مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌ودوم / پائیز ۱۳۹٦

ارزش در معرض خطر شرطی(CVaR) مبتنی بر نظریه مقدار کرانی در پیش بینی وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا

میرفیض فلاح شمس[۱]
علی ثقفی[۲]
علیرضا ناصرپور[۳]

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۲/۰۲ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۴/۱۱

چکیده

در این تحقیق با استفاده از داده‌های قیمت نقدی سکه طلا، در بازه زمانی سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۴ پس از تخمین مقدار وجه تضمین در قراردادهای آتی با استفاده از مدل‌های ارزش در معرض خطر واریانس کواریانس مبتنی بر توزیع نرمال و تی استیودنت، پارتوی تعمیم یافته و پارتوی تعمیم یافته سازگار، با آزمون‌های کوپیک و پوشش شرطی کریستوفرسن و همچنین توابع زیان دوم لوپز و بلانکو- ایهل اقدام به پس آزمایی این مدل‌ها شد. همچنین با استفاده از تمامی این رویکردها ارزش در معرض خطر شرطی وجه تضمین قراردادهای آتی پیش بینی شده و به منظور انتخاب مدل برتر ارزش در معرض خطر شرطی، از دو تابع نمره دهی شامل میانگین قدر مطلق خطاها(MAE) و مجذور میانگین مربعات انحراف‌ها (RMSE) استفاده شد.

نتایج نشان می دهدکه با توجه به دنباله‌های پهن توزیع تجربی داده‌های نقدی، مدل‌هایی که توان مدلسازی دنباله‌های پهن را دارند از جمله مدل‌های واریانس کواریانس مبتنی بر تی استیودنت و پارتوی تعمیم یافته نتایج مناسبی را در پی دارند. همچنین در سطوح اطمینان پایین تمامی مدل‌ها عملکرد ضعیفی داشته اند.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی، پس آزمایی کریستوفرسن، مدل پارتوی تعمیم یافته ، نظریه مقدار کرانی، وجه تضمین.

۱- دانشیار، دانشکده مدیریت، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، تهران، ایران
۲- استاد، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران ، ایران
۳- دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
naserpoor64@gmail.com

۱- مقدمه

علی رغم کارایی بالای مدل‌های ارزش در معرض خطر به دلیل برخی نارسایی‌ها از جمله اینکه این سنجه به دلیل نداشتن ویژگی جمع پذیری[۱] یک سنجه منسجم[۲] ریسک نیست. و همچنین با توجه به اینکه ارزش در معرض خطر تنها یک صدک است و به عنوان یک صدک کاربردهای خود را دارد ولی به عنوان یک سنجه ریسک راضی کننده نیست، از این رو ارزش در معرض خطر شرطی یا ریزش مورد انتظار[۳](ES) که یک معیار دیگر ریسک نامطلوب است و نسبت به ارزش در معرض خطر، محافظه کارانه تر بوده و دارای خاصیت جمع پذیری بوده و جزء معیارهای منسجم ریسک محسوب می‌شود، معیار مناسب‌تری برای سنجش ریسک محسوب می شود.

استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر برای تعیین وجه تضمین[۴] در اتاق‌های پایاپای برای قراردادهای آتی به عنوان مؤثرترین ابزار مدیریت ریسک در اتاق‌های پایاپای قراردادهای مشتقه همواره مورد تأکید بوده است. اتاق پایاپای[۵] به عنوان طرف مرکزی قراردادها در معاملات مشتقه و تضمین کننده معاملات، نیازمند ابزار کنترل ریسک مناسب در مقابل نکول احتمالی هر یک از دارندگان موقعیت، در قراردادهای آتی می باشد[۱۰]. از این رو این نهادها با سازوکار أخذ وجوه تضمین و تسویه روزانه[۶] قراردادهای آتی، وهمچنین به پشتوانه وثایق دریافتی از کارگزاران[۷] فعال در قراردادهای آتی قادر به تضمین تعهدات طرفین قراداد شده و ریسک نکول تعهدات این قرادادها را از جانب طرفین کاهش داده‌اند[۱۷].

اگرچه مقادیر بالای وجه تضمین، اتاق پایاپای و کارگزاران را در مقابل ریسک نکول مشتریان محافظت می کند، در عین حال هزینه فرصت این وجوه برای دارندگان موقعیت در قراردادهای آتی را افزایش داده و در نهایت باعث کاهش جذابیت این ابزار مالی در بازار می شود. لذا اتاق‌های پایاپای در تعیین مقدار وجه تضمین قراردادهای آتی با یک بده بستان مواجه اند[۱۰]. لذا اتخاذ رویکرهای علمی در محاسبه و تعیین این مقدار حائز اهمیت بوده است، که یکی از مهمترین این رویکردها، رویکرد ارزش در معرض خطر می باشد.

اگر سطح تغییرات قیمت در یک روز در قراردادهای آتی بیشتر از سطح وجه تضمین قراردادهای آتی باشد، در آن صورت امکان نکول دارندگان موقعیت، که تغییر قیمت به زیان آن‌ها بوده است وجود خواهد داشت. اگر سطح وجه تضمین، تغییرات قیمت و تابع توزیع احتمال تجمعی تغییرات قیمت را به ترتیب باML،Δp و $F(x)$ نشان دهیم، در این صورت احتمال عدم کفایت وجه تضمین در یک روزبه صورت ساده از رابطه زیر محاسبه خواهد شد[۲۰].

$$p = \text{prob}(\Delta p > ML) = F(ML) \quad \text{رابطه ۱)}$$

که این معادله همان معادله محاسبه ارزش در معرض خطر است، لذا رویکردهای مبتنی بر ارزش در معرض خطر[۸] مدل‌های مناسبی برای تخمین وجه تضمین بهینه خواهد بود. نقطه ضعف این رویکرد آن است که

در مورد زیان های فراتر از خودش حرفی برای گفتن ندارد، و این دقیقاً همان موضوعی است که برای اتاق پایاپای قراردادهای مشتقه بسیار مهم است. زیرا در صورت وقوع نوسانات قیمتی فراتر از مقدار ارزش در معرض خطر، به لحاظ مدیریت ریسک این مسئله حائز اهمیت است که این وضعیت چقدر شدید خواهد بود و آیا مقادیر وجه تضمین موجود در حساب‌ها که گاهی از وجه تضمین تعیین شده توسط بورس بیشتر است، توانایی پوشش زیان‌های ناشی از این تغییرات را خواهد داشت؟ ریزش مورد انتظار یا ارزش در معرض خطر شرطی به ما می گوید که در حالتهای بد چه انتظاری باید داشته باشیم. به عبارت دیگر، این معیار بیان می کند که شرایط بد چقدر می تواند بد باشد این معیار، میانگین α درصد از بدترین زیانهاست و با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود[۲].

$$ES_{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\int_{0}^{\alpha} VaR(x)dx$$ رابطه۲)

برای ایجاد همخوانی با VaR معمولاً مقدار VaR به عنوان تعیین کننده بدترین زیان‌ها یا بازده‌ها در نظر گرفته می شود.

در این تحقیق در محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلای بورس کالای ایران، مدل‌های مختلف ارزش در معرض خطر سنتی با مدل ارزش در معرض خطر پارتوی تعمیم یافته که مبتنی بر نظریه مقدار کرانی می باشد مورد مقایسه قرار می‌گیرد و ارزش در معرض خطر شرطی (ریزش مورد انتظار) با استفاده از هر یک از این مدل‌ها محاسبه می‌شود. در نهایت عملکرد هر یک از این مدل‌ها سنجیده و با یکدیگر مقایسه شده و در نهایت مدل بهتر انتخاب می‌گردد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

وجه تضمین یک قرارداد آتی را معمولاً برابر با سود یا زیان برخواسته از بیشترین افزایش یا کاهش در قیمت، در نظر می گیرند. این بیشترین کاهش یا افزایش پیش بینی شده از طریق مدل‌های مبتنی بر رویکرد ارزش در معرض خطر(VAR) محاسبه می‌گردد.اگرچه ارزش در معرض خطر با از میان برداشتن مفروضاتی که عموما برای سنجش ریسک در نظر گرفته می شود، تخمین های معقول تری از ریسک به دست می دهد. اما به رغم همه شواهد تجربی دال بر کارایی VaR در پیش بینی ریسک، VaRتنها یک صدک است و به عنوان یک صدک کاربردهای خود را دارد ولی به عنوان یک سنجه ریسک راضی کننده نیست. معیار ارزش در معرض خطر فاقد خاصیت جمع پذیری است، بدین معنی که ارزش در معرض خطر یک سبد دارایی، ممکن است از مجموع ارزش در معرض خطر هر دارایی به تنهایی، بیش تر باشد. با توجه به این مسائل، ریزش مورد انتظار یا ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR) سنجه ای است که از ویژگی انسجام برخوردار بوده و بنابراین نسبت به VaR از اعتبار بیشتری برخوردار است[۱].

روش‌های سنتی شامل مدل‌های واریانس کواریانس نرمال و تی استیودنت، در تخمین این تابع فرض پیروی بازدهی قیمت‌ها از توزیع نرمال را مطرح می‌کنند. ولی تحقیقات اخیر نشان داده است، توزیع تاریخی قیمت‌های آتی دارای دنباله پهن تری نسبت به توزیع نرمال است[۱۲]و [۲۴]، و اصولاً بسیاری از متغیرهای مالی دنباله‌هایی پهن تر از توزیع نرمال و یا تی استیودنت دارند. برایان و اسکالتس نشان دادند که استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر با فرض توزیع های با دنباله‌های پهن عملکرد بهتری در پی دارد[۹]. نیلیش از تئوری مقداری کرانی برای تخمین ریسک بازار استفاده کرد[۲۲]. همچنین سو وفرمن برای اندازه گیری ریسک های مالی از توزیع پارتوی تعمیم یافته که یکی از توزیع های اصلی مقدار کرانی است استفاده کردند[۱۸]. بنابراین توزیع نرمال نمی‌تواند چولگی و کشیدگی متغیرهای بازار و همبستگی غیر خطی آنها را نشان دهد. بر این اساس در خصوص برخی از داده‌ها با استفاده از نظریه مقدار کرانی۹ اقدام به مدل‌سازی دنباله‌های توزیع۱۰ می‌شود. نظریه مقدار کرانی نشان می‌دهد که توزیع مقادیر حداکثری مشاهده شده در طول یک دوره زمانی تا حد زیادی مستقل از توزیع اصلی می‌باشد. توزیع‌های مقدار کرانی به عنوان توزیع‌هایی برای مقادیر حداکثری و حداقلیِ (مقادیر کرانی) نمونه ای از متغیرهای مستقل دارای توزیع معین مطرح شدند. با توجه به اینکه طبق تعریف رویدادهای ریسکی احتمال وقوع بسیار کمی دارند، لذا نظریه مقدار کرانی می تواند برای مدلسازی ریسک بسیار مفید باشد. بنابراین، این توزیع‌ها به لحاظ آماری بسیار با اهمیت می باشند.

تاکنون مطالعات بسیار زیادی بر روی ابعاد مختلف قراردادهای آتی صورت گرفته است، که با توجه به اهمیت وجه تضمین در ساختار معاملات قراردادهای آتی و ارتباط متقابل آن با بسیاری از مولفه‌های بازار، سهم قابل توجهی از این مطالعات در حوزه تعیین بهینه وجه تضمین در قراردادهای آتی است. در مطالعات مختلفی فرض نرمال بودن توزیع قیمت قراردادهای آتی به طور کلاسیک در نظر گرفته شده است[۱۳]و [۱۴]. اما نکته بسیار اساسی که در مطالعات مختلف به آن پرداخته شد ه است این موضوع می‌باشد که قیمت‌های دارایی‌های پایه و بازدهی قیمت‌ها لزوماً از توزیع نرمال پیروی نمی کند[۱۱] و [۲۴].

لانگین تئوری مقدار کرانی را بر روی داده‌های حاصل از قیمت‌های آتی پیاده کرد[۲۱]. مطالعات بعدی ابعاد مختلف نحوه تعیین وجه تضمین را با استفاده از تئوری مقدار کرانی مورد بررسی قرار دادند[۸]. لانگین با استفاده از رویکرد مقدار کرانی به دنبال محاسبه سطح وجه تضمین برای یک سطح اطمینان تعیین شده توسط اتاق پایاپای بود. وی با استفاده از داده‌های قیمت قرارداد آتی نقره در بورس کامکس در مقایسه رویکرد مقدار کرانی با توزیع نرمال به این نتیجه می رسد که استفاده از توزیع نرمال باعث تخمین کمتر از واقع وجه تضمین مورد نیاز می شود.

کاتر و دود با بکارگیری توزیع پارتوی تعمیم یافته، برای مقادیر کرانی توزیع بازدهی قیمت قراردادهای آتی و نیز استفاده از مدل گارچ برای تعدادی از شاخص‌های سهام، سنجه‌های طیفی ریسک۱۱ از جمله ارزش در معرض خطر شرطی را تخمین زده و آن را با نتایج ارزش در معرض خطر (VAR) مقایسه می کند[۷].

هو و همکاران مدل مقدار کرانی تعمیم یافته با روش ماکزیمم بلوک ها را برای ارزش در معرض خطر و مدل پارتوی تعمیم یافته را برای مدل ارزش در معرض خطر شرطی بررسی کرده و به این نتیجه رسیدند که مدل مبتنی بر ارزش در معرض خطر شرطی نتایج بهتری در پی داشته است [۱۵]

وارما در تحقیقی به بررسی وضعیت بورس های مشتقه در بحران مالی سال ۲۰۰۸ پرداخته و نتیجه می‌گیرد که بورس های مشتقه نیازمند استفاده از سنجه های منسجم ریسک از جمله ارزش در معرض خطر شرطی برای تعیین وجه تضمین می‌باشند[۲۳].

اگرچه مطالعات صورت گرفته در این حوزه در ایران چندان چشمگیر نیست ولی دو تحقیق صورت گرفته در این حوزه قابل توجه است. رهنمای رودپشتی و همکاران جهت بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی بر اساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک از ارزش در معرض خطر شرطی بهره گرفته اند[۲]. همچنین دمیرچی در پایان نامه کارشناسی ارشد خود جهت بهینه سازی سبد سرمایه گذاری، از معیار ارزش در معرض خطر مشروط استفاده کرده است[۱]. فلاح در تحقیقی براساس آمار معاملات قراردادهای آتی سکه طلا در بورس کالای ایران، با استفده از مدل گارچ چند متغیره اثر تغییرات وجه تضمین بر قیمت، نوسان پذیری قیمت و حجم معاملات را مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان دهنده ارتباط منفی بین افزایش وجه تضمین و قیمت قرارادادهای آتی و حجم معاملات و همچنین رابطه مثبت بین افزایش وجه تضمین و نوسانات قیمت قراردادهای آتی بوده است[۴].کریمی در پژوهشی وجه تضمین قراردادهای آتی را با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی محاسبه کرده و به این نتیجه رسیده است که این مدل در تخمین وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا مناسب عمل کرده است.[۵].

در این تحقیق وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلای بورس کالای ایران با تأکید بر رویکردهای پارامتریک و نیمه پارامتریک ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی (ارزش در معرض خطر شرطی)، به طور خاص با مدل‌های متعددی از جمله واریانس کواریانس نرمال و تی استیودنت و ارزش در معرض خطر مبتنی بر نظریه مقدار کرانی در قالب چندین مدل محاسبه شده است و در پایان با استفاده از روش‌های پس آزمایی۱۲ مناسب، قدرت آماری مدل‌ها سنجیده شده و درنهایت با توابع زیانی چون لوپز و بلانکو- ایهل و همچنین توابع نمره دهی میانگین قدر مطلق خطاها(MAE)[۱۳] و مجذور میانگین مربعات انحراف‌ها (RMSE[۱۴]) مدل‌ها رتبه بندی شده است. با توجه به مدل‌های به کار رفته در این تحقیق، فرضیات تحقیق به صورت زیر مطرح می‌شود:

فرضیه اول: مدل‌های ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی پارتوی تعمیم سازگار عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها در سطوح اطمینان بالا دارند.

فرضیه دوم: مدل‌های پارتوی تعمیم یافته و پارتوی تعمیم یافته سازگار در سطوح اطمینان بالا عملکرد بهتری نسبت به سطوح اطمینان پایین دارند.

فرضیه سوم: مدل‌های ارزش در معرض خطر شرطی پارتوی تعمیم یافته در سطوح اطمینان بالا عملکرد بهتری نسبت به مدل پارتوی تعمیم یافته سازگار دارند.

۳- روش‌شناسی پژوهش

تحقیق حاضر از حیث هدف توسعه‌ای-کاربردی، و از نوع مطالعات پس رویدادی۱۵ است که بر مبنای تجزیه تحلیل اطلاعات مشاهده شده۱۶ انجام می شود. در این تحقیق از روش حداکثر درستنمایی برای تخمین پارامترهای توابع توزیع مقدار کرانی استفاده شده است. همچنین برای سنجش قابل قبول بودن مدل‌ها به لحاظ آماری از آزمون‌های پس آزمایی کوپیک۱۷ و آزمون پوشش شرطی۱۸ کریستوفرسن استفاده شده و برای مقایسه مدل‌ها با یکدیگر از توابع زیان دوم لوپز۱۹ و بلانکو- ایهل استفاده کرده‌ایم. برای رتبه بندی مدل های ارزش در معرض خطر شرطی نیز دو تابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها(MAE) و مجذور میانگین مربعات انحراف‌ها (RMSE) به کار خواهد رفت[۲۵]. برای تخمین پارامترها و نیز مقادیر وجه تضمین و انجام آزمون‌ها از نرم‌افزار Matlab استفاده شده است.

۳-۱- ابزارگردآوری داده‌ها

جمع آوری داده‌ها در این تحقیق با استفاده از روش مشاهده اسنادی صورت گرفته است. داده‌های مورد استفاده، از اسناد و مدارک پایگاه‌های اطلاعاتی اتحادیه طلا و جواهرسازان کشور گردآوری شده است. نمونه‌ی تحقیق شامل قیمت نقدی سکه طلای از سال ۱۳۸۷ تا سال ۱۳۹۴ بوده، لذا قلمرو مکانی این تحقیق قیمت‌های نقد سکه طلا در بازار ایران است. با توجه به راه اندازی قراردادهای آتی در بورس کالای ایران از سال ۱۳۸۷قلمرو زمانی این تحقیق از سال ۱۳۸۷ تا سال۱۳۹۴می‌باشد.

۳-۲- مدل‌های مورد استفاده در پژوهش

۳-۲-۱- روش‌های سنتی ارزش در معرض خطر

روش‌های سنتی ارزش در معرض خطر عمدتاً مبتنی بر در نظر گرفتن فرض نرمال ویا تی استیودنت برای توزیع بازده دارایی‌ها است. محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از فرض نرمال برای بازده دارایی‌ها رابطه ساده ای به صورت زیر دارد:

رابطه ۳)
$$VAR_p(x) = z_\alpha \sigma_t + \mu$$

به طوریکه z_α معرف صدک α ام دنباله سمت چپ توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. اگر فرض توزیع را در این مورد توزیع تی استیودنت در نظر بگیریم در این صورت ارزش در معرض خطر واریانس کواریانس خطر تی استیودنت راخواهیم داشت.

ارزش در معرض خطر شرطی مدل‌های سنتی

برای توزیع نرمال، ارزش در معرض خطر شرطی به این شکل قابل محاسبه می باشد:

رابطه ۴)
$$ES_{\alpha}=\mu_t+\frac{f(x_{\alpha})}{p}\sigma_t$$

که $f(x_{\alpha})$ مقدار چگالی احتمال توزیع نرمال برای صدک α ام می باشد. برای توزیع تی استیودنت نیز رابطه زیر برای محاسبه ارزش در معرض خطر شرطی به کار می‌رود.

x_{α} صدک α ام توزیع تی استیودنت می باشد و $f(x_{\alpha}|\upsilon)$ مقدار چگالی احتمال توزیع تی استیودنت برای صدک α ام توزیع تی استیودنت می باشد.

۳-۳- توزیع پارتوی تعمیم یافته

مدل پارتوی تعمیم یافته[۲۰] (GPD)، پرکاربردترین مدل رویکرد مقدار کرانی در ادبیات مالی می‌باشد. در این مدل صرف نظر از اینکه تغییرات قیمت از چه توزیعی پیروی می‌کند، ابتدا دنباله آن با استفاده از داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر شده‌اند مدلسازی شده و سپس ارزش در معرض خطر با توجه به آن محاسبه می‌شود. اگر نمونه مشاهدات را با $X_1,X_2,\dots,X_n$ و تابع توزیع آن را با F(x) و مقدار آستانه را با u نشان می دهیم، F(u) را به صورت ذیل تعریف می کنیم:

رابطه ۵)
$$F(u)=\Pr\{X_i\le u\}$$

تخطی، زمانی اتفاق می افتد که برای هر i=1,2,….,n داشته باشیم:

$$X_i>u$$

رابطه ۶)
$$ES_{\alpha}=\mu_t+\frac{1}{p}f(x_{\alpha}|\upsilon)\left(\frac{(\upsilon - 2)+x_{\alpha}^2}{\upsilon - 1}\right)\sigma$$

براین اساس، مقدار اضافی فراتر از آتسانه را نیز به صورت ذیر تعریف می‌کنیم:

رابطه ۷)
$$y_I=X_I-U$$

و برای احتمالات $X_i\le y_i+u$ خواهیم داشت:

رابطه ۸)
$$\Pr\{X_i\le y_i+u\}=F(y_i+u)$$

به این ترتیب توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u را به صورت ذیل تعریف می کنیم:

رابطه۹)
$$F_u(y)=\Pr\left\{X_i-u\le y_i\,\middle|X_i>u\right\}$$

که $F_u(y)$ نمایان گر احتمال تخطی X حداکثر به اندازه y از آستانه u می باشد، البته مشروط بر اینکه X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می توان به صورت ذیل نوشت:

رابطه ۱۰

$$F_u(y) = \frac{\Pr\{X_i - u \le y_i, X_i > u\}}{\Pr\{X_i > u\}}$$

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

از آنجایی که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، y_i تنها برای مقادیر بزرگتر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان که y_i مقدار می‌گیرد، تخطی روی داده است. می‌دانیم که برای هر $X_i > u$ داریم $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می توان به صورت ذیل نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u)$$

رابطه ۱۱

رابطه فوق تنها برای $X_i > u$ صادق است.

بالکما، دی‌هان و پیکاندس طی قضیه‌ای نشان دادند که برای uهایی که به انداز کافی بزرگ هستند، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می توان با توزیع تعمیم یافته پارتو تقریب زد چرا که با بزرگ شدن آستانه، توزیع مقادیر فراتر از آستانه $F_u(y)$ به توزیع تعمیم یافته پارتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم یافته پارتو را به صورت ذیل تعریف می کنیم[۶].

$$G(X_{max}) = 1 - \left(1 + \tau_{max}\left(\frac{x_{max} - \mu_{maxn}}{\delta_{max}}\right)\right)^{-1/\tau_{max}} \qquad \tau \neq 0$$

$$G(X_{max}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x_{max} - \mu_{maxn}}{\delta_{max}}\right)\right) \qquad \tau = 0$$

رابطه ۱۲

$$x \in [\mu_{maxn}, \infty] \qquad \tau \neq 0$$

$$x \in \left[\beta_{maxn}, \frac{\mu_{maxn} - \delta_{max}}{\tau_{max}}\right] \qquad \tau = 0$$

که τ پارامتر شاخص دنباله، μ_{maxn} پارامتر آستانه (موقعیت توزیع) و δ_{max} پارامتر معیار می باشد. بدیهی است که در روابط بالا ، X_{max} همان مقادیر فراتر از آستانه باXهای بزرگتر از u می‌باشد و μ_{maxn}نیز معادل آستانه یا همان u است. بنابراین رابطه فوق را می توان به صورت ذیل بازنویسی کرد.

$$F(x) = 1 - \left(1 + \tau_{max}\left(\frac{x - u}{\delta_{max}}\right)\right)^{-1/\tau_{max}} \qquad \tau \neq 0$$

$$G(X_{max}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x - u}{\delta_{max}}\right)\right) \qquad \tau = 0$$

رابطه ۱۳)

$$x \in [u, \infty] \qquad \tau \neq 0$$

$$x \in \left[u, \frac{u - \mu_{max}}{\tau_{max}}\right] \qquad \tau = 0$$

بدیهی است ، که حد رابطه اول زمانی که τ به سمت صفر میل می کند برابر است با رابطه دوم بر این اساس می‌توان توزیع تعمیم یافته پارتو را تنها با رابطه زیر نمایش داد.

$$G(X_{max}) = 1 - \left(1 + \tau_{max}\left(\frac{x_{max} - u_{maxn}}{\delta_{max}}\right)\right)^{-1/\tau_{max}}$$

رابطه ۱۴)

اهمیت قضیه بالکما، دی‌هان و پیکاندس در این است که می‌توان توزیع مقادیر فراتر از آستانه را با انتخاب یک شاخص دنباله و یک آستانه بزرگ از طریق توزیع تعمیم یافته پارتو تخمین زد[۳]. در ادامه باید علاوه بر پارامتر آستانه پارامترهای τ_{max} و δ_{max} را نیز برآورد نماییم. این پارامترها را می توان با استفاده از روش حداکثر درست نمایی تخمین زد. برای محاسبه ارزش در معرض خطر پس از تخمین پارامترها به سادگی می توان صدک مربوط به توزیع $G(X_{max})$ را برآورد نمود بدیهی است که این کار با معکوس کردن توزیع $G(X_{max})$ امکان پذیر است. در این صورت برای سطح اطمینان p خواهیم داشت:

$$VaR_p = u + \frac{\delta_{max}}{\tau_{max}}\left(\left(\frac{n}{n_u}(1-p)\right) - 1\right)^{-\tau_{max}}$$

رابطه ۱۵)

۳-۴- پس آزمایی مدل‌ها

برای پس آزمایی مدل‌های ارزش در معرض خطر از یک فرایند دو مرحله‌ای استفاده شده است. در مرحله اول از آزمون‌های پوشش غیر شرطی کوپیک، استقلال و پوشش شرطی کریستوفرسن، استفاده شده است. در مرحله دوم برای مقایسه عملکرد مدل‌ها با یکدیگر از رویکرد توابع زیان شامل دومین تابع زیان لوپز و تابع زیان بلانکو وایهل استفاده شده است.

در مرحل اول به دنبال آزمون دقت مدل‌ها به لحاظ آماری هستیم. چنانچه مقدار داده‌های واقعی یعنی تغییرات قیمت از مقدار برآورد شده توسط مدل بیشتر باشد، آنگاه این رویداد به عنوان یک شکست محسوب می‌شود. در مرحله اول آزمون‌های آماری با تمرکز به نسبت این شکست‌ها به کل مقادیر برآورد شده به دنبال آزمون این مسئله هستند که آیا احتمال شکست در هر آزمایش معادل احتمال مورد نظر مدل(یعنی سطح اطمینان مدل) می‌باشد یا خیر. به این ترتیب دقت یک مدل ارزش در معرض خطر به لحاظ آماری مورد آزمون قرار می‌گیرد و اگر رد نشود به لحاظ آماری مدل قابل قبولی است.

بدیهی است در این مرحله تعدادی از مدل‌ها به لحاظ آماری مورد تأیید قرار می‌گیرند وانتخاب مدل مناسب از بین مدل‌های تأیید شده به عنوان مسأله اصلی باقی مانده است. لذا درمرحله دوم رتبه بندی مدل‌ها با توابع زیان مناسب صورت خواهد گرفت. برای اینکه رتبه بندی مدل‌ها را اجرا کنیم باید از بین توابع زیان متفاوتی که وجود دارد، تابع زیان را مشخص کنیم. یکی از پرکاربردترین توابع زیان، دومین تابع زیان لوپز است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_t \begin{cases} 1+(L_t - VaR_t)^2 & if L_t > VaR_t \\ 0 & if L_t \le VaR_t \end{cases}$$ رابطه ۱۶)

این رابطه امکان احتساب اندازه زیان‌های موجود در دنباله را فراهم می‌سازد و به مدلی که زیان‌های دنباله آن بالاتر است، مقدار بیشتری می‌دهد، لذا هر مدلی که میانگین زیان‌های دنباله آن که از رابطه زیر محاسبه می‌شود بیشتر باشد، عملکرد ضعیف‌تری داشته است.

$$QPS = \frac{2}{T}\sum C_t$$ رابطه ۱۷)

یکی از ایرادات این مدل آن است که به دلیل آنکه هیچ تعبیر خاصی برای مجذور زیان‌های بالاتر از VaR وجود ندارد، درک شهودی ما را دچار ابهام می‌سازد. برای رفع این مشکل بلانکو- ایهل تابع زیان زیر را پیشنهاد کردند:

$$C_t \begin{cases} (L_t - VaR_t)/VaR_t & if L_t > VaR_t \\ 0 & if L_t \le VaR_t \end{cases}$$ رابطه ۱۸)

درک شهودی این تابع زیان، آسان تر است و ما را مطمئن می‌سازد که زیان‌های بزرگ تر دنباله‌ی C_t بزرگ تری می‌گیرد. در این حالت معیار مقایسه نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$P_t = \frac{ES_{t\_}VaR_t}{VaR_t}$$ رابطه ۱۹)

تابع نمره برای مدل بلانکو - ایهل به صورت زیر خواهد بود:

$$QPS = \frac{2}{T}\sum (C_t - P_t)^2$$ رابطه ۲۰)

نتایج حاصل از این تابع زیان نشان دهنده عملکرد مدل‌ها خواهد بود، و هر چقدر که مقدار تابع زیان برای مدلی بالاتر باشد، نشان دهنده عملکرد ضعیف آن مدل می‌باشد[۳]. همچنین برای رتبه بندی مدل های ارزش در معرض خطر شرطی نیز از توابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها(MAE) و مجذور میانگین مربعات انحراف‌ها (RMSE) به منظور انتخاب مدل برتر ارزش در معرض خطر شرطی، استفاده خواهیم کرد. هر چقدر که مقدار این خطا کمتر باشد طبیعتاً مدل عملکرد بهتری داشته است[۲۵].

$$MAE = \frac{2}{T}\sum \left|C_t - ES_t\right| \quad RMSE = \sqrt{\frac{2}{T}\sum (C_t - ES_t)^2}$$ رابطه ۲۱)

۴- تجزیه و تحلیل داده‌ها

همانگونه که در آمار توصیفی داده‌ها قابل مشاهده می باشد، با توجه به اینکه کشیدگی داده‌ها بیشتر از ۳ می‌باشد، لذا دنباله داده‌ها بسیار پهن تر از توزیع نرمال است. با توجه به اینکه داده‌ها مقدار اندکی چولگی مثبت نیز دارند به نظر می رسد که داده‌ها تا حدی چوله به راست نیز می باشند.

جدول ۱- آمار توصیفی داده‌ها

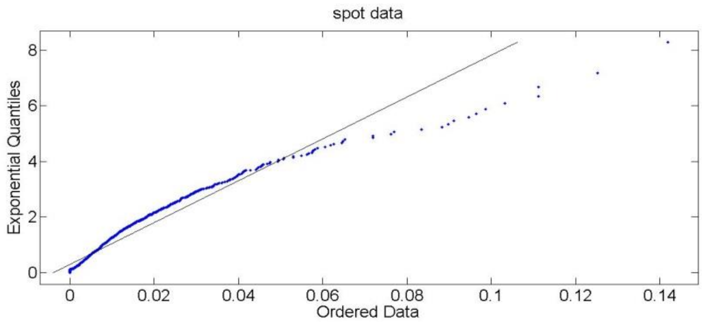
	کشیدگی	چولگی	انحراف معیار	میانگین	تعداد داه‌ها
درصد تغییرات قیمت‌های نقدی	۱۷,۸۳	۰,۳۷	۰,۰۱۵۸۵	۰,۰۰۰۹۵	۱۹۹۰
دیفرانسیل لگاریتم قیمت‌هاینقدی	۱۷,۳۱	۰,۰۱۳	۰,۰۱۵۸۲	۰,۰۰۰۸۲	۱۹۹۰

آزمون نرمالیتی داده‌ها با استفاده از آزمون جارگو-برا نیز انجام پذیرفته است که نتایج مشابهی را در پی دارد. همانطور که آزمون جارگو- برا نشان می دهد با توجه به اینکه، آماره آزمون در سطح خطای ۵ درصد از مقدار بحرانی بزرگتر است. نرمال بودن بازدهی قیمت‌ها به صورت قوی رد می شود و همانطور که از آمار توصیفی داده‌ها مشخص است، دلیل این امر عمدتاً به خاطر کشیدگی بیش از حد داده‌هاست.

جدول ۲- نتایج آزمون جارگوبرا برای سنجش نرمالیتی داده‌ها

	پی ولیو	آماره آزمون	مقدار بحرانی آزمون در سطح خطای ۵ ٪
لگاریتم قیمت‌های نقدی	۰,۰۰۱	۱۶۸۹۹	۵,۹۶
درصد تغییرات قیمت‌های نقدی	۰,۰۰۱	۱۲۳۸۸	۵,۹۶

برای بررسی این که آیا داده‌های تجربی از توزیع‌های مقدار کرانی پیروی می کنند یا نه نمودار صدک‌های توزیع تجربی را در مقابل صدک‌های توزیع فرضی مد نظر قرار می دهیم. اگر نمودار حاصل خطی باشد توزیع تجربی نمونه از توزیع فرضی پیروی می کند. در اینجا ما نمودار صدک‌های توزیع تجربی نمونه را در مقابل صدک‌های توزیع نمایی رسم کرده‌ایم. همانگونه که مشاهده می شود نمودار برای داده‌ها مقعر است.



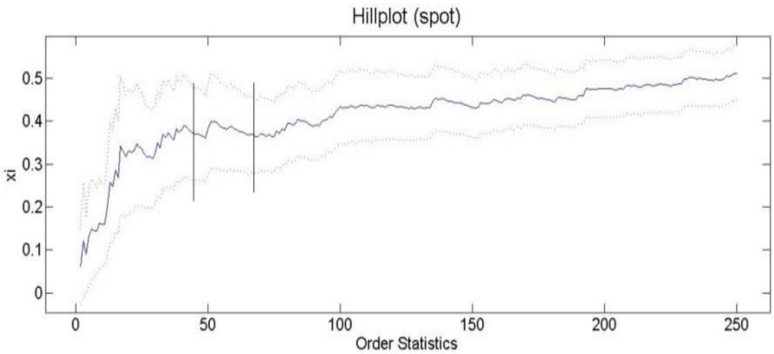
نمودار ۱- نمودار صدک‌های توزیع تجربی در مقابل توزیع نمایی

۴-۱- تعیین مقدار آستانه‌ای با نمودار هیل

برای تخمین پارامترها باید یک مقدار منطقی برای آستانه u انتخاب نماییم . این آستانه تعیین کننده تعداد مشاهدات فراتر از آستانه یعنی n_μمی‌باشد. برای انتخاب مقدار آستانه‌ای روش‌های متعددی وجود دارد که معروفترین آن‌ها نمودار هیل می باشد. هیل برآوردکننده زیر را برای شاخص دنباله پیشنهاد می کند:

$$\tau = \frac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k-1} lnx_{i,n} - lnx_{k,n} \quad for\ k \geq 2$$ رابطه ۲۲)

که k شماره بالاترین آماره ترتیبی است و یا به عبارت دیگر تعداد تخطی‌ها می باشد وn اندازه نمونه است. برای تعیین مقدار آستانه شکل هیل را ترسیم می کنیم به گونه ای که τ تخمین تابعی از تعداد k بالاترین آماره‌های ترتیبی باشد. آستانه را جایی انتخاب می کنیم که شاخص دنباله نسبتاً ثابت باشد. به عبارتی دیگر آستانه را در جایی انتخاب می کنیم که تابع میانگین فزونی برای مقادیر k نسبتاً افقی می شود. در ادامه پارامترهای τ_{max} و δ_{max} را نیز می توان با استفاده از روش حداکثر درست نمایی تخمین زد[۳].



نمودار ۲- نمودار هیل رسم شده برای تعیین پارامتر آستانه برای داده‌ها

با توجه به نمودار هیل رسم شده تعداد مقادیر فراتر از آستانه برای داده‌ها تقریباً ۶۰ داده می باشد. از این رو می توان مقدار آستانه ای را برای این داده‌ها محاسبه کرد. با توجه به ساختار مدل از داده‌های مربوط به قدر مطلق دیفرانسیل لگاریتم قیمت‌ها برای تخمین استفاده خواهیم کرد.

جدول ۳- نتایج ناشی از نمودار هیل در تعیین مقدار آستانه ای داده‌ها

	مقدار آستانه ای	درصد داده‌های فراتر از آستانه	ترتیب مقدار آستانه ای
قدر مطلق لگاریتم قیمت‌های نقدی	۰,۰۳۱۲	۳	۶۰

۴-۲- تخمین پارامترهای مدل پارتوی تعمیم یافته

با توجه به تعیین مقدار آستانه ای نتایج ناشی از تخمین پارامترهای دیگر مدل با روش حداکثر درستنمایی در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ۴- نتایج تخمین پارامترهای مدل پارتوی تعمیم یافته برای داده‌ها

	پارامتر معیار(پراکندگی)	پارامتر شکل توزیع	پارامتر آستانه (موقعیت)
پارامترها	δ	τ	μ
قدر مطلق لگاریتم قیمت‌های نقدی	۰,۰۱۸۴	۰,۱۰۶۶	۰,۰۳۱
انحراف معیار پارامترها	۰,۰۰۲۹	۰,۱۲۳۳	

۵- نتایج تجربی

به منظور استفاده از داده‌ها برای تخمین ارزش در معرض خطر، باید ابتدا چارچوب متحرک داده‌ها را تعیین کنیم. بدین منظور داده‌ها را به دو گروه درون نمونه و بیرون نمونه تقسیم بندی می کنیم. برای انجام آزمون‌های پس آزمایی و مقایسه روش‌ها با یکدیگر به این صورت عمل شد که از داده‌های ۱ تا۹۹۰ استفاده شده و مقدار ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های مختلف برای دوره ۹۹۱ ام در سطوح اطمینان مختلف پیش بینی شده، سپس از داده‌های ۲ تا ۹۹۱ ام استفاده شده و پیش‌بینی برای دوره ۹۹۲ ام صورت گرفته و به همین ترتیب تا پیش بینی دوره ۱۹۹۰انجام شده است. در روش پیش بینی ناسازگار با استفاده از توزیع پارتوی تعمیم یافته در روز nام از تمام داده‌های (n-1) روز قبل استفاده شده است. روش ناسازگار به این علت به کار می رود که بتوانیم از داده‌های بیشتری برای برازش توزیع پارتوی تعمیم یافته استفاده کنیم[۶]و [۱۹]. تخمین‌ها با سه سطح اطمینان ۹۵، ۹۹و ۹۹,۹ درصد انجام شده است.

در سطح اطمینان ۹۵ درصد هیچ یک از مدل‌ها در آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن (LRcc) مورد تأیید قرار نگرفتند. در حالیکه در سطح اطمینان ۹۹ درصد تمامی مدل‌ها مورد تأیید قرار گرفتند. در سطح اطمینان ۹۹,۹ درصد نیز تمامی مدل‌ها به استثنای مدل واریانس کواریانس نرمال در آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن (LRcc) مورد تأیید قرار گرفتند. البته از آنجایی که آزمون پوشش شرطی برآیند دو آزمون پوشش غیر شرطی (LRUC) و آزمون استقلال (LRind)می باشد، از اهمیت بالاتری برخوردار است. ولی همانگونه که در جدول ۵ مشاهده می شود در این دو آزمون نتایج کمی متفاوت تر است. بیشتر مدل‌ها در سطوح اطمینان پایین تر عملکرد ضعیفی دارند. عمده مدل‌ها از جمله مدل‌های پارتوی تعمیم یافته در سطوح اطمینان بالا عملکرد بهتری دارند، لذا فرضیه دوم مورد تأیید قرار می‌گیرد.

با توجه به اینکه هیچ یک از مدل ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد مورد تأیید قرار نگرفته اند، رتبه بندی صورت گرفته توسط تابع زیان دوم لوپز و بلانکو- ایهل و هم چنین توابع نمره دهیRMSE و MAE مورد نظر ما نخواهد بود.

در سطح اطمینان ۹۹ درصد در میان مدل‌های ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی، با توجه به تابع زیان بلانکو- ایهل و توابع نمره دهیRMSE و MAE مدل واریانس کواریانس نرمال بهترین و مدل پارتوی تعمیم یافته سازگار بدترین عملکرد را داشته است. البته با توجه به تابع زیان دوم لوپز نتیجه کاملا معکوس بوده است.

در سطح اطمینان ۹۹,۹ درصد در میان مدل‌های ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی، با توجه به تابع زیان بلانکو- ایهل و توابع نمره دهیRMSE و MAE مدل واریانس کواریانس تی استیودنت بهترین و مدل پارتوی تعمیم یافته سازگار بدترین عملکرد را داشته است. البته با توجه به تابع زیان دوم لوپز نتیجه کاملا معکوس بوده است. لذا فرضیه اول مورد تأیید قرار نمی‌گیرد ولی فرضیه سوم تأیید می شود.

جدول ۵- نتایج محاسبات وجه تضمین در سطوح اطمینان مختلف و پیش‌آزمایی مدل‌ها

	سطح اطمینان	VaR	نسبت شکست	LR_{cc}	LR_{ind}	LR_{uc}
واریانس – کواریانس (نرمال)	٪۹۵	3.84	0.033	28.74	21.86	6.87
	٪۹۹	5.02	0.014	7.90	6.46	1.43
	٪۹۹,۹۰	6.38	0.006	16.92	5.40	11.52
واریانس – کواریانس (تی استیودنت)	٪۹۵	3.91	0.032	25.67	17.90	7.77
	٪۹۹	5.51	0.010	3.16	3.16	0.00
	٪۹۹,۹۰	7.92	0.004	12.47	7.38	5.09
پارتوی تعمیم یافته	٪۹۵	3.50	0.043	18.35	17.27	1.08
	٪۹۹	6.64	0.006	7.28	5.40	1.88
	٪۹۹,۹۰	13.26	0.001	10.27	10.27	0.00
پارتوی تعمیم یافته سازگار	٪۹۵	4.15	0.028	28.62	16.58	12.03
	٪۹۹	7.01	0.006	7.28	5.40	1.88
	٪۹۹,۹۰	14.86	0.001	10.27	10.27	0.00

جدول ۶- نتایج مقایسه مدل‌ها در هر سطح اطمینان با توابع زیان لوپز و بلانکو-ایهل و MAE و RMSE

	ارزش در معرض خطر						ارزش در معرض خطر شرطی					
		۹۵	۹۹	رتبه	۹۹,۹	رتبه		۹۵	۹۹	رتبه	۹۹,۹	رتبه
روش واریانس کواریانس (نرمال)	VaR	3.84	5.02		6.38		CVaR	4.56	5.62		6.88	
	st. VaR	0.29	0.37		0.47		st.CVaR	0.34	0.42		0.51	
	Lopez (II)	0.0661	0.0280	(۳)	0.0120		RMSE	0.0041	0.0063	(۱)	0.0095	
	Blanco& Ihle	0.0993	0.0412	(۱)	0.0175		MAE	0.0892	0.1113	(۱)	0.1371	
روش واریانس کواریانس (تی)	VaR	3.91	5.51		7.92		CVaR	4.76	6.60		9.53	
	st. VaR	0.30	0.41		0.58		st.CVaR	0.36	0.49		0.69	
	Lopez (II)	0.0641	0.0200	(۲)	0.0080	(۲)	RMSE	0.0045	0.0087	(۲)	0.0182	(۱)
	Blanco& Ihle	0.1216	0.0850	(۲)	0.0832	(۱)	MAE	0.0931	0.1311	(۲)	0.1900	(۱)
پارتوی تعمیم یافته	VaR	3.50	6.64		13.26		CVaR	5.57	9.47		17.83	
	st. VaR	0.19	0.27		0.73		st.CVaR	0.23	0.44		1.77	
	Lopez (II)	0.0861	0.0120	(۱)	0.0020	(۱)	RMSE	0.0060	0.0179	(۳)	0.0642	(۲)
	Blanco& Ihle	0.7148	0.3685	(۳)	0.2433	(۲)	MAE	0.1079	0.1886	(۳)	0.3563	(۲)
پارتوی تعمیم یافته سازگار	VaR	4.15	7.01		14.86		CVaR	6.16	10.41		22.08	
	st. VaR	0.34	0.47		0.92		st.CVaR	0.42	0.64		1.56	
	Lopez (II)	0.0561	0.0120	(۱)	0.0020	(۱)	RMSE	0.0074	0.0216	(۴)	0.0979	(۳)
	Blanco& Ihle	0.4834	0.4736	(۴)	0.4741	(۳)	MAE	0.1208	0.2072	(۴)	0.4413	(۳)

طبق نتایج پژوهش، مدل‌ها در سطوح اطمینان بالا عملکرد مناسبی داشته اند که نتایج مشابهی با پژوهش کریمی (۱۳۹۱) که در آن مدل‌ها در سطوح اطمینان بالا عملکرد مناسبی داشته‌اند، دارد، این امر از آن جهت حائز اهمیت است که در آن پژوهش نیز از رویکرد مقدار کرانی که معمولاً در خصوص مقادیر حدی عملکرد بهتری دارد، استفاده شده است، با این تفاوت که آن تحقیق مبتنی بر مدل مقدار کرانی شرطی بوده و همچنین فقط با رویکرد ارزش در معرض خطر مقادیر وجه تضمین تخمین زده شده‌اند.

۶- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این تحقیق پس از تخمین مقادیر وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا با دو رویکرد ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی، و با تأکید بر مدل‌های مقدار کرانی به نظر می‌رسد، اصولاًبا توجه به دنباله‌های پهن توزیع تجربی داده‌های نقدی، مدل‌هایی که توان مدلسازی دنباله‌های پهن را دارند از جمله مدل‌های واریانس کواریانس مبتنی بر تی استیودنت و پارتوی تعمیم یافته نتایج مناسبی را در پی دارند.

از این رو بهتر است شرکت بورس کالای ایران، در مدیریت ریسک معاملات قراردادهای آتی، با توجه به ماهیت داده‌های قیمتی سکه طلا، از مدل‌هایی که دنباله‌های پهن را مدل‌سازی می‌کنند، از جمله مدل پارتوی تعمیم یافته در تخمین مقادیر وجه تضمین قراردادهای آتی استفاده کند.

تحلیل سناریو از وضعیت ریسک روزانه اتاق پایاپای شرکت بورس کالای ایران، با توجه به موجودی حساب دارندگان موقعیت در معاملات بورس کالا و با توجه به ارقام محاسبه شده، در هر مدل برای ریزش مورد انتظار و با در نظر گرفتن مفهوم ریزش مورد انتظار، می تواند به عنوان موضوع پژوهش‌های آتی مفید باشد. در این پژوهش از یکی از سنجه‌های منسجم ریسک یعنی ریزش مورد انتظار استفاده شده است با توجه به ویژگی دیگر سنجه های منسجم ریسک از جمله سنجه‌های طیفی ریسک در لحاظ کردن سطح ریسک گریزی در تخمین مقدار وجه تضمین، استفاده از سنجه‌های طیفی ریسک به عنوان موضوع پژوهش‌های آتی نیز می‌تواند به عنوان یک مدل جایگزین در محاسبات وجه تضمین به کار رود.

فهرست منابع

* دمیرچی ,فاطمه .(1389) .بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک مشروط در بازار بورس اوراق بهادار تهران .تهران، دانشگاه الزهرا :پایان نامه کارشناسی ارشد.
* رهنمای رودپشتی , فریدون., نیکومرام, هاشم., طلوعی اشلقی, عباس., حسین زاده لطفی , فرهاد., و بیات, مرضیه. (۱۳۹۴). بررسی کارایی بهینه سازی پرتفوی براساس مدل پایدار با بهینه سازی کلاسیک. مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۲۳, ۲۹-۵۹.

* عبده تبریزی, حسین., & رادپور, میثم. (۱۳۸۸). اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار: رویکرد ارزش در معرض ریسک. تهران: انتشارات آگاه.
* فلاح, جواد. (۱۳۹۳). آثار تغییرات وجه تضمین بر بازار قراردادهای آتی سکه طلا در بورس کالای ایران. تهران: پایان نامه دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات.
* کریمی, سمیرا. (۱۳۹۱). محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی. تهران: پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشگاه شریف.
* مهدوی, غدیر., & ماجدی, زهرا. (۱۳۸۹). کاربرد نظریه مقدار کرانگینی در برآورد مقدار در معرض خطر: بررسی موردی بیمه مسئولیت شرکت بیمه ایران. مجله علوم آماری, ۱, ۵۹-۷۶.
* Cotter, J., & Dowd, K. (2006). Spectral Risk Measures with an Application to Futures Clearinghouse Variation.
* Booth, G. G., Broussard, J. P., Martikainen , T., & Puttonen, V. (1997). Prudent Margin Levels in the Finnish Stock Index Market. Management Science, 43, 1177-1188., 43, 1177-1188.
* Braione, M., & Scholtes, N. K. (2016). Forecasting Value-at-Risk under Different Distributional Assumptions. Econometrics, 4(1).
* Broussard, J. P. (2001). Extreme-value and margin setting with and without. The Quarterly Review of Economics and Finance, 41, 365-385.
* Cotter, J., & Longin, F. (2004). Margin requirements with intraday dynamics. working papaer.
* Edwards, F. R., & Neftci, S. N. (1998). Journal of Futures Markets. Extreme Price Movements and Margin Levels in Futures Markets, 8, 639-655.
* Figlewski, S. (1984). Margins and Market Integrity: Margin Setting for Stock Index Futures and Options. Journal of Futures Markets, 4, 385–416.
* Gay , G. D., Hunter , W. C., & Kolb, R. W. (1986). Journal of Futures Markets. A Comparative Analysis of Futures Contract Margins, 6, 307-324.
* Ho, L. C., Yu, M. T., & Chen, P. H. (2008). Futures margin requirement: a comparison of Value-at-Risk with Expected Shortfall measures. Advances in Financial Planning and forecasting, 3, 211-234.
* Hull, J. (1993). options,futures and other derivatives. new jersey: Prentice Hall.
* Su, j., & Furman, E. (2016, Jul 16). A form of multivariate Pareto distribution with applications to financial risk measurement. Retrieved from http://arxiv.org/abs/1607.04737.
* King, N. (2013). IMR Methodology Review for the Equity Derivatives Market. Jojannesburg: JSE.
* Longin, F. M. (1996). The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns. Journal of Business, 63, 383-408.
* Longin, F. M. (1999). Optimal Margin Levels in Futures Markets: Extreme Price Movements. Journal of Futures Markets, 19, 127-152.
* Nilaish, N. (2016, March 23). Applications of Extreme Value Theory for Market Risks Estimation: A Review. Available at SSRN Retrieved, from http://ssrn.com/abstract=2756009.

* Varma, J. R. (2009). Risk Management Lessons from the Global Financial Crisis for Derivative Exchanges. working paper.
* Warshawsky, M. J. (1989). The Adequacy and Consistency of Margin Requirements: The Cash, Futures and Options Segments of the Equity Markets. Review of Futures Markets, 8, 420-437.
* Žiković, S. (2008). Friends and Foes: A Story of Value at Risk and. Dubrovnik: YOUNG ECONOMISTS' SEMINAR to 14 Dubrovnik Econometric conference.

یادداشت‌ها

[1]. Subadditivity
[2]. Coherent Risk Measure
[3]. Expected Shortfall
[4]. Margin Setting
[5]. Clearing House
[6]. Daily Settlement
[7]. Brokers
[8]. Value at Risk Approach
[9]. Extreme Value Theory
علی رغم جدید بودن استفاده از این رویکرد در ادبیات مالی و به خصوص در ایران، ترجمه‌های متفاوتی از این اصطلاح در ادبیات مالی مطرح شده‌است که از جمله آن‌ها "نظریه مقدار کرانگینی" و "نظریه مقدار فرین"می باشد. در این نوشتار از " مقدار کرانی" به عنوان ترجمه مناسب این اصطلاح استفاده شده است.
[10]. Distribution tiles
[11]. Spectral Risk Measures
[12]. Backtesting
[13]. Mean Absolute Error
[14]. Root Mean Squre Error
[15]. Ex post facto study
[16]. Observational data
[17]. Kupiec Backtest
[18]. Christffersen Conditional Coverage Test
[19]. Lopez Loss Function
[20]. generalized pareto distribution