}$$

$$l(\mu,\Sigma,\upsilon) = \sum_{i=1}^{n}\log(f(r_i,\mu,\Sigma,\upsilon))$$
$$f(r_i,\mu,\Sigma,\upsilon) = \frac{\Gamma[(\upsilon+n)/2]}{\sqrt{\det \Sigma[(\upsilon-2)\pi]^{n/2}}\,\Gamma(\upsilon/2)}[1+\frac{1}{\upsilon-2}(r_i-\mu)'\Sigma^{-1}(r_i-\mu)]^{-(\upsilon+n)/2} \tag{۷}$$

در رابطه (۶) و (۷)، N تعداد مشاهدات بازده r_i، d تعداد ابعاد پرتفوی، det نشان‌دهنده دترمینان و f تابع چگالی احتمال t می‌باشد.

شبیه‌سازی مونت کارلوی مبتنی بر کاپیولا[۱۱] مانند روش شبیه‌سازی مونت کارلوی ساده نیازمند یک تابع توزیع توأم از بازده‌های پرتفوی است. مدل‌های کاپیولا به عنوان یک ابزار نیرومند اجازه می‌دهند توزیع توأم بازده‌های پرتفوی از خانواده‌های اختیاری توزیع حاشیه‌ای ایجاد گردند. بنابراین انتظار بر این است که این روش‌ها انعطاف بیشتری نسبت به دیگر روش‌ها داشته باشند[26] . همانگونه که اشاره شد قضیه پایه‌ای در بحث کاپیولا، قضیه اسکلار است. این قضیه بیان می‌کند، اگر یک تابع توزیع توأم با توابع توزیع حاشیه‌ای $F_1,\dots,F_d$ داشته باشیم، تابع کاپیولا در فضای $C:[0,1]^d \to [0,1]$ وجود دارد به گونه‌ای که به ازای تمامی متغیرهای $X_1,\dots,X_d$ در فضای $\overline{R} = [-\infty,\infty]$ خواهیم داشت:

$$F(X_1,\dots,X_d) = C(F_1(X_1),\dots,F_d(X_d)) \tag{۸}$$

اگر $F_1,\dots,F_d$ پیوسته باشند، تابع کاپیولای C یکتاست. در غیر این صورت در $Range\,(F_1)\times Range\,(F_2)$ یکتا خواهد بود [24]. بنابراین یک کاپیولا، یک توزیع تجمعی چند متغیره d بعدی در $[0,1]^d$ با توابع توزیع حاشیه‌ای یکنواخت به صورت زیر است:

$$C(u_1,\dots,u_d) = F(F_1^{-1}(u_1),\dots,F_d^{-1}(u_d)) \tag{۹}$$

به عبارت دیگر، با وجود یک کاپیولای d بعدی $C(u_1,\dots,u_d)$ و d توزیع حاشیه‌ای تک متغیره $F_1(X_1),\dots,F_d(X_d)$، تابع رابطه (۸) یک تابع توزیع d متغیره با حاشیه‌های $F_1,\dots,F_d$ دارای تابع چگالی به شکل زیر می‌باشد:

$$f(x_1,\dots,x_d) = c(F_1\ (x_1),\dots,F_d\ (x_d))\prod_{i=1}^{d} f_i(x_i) \tag{۱۰}$$

تابع چگالی کاپیولای c از طریق رابطه (۹) و تابع‌های چگالی حاشیه‌ای f_i قابل استنتاج است [19]:

$$c(u_1,...,u_d) = \frac{\partial^d C(u_1,...,u_d)}{\partial u_1 ... \partial u_d} = \frac{f(F_1^{-1}(u_1),...,F_d^{-1}(u_d))}{\prod_{i=1}^{d} f_i(F_i^{-1}(u_i))} \quad (۱۱)$$

توابع کاپیولا ویژگی‌های زیر را دارند:

۱) دامنه و برد $C(u_1,...,u_d)$، فاصله بسته [0,1] است.

۲) برای هر $i=1,2,\ldots d$، اگر $u_i=0$ باشد $C(u_1,...,u_d)=0$ است.

۳) برای همه $u_i \in [0,1]$، $C(1,\ldots,1,u_i,1,\ldots,1)=u_i$ است [20].

توابع کاپیولا به دو دسته پارامتریک و ناپارامتریک تقسیم می‌شوند، در تحلیل‌های تجربی مفاصل پارامتریک کاربرد بیشتری دارند. نوع پارامتریک خود به دو دسته توابع کاپیولای ضمنی[۱۲] و توابع کاپیولای غیرضمنی تقسیم می‌شوند. توابع کاپیولای ضمنی (مانند توزیع گوسی(نرمال) و توزیع t استیودنت)، از فرم بسته و مشخصی برخوردارند و فقط می‌توانند وابستگی دمی متقارن را اتخاذ کنند [17]. کاپیولاهای ضمنی (بیضوی) به طور مستقیم با معکوس کردن تئوری اسکلار در رابطه (۹) به‌دست می‌آیند [9]. درحالی‌که توابع کاپیولای غیرضمنی، دارای فرم بسته و مشخصی نیستند. معروف‌ترین این توابع، توابع ارشمیدسی[۱۳] است که به وسیله تابع مولد[۱۴] تولید می‌شوند.تابع‌های کاپیولای کلایتون[۱۵]، گامبل[۱۶] و فرانک[۱۷] از انواع توابع کاپیولای ارشمیدسی به شمار می‌روند که به وسیله تابع مولد φ تولید می‌شوند. $\varphi:[0,1]\rightarrow[0,\infty]$ یک تابع اکیدا نزولی و پیوسته محدب بوده و در مورد آن رابطه $\varphi(1)=0$ برقرار بوده و φ^{-1} وارون این تابع است. کاپیولاهای ارشمیدسی با دو متغیر u و v در فاصله [0,1]، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$C(u,v) = \varphi^{-1}(\varphi(u)+\varphi(v)) \quad (۱۲)$$

اگر C مطلقاً پیوسته باشد، تابع چگالی آن به صورت زیر است [17]:

$$c(u,v) = -\frac{\varphi''(C(u,v))\varphi'(u)\varphi'(v)}{[\varphi(C'(u,v))]^3} \quad (۱۳)$$

کاپیولای نرمال یا گوسی نوعی ساختار وابستگی را توصیف می‌کند که به وسیله توزیع نرمال چندمتغیره ایجاد شده است. با توجه به قضیه اسکلار، کاپیولای نرمال دارای توزیع نرمال استاندارد با ضریب همبستگی ρ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_{p}^{Ga}(u)=P[\Phi(X_1)\le u_1,\dots,\Phi(X_d)\le u_d]=\Phi_P(\Phi^{-1}(u_1),\dots,\Phi^{-1}(u_d))$$
$$=\int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)}\dots\int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)}\frac{1}{\sqrt{2\pi^{d}(1-|P|)}}\exp\{\frac{-(u'P^{-1}u)}{2}\}du \quad (۱۴)$$

که در آن P ماتریس همبستگی خطی، Φ_P توزیع نرمال استاندارد چند متغیره است [24].

همانند کاپیولای نرمال، کاپیولای t از توزیع t استیودنت چند متغیره به دست می‌آید، کاپیولای گوسی فرض می‌کند که در دم‌های توزیع وابستگی وجود ندارد. بنابراین اغلب مفید خواهد بود که کاپیولای t مورد بررسی قرار گیرد که به صورت زیر است:

$$C_{\nu,p}^{t}(u)=t_{\nu,p}(t_{\nu}^{-1}(u_1),\dots,t_{\nu}^{-1}(u_d))=$$
$$\int_{-\infty}^{t_{\nu}^{-1}(u_1)}\dots\int_{-\infty}^{t_{\nu}^{-1}(u_d)}\frac{\Gamma(\frac{\nu+d}{2})(1+\frac{u'P^{-1}u}{\nu})^{-\frac{\nu+d}{2}}}{\Gamma(\frac{\nu}{2})\sqrt{(\pi\nu)^{d}|P|}}du \quad (۱۵)$$

t_{ν}نمایانگر تابع توزیع t استیودنت یک متغیره استاندارد، ν درجه آزادی و P ماتریس همبستگی خطی است.

کاپیولای کلایتون نخستین بار از سوی کلایتون در ۱۹۷۸ ارائه شد. کلایتون با در نظر گرفتن تابع مولد به صورت $\varphi_{\theta}(t)=(t^{-\theta}-1)/\theta$ و وارون تابع مولد $\varphi^{-1}(t)=(t+1)^{-1/\theta}$ این کاپیولا را معرفی کرد. بنابراین کاپیولای کلایتون به صورت رابطه زیر تعریف شد:

$$C_{\theta}^{Cl}(u_1,\dots,u_d,\theta)=(1-n+\sum_{i=1}^{n}u_i^{-\theta})^{-1/\theta} \quad (۱۶)$$

که در آن $\infty>\theta>0$ است. در این رابطه θ نمایانگر ساختار وابستگی است که برآورد می‌شود. اگر $\theta=0$ باشد، دال بر نبود وابستگی و استقلال و اگر $\theta=\infty$ باشد وابستگی کامل را نشان می‌دهد. این کاپیولا ساختار وابسته قوی در دم چپ و ساختار وابسته به نسبت ضعیفی را در دم راست اندازه‌گیری می‌کند.

کاپیولای گامبل نخستین بار از سوی گامبل(۱۹۶۰) ارائه شد و سپس به وسیله هوگارد (۱۹۸۶) گسترش یافت. با در نظر گرفتن تابع مولد $\varphi_{\theta}(t)=(-\ln(t))^{\theta}$ و وارون تابع مولد $\varphi^{-1}(t)=\exp(-t^{1/\theta})$ تابع کاپیولای گامبل به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$C_{\theta}^{G}(u_1,\dots,u_d,\theta)=\exp\{-[(\sum_{i=1}^{n}(-\ln u_i)^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}}\} \quad (۱۷)$$

که در آن $\theta > 1$ است. برخلاف کاپیولای کلایتون، کاپیولای گامبل ساختار وابسته قوی در دم راست و ساختار وابسته به نسبت ضعیفی در دم چپ را نشان می‌دهد.

در کاپیولای فرانک تابع مولد $\varphi_\theta(t) = -\ln(\frac{\exp(-\theta t)-1}{\exp(-\theta)-1})$ و وارون تابع مولد $\varphi^{-1}(t) = -\frac{1}{\theta}\ln(1+e^{t}(e^{-\theta}-1))$ است. بنابراین تابع کاپیولای فرانک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_\theta^F(u_1,\dots,u_d,\theta) = -\frac{1}{\theta}\ln\{1+\frac{\prod_{i=1}^{d}(e^{-\theta u_i})}{(e^{-\theta}-1)^{d-1}}\} \quad (۱۸)$$

وقتی‌که $d \geq 3$ باشد $\theta > 0$ است. کاپیولای فرانک مانند کاپیولای گوسی نمی‌تواند وابستگی دمی را اندازه بگیرد [24].

با توجه به ویژگی‌های ذکر شده کاپیولا، دامنه بازده‌ها باید در بازه [0,1] قرار گیرد. ولی در عمل کمتر اتفاق می‌افتد که بازده‌ها از توزیع یکنواخت با حداقل صفر و حداکثر یک تبعیت کنند؛ لذا می‌توان از قضیه اسکلار استفاده نمود، یعنی ابتدا یک تابع توزیع حاشیه‌ای نظری مناسب برای بازده‌ها انتخاب و تابع توزیع تجمعی آن را برای داده مورد نظر محاسبه کرد. روش معمول دیگر استفاده از توزیع تجمعی بازده‌ها می‌باشد [9]. در اینجا نیز به منظور برآورد پارامتر کاپیولا می‌توان از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده نمود که تابع درست‌نمایی به صورت زیر قابل تبیین است:

$$L(\theta(= \prod_1^{N\times T} c(F_u(u|\theta),F_v(v|\theta)|\theta)\cdot f_u(u|\theta)\cdot f_v(v|\theta) \quad (۱۹)$$

در روش شبیه‌سازی مونت کارلوی مبتنی بر کاپیولا، با توجه به ویژگی داده‌ها یک کاپیولا از خانواده بیضوی یا ارشمیدسی انتخاب می‌شود. داده‌های مربوط به بازده به صورت داده‌های کاپیولا تغییر شکل داده می‌شوند. پارامتر کاپیولای مناسب برای داده‌های کاپیولا برآورد گشته و با استفاده از تابع کاپیولای برآوردی حدود ۱۰۰۰۰ مشاهده برای هر بازده شبیه‌سازی می‌گردد. داده‌های شبیه‌سازی شده به داده‌های واقعی بازده با در نظر گرفتن وارون تابع توزیع تجمعی آن برگردانده می‌شود. در نهایت VaR به صورت کوانتیل α ام توزیع بازده پرتفوی شبیه‌سازی شده قابل استنتاج است [26].

به منظور ارزیابی روش‌های برآورد VaR از سه آزمون فراوانی کریستوفرسن[۱۸]، تابع امتیاز احتمال درجه دوم[۱۹] و ریشه میانگین مجذور خطا[۲۰] استفاده گردید. آزمون فراوانی کریستوفرسن، یک ابزار استاندارد در بررسی روش برآورد VaR می‌باشد. هدف این آزمون این است که آیا فراوانی مشاهده شده تناقض‌ها[۲۱]، ویژگی پوشش غیرشرطی و ویژگی استقلال را تامین می‌کند یا نه؟ اگر مدل محاسبه VaR مناسب است، فراوانی نقوض برآورد شده VaR بایستی با فراوانی مورد انتظار زیان‌های دمی هماهنگ باشد، همچنین نقوض دارای توزیع مستقل یکسان[۲۲] (*i.i.d*) باشند. این آزمون از سه آزمون فردی آزمون پوشش غیرشرطی

(آزمون کوپیک[۲۳])، آزمون استقلال[۲۴] و آزمون پوشش شرطی[۲۵] تشکیل شده است. فرض صفر آزمون پوشش غیرشرطی کوپیک این است که احتمال رخ دادن نقض، برابر p است. p فراوانی یا احتمال مورد انتظار نقوض و $\pi = x / N$ فراوانی مشاهده شده زیان‌های بیشتر از VaR است. آماره آزمون پوشش غیر شرطی کوپیک به صورت زیر است:

$$LR_{uc} = -2\left[\log\left(p^{x}(1-p)^{N-x}\right) - \log\left(\pi^{x}(1-\pi)^{N-x}\right)\right] \sim \chi^{2}(1) \qquad (۲۰)$$

در سطح اطمینان ۹۵ درصد، وقتی که آماره محاسباتی بیشتر از آماره بحرانی (۳/۸۴۱) باشد، فرض صفر رد می‌شود و VaR مورد استفاده مناسب نیست. آزمون استقلال بررسی می‌کند که آیا احتمال نقض در زمان t مستقل از احتمال نقض در زمان t-1 است یا نه؟ آزمون پوشش شرطی نیز بررسی می‌کند که (۱) آیا تعداد نقض‌ها از نظر آماری ثابت و برابر تعداد فرضی است، (۲) آیا نقض‌ها به صورت مستقل در طول زمان توزیع شده‌اند. آزمون پوشش شرطی یک آزمون توام با دو ویژگی پوشش غیرشرطی و استقلال سریالی است و آماره آن به صورت زیر است:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \sim \chi^{2}(2) \qquad (۲۱)$$

آماره LR_{ind}، آماره آزمون استقلال سریالی در مقابل وابستگی مارکوف مرتبه اول است [11]. تابع امتیاز احتمال درجه دوم آزمون دیگری برای ارزیابی مدل است که توسط لوپز (۱۹۹۸) به صورت زیر معرفی شد:

$$QPS = \frac{2}{N}\sum_{t=1}^{N}(C_t - p)^2 \qquad (۲۲)$$

در رابطه (۲۲)، C_t نشان‌دهنده تابع زیان از پیش تعیین شده است که با داشتن توزیع دوتایی[۲۶] به صورت $C_t = \begin{cases} 1 & L_t > VaR_t \\ 0 & L_t \le VaR_t \end{cases}$ است. QPS مقادیر در دامنه [0,2] اتخاذ می‌کند و هر چه کوچکتر باشد، نشان‌دهنده یک مدل مناسب‌تر در اندازه‌گیری VaR است. ریشه میانگین مجذور خطا نیز معیار رایج دیگری در بررسی تفاوت بین ارزش‌های برآوردی و ارزش‌های واقعی است. با در نظر گرفتن VaR_t به عنوان VaR برآوردی و L_t به عنوان زیان واقعی، ریشه میانگین مجذور خطا به صورت رابطه (۲۳) بیان می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{E[(VaR_t - L_t)^2]} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum(VaR_t - L_t)^2} \qquad (۲۳)$$

مدلی که $RMSE$ کمتری داشته باشد، بهتر است. VaR دو پارامتر اختیاری دارد، یکی سطح اطمینان و دیگری دوره مورد بررسی. دود (۲۰۰۵) نشان داد که VaR مشروط به انتخاب سطح اطمینان بوده و نسبت

به آن غیر کاهشی است. بنابراین کمیته بیسل (۱۹۹۶) سطح اطمینان ۹۹ درصد را پیشنهاد کرد تا امکان اندازه‌گیری یک ریسک بالای غیر قابل انتظار وجود داشته باشد. در حالی که چنین ریسکی به ندرت اتفاق می‌افتد. از طرفی سطح اطمینان پایین نیز در مدیریت ریسک داخلی مناسب است. در نتیجه معمولا سرمایه‌گذاران با توجه به هدفی که در مدیریت ریسک دنبال می‌کنند، سطح اطمینان ۹۹ و ۹۵ درصد را انتخاب می‌کنند. دوره مورد بررسی نیز معمولا دوره روزانه تا ماهانه تعریف می‌گردد. ولی برای اعتبارسنجی روش‌های برآورد VaR معمولا توصیه می‌شود یک دوره کوتاه مدت انتخاب گردد.

با توجه به اهمیت شرکت‌های قند و لبنیات در بورس صنایع غذایی و بورس کشاورزی، دو پرتفوی فرضی صنایع غذایی (قند و لبنیات) در نظر گرفته شد. انتخاب مولفه‌ی هر پرتفوی براساس نزدیک بودن و همگن بودن صنایع صورت گرفت. پرتفوی لبنیات شامل بازده صنایع «لبنیات کالبر (K.D)»، «لبنیات پاک (P.D)»، «پگاه خراسان (K.P.D)» و «پگاه اصفهان (I.P.D)» و پرتفوی قند شامل بازده صنایع «قند قزوین (G.S)»، «قند ثابت خراسان (S.K.S)»، «قند مرودشت (M.S)» و «قند هگمتان (H.S)» می‌باشند. داده‌های مورد نیاز شامل قیمت‌های هفتگی صنایع مذکور از ۱۳۸۵/۱۰/۱۲ تا ۱۳۹۴/۱۰/۱۱ جمع‌آوری شدند. در کل ۵۰۰ مشاهده هفتگی قیمت برای هر مولفه دو پرتفوی وجود داشت. بازده‌های هر سری پرتفوی با استفاده از $r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} \times 100$ تولید گردیدند که P_t قیمت در زمان t، P_{t-1} قیمت در زمان t-1 و r_t بازده هر صنعت در زمان t است.

۴- پرسش‌های تحقیق

پرسش‌های مورد بررسی در این پژوهش به صورت زیر می‌باشند:

- آیا بازده‌های صنایع مورد بررسی دارای توزیع نرمال هستند؟
- کدام یک از روش‌های محاسبه VaR نتایج واقعی‌تری را ارائه می‌دهد؟
- کدام ساختار وابستگی برای مولفه‌های پرتفوی مناسب‌تر است؟
- کدام پرتفوی ریسک کمتری نسبت به دیگری دارد؟

۵- یافته‌های پژوهش

برای بررسی ویژگی‌های آماری بازده‌های صنایع در پرتفوی لبنیات و قند، مقدار حداقل، میانگین، حداکثر، چولگی، کشیدگی، آماره جارک-برا و آماره دیکی فولر تعمیم‌یافته محاسبه شدند که نتایج مربوط به آن‌ها به ترتیب در جدول (۱) و (۲) گزارش شده است. میانگین بازده‌ها در هر دو پرتفوی نزدیک صفر می‌باشند، در حالی‌که میانگین بازده‌ها در پرتفوی لبنیات تقریبا مثبت هستند. مقادیر حداقل و حداکثر بازده‌ها به صورت مفرط با میانگین اختلاف دارند که نشان می‌دهد دامنه آن‌ها بزرگ است. سری بازده‌ها در هر دو پرتفوی نامقارن هستند، به طوری‌که اکثر آن‌ها چولگی منفی دارند و این دلالت دارد که سری‌ها به جز سری بازده G.S، دم چپ بلندتری نسبت به دم راست دارند.

از آنجایی‌که آماره کشیدگی سری همه بازده‌ها بزرگتر از ۳ است، می‌توان بیان کرد که بازده‌ها دم چاق بوده و آن‌ها لپتوکورتیک می‌باشند. به عبارتی بازده صنایع غذایی مذکور دارای حرکات غیرعادی و دور از انتظار هستند. علاوه بر آماره چولگی و کشیدگی، نتایج آماره جارک-برا نیز فرض صفر یا نرمال بودن هر سری بازده را در دو پرتفوی رد می‌کند؛ در نتیجه توزیع نرمال نمی‌تواند ویژگی بازده‌ها را به خوبی توصیف کند ومبین ساختار وابستگی آن‌ها باشد. با توجه به نتایج آماره دیکی‌فولر تعمیم‌یافته، می‌توان بیان کرد که همه سری‌ها در سطح ایستا می‌باشند و دارای ریشه واحد نیستند.

جدول ۱- نتایج آمار توصیفی بازده‌ها در پرتفوی لبنیات

	I.P.D	K.P.D	P.D	K.D
حداقل	-۴۶/۶۱	-۴۳/۶۵	-۴۱/۶۱	-۶۲/۱۲
میانگین	۰/۰۴۸	۰/۰۰۹	۰/۰۰۶۷	-۰/۰۶۶
حداکثر	۲۸/۴۳	۱۷/۲۲	۱۸/۴۱	۱۵/۱۷
انحراف معیار	۳/۰۳	۲/۹۹	۲/۵۱	۳/۸۱
چولگی	-۵/۲۴	-۵/۷۳	-۸/۲۹	-۶/۶۵
کشیدگی	۱۳۲/۷۲	۹۷/۶۸	۱۵۷/۷۸	۱۵۲/۴۸
جارک-برا	۳۵۲۸۵۶/۴۳	۱۸۹۴۹۲/۳۸	۵۰۴۸۲۸/۰۲	۴۶۹۱۹۰/۸۴
(p-value)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)
دیکی‌فولرتعمیم‌یافته	-۲۰/۶۴	-۲۰/۷۵	-۲۰/۵۲	-۲۱/۵۱
(p-value)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)

جدول ۲- نتایج آمار توصیفی بازده‌ها در پرتفوی قند

	H.S	M.S	S.K.S	G.S
حداقل	-۶۳/۸۷	-۶۶/۲۹	-۶۲/۲۹	-۳۰/۷۸
میانگین	-۰/۱۴	-۰/۰۹	-۰/۱۳	-۰/۰۳
حداکثر	۱۶/۳	۲۱/۵۶	۱۳/۲۵	۳۹/۱۷
انحراف معیار	۳/۴۹	۳/۶۱	۳/۲۹	۳/۰۳
چولگی	-۱۲/۷۱	-۱۲/۵۸	-۱۳/۲۱	۱/۰۴
کشیدگی	۲۹۹/۷۱	۲۳۲/۴۵	۲۵۵/۷۴	۸۵/۹۱
جارک-برا	۱۸۴۷۵۶۲/۵	۱۱۱۰۰۰۶/۸	۱۳۴۵۳۲۳/۴	۱۴۳۲۹۹/۸۹
(p-value)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)
دیکی‌فولرتعمیم‌یافته	-۲۱/۰۱	-۲۱/۱۵	-۲۱/۰۲	-۲۱/۵۸
(p-value)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)	(۰/۰۰)

به منظور بررسی اینکه آیا سری بازده‌ها در هر دو پرتفوی به یکدیگر وابسته‌اند یا نه، از ضریب همبستگی تاو کندال استفاده شد و نتایج مربوط به آن در جدول (۳) و (۴) گزارش گردید. نتایج حاکی از آن است که سری‌ها در هر دو پرتفوی همبستگی مثبت دارند.

با توجه به نتایج جدول (۳) و (۴) در پرتفوی لبنیات بیشترین همبستگی بین بازده‌های پگاه خراسان-پگاه اصفهان و کمترین آن مربوط به لبنیات کالبر-پگاه اصفهان است. در پرتفوی قند نیز به ترتیب بیشترین و کمترین همبستگی مربوط به بازده‌های قند-هگمتان-قند ثابت خراسان و قند قزوین-قند هگمتان می‌شود. بنابراین عدم استقلال سری‌ها داخل پرتفوی حاکی از آن است که تغییرات بازده‌های درون پرتفوی از یک ساختار خاصی تبعیت می‌کنند و آن‌ها با عوامل ریسک یکسانی مواجه می‌شوند و محاسبه VaR تک متغیره نمی‌تواند نتایج درستی داشته باشد.

جدول ۳- نتایج ضریب همبستگی تاو کندال در پرتفوی لبنیات

	I.P.D	K.P.D	P.D	K.D
I.P.D	۱	۰/۲۳۸	۰/۱۶۲	۰/۱۲۹
K.P.D	۰/۲۳۸	۱	۰/۱۵۷	۰/۲۳۴
P.D	۰/۱۶۲	۰/۱۵۷	۱	۰/۱۴۷
K.D	۰/۱۲۹	۰/۲۳۴	۰/۱۴۷	۱

جدول ۴- نتایج ضریب همبستگی تاو کندال در پرتفوی قند

	H.S	M.S	S.K.S	G.S
H.S	۱	۰/۲۵۱	۰/۳۲۲	۰/۲۱۲
M.S	۰/۲۵۱	۱	۰/۲۹۹	۰/۲۴۶
S.K.S	۰/۳۲۲	۰/۲۹۹	۱	۰/۲۹۷
G.S	۰/۲۱۲	۰/۲۴۶	۰/۲۹۷	۱

در این قسمت اقدام به مقایسه روش‌های مختلف محاسبه VaR شد. برای این منظور از روش پنجره غلتان[۲۷] با نمونه‌ای به حجم ۴۰۰ برای هر برآورد VaR استفاده شد. به عبارتی برای هر برآورد VaR از ۴۰۰ مشاهده پیش روی آن استفاده می‌گردد. به این ترتیب کل داده‌ها به دو دوره درون نمونه و دوره آزمون تقسیم شدند. دوره درون نمونه از ۱۳۸۵/۱۰/۱۲ تا ۱۳۹۲/۱۰/۱۱ که شامل ۴۰۰ بازده هفتگی در هر پرتفوی است که اطلاعات تاریخی مورد نیاز برای برآورد VaR را ارائه می‌کند. دوره آزمون از ۱۳۹۲/۱۰/۱۲ تا ۱۳۹۴/۱۰/۱۱ و دربرگیرنده ۱۰۰ مشاهده از سری بازده‌ها می‌باشد. اطلاعات دوره آزمون برای آزمون روش محاسبه VaR مورد استفاده قرار گرفت. VaR برای هر هفته در دوره آزمون با اطلاعات دوره درون نمونه برآورد شد. میزان دقت روش‌های پیش گفته می‌تواند از طریق مقایسه VaR برآوردی با زیان‌های واقعی و استفاده از آزمون‌های فراوانی کریستوفرسن، تابع امتیاز احتمال درجه دوم (QPS) و ریشه میانگین مجذور خطا (RMSE) ارزیابی گردد. در هر چهار روش سطح اطمینان ۹۹ درصد و وزن سری‌های بازده در

دو پرتفوی یکسان و برابر ۰/۲۵ در نظر گرفته شد. نتایج ارزیابی روش‌های محاسبه VaRدر جدول (۵) برای پرتفوی لبنیات و جدول (۶) برای پرتفوی قند ارائه شده است.

با توجه به نتایج جدول (۵) و (۶) مدل‌های محاسبه VaR چند متغیره با در نظر گرفتن توزیع نرمال چندمتغیره و توزیع t چندمتغیره برای بازده‌های سری در پرتفوی لبنیات و قند، نمی‌توانند به خوبی میزان زیان آتی را پیش‌بینی کنند. به طوری‌که این مدل‌ها از نظر سه آزمون فراوانی کریستوفرسن، مقدار آماره‌های محاسباتی بیشتری نسبت به مقدار آماره‌های بحرانی دارند. به عبارتی تعداد نقض‌ها در این دو مدل در طول دوره آزمون زیاد بوده و نقض‌ها به صورت مستقل در طول زمان توزیع نشده‌اند. در نتیجه همانگونه که مشاهده می‌شود، این دو مدل تقریبا آماره QPS و RMSE بزرگتری دارند. بزرگ بودن تعداد نقوض حاکی از آن است که مدل‌های مذکور میزان زیان آتی راکمتر از حد برآورد می‌کند. در پرتفوی لبنیات برخلاف پرتفوی قند، مدل شبیه‌ساز تاریخی براساس آزمون‌های سه‌گانه کریستوفرسن مدل مناسبی برای محاسبه VaR می‌باشد و در نتیجه آماره QSP و RMSE آن کوچک هستند. علی‌رغم اینکه این مدل در پرتفوی لبنیات برای محاسبه VaR مناسب به نظر می‌رسد، ولی لیو (۲۰۱۱)، امانویل و نیکوس (۲۰۱۲) و زو و چن (۲۰۱۲) نشان دادند که این الگو میزان زیان آتی را بیش از حد برآورد می‌کند.

در مقایسه با دیگر مدل‌های محاسبه VaR چندمتغیره، شبیه‌سازی مبتنی بر کاپیولا نتایج بسیار خوبی در پیش‌بینی زیان آتی دارد که این نتایج منطبق با یافته‌های امبرچت و همکاران (۲۰۰۳)، پالارو و هوتا (۲۰۰۶)، و گونگ و سریبونچیتا (۲۰۱۵) است. این مدل‌ها به جز شبیه‌سازی مبتنی بر کاپیولای گوسی در پرتفوی لبنیات، از نظر سه آزمون کریستوفرسن مدل‌های مناسبی برای محاسبه VaR در دو پرتفوی هستند. تعداد نقوض آن‌ها در دوره آزمون کمتر از بقیه مدل‌ها است. علاوه بر این کوچک بودن آماره QPS و RMSE نیز در این مدل‌ها نسبت به سایر مدل‌ها، خود شاهدی بر مناسب بودن آن‌ها در محاسبه VaR می‌باشد. این امر ناشی از این است که مدل‌های مبتنی بر کاپیولا در انتخاب توزیع حاشیه‌ای مناسب برای داده‌ها محدودیتی ندارند و در نتیجه امکان بررسی ساختار پیچیده وابستگی را فراهم می‌آورند، همچنین این مدل‌ها به زیان دمی و وابستگی دمی توجه بیشتری می‌کنند که این امر باعث می‌شود تا قدرت خوبی در پیش‌بنی زیان دمی و نشان دادن نتایج شبیه به واقعیت داشته باشند. در میان مدل‌های مختلف کاپیولا در پرتفوی لبنیات، کاپیولای فرانک نتایج بهتری داشت. در پرتفوی قند نیز شبیه‌سازی مبتنی بر کاپیولای کلایتون مدل مناسب‌تری برای محاسبه VaR است. هر دوی این کاپیولاها از خانواده ارشمیدسی هستند و با استفاده از تابع مولد ایجاد می‌گردند. کاپیولای فرانک نشان دهنده یک ساختار وابستگی متقارن و کاپیولای کلایتون ساختار وابستگی قوی در دم چپ را نشان می‌دهد.

در ادامه با توجه به مناسب بودن مدل شبیه‌سازی مونت کارلوی مبتنی بر کاپیولای فرانک و کلایتون به ترتیب در پرتفوی لبنیات و قند اقدام به بررسی ساختار وابستگی دو پرتفوی گردید. نتایج مربوط به برآورد پارامتر وابستگی با توجه به کاپیولای فرانک و کلایتون در دو پرتفوی مذکور در جدول (۷) ارائه شده است.

جدول ۵- نتایج ارزیابی مدل‌های محاسبه VaR در پرتفوی لبنیات

مدل‌های محاسبه *VaR*	تعداد نقض	آزمون پوشش غیرشرطی	آزمون استقلال	آزمون پوشش شرطی	*QPS*	*RMSE*
شبیه‌ساز تاریخی	۷	۲/۷۳	۲/۰۸	۴/۸۱	۰/۵۰۲	۰/۸۳۹
VaR با نرمال	۱۵	۱۷/۲۳	۴/۹۲	۲۲/۱۵	۰/۵۷۹	۳/۸۴۴
VaR با *t*	۱۳	۴/۳۶	۴/۰۲	۸/۳۸	۰/۵۰۴	۰/۹۱۹
شبیه‌سازی با گوسی	۶	۰/۶۴	۴/۰۵	۴/۷۰	۰/۵۰۶	۰/۸۳۱
شبیه‌سازی با *t*	۴	۱/۰۰۱	۲/۶۵	۳/۶۵	۰/۵	۰/۸۱۵
شبیه‌سازی با کلایتون	۲	۱/۴۴	۲/۱۲	۳/۵۶	۰/۴۹۷	۰/۸۳۱
شبیه‌سازی با گامبل	۲	۱/۰۰۱	۲/۶۵	۳/۶۵	۰/۴۹۸	۰/۸۱۶
شبیه‌سازی با فرانک	۱	۱/۰۰۱	۲/۱۵	۳/۱۵	۰/۴۹۵	۰/۷۶۵
			۳/۸۴۱	۳/۸۴۱	۵/۹۹۱	LR_{critic}, $a=95\%$

جدول ۶- نتایج ارزیابی مدل‌های محاسبه VaR در پرتفوی قند

مدل‌های محاسبه *VaR*	تعداد نقض	آزمون پوشش غیرشرطی	آزمون استقلال	آزمون پوشش شرطی	*QPS*	*RMSE*
شبیه‌ساز تاریخی	۹	۳/۲۶	۱۰/۱۶	۱۳/۲	۰/۵۹۹	۰/۷۲۷
VaR با نرمال	۱۴	۱۸/۹۵	۱۴/۵۱	۳۳/۴۵	۰/۷۰۴	۰/۸۲۵
VaR با *t*	۱۱	۱۶/۲۲	۱۱/۲۳	۲۷/۴۵	۰/۶۴۷	۰/۶۵۴
شبیه‌سازی با گوسی	۴	۱/۴۰	۱/۹۸	۳/۳۹	۰/۳۸۷	۰/۶۴۹
شبیه‌سازی با *t*	۳	۱/۲۸	۲/۰۳	۳/۲۷	۰/۳۵۲	۰/۶۴۷
شبیه‌سازی با کلایتون	۱	۱/۱۸	۱/۹۷	۳/۱۷	۰/۳۰۴	۰/۶۰۴
شبیه‌سازی با گامبل	۱	۱/۲۱	۱/۹۹	۳/۱۹	۰/۳۳۶	۰/۶۳۷
شبیه‌سازی با فرانک	۷	۱/۶۱	۲/۰۱	۳/۵۹	۰/۴۰۵	۰/۶۵۱
			۳/۸۴۱	۳/۸۴۱	۵/۹۹۱	LR_{critic}, $a=95\%$

جدول ۷- نتایج برآورد پارامتر وابستگی

کاپیولا	پارامتر برآوردی	انحراف معیار	آماره z p-value	وابستگی دمی راست	وابستگی دمی چپ
فرانک	۱/۴۳	۰/۱۳۴	۱۰/۶۷ (۰/۰۰)	۰	۰
کلایتون	۰/۵۳۷	۰/۰۴۱	۱۲/۹۹ (۰/۰۰)	۰	۰/۲۷۴

با توجه به نتایج جدول (۷) در پرتفوی لبنیات سری بازده‌های صنایع مربوطه دارای ساختار وابستگی متقارن هستند؛ در حالی‌که ساختار وابستگی در پرتفوی قند متقارن نبوده و سری‌ها ساختار وابسته قوی در دم چپ دارند و به مقادیر منفی و کوچکتر بازده‌های صنایع دیگر نسبت به مقادیر مثبت و بزرگتر واکنش بیشتری نشان می‌دهند. معنی‌داری پارامتر برآوردی در دو کاپیولا نشان می‌دهد بازده‌های درون پرتفوی مستقل نیستند و از ساختار تغییرپذیری زمانی خاصی تبعیت می‌نمایند. به این ترتیب با مشخص شدن ساختار وابستگی بین بازده‌ها در دو پرتفوی، VaR در سطح اطمینان ۹۹ درصد محاسبه شد. حداکثر زیان مورد انتظار در پرتفوی لبنیات در طول یک هفته برابر ۲/۰۱ درصد و در پرتفوی شکر برابر ۱/۰۹ درصد می‌باشد. بنابراین می‌توان ادعا کرد که پرتفوی لبنیات ریسکی‌تر از پرتفوی قند است.

۶- نتیجه‌گیری و بحث

در اقتصاد مالی و اندازه‌گیری ریسک مالی، ارزش در معرض خطر یک معیار شناخته شده و کاربردی در محاسبه ریسک پرتفوی است. معیار سنتی برای محاسبه VaR استفاده از روش‌های مبتنی بر VaR تک متغیره می‌باشد؛ در حالی‌که بررسی‌ها نشان داده‌اند معمولا تغییرات بازده‌های درون پرتفوی از یک ساختار وابستگی خاصی تبعیت می‌کند و نادیده گرفتن اثرات همبستگی همزمان بازده‌های درون پرتفوی باعث می‌شود، VaR درست برآورد نشود. لذا در این پژوهش چهار روش محاسبه VaR چندمتغیره شامل شبیه‌سازی تاریخی، VaR با توزیع نرمال چند متغیره، VaR با توزیع t چند متغیره و شبیه‌سازی مونت کارلوی مبتنی بر کاپیولا در دو پرتفوی لبنیات و قند در بورس صنایع غذایی مورد بررسی قرار گرفتند. داده‌های مورد نیاز در دو پرتفوی براساس نزدیک بودن و همگن بودن صنایع به صورت قیمت‌های هفتگی از تاریخ ۱۳۸۵/۱۰/۱۲ تا ۱۳۹۴/۱۰/۱۱ انتخاب شدند.

نتایج آمار توصیفی نشان داد که سری بازده‌ها در هر دو پرتفوی چولگی منفی دارند و بازده‌ها دم چاق و لپتوکورتیک می‌باشند. به عبارتی بازده صنایع غذایی مذکور دارای حرکات غیرعادی و دور از انتظار هستند. فرض نرمال بون متغیرها نیز با آماره‌های چولگی، کشیدگی و جارک-برا رد شد. بنابراین مطابق انتظار توزیع نرمال نمی‌تواند این بازده‌ها را توصیف نماید.

بررسی ضریب همبستگی تاو کندال نشان داد که بازده‌های درون پرتفوی مستقل نیستند و تحت تاثیر ریسک‌های یکسانی قرار می‌گیرند. بنابراین روش‌های محاسبه VaR تک‌متغیره برای این داده‌ها نمی‌توانند مناسب باشند. به منظور اندازه‌گیری دقت چهار روش از آزمون‌های فراوانی کریستوفرسن، تابع امتیاز احتمال درجه دوم (QPS) و ریشه میانگین مجذور خطا (RMSE) استفاده شد. سه روش شبیه‌سازی تاریخی، VaR با توزیع نرمال چند متغیره و VaR با توزیع t چند متغیره از نظر سه آزمون فراوانی کریستوفرسن، مقدار آماره‌های محاسباتی بیشتری نسبت به مقدار آماره‌های بحرانی دارند. در نتیجه تعداد نقض‌ها در این سه مدل در طول دوره آزمون زیاد بوده و نقض‌ها به صورت مستقل در طول زمان توزیع نشده‌اند. در نتیجه همانگونه که مشاهده می‌شود، این سه مدل تقریبا آماره QPS و RMSE بزرگتری دارند. بزرگ بودن تعداد

نقوض حاکی از آن است که مدل‌های مذکور میزان زیان آتی راکمتر از حد برآورد می‌کند. بنابراین می‌توان ادعا کرد که که سه روش شبیه‌سازی تاریخی، VaR با توزیع نرمال چند متغیره و VaR با توزیع t چند متغیره به دلیل اعمال محدودیت‌های ساختاری شامل عدم توجه به رویدادهای خارج از نمونه و تحمیل یک توزیع نظری نامناسب به داده‌ها، قابل اعتماد نبوده و روش شبیه‌سازی مونت کارلوی مبتنی بر کاپیولا به این دلیل که این امکان را فراهم می‌آورد تا توزیع حاشیه‌ای مولفه‌های پرتفوی از خانواده‌های اختیاری انتخاب گردد، باعث افزایش دقت در اندازه‌گیری ساختار وابستگی و محاسبه ریسک پرتفوی می‌شود. با توجه به آزمون‌های ارزیابی، کاپیولای فرانک برای پرتفوی لبنیات و کاپیولای کلایتون برای پرتفوی قند انتخاب گردیدند. بعد از بررسی ساختار وابستگی مشخص گردید بازده‌های پرتفوی لبنیات دارای ساختار متقارن بوده و به تغییرات در میانگین نسبت به تغییرات دمی یا مقدار حدی واکنش بیشتری نشان می‌دهند در حالیکه در پرتفوی قند دارای وابستگی قوی در دم چپ است و بازده‌های درون پرتفوی به تغییرات منفی نسبت به تغییرات در میانگین و تغییرات مثبت حساس‌تر هستند. به این ترتیب حداکثر زیان مورد انتظار در پرتفوی لبنیات در طول یک هفته برابر ۲/۰۱ درصد و در پرتفوی شکر برابر ۱/۰۹ درصد محاسبه شد که نشان می‌دهد پرتفوی لبنیات ریسکی‌تر از پرتفوی قند است. بنابراین توصیه می‌شود سرمایه‌گذاران توجه بیشتری به صنایع قند در بورس داشته باشند. در این پژوهش تنها تعداد پنج کاپیولای معروف مورد استفاده قرار گرفتند، به نظر می‌رسد بررسی دقیق ساختار وابستگی و دیگر خانواده‌های کاپیولا در افزایش دقت روش‌های محاسبه VaR چندمتغیره مفید باشد.

فهرست منابع

* رستمی محمدرضا، (۱۳۹۲)، حقیقی فاطمه. مقایسه عملکرد مدل‌های GARCH چندمتغیره در تعیین ریسک پرتفوی. تحقیقات مالی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران. دوره ۱۵. شماره ۲: صص ۲۲۸-۲۱۵.
* طالب‌نیا قدرت‌اله، احمدی نظام‌آبادی فاطمه (۱۳۸۹)، بررسی قدت پیش‌بینی مدل سه عاملی فاما و فرنچ (F&F) و مدل ارزش در معرض خطر (VaR) در انتخاب پرتفوی بهینه سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران. مجله حسابداری مدیریت. سال سوم. شماره ششم: صص ۶۲-۴۹.
* فیضی ژیلا، فروش باستانی علی. (۱۳۹۱)، بررسی روش‌های مونت-کارلو برای تقریب کارای ارزش در معرض خطر (VaR) و ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR). سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها. ۱۱ و ۱۲ بهمن ۱۳۹۱. دانشگاه سمنان.
* Artzner. P, Delbaen. F, Eber. J, and Heath. D. (1999). Coherent measures of risk. Mathematical Finance. 9: 203–228.
* Ayusuk. A, and Sriboonchitta. S. (2014). Risk analysis in Asian emerging markets using canonical vine copula and extreme value theory. Thai Journal of Mathematics. 59-72.
* Basel Committee on Banking Supervision. (1996). Amendment to the capital accord to incorporate market risks. Basel Committee Publications. 24.

* Benterud. J.L, Haukaas. M.S, and Huse. P.I. (2013). Risk modeling using vine copulas. Modelling an energy company portfolio. M.S. thesis. Norwegian University of Science and Technology.
* Börger. R.H, Cartea. A, Kiesel. R, and Schindlmayr. G. A (2007). multivariate commodity analysis and applications to risk management. Birkbeck working papers in economics and finance, Birkbeck, Department of Economics, Mathematics & Statistics.
* Brechmann. E.C, and Schepsmeier. U. (2012). Modeling dependence with C- and D-vine copulas: The R-package CDVine. To appear in the Journal of Statistical Software.
* Chan. K.F, and Gray. P. (2006). Using extreme value theory to measure value-at-risk for daily elec-tricity spot prices, International Journal of Forecasting. 22(2): 283-300.
* Christoffersen. P.F. (1998). Evaluating interval forecasts. International economic review. 39: 841-862.
* Cousin. A, and Di Bernardino. E. (2011). A multivariate extension of Valueat-Risk and Conditional-Tail-Expectation. ArXiv e-prints, 1111.1349.
* Dowd. K. (2005). Mesuring market risk. 2nd ed. Chichester: Wiley.
* Embrechts. P, and Puccetti. G. (2006). Bounds for functions of multivariate risks. Journal of multivariate analysis. 97(2): 526-547.
* Embrechts. P, Höing. A, and Juri. A. (2003). Using copulae to bound the value-at-risk for functions of dependent risks. Finance and Stochastics. 7(2): 145-167.
* Emmanouil. K.N, and Nikos. N. (2012). Extreme value theory and mixed canonical vine copulas on modelling energy price risks. Cass Business School. City University London.
* Fischer. M. (2002). Tailoring copula-based multivariate generalized hyperbolic secant distributions to financial return data: An empirical investigation. Institute of Statistics and Econometrics University of Erlangen- Nurnberg, Lange Gasse 20, D-90403 Nurnberg, Germany.
* Gong. X, and Sriboonchitta. S. (2015). Modeling the value at risk (VaR) of energy commodities futures using extreme value copulas. Proceedings of the International Conference on Economics and Business Administration. Barcelona, Spain, April 7-9.
* Goodwin. B.K, Holt. M.T, Onel. G, and Prestemon. J.P. (2011). Copula-based nonlinear models of spatial market linkages. American Journal of Agricultural Economics.
* Larsen. R, Leatham. D.J, Mjelde. J.W, and Wolfley. J.L. (2008). Geographical diversification: an application of copula based CVaR. Wolfley Texas A&M University.
* Liu. J. (2011). Extreme value theory and copula theory: A risk management application with energy futures. Ph.D. thesis. University of Victoria.
* Lopez, J.A. (1998). Regulatory evaluation of Value-at-Risk models. Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review4(3): 119-124
* Lopez. J.A. (1999). Methods for evaluating value-at-risk estimates, Federal Reserve Bank of Sanfrancisco, Economic Review. 23–17.
* Nelsen. R.B. (2005). An introduction to copulas. Second Edition.
* Palaro. H.P, and Hotta. L.K. (2006). Using conditional copula to estimate value at risk. Journal of Data Science. 4: 93-115.
* Xu. C, and Chen. H. (2012). Measuring portfolio value at risk. Lund University-Department of Economics. 1-55.

یادداشت‌ها

[1]. Value at Risk
[2]. Downside risk
[3]. Non -coherence
[4]. Non-sub-additive
[5]. The time varying covariance and correlation
[6]. Copula
[7]. Multivariate historical simulation
[8]. Ghost effect
[9]. VaR under multivariate normal distribution
[10]. VaR under multivariate t-distribution
[11]. Copula-based Monte Carlo approach
[12]. Implicit
[13]. Archimedean
[14]. Generator
[15]. Clayton
[16]. Gumble
[17]. Frank
[18]. Christoffersen frequency test
[19]. Quadratic probability score function
[20]. Root mean squared error
[21]. Violations
[22]. Independent identically distributed
[23]. Unconditional coverage test (or Kupiec test)
[24]. Independence test
[25]. Conditional coverage test
[26]. binary
[27]. Rolling window