



محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس نظریه مقدار حدی: شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران

منصور کاشی^۱

سیدحسن حسینی^۲

محمد موسی قلیلو^۳

سعید گلکاریان آرانی^۴

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۲/۲۰

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۲/۱۸

چکیده

پژوهش حاضر به بررسی ارزش در معرض ریسک (VAR) و ریزش مورد انتظار (ES) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه مقدار حدی (ماکسیمم بلاکها و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD)) پرداخته است. پیش از تخمین مدلها در تجزیه تحلیل مقدماتی یافته‌ها که با استفاده از آماره‌های توزیع تجربی، تابع اضافی میانگین و رسم Q-Q انجام شد، وجود رفتار دم پارتو و دم پهن داده‌ها نمایان گردید. برای تخمین مقدار آستانه بهینه، از تابع اضافی میانگین و رسم Hill استفاده شد که آماره‌های مذکور برای بازده مثبت و منفی، به ترتیب مقدار آستانه را در حدود ۱,۲۰ و ۰,۹۵ برای مدل GPD تهیه نمودند. از مقایسه باقیمانده‌های مدل‌های تخمین زده شده مقدار حدی کلاسیک (۲۱، ۶۳، ۱۲۶ روز) و مدل GPD، استنباط بر عملکرد مطلوب GPD محاسبه شده نسبت به مقدار حدی بلاک که حساسیت زیادی به انتخاب طول دوره دارد، حاصل شد. در نهایت برای تخمین VAR و ES از مدل GPD تخمین زده شده که کارایی بهتری را به نمایش گذاشت، استفاده شد. یافته‌ها موید این مطلب بود که کاربرد VAR و ES نباید بر مدیریت ریسک مالی مسلط شود؛ به عبارتی، وابستگی بر مقیاس ریسک منفرد به جهت نادیده گرفتن اطلاعات ریسک پرتفوی مشکل ایجاد می‌کند. بنابراین برای در برگرفتن اطلاعات نادیده شده توسط VAR و ES، ضروری است که جنبه‌های گوناگون توزیع زیان/سود مانند دم پهن بررسی شود.

واژه‌های کلیدی: نظریه مقدار حدی، ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار، توزیع پارتو تعمیم یافته.

۱- کارشناس ارشد سازمان دارایی و ثبت اسناد

۲- دانشجوی دکتری و عضو هیات علمی دانشگاه امام علی، تهران، ایران (نویسنده مسئول) sh.hosseini81@yahoo.com

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

۱- مقدمه

این یک واقعیت شناخته شده است که مدل‌های ارزش در معرض ریسک^۱ (VAR) تحت بازارهای پر نوسان از کارایی لازم برخوردار نیستند. مدل‌های VAR معمولاً بر اساس بازده دارایی نرمال محاسبه می‌شوند و تحت نوسانات مقدار حدی^۲، عملی نخواهند بود. مثالی در این مورد، بحران بازار مالی در پاییز ۱۹۹۸ می‌باشد که در این خصوص، کمیته سیستم مالی جهانی^۳ (CGFS) (۱۹۹۹) اشاره داشت که بسیاری از مصاحبه شونده‌گان اذعان بر این نکته می‌نمودند که وقایع و بحران مذکور در دم‌های توزیع‌ها جای داشت که توسط مدل‌های VAR معمول که برای اندازه‌گیری و نظارت بر ریسک بازار مورد استفاده قرار گرفتند، شناسایی نشد. با این اوصاف، چنین سؤالی در ذهن شکل می‌گیرد که: آیا مشکل از روش‌های تخمین است یا از VAR به عنوان معیار ریسک؟ روش‌های تخمین بکار گرفته شده برای مدل‌های استاندارد VAR برای اندازه‌گیری حرکات مقدار حدی دارای ایراد است. چنین روش‌هایی فرض می‌گیرند که بازده دارایی‌ها پیرو توزیع نرمال می‌باشند. بطوری‌که آن‌ها خصوصیات دم پهن بازده‌های واقعی را نادیده می‌گیرند و تخمین پایینی از راست نمایی حرکات مقدار حدی را خواهند زد^۴. از سوی دیگر، مفهوم VAR به عنوان معیار ریسک برای اندازه‌گیری حرکات قیمت دارای مشکلاتی است. با این تعریف، VAR فقط کوانتیل توزیع را محاسبه می‌کند و زبان حدی، فراسوی سطح VAR را نادیده می‌گیرد. بنابراین VAR ممکن است اطلاعات مهمی که در دم توزیع تحت بررسی وجود دارد را نادیده بگیرد (zikovic, 2008). CGFS (۲۰۰۰) این مشکل را به عنوان ریسک دم شناسایی نمودند.

برای کم کردن مشکلات ذاتی در VAR، ارتزرنر و دیگران^۵ (۱۹۹۷ و ۱۹۹۹) استفاده از ریزش مورد انتظار^۶ (ES) را ارائه کردند. روش ES، امید شرطی زیان در سطح اطمینان معین می‌باشد که فراسوی سطح VAR محاسبه می‌شود. بنابراین با این تعریف، ES زیان فراسوی سطح VAR را بررسی می‌کند. اما با این وجود، یامای و یوشیبا^۷ (۲۰۰۲) نشان دادند که ES با توجه به اینکه شرایط مناسب‌تری از VAR را دارد، حوزه‌ای را برای ریسک دم شناسایی نمی‌کند. در این ارتباط، توزیع‌های جایگزین مختلفی برای توصیف مشخصات دم پهن پیشنهاد شده است. یکی از رایج‌ترین روش‌ها، تئوری مقدار حدی^۸ (EVT) می‌باشد. این روش در عوض تحمیل توزیع واحد برای کل نمونه، فقط به بررسی رفتار دم توزیع بازده تمرکز می‌کند. کاربرد EVT بطور ویژه برای بازارهای نوظهور که از بازارهای پر نوسان به جهت نقدینگی ناکافی، میزان کم مبادله، نامتقارن بودن و تعداد پایین روزهای معاملاتی می‌باشند، نیازمند توجه بیشتری است. اغلب سری‌های زمانی بازارهای مالی، پیرو مشخصاتی چون دگرگونی تغییر پذیری در طول زمان و توزیع تجربی‌ای که دارای دم پهن‌تری از دم‌های توزیع نرمال دارند، هستند. همچنین در مقایسه با بازارهای توسعه یافته، بازارهای نوظهور با ویژگی‌هایی مانند اصلاحات بازار سرمایه، تکرار شوک‌های مالی داخلی و خارجی، ریسک بالای ریسک کشور (ریسک سیاسی، اقتصادی و مالی)، تغییرات در رتبه اعتبار، نوسان نرخ‌های ارز و غیره، مشخص می‌شوند. در نتیجه، فعالیت‌های اقتصادی در اقتصادهای در حال گذار، بسیار سریع تحت تأثیر بحران جهانی، رو به وخامت خواهند گذاشت (Nutti, 2009). مطابق بر آنچه گفته شد و عواملی که در

تشدید نوسان در بازارهای نوظهور موثر هستند، افزایش واگرایی از توزیع نرمال را نتیجه می‌دهد و این نتیجه پیش‌بینی بهینه ریسک بازار را ناممکن می‌سازد؛ بطوری‌که بررسی مقادیر حدی در فعالیت‌های سرمایه‌گذاری در چنین بازارهایی را حتمی و مستلزم درک صحیح از رفتار بازار می‌نماید. همگرا با این نتایج، پژوهش‌ها دلالت بر این موضوع دارند که محاسبه ریسک دم توسط VAR و ES ممکن است معناداری بیشتری را در بازارهای پرنوسان در مقابل بازارهایی که در شرایط نرمال هستند را نشان دهد. زیان در بازارهای پرنوسان نسبت به بازارهای نرمال، بزرگ و کمتر تکرار می‌شود (Andjelic et al, 2010)؛ بطوریکه طبق بررسی‌های یامای و یوشیبا (۲۰۰۲)، ریسک دم، زمانی معنادار است که زبان دارایی‌ها نادر و هنگفت باشند.

از این رو، هدف مطالعه حاضر بررسی مقدار حدی در بازار نوظهور بورس اوراق بهادار تهران بوده و بر اساس برآزش مقادیر بدست آمده از مدل‌های مقدار حدی [چه کلاسیک (بر اساس ماکسیمم بلاک‌ها) و چه نو (بر اساس مقادیر فراتر از آستانه)]، به تخمین معیارهای ریسک VAR و ES خواهد پرداخت. بر این اساس، پیشینه و روش‌شناسی تحقیق و بکارگیری مدل‌ها و متغیرها معرفی شده و سپس داده‌های آماری بررسی می‌گردند. در نهایت، نتایج مدل‌های بکار رفته، تحلیل و نتیجه‌گیری می‌شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در دهه‌های اخیر، مطالعات متعددی در خصوص مقدار حدی و استفاده از آن برای محاسبه VAR و ES در زمینه‌هایی مانند مدیریت ریسک بازارهای سرمایه و ارز، ریسک عملیاتی بانک‌ها و ریسک تغییرات قیمت نفت انجام شده است. در مقوله مدیریت ریسک مالی، VAR ابزاری استاندارد برای کمی کردن ریسک شناخته شده است. بطوری‌که، استانداردهای شماره ۲ کمیته بازل^۹ (۱۹۹۶)، بانک‌ها و مؤسسات مالی را برای حفظ الزامات کفایت سرمایه بر اساس برآورد VAR، ملزم می‌داند. از این رو، اثر بخشی متدلوژی‌ها برای محاسبه VAR اهمیت بسیاری دارد. از سوی دیگر، با توجه به نقدهای صورت گرفته بر VAR از لحاظ معیار ریسک منجم^{۱۰} (خصوصیاتی مانند یکنواخت بودن، تابع افزایشی، همگن و ثابت بودن بر اساس پژوهش‌های محققانی مانند اسربی و تاج^{۱۱} (۲۰۰۲) و آرتزرنر^{۱۲} و همکاران (۱۹۹۹)) و این نکته که VAR از لحاظ نبود ویژگی تابع افزایشی، دچار عدم کارایی مطلوب می‌باشد، روش ES مطرح شد که در بردارنده ویژگی‌های ذکر شده می‌باشد. در این راستا، پژوهش‌های متعدد و همچنین پُر ارجاعی از لحاظ نظری و تجربی انجام گردید که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

مک نیل^{۱۳} (۱۹۹۷) روش برآزش منحنی پارامتریک را توسط EVT برای داده‌های بیمه آتش سوزی کشور دانمارک بکار برد. وی از روش توزیع پارتو تعمیم یافته^{۱۴} (GPD) استفاده نمود. نتایج پژوهش، عملکرد بهتر EVT را نسبت به فرض نرمال برای تابع توزیع در مدل کردن مقادیر حدی و دم توزیع، تایید نمودند. داسیلوا و مندز^{۱۵} (۲۰۰۳) ویژگی بازده بازار سهام را در ده بازار سهام آسیایی مطالعه کرده و پیشنهاد نمودند که توزیع بازده توسط نرمالیتیه بودن مشخص نمی‌شود، اما در این زمینه EVT مدل رضایت بخش را ارائه داد. نتایج مذکور توسط مطالعه‌ی جانندو و راکینگر^{۱۶} (۲۰۰۳) مورد تایید واقع شد. ایشان عدم وجود توزیع

نرمال بازده مالی را چه در بازارهای توسعه یافته و چه در بازارهای نوظهور، تایید نمودند. گنسای و سلکوک^{۱۷} (۲۰۰۴) تخمین VAR را در برخی از بازارهای نوظهور (آرژانتین، برزیل، هنگ کنگ، اندونزی، کره جنوبی، مکزیک، فیلیپین، سنگاپور، تایوان و ترکیه) با کاربرد مدل‌های مختلف همراه با EVT محاسبه کردند. نتایج تجربی پژوهش آن‌ها نشان داد که VAR محاسبه شده با روش EVT (مقادیر فراتر از آستانه) دقت بیشتری خصوصاً در کوانتیل‌های بالا را دارد.

کیتیاکاراسان و تسی^{۱۸} (۲۰۱۱) وجود توزیع‌هایی با دم پهن را در بین بازار سهام کشورهای آسیایی در طی دوره زمانی ۲۰۰۹-۱۹۸۹ با استفاده از نظریه مقدار حدی بررسی کردند. آن‌ها VAR را با کاربرد روش نظریه مقدار حدی و مدل ARCH تخمین زدند. یافته‌های آن‌ها نشان داد که توزیع بازده بازارهای نوظهور آسیایی، علاوه بر داشتن ویژگی دم پهن، دارای نوسانات زیادی است. یامای و توشیانو^{۱۹} (۲۰۰۲) نیز VAR و ES را در بازارهای پر تنش مقایسه کردند. آن‌ها با فرض اینکه توزیع مقدار حدی چند متغیره نمایانگر بازده دارایی است، بازده دارایی را در ازاء توزیع مذکور شبیه سازی نموده و بررسی کردند که آیا بازار پر تنش بر خصوصیات VAR و ES موثر است یا خیر؟ نتایج آن‌ها نمایانگر این مطلب بود که اولاً، VAR و ES تخمینی پایینی از ریسک در ازاء خصوصیات دم پهن را برآورد نموده و پتانسیل قوی‌ایی را برای زیان‌های هنگفت رقم خواهد زد. ثانیاً، VAR و ES ممکن است وابستگی دم بازده دارایی‌ها را نادیده بگیرد و ثالثاً، ES مشکلات کمتری را جهت نادیده گرفتن دم پهن و وابستگی دم نسبت به VAR، بروز می‌دهد.

آصف^{۲۰} (۲۰۰۹) با استفاده از تخمین زن‌های شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کوواریانس و همچنین نظریه مقدار حدی، به محاسبه VAR در بازارهای نوظهور (مصر، اردن، مراکش و ترکیه) پرداخت. نتایج وی نشان داد که روش‌های "شبیه‌سازی تاریخی" و "واریانس-کوواریانس" از کارایی لازم برخوردار نبوده و هر چهار کشور مورد بررسی، ویژگی دم پهن را دارا می‌باشند. همچنین یافته‌های مقیره و زوبی^{۲۱} (۲۰۰۶) که به بررسی VAR در برخی از کشورهای خاورمیانه پرداخته بودند، موید این مطلب بود که محاسبه VAR توسط EVT عملکرد بهتری نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کوواریانس و ARCH دارد. هرمانتزیس و دیگران^{۲۲} (۲۰۰۵) و مارینلی و دیگران^{۲۳} (۲۰۰۶) به این نتیجه رسیدند که کاربرد مدل EVT برای VAR و ES در مقایسه با مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و نرمال در ازاء دم پهن عملکرد بهتری را نشان خواهد داد. همچنین، نتایج آن‌ها از مدل‌های دم پهن به دلیل اینکه پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به مدل‌هایی که خصوصیت دم پهن را لحاظ نمی‌کنند، حمایت کرد و در چهارچوب EVT، روش GPD از کارایی بیشتری برخوردار بود. گیلی و کلزی^{۲۴} (۲۰۰۶) برای محاسبه EVT از دو روش ماکسیمم بلاک^{۲۵} و مقادیر فراتر از آستانه^{۲۶} (POT) در مدل‌سازی معیارهای ریسک (سطح بازگشت، VAR و ES) استفاده نمودند. یافته‌های آنان نشان داد که EVT ابزار مفیدی برای ارزیابی اندازه وقایع مقدار حدی خواهد بود و روش مقادیر POT نسبت به روش ماکسیمم بلاک‌ها بهتر عمل می‌کند.

در رابطه با نوسان بالای بازده بازارها نیز، وانگچوتیوات^{۲۷} (۲۰۰۴) VAR را تحت EVT تخمین زد. او از معیار ریسک متریک^{۲۸} برای نمایش دوره خوشه بندی نوسان و از روش POT برای تخمین VAR استفاده

نمود. نتایج بررسی وی نشان داد که قطعیتی در برتری نگرش EVT وجود ندارد؛ هر چند که شواهدی از دم پهن بازده سری‌ها (شاخص بازار تایلند)^{۲۹} (SET) و نرخ برابری ارز تایلند به دلار) یافت شد. مک نیل و فری^{۳۰} (۲۰۰۰) نیز به بررسی عملکرد روش‌های EVT شرطی، EVT غیرشرطی، نرمال شرطی و توزیع Student در جهت تخمین VAR و ES پرداختند و به این نتیجه گرفتند که رویکرد شرطی نسبت به نگرش غیرشرطی عملکرد بهتری برای تخمین VAR و ES به ارمغان می‌آورد؛ ضمن اینکه، ES به جهت در نظر گرفتن مقادیر فراسوی VAR، نتیجه بهتری را نسبت به VAR آشکار می‌کند.

زمانی و دیگران (۱۳۹۲) با استفاده از نظریه مقدار حدی، به محاسبه ارزش در معرض ریسک بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. همچنین آن‌ها روش یاد شده را با روش‌های واریانس-کوواریانس (با فرض نرمال بودن توزیع بازده) و شبیه‌سازی تاریخی مقایسه نمودند. نتایج نشان داد که برای دم سمت راست توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران که نسبت به دم سمت چپ پهن‌تر است، روش نظریه مقدار حدی در تمام سطوح، کاراترین روش محاسبه ارزش در معرض ریسک است، در حالی که برای دم سمت چپ، نه در تمام سطوح اطمینان، بلکه در بالاترین آن‌ها روش نظریه مقدار حدی بیشترین کارایی را دارد. پویان فر و دیگران (۱۳۹۲) نیز به مدل‌سازی و تخمین ریسک عملیاتی با محوریت روش توزیع زیان، پیاده‌سازی EVT و ارائه روشی جدید و ابتکاری برای تخمین حد آستانه دم داده‌های شدت زیان مبتنی بر مینیمم سازی میانگین مربعات خطای برازش توزیع‌های دو رفتاری، پرداختند. نتایج تحقیق آن‌ها حاکی از این بود که برازش مدل‌های کلاسیک خصوصاً در ناحیه دم، بی معنی است؛ در حالی که تخمین توزیع‌های دو رفتاری با حد آستانه معرفی شده، کارایی بیشتری را در میزان تطبیق کوانتیل‌های تجربی نسبت به سایر توزیع‌ها، ارائه کرد. مقادیر (متفاوت) سرمایه پوششی در سطوح اطمینان خیلی بالا، به کوانتیل‌های بی‌نهایت توزیع‌های شدت زیان بستگی مستقیم داشت. همچنین رفتار نمایی نمودار "سرمایه پوششی-سطح اطمینان"، مقدار انحراف معیار و فاصله اطمینان سرمایه پوششی محاسبه شده در سطوح اطمینان خیلی بالا، نشان داد که اولاً، با افزایش مقدار و عدم قطعیت پارامتر شکل توزیع پارتو تعمیم یافته، ناپایداری سرمایه پوششی بیشتر شده و ثانیاً، سطح اطمینان ۹۹٫۹٪ معرفی شده از سوی کمیته بازل، محافظه کارانه بوده و در عوض استفاده از سطوح اطمینان پایین‌تر، منطقی‌تر به نظر می‌رسد.

فلاح پور و یار احمدی (۱۳۹۱) نیز به بررسی دنباله تابع توزیع بازده بورس اوراق بهادار تهران (شاخص قیمت و بازده نقدی و شاخص صنایع) در دو بازه زمانی مختلف پرداخته و وجود دنباله پهن را مورد آزمون قرار دادند. نتایج GPD مقدار حدی، وجود دنباله پهن در تابع توزیع بازده سهام برای دو شاخص در هر دو بازه زمانی را نشان داد. نتایج پس آزمون برای مقدار VAR محاسبه شده با این رویکرد نیز حاکی از این است که این مدل برای افق زمانی ۱۰۰ روزه عملکرد بهتری نسبت به افق زمانی ۵۰ روزه داشت. آن‌ها از آماره لوپز نیز برای مقایسه عملکرد این تئوری در مدل‌سازی VAR با عملکرد مدل ریسک متریک با فرض توزیع نرمال در سطوح اطمینان مختلف استفاده کردند و نتیجه گرفتند که مدل‌های رویکرد تئوری مقدار حدی با توجه به اینکه به دنباله تابع توزیع نسبت به دیگر رویکردها توجه بیشتری دارند، عملکرد بهتری را نشان می‌دهند.

۳- روش شناسی پژوهش

• نظریه مقدار حدی

در تئوری مقدار حدی بر خلاف تئوری حد مرکزی، به جای مدل سازی ارزش های مرکزی، به توزیع تحت دم تمرکز می شود؛ به عبارت دیگر، زمانی که ماکسیمیم یک متغیر تصادفی مدل سازی می شود، نظریه مقدار حدی همان نقش پایه ای را بر عهده دارد که نظریه حد مرکزی در مدل سازی متغیرهای تصادفی ایفا می کند. در دو حالت، این نظریه ها به ترتیب توزیع حدی ماکزیمیمها و مجموع متغیرهای تصادفی را تعیین می کنند (زمانی و دیگران، ۱۳۹۲).

• تعیین مقدار حدی

به طور کلی، دو روش برای تعیین داده های مقدار حدی وجود دارد. روش اول که ماکسیمیم بلاکها نامیده می شود، ماکسیمیم داده ها در دوره های متوالی (هفتگی، ماهانه، سالانه)^{۳۱} تعیین شده و این ماکزیمیمها، داده های مقدار حدی را تشکیل می دهند. این نوع روش با بعضی از مشکلات مواجه است؛ نخست، انتخاب خرده دوره n به طور واضح تعریف نشده است و دوم اینکه، نگرشی است غیر شرطی و از این رو نمی توان اثرات دیگر متغیرهای توضیحی را بررسی کرد. برای غلبه بر مشکلات مذکور، نگرش دیگر برای تئوری مقدار حدی در ادبیات آماری پیشنهاد شد. نگرش جدید در عوض تمرکز بر مقادیر حدی، بر اندازه تخطی های بیش از مقدار آستانه و زمان هایی که تخطی ها رخ می دهد، تمرکز دارد که به روش مقادیر فراتر از آستانه (POT) شناخته شده است (Tsay, 2010).

• روش مقادیر فراتر از آستانه (POT):

با در نظر گرفتن r_t به عنوان لگاریتم بازده دارایی^{۳۲}، فرض می گیریم که i -امین تخطی در t_i رخ می دهد. در این جهت تمرکز بر $r_t - \eta$ و زمان تخطی t_i باعث تغییر پایه ای تفکر آماری شد؛ به طوری که در عوض کاربرد توزیع حاشیه ای، نگرش جدید توزیع شرطی با اندازه تخطی معین سروکار دارد که این اندازه و یا سنجش تخطی با تجاوز از آستانه تعیین شده، برابر است. تغییر تخطی از آستانه، تابع قانون احتمال است؛ به عبارت دیگر، نگرش جدید توزیع شرطی $x = r_t - \eta$ (که $r \leq \eta$) را برای موقعیت معاملات بلندمدت بررسی می کند^{۳۳}. اساس تئوری جدید، توزیع شرطی $r_t = x + \eta$ (که $r > \eta$) را برای توزیع حدی ماکسیمیم در معادله ی شماره ۱ (یا همان GEV) بررسی می کند (jenkinson, 1995):

$$F_*(x) = \begin{cases} \exp\left[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}\right] & \text{if } \xi \neq 0 \\ \exp[-\exp(-x)] & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

در معادله بالا اگر $\xi < 0$ باشد، $x < -1/\xi$ می‌شود و در صورتی $x > -1/\xi$ می‌باشد که $\xi > 0$ باشد. همچنین علامت * نشان دهنده ماکسیمم بودن عبارت است. پارامتر ξ نیز نشان دهنده پارامتر شکل^{۳۴} که رفتار توزیع حدی را در بر خواهد داشت. بعلاوه، پارامتر $\xi = 1/\alpha$ به عنوان شاخص دم^{۳۵} توزیع شناخته می‌شود. مقدار حدی تعمیم یافته در بر گیرنده سه نوع توزیع حدی (به شرح ذیل) می‌باشد (Tsay, 1999):

نوع اول: $\xi = 0$ ، خانواده گامبل^{۳۶} که تابع توزیع جمعی^{۳۷} (CDF) آن عبارت است از:

$$F_*(x) = \exp[-\exp(-x)] \quad (2)$$

نوع دوم: $\xi > 0$ ، خانواده فرشه^{۳۸} که CDF آن عبارت است از:

$$F_*(x) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}] & \text{if } x > -1/\xi, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3)$$

نوع سوم: $\xi < 0$ ، خانواده ویبول^{۳۹} که CDF آن عبارت است از:

$$F_*(x) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi x)^{-1/\xi}] & \text{if } x < -1/\xi, \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

جندنکو^{۴۰} (۱۹۴۳) شرایط کافی و لازم را برای تابع توزیع جمعی $F(x)$ به سبب r_t را متکی به یکی از توزیع‌های حدی بالا دانست و تحلیل خود را در این زمینه ارائه داد. به طور خلاصه، رفتار دم $F(x)$ توزیع حدی $F_*(x)$ را مشخص می‌کند^{۴۱}. در حوزه مدیریت ریسک، از تابع خانواده فرشه که توزیع student-t را در بر می‌گیرد، استفاده خواهد شد. در این ارتباط خانواده گامبل، توزیع‌های دم باریک مانند نرمال یا لگاریتم نرمال را شامل می‌شود. بر اساس آنچه ذکر شد و از آن جایی که روش POT بر خلاف روش ماکسیمم بلاک‌ها نیازی به انتخاب خرده دوره n نخواهد داشت، توزیع شرطی $r_t \leq x + \eta$ در ازاء $r > \eta$ ، به صورت زیر خواهد بود:

$$\Pr(r \leq x + \eta | r > \eta) = \frac{\Pr(\eta \leq r \leq x + \eta)}{\Pr(r > \eta)} = \frac{\Pr(r \leq x + \eta) - \Pr(r \leq \eta)}{1 - \Pr(r \leq \eta)} \quad (5)$$

کاربرد تابع توزیع جمعی به سبب معادله ۱ و تقریب $e^{-y} \approx 1 - y$ و بعضی از عملیات جبری، به شرح معادله ۶ می‌باشد:

$$\begin{aligned} \Pr(r \leq x + \eta | r > \eta) &= \frac{F_*(X + \eta) - F_*(\eta)}{1 - F_*(\eta)} \\ &= \frac{\exp\left[-\left(1 + \frac{\xi(x + \eta - \beta)}{\alpha}\right)^{-1/\xi}\right] - \exp\left[-\left(1 + \frac{\xi(\eta - \beta)}{\alpha}\right)^{-1/\xi}\right]}{1 - \exp\left[-\left(1 + \frac{\xi(\eta - \beta)}{\alpha}\right)^{-1/\xi}\right]} \\ &\approx 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\alpha + \xi(\eta - \beta)}\right)^{-1/\xi}, \end{aligned} \quad (6)$$

که $x > 0$ و $1 + \xi(\eta - \beta) / \alpha > 0$ می باشد. تقریب بالا ارتباط روشن نگرش جدید را به تئوری مقدار حدی سنتی را بیان می کند. زمانی که $\xi = 0$ باشد، بطوری که حد ξ به سمت صفر میل پیدا کند ($\xi \rightarrow 0$)، تقریب زیر بدست می آید:

$$\Pr(r \leq x + \eta | r > \eta) \approx 1 - \exp(-x/\alpha). \quad (7)$$

در ادامه، توزیع CDF توسط رابطه شماره ۸ تعریف می شود:

$$G_{\xi, \psi(\eta)}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \frac{\xi x}{\psi(\eta)}\right]^{-1/\xi} & \text{for } \xi \neq 0, \\ 1 - \exp[-x/\psi(\eta)] & \text{for } \xi = 0, \end{cases} \quad (8)$$

و در شرایطی که $x \geq 0$ ، $\psi(\eta) > 0$ زمانی که $\xi \geq 0$ باشد و $0 \leq x \leq -\psi(\eta)/\xi$ در صورتی که $\xi < 0$ باشد، توزیع پارتو تعمیم یافته GPD^{42} یا همان نگرش جدید آشکار می شود. بنابراین طبق نتیجه معادله ۶، توزیع شرطی r با فرض $r > \eta$ به خوبی توسط GPD در ازاء پارامترهای ξ و $\psi(\eta) = \alpha + \xi(\eta - \beta)$ تخمین زده می شود (Embrechts et al, 1997). از خصوصیات مهم GPD این است که وقتی $\xi = 0$ ، GPD (معادله ۸) به توزیع نمایی کاهش پیدا می کند. این نتیجه انگیزه استفاده از رسم Q-Q بازده اضافی بیش از آستانه در مقابل توزیع نمایی برای استنباط دم رفتار دم بازده را باعث می شود. به طوری که اگر $\xi = 0$ باشد، رسم Q-Q حالت خطی به خود می گیرد.

• محاسبه ES و VAR

روش VAR بطور معمول برای سطوح اطمینان بین ۹۵ و ۹۹ درصد محاسبه می شود. در این صورت، به واسطه $0.95 \leq q < 1$ ، VaR_q ، q -امین کوانتیل توزیع F خواهد بود:

$$VaR_q = F^{-1}(q)$$

که F^{-1} نمایانگر معکوس تابع F می‌باشد. با توجه به توزیع احتمال پارتوی تعمیم یافته، VAR و ES به صورت زیر بدست می‌آید. به واسطه‌ی توزیع‌های شرطی ۵، ۶ و GPD در معادله ۸، عبارت زیر خواهد بود:

$$\frac{F(y) - F(\eta)}{1 - F(\eta)} \approx G_{\eta, \psi(\eta)}(x), \quad (13)$$

که $y = x + \eta$ در ازاء $x > 0$ می‌باشد. اگر تابع توزیع جمعی $F(x)$ بازده را توسط CDF تجربی تخمین بزند، تابع توزیع احتمال $F(\eta)$ بدست خواهد آمد که به تابع توزیع اضافی شرطی^{۴۳} شناخته شده است:

$$\hat{F}(\eta) = \frac{N - N_\eta}{N}, \quad (14)$$

که N_η تعداد تخطی‌های آستانه η (و یا تعداد مشاهداتی است که از مقدار آستانه η بیشتر است) و N اندازه نمونه می‌باشد. متعاقباً با استفاده از معادله‌ی ۸ عبارت زیر بدست می‌آید:

$$F(y) = F(\eta) + G(x)[1 - F(\eta)] \\ \approx 1 - \frac{N_\eta}{N} \left[1 + \frac{\xi(y - \eta)}{\psi(\eta)} \right]^{-1/\xi}. \quad (15)$$

این امر منجر به تخمین جایگزین کوانتیل $F(y)$ برای محاسبه VAR می‌شود. به خصوص برای دم احتمال بالایی کوچک p با فرض $q = 1 - p$. بنابراین با حل y می‌توان q -امین کوانتیل $F(y)$ را توسط عبارت زیر بدست آورد:

$$VaR = \eta - \frac{\psi(\eta)}{\xi} \left\{ 1 - \left[\frac{N}{N_\eta} (1 - q) \right]^{-\xi} \right\}. \quad (16)$$

بنا بر آنچه گفته شد، VAR برآورد نقطه‌ای زیان بالقوه برای دم احتمال معین تحت تابع زیان می‌باشد. این نوع تخمین لزوماً حاوی عنصر عدم اطمینان است. از سوی دیگر، اغلب بدست آوردن تخمین مناسب تابع زیان دشوار خواهد بود. برای این منظور، زیان مورد انتظار^{۴۴} را وقتی که پیشامد دم رخ می‌دهد، بررسی می‌شود. این امر متعاقباً به توسعه روش ES منجر می‌شود که متکی به VAR در سطح اطمینان معین می‌باشد. ES توسط معادله‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$ES_q = E(r | r > VaR_q) = VaR_q + E(r - VaR_q | r > VaR_q). \quad (17)$$

با کاربرد خصوصیات ES، GPD به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$E(r - VaR_q | r > VaR_q) = \frac{\psi(\eta) + \xi(VaR_q - \eta)}{1 - \xi}, \quad (18)$$

مشروط بر $0 < \xi < 1$. در نتیجه، ES توسط عبارت زیر تعریف می‌شود (Tsay, 2010):

$$ES_q = \frac{VaR_q}{1 - \xi} + \frac{\psi(\eta) - \xi\eta}{1 - \xi}. \quad (19)$$

روش‌های تعیین آستانه

نحوه خاصی در مورد تعیین مقدار آستانه توسط محققین ارائه نشده است. بطور کلی پیرو قانون سرانگشتی، دم باید حاوی ۵-۱۰ درصد از کل نمونه باشد و از این رو آستانه در همین حدود قرار می‌گیرد. بطوری که برای اندازه نمونه کمتر از ۵۰۰، تعداد تخطی بین ۵-۱۰ درصد از کل نمونه را در بر می‌گیرند. لذا، از روش‌های گرافیکی برای فهم و درک تشخیص مقدار آستانه کمک گرفته می‌شود. یکی از ابزار مناسب برای تحقق امر مذکور، نمودار اضافی میانگین خواهد بود. تابع اضافی میانگین^{۴۵} (MEF) به صورت زیر تعریف می‌شود (Gençay et al, 2001):

$$e(\eta) = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \eta)}{\sum_{i=1}^N I_{\{X_i > \eta\}}} \quad (20)$$

که $I=1$ است اگر $X_i > \eta$ باشد و در غیر این صورت برابر با صفر (۰) خواهد شد. بطوری که میانگین اضافات بیش از آستانه، $E[X - \eta | X > \eta]$ می‌باشد و رسم آن به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\{(k, e(X_k)) : k = 2, \dots, N\} \quad (21)$$

بطوری که X_k مشاهده حقیقی (که k نمایانگر تعداد مشاهدات در دم) و $e(X_k)$ اضافه میانگین نمونه برای مشاهده مذکور می‌باشد. در واقع، تابع اضافی میانگین مجموع اضافات بیش از آستانه η تقسیم بر تعداد داده‌های تخطی آستانه η می‌باشد و در صورتی که تابع اضافی میانگین، شیب مثبتی بالای سطح معین آستانه η داشته باشد، داده‌ها پیرو GPD با پارامتر شکل مثبت ξ خواهند بود. از سوی دیگر، توزیع نمایی داده‌ها، نشان دهنده‌ی شیب افقی تابع اضافی میانگین می‌باشد و زمانی که داده‌ها دارای دم کوتاه باشند، تابع اضافی میانگین دارنده‌ی شیب منفی خواهد بود.

از دیگر ابزار گرافیکی برای تشخیص آستانه، رسم Hill است. Hill (۱۹۷۵) برای تخمین ξ آماره‌ی زیر را ارائه داد:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \ln X_{i,N} - \ln X_{k,N}, \quad k \geq 2 \quad (22)$$

که k آماره‌ی مرتبه‌ی بالایی (یا همان تعداد مشاهدات در دم) و N اندازه نمونه می‌باشد. رسم Hill، شاخص دم تخمین زده شده را به تصویر می‌کشد که به صورت زیر است:

$$\{(k, \alpha^{Hill}(k)) : k = 2, \dots, N\} \quad (23)$$

که α^{Hill} شاخص دم تخمین زده می‌باشد. زمانی مقدار آستانه در رسم تعیین می‌شود که شکل پارامتر ξ که توسط آماره Hill تخمین زده شده است، ثابت باشد و یا به عبارت دیگر، شاخص دم نسبت به آستانه در رسم از ثبات برخوردار باشد.

۴- تجزیه و تحلیل مقدماتی داده‌ها

داده‌هایی که در پژوهش حاضر برای مدل‌سازی در بورس به کار برده شده است، شاخص قیمت بورس تهران برای دوره زمانی ۱۳۹۰/۰۱/۰۶ تا ۱۳۹۵/۰۶/۳۱ بوده که شامل ۱۳۲۴ مشاهده می‌باشد. در این قسمت برای محاسبه بازده شاخص کل از لگاریتم درصد تغییرات $\left(r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \times 100 \right)$ استفاده شده که p_t ، مقدار شاخص قیمت بورس در زمان t است. در تجزیه و تحلیل مقدماتی طبق جدول شماره ۱، آماره‌های چولگی نشان می‌دهد که توزیع بازده متقارن نیست و چوله بیشتر به راست متمایل است. مقایسه انحراف معیار در برابر میانگین نشان می‌دهد که این متغیر در طول دوره‌ی بررسی از تلاطم زیادی برخوردار بوده است. همچنین آماره جاک-برا (J-B)^{۴۶} برای بازده لگاریتمی، حاکی از رد شدن فرض نرمال بودن توزیع بازده‌ها است. برای آزمون فرضیه صفر مبتنی بر نوفه‌ی سفید بودن r_t از آماره‌های باکس-پیرس^{۴۷} باقیمانده‌های بازده $(Q(20))$ و مربع باقیمانده‌های بازده $(Q_s(20))$ استفاده می‌گردد که به ترتیب هر کدام دارای توزیع مجانبی و χ^2 با ۲۰ درجه آزادی می‌باشند. باقیمانده‌های بازده و مربع باقیمانده‌های بازده این آزمون برای در برداشتن فرایند I.I.D و مستقل، رد می‌شوند و از این رو، باقیمانده‌های مربع و بازده، تا وقفه ۲۰ همبستگی بسیار بالایی دارند. در این خصوص، آماره‌ی $Q_s(20)$ به شدت بالا می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی نفوذ فراگیر تلاطم خوشه‌ای در بازار سرمایه است. همان‌طور که آزمون مربوط به نشانه‌های ARCH (آزمون ضرایب لاگرانژ (LM)^{۴۸}) این ویژگی را مورد تایید قرار می‌دهد. پیرو تجزیه و تحلیل‌های مقدماتی داده‌ها برای کاربرد مقدار حدی و برای استنباط دقیق‌تر وجود دم پهن از آماره‌های تابع توزیع

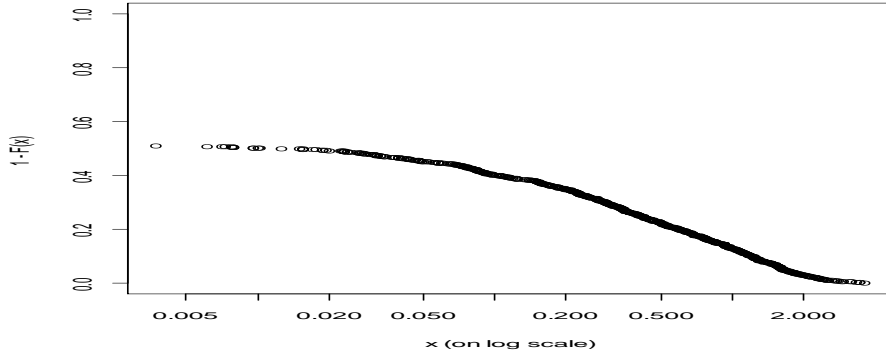
تجربی^{۴۹}، تابع اضافی میانگین^{۵۰} و رسم Q-Q استفاده خواهد شد. آنچه از شکل شماره ۱ نمایان است و با توجه به بررسی نمودار توزیع تجربی می‌توان با تاکید بر خط مستقیم بر مقیاس لگاریتم دوگانه استنباط بر رفتار دم پارتو نمود. همچنین بررسی تابع اضافی میانگین که در شکل ۲ نمایش داده شده است، نشان از این دارد که این نوع تابع هم دارای شیب نزولی (دلیلی بر شکل دم باریک) و هم شیب صعودی (دلیلی بر شکل دم پهن) است و برای تصمیم و نتیجه‌گیری قطعی در مورد توزیع نمونه مذکور، به بررسی شکل‌های ۳ و ۴ که نمایش‌گر رسم Q-Q می‌باشد، پرداخته می‌شود (رسم Q-Q در واقع برای آستانه داده‌ها در مقابل توزیع نمایی یا توزیع پارتو تصمیم یافته شکل گرفته است). آنچه از شکل ۳ و با توجه به مقدار تخصیص یافته xi یا ξ که برابر صفر در نظر گرفته شده است (فرض بر این است که "پارامتر شکل" برابر صفر خواهد بود و بالطبع شکل مذکور آستانه داده‌ها را در مقابل توزیع نمایی مورد سنجش قرار می‌دهد)، می‌توان رفتار دم پهن را با توجه به محدب بودن منحنی نسبت به خط راست استنباط کرد. در صورتی که مقعر بودن منحنی نسبت به خط راست نشان دهنده‌ی رفتار دم باریک متغیر خواهد بود. دومین بخش رسم Q-Q (شکل ۴) که با در نظر گرفتن xi که برابر با مقدار غیر صفر است (مقدار "پارامتر شکل" ۲,۱ فرض شده است)، انجام گرفت. پیرو نتایج قبلی و بر اساس مقدار پارامتر xi، برازش انجام گرفته به خط راست نزدیک شده است که نشان از رفتار دم پارتو خواهد بود.

جدول شماره ۱- آماره توصیفی بازده TEPIX

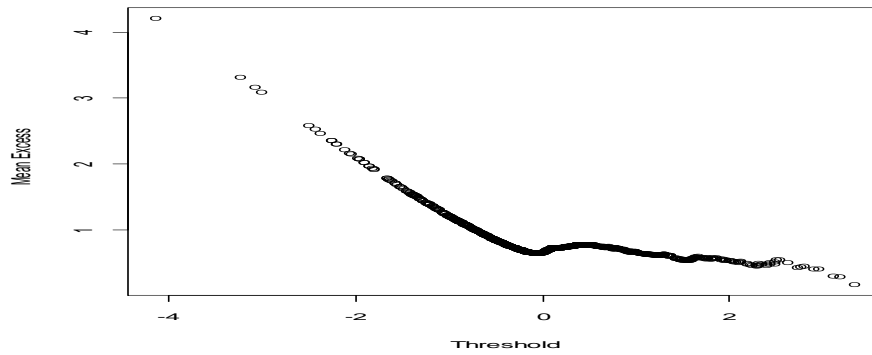
تعداد مشاهدات	۱۳۲۴
میانگین	۰,۰۷۵۳۰۱
انحراف معیار	۰,۸۵۶۹
چولگی	۰,۳۸۹۹۱
کشیدگی اضافی	۲,۱۱۳۰
مینیمم	-۴,۱۳۰۷
ماکزیمم	۳,۶۱۸۹
J-B	۲۷۹,۶۳**
$Q(20)$	۳۱۹,۶۵۹**
$Q_p(20)$	۴۱۷,۵۱۷**
ARCH (5)	۳۳,۳۳۷**

توضیحات: J-B ارزش آماره جارك- برا باقیمانده های بازده را نشان می‌دهد. $Q(20)$ و $Q_p(20)$ آماره آزمون باکس- پیرس را به ترتیب برای باقیمانده بازده و باقیمانده مربعات بازده تا مرتبه ۲۰ سریال همبستگی بیان می‌کنند. ARCH (5) نمایانگر آماره- تی شاخص آزمون ARCH می‌باشد.

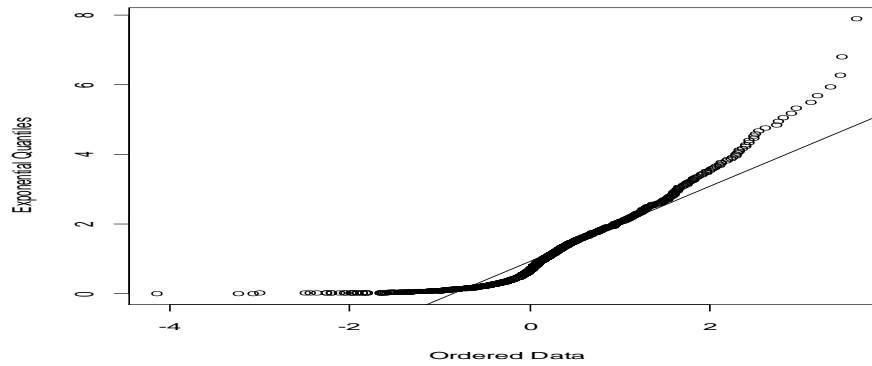
** نشان دهنده‌ی رد معناداری فرض صفر آزمون‌ها در سطح ۵٪ می‌باشند.



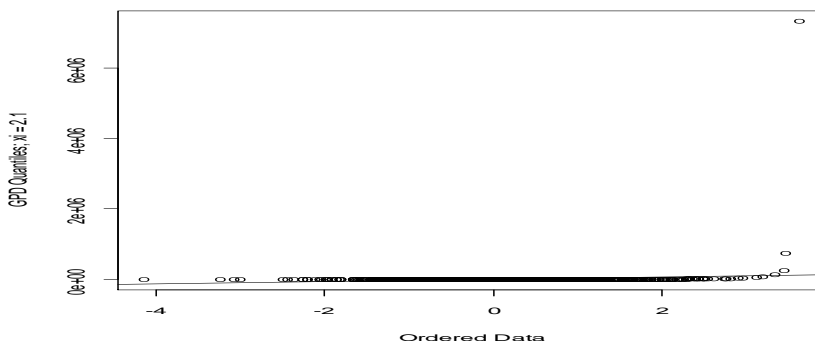
شکل ۱- آماره توزیع تجربی



شکل ۲- تابع اضافی میانگین



شکل ۳- رسم Q-Q در مقابل توزیع نمایی



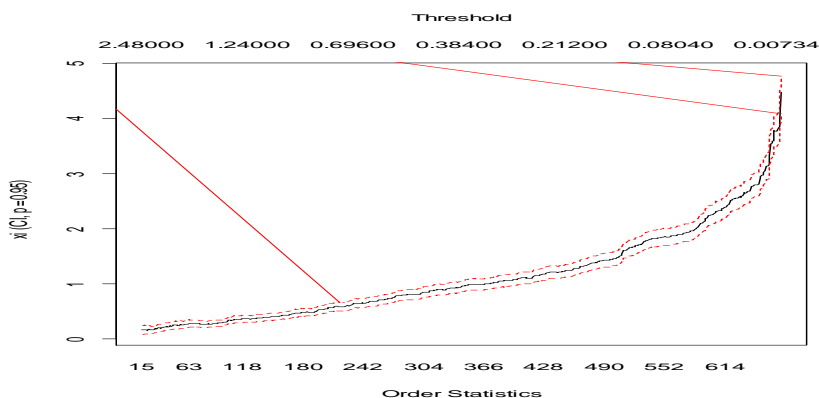
شکل ۴- رسم Q-Q در مقابل توزیع پارتو

انتخاب آستانه

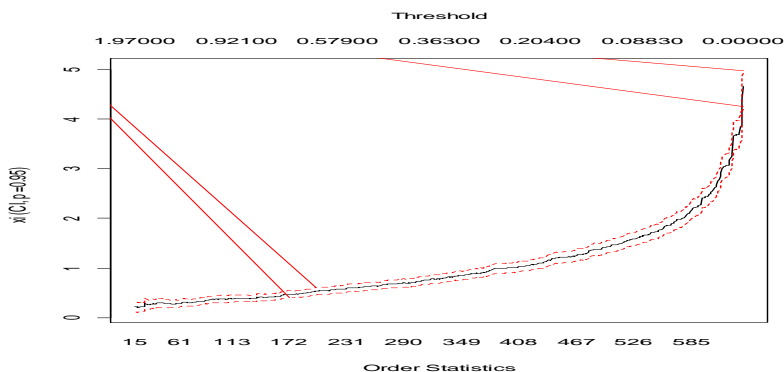
نتایج بخش قبل، توانایی این را خواهد داشت که ابزار گرافیکی ای را برای انتخاب آستانه تهیه کند. در این جهت تابع اضافی میانگین برای GPD خطی است (گرایش به بی نهایت دارد). از سوی دیگر، بر اساس نتایج پیکلندز^{۵۱} (۱۹۷۵)، بالکما و دهن^{۵۲} (۱۹۷۴) برای آستانه بالا، اضافه‌ی بیش از آستانه سری به GPD همگرا می‌شود. به عبارت دیگر، تابع اضافی میانگین در جایی که تقریبی برای GPD مستدل است (با توجه به انتخاب آستانه که به صورت بصری از نمودار اضافی میانگین بدست می‌آید) به محقق در مورد امکان انتخاب آستانه یاری می‌دهد که منطقه‌ای با شیب خطی بر نمودار اضافی میانگین انتخاب شود. بنابراین در شکل ۲ که نمایانگر نمودار اضافی میانگین است، با توجه بر شیب خطی مشاهده شده، مقدار آستانه را می‌توانیم بین ۰ و ۲ انتخاب نماییم. هر چند برای داشتن نموداری مناسب، مشاهدات مقدار حدی در پایان دم حذف شده‌اند، بطوری‌که بزرگ‌ترین اضافه میانگین برای بررسی رفتار اضافه میانگین در آستانه‌های متفاوت در نظر گرفته نمی‌شود (ارزش تابع برای نقاط مقدار حدی شامل میانگین تمام مشاهدات مقدار حدی می‌باشد)^{۵۳}.

رسم Hill برای محاسبه پارامتر شکل $\xi = 1/\alpha$ بکار می‌رود و از سوی دیگر برای تهیه یک تصویر کلی از عملکرد تخمین زن Hill، نمودار پراکندگی رسم Hill را در ازاء سطح اطمینان ۰.۹۵ تخمین زده خواهد شد. پارامتر شکل ξ حاوی اطلاعات مفیدی به جهت حد ماکسیمم توزیع می‌باشد. بطوری‌که اگر $\xi = 0$ ، $\xi > 0$ یا $\xi < 0$ باشد، به ترتیب نشان دهنده‌ی توزیع‌های کاهش نمایی، کاهش توانی یا توزیع دم متناهی خواهد بود (Gençay et al, 2004). شکل‌های ۵ و ۶ نمایانگر مقادیر حدی مثبت و هم مقادیر حدی منفی بازده لگاریتم روزانه TEPIX می‌باشد، بطوری‌که تخمین زن Hill برای مواقعی که k کوچک است، ثابت می‌باشد. همچنین شکل ۶ نشان دهنده‌ی این است که "پارامتر شکل" برای مقدار حدی بازده منفی بزرگ‌تر به نظر می‌آید که دلالتی بر این موضوع خواهد بود که لگاریتم بازده دارای دم چپ پهن‌تری است. نتایج نشان دهنده‌ی این مورد است که توزیع روزانه لگاریتم بازده TEPIX متعلق به خانواده

فرشه می‌باشد. از این رو، شکل پارامتر تخمین زده شده کوچک‌تر از ۰,۵ و بطور معنادار متفاوت از صفر می‌باشد. در انتها نیز با در نظر گرفتن پایداری بیشتر شاخص دم، از نمودار Hill برای بازده مثبت و منفی به ترتیب مقدار آستانه در حدود ۱,۲۰ و ۰,۹۵ انتخاب شده است.



شکل ۵- نتایج آماره HILL برای بازده مثبت



شکل ۶- نتایج آماره HILL برای بازده منفی

تخمین:

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد و بر اساس مقدار آستانه بدست آمده توسط آزمون Hill به بررسی بازده لگاریتم منفی و بازده لگاریتم مثبت پرداخته می‌شود و از این نوع داده‌ها برای تحلیل استفاده خواهد شد. جدول شماره ۲ پارامترهای GPD (شکل پارامتر ξ_n و مقیاس β_n) را ارائه می‌کند. همچنین برای مقایسه با روش سنتی مقدار حدی، از مقدار حدی بلاک ۲۱ روز، ۶۳ روز و ۱۲۶ روز برای مینیمم^{۵۴}

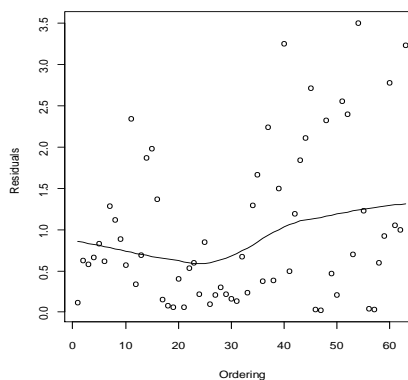
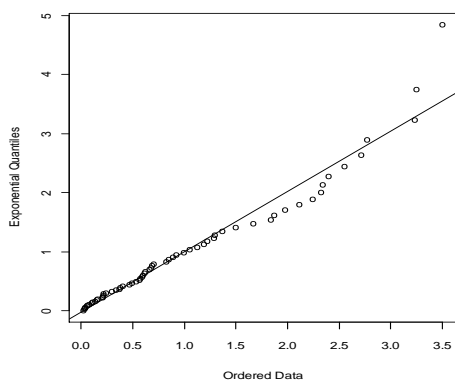
(موقعیت مالی بلندمدت) و ماکسیمم^{۵۵} (موقعیت مالی کوتاهمدت) بازده داده‌ها استفاده می‌گردد که مقادیر آن در جدول شماره ۳ به نمایش گذاشته شده است. باقیمانده‌های مدل GPD که توسط رسم Q-Q، رسم پراکندگی‌های باقیمانده‌ها، دم توزیع تحت بررسی و توزیع اضافی رسم و در شکل‌های شماره ۱۳ الی ۱۸ به نمایش گذاشته شده است. از سوی دیگر با بررسی باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ماهانه که توسط رسم Q-Q و رسم پراکندگی‌های باقیمانده‌ها که در شکل‌های شماره ۷ الی ۱۲ ارائه گردیده، می‌توان استنباط بر این امر نمود که عملکرد روش سنتی مقدار حدی حساسیت زیادی به انتخاب طول دوره دارد؛ اما GPD محاسبه شده نسبت به مقدار حدی سنتی ثبات بیشتری از خود نشان می‌دهد و برای دوری از سردرگمی انتخاب صحیح دوره، به روش GPD بسنده خواهد شد. در این میان، با بررسی و دقت نظر بیشتر در مورد رسم‌های Q-Q و پراکندگی‌های باقیمانده‌ها GPD مدلی با آستانه ۰,۹۵ (یا ۰,۹۲) را برای تحلیل‌های بعد که شامل تخمین VAR و ES می‌باشد، انتخاب خواهد شد. برای این امر، ابتدا دم تخمین زده توسط مدل GPD (شکل شماره ۱۹) استخراج شده و سپس VAR و ES را که طبعاً برای موقعیت معاملاتی بلندمدت است، تخمین زده خواهد شد. در نتیجه، جدول شماره ۴ مقادیر تخمین زده شده VAR و ES را در کوانتیل ۱٪ در ازای فاصله اطمینان ۰,۹۵ ارائه کرده است. علاوه، شکل شماره ۱۹ مقادیر تخمین زده شده VAR و ES را در ازای فاصله اطمینان ۰,۹۵ نشان می‌دهد. بطوری که یک درصد احتمال وجود دارد که شاخص کل زیان بزرگ‌تر از ۳,۲۹۷۲۰۷ را متقبل شود و بالطبع، اگر زیان مورد انتظار پیش آید، زیانی بیشتر از ۳,۸۵۲۹۳۴ را در روز بعد می‌توان پیش‌بینی نمود.

جدول شماره ۲- تخمین پارامترهای GPD

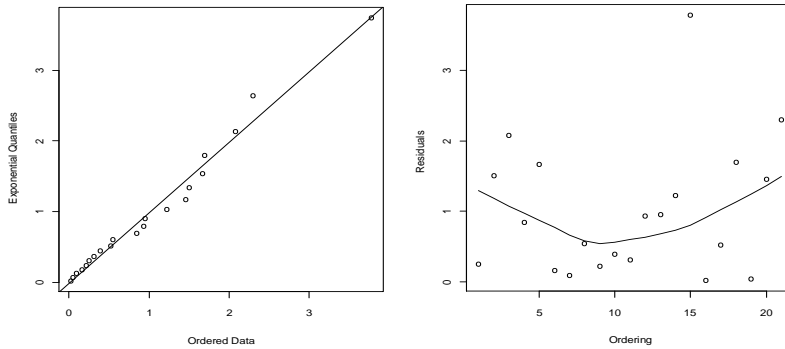
آستانه	مقادیر فراتر از آستانه	Shape Par. ξ_n	Location β_n
Maximal Returns			
۱,۲۰	۱۳۲	-۰,۱۷۹۷۵۳۶ (۰,۰۸۶۲۵۲۰۰)	۰,۷۲۷۷۵۷۰ (۰,۰۸۸۴۴۲۸۹)
۱,۱۰	۱۵۱	-۰,۱۸۱۳۱۴۳ (۰,۰۷۸۸۹۷۵۲)	۰,۷۴۷۷۲۹۱ (۰,۰۸۴۰۳۳۹۳)
۱	۱۷۰	-۰,۱۹۵۳۳۰۸ (۰,۰۷۱۳۲۰۸۳)	۰,۷۸۵۲۴۳۲ (۰,۰۸۱۳۹۴۰۶)
Minimal Returns			
۰,۹۵	۱۱۱	۰,۱۴۸۳۰۹۴ (۰,۰۹۴۳۱۸۱۲)	۰,۵۱۲۶۷۳۰۳ (۰,۰۶۸۵۹۹۶۲)
۰,۹۲	۱۲۰	۰,۰۳۲۶۳۰۴۵ (۰,۰۹۴۶۵۹۹۲)	۰,۴۹۳۷۸۸۴۵ (۰,۰۶۴۹۱۵۳۴)
۰,۸۵	۱۳۹	۰,۰۳۱۵۷۵۱۲ (۰,۰۸۷۲۱۵۵۷)	۰,۴۹۱۰۰۱۵۸ (۰,۰۵۹۷۲۳۴۲)

جدول شماره ۳- نتایج مقدار حدی بلاک ۲۱، ۶۳ و ۱۲۶ روز

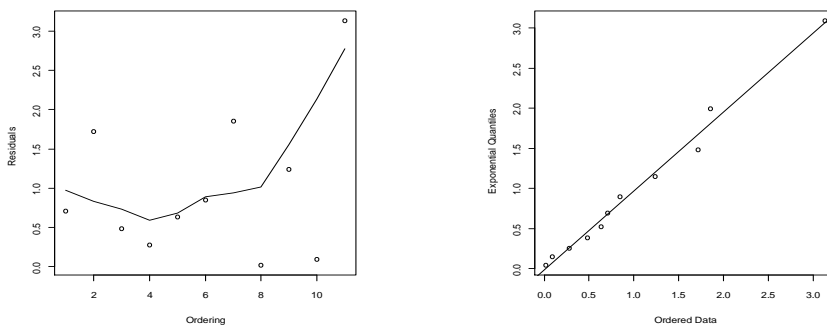
طول خرده دوره‌ها	Scale α_n	Location β_n	Shape Par. ξ_n
Maximal Returns			
۲۱ روز	۰,۷۷۸۱۹۲۶۷ (۰,۰۸۶۴۹۱۵۷)	۱,۱۷۶۵۷۶۱۲ (۰,۱۵۸۴۰۴۲)	-۰,۰۸۴۶۲۶۸۸ (۰,۱۲۵۹۲۶۲۷)
۶۳ روز	۰,۷۴۲۴۴۹۴ (۰,۱۳۹۷۸۱۵)	۱,۸۶۴۸۹۰۵ (۰,۱۸۷۵۹۶۲)	-۰,۲۵۴۶۱۱۸ (۰,۲۰۵۱۴۷۸)
۱۲۶ روز	۰,۷۸۲۵۱۹۴ (۰,۲۳۴۴۴۴۷)	۲,۴۹۰۲۴۷۶ (۰,۲۶۶۳۳۹۵)	-۰,۶۳۵۶۲۵۱ (۰,۳۰۹۵۱۲۲)
Minimal Returns			
۲۱ روز	۰,۵۳۷۲۵۷۸۵ (۰,۰۵۶۸۰۲۸۴)	۱,۰۲۶۲۷۹۹۲ (۰,۰۷۶۳۱۵۶۴)	۰,۰۶۷۲۸۰۲۹ (۰,۰۹۵۸۰۵۵۸)
۶۳ روز	۰,۵۸۷۸۵۶۱۶۰ (۰,۱۰۴۳۷۰۸)	۱,۷۴۲۷۴۰۰۵۷ (۰,۱۴۴۴۴۸۵)	-۰,۰۰۴۷۹۷۱۷۲ (۰,۱۶۱۸۳۶۴)
۱۲۶ روز	۰,۶۳۱۳۱۵۱۴ (۰,۱۶۴۶۹۳۴)	۲,۱۲۴۲۲۸۸۸ (۰,۲۲۱۹۰۸۴)	-۰,۰۳۱۳۲۵۱۲ (۰,۲۸۱۳۳۴۹)



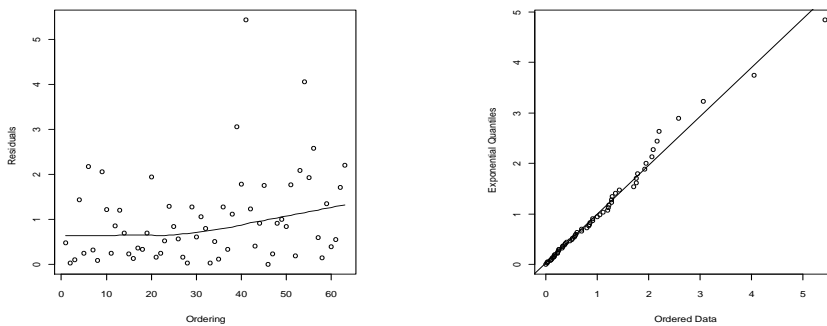
شکل ۷- ماکزیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ۲۱ روز توسط Q-Q و رسم پراکندگی‌های باقیمانده‌ها



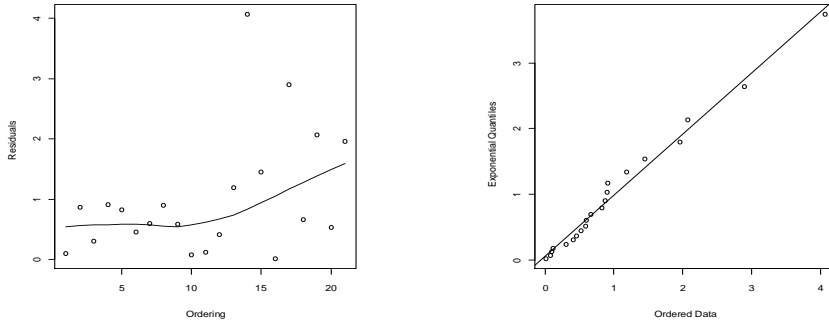
شکل ۸- ماکزیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ۶۳ روز توسط Q-Q و رسم پراکنده‌گی‌های باقیمانده‌ها



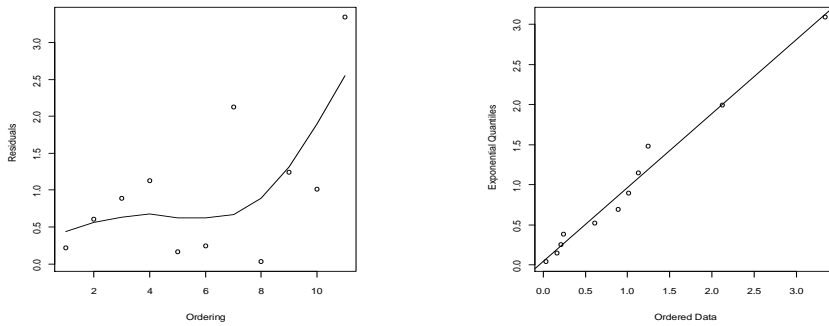
شکل ۹- ماکزیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ۱۲۶ روز توسط Q-Q و رسم پراکنده‌گی‌های باقیمانده‌ها



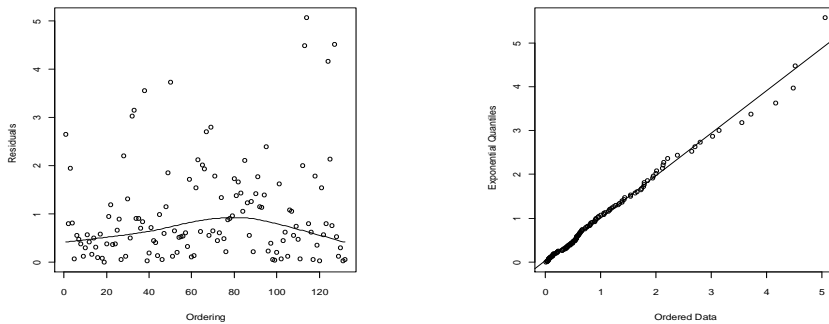
شکل ۱۰: مینیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ۲۱ روز توسط Q-Q و رسم پراکنده‌گی‌های باقیمانده‌ها



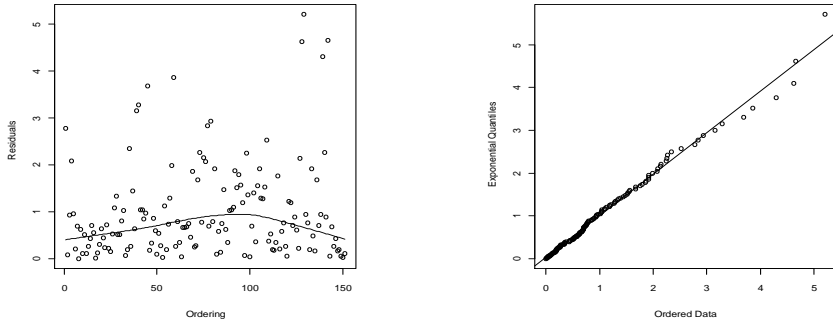
شکل ۱۱- مینیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ۶۳ روز توسط Q-Q و رسم پراکنده‌گی‌های باقیمانده‌ها



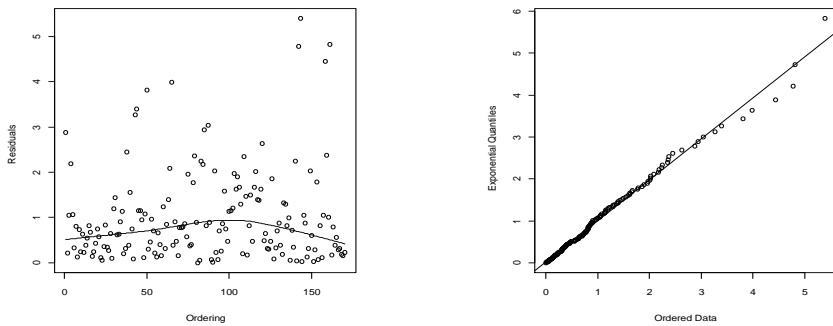
شکل ۱۲- مینیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مقدار حدی بلاک ۱۲۶ روز توسط Q-Q و رسم پراکنده‌گی‌های باقیمانده‌ها



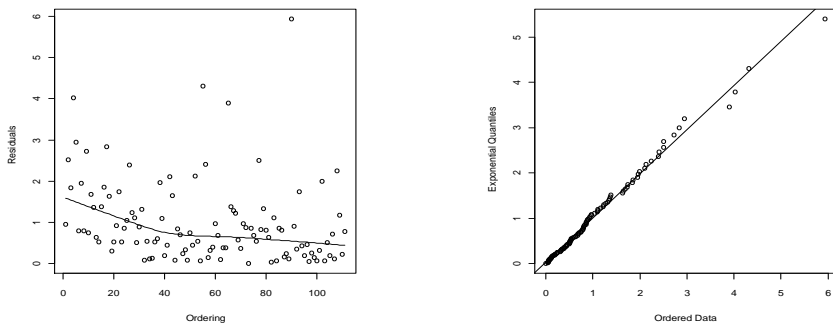
شکل ۱۳- ماکسیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مدل GPD (استانه ۱,۲۰) توسط Q-Q و رسم پراکنده‌گی‌های باقیمانده‌ها



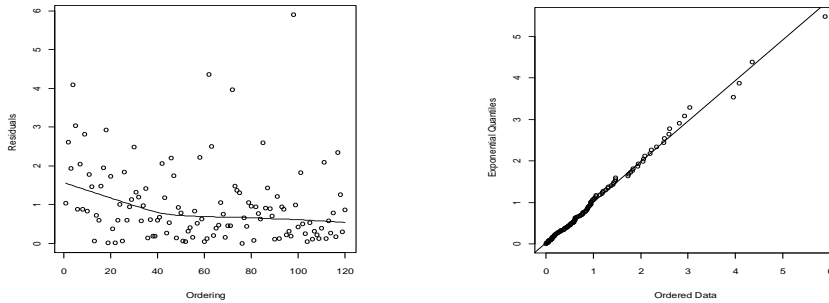
شکل ۱۴- ماکسیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مدل GPD (استانه ۱,۱۰) توسط Q-Q و رسم پراکندگی‌های باقیمانده‌ها



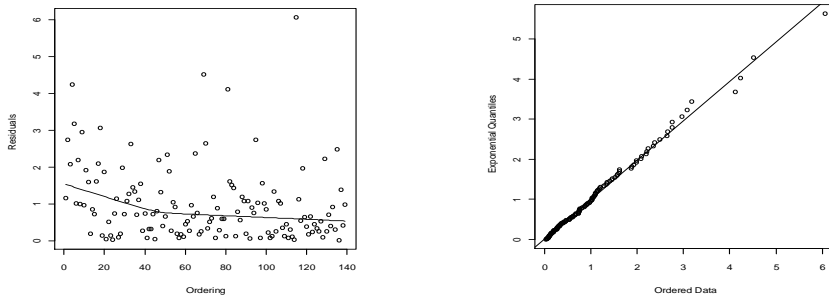
شکل ۱۵- ماکسیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مدل GPD (استانه ۱) توسط Q-Q و رسم پراکندگی‌های باقیمانده‌ها



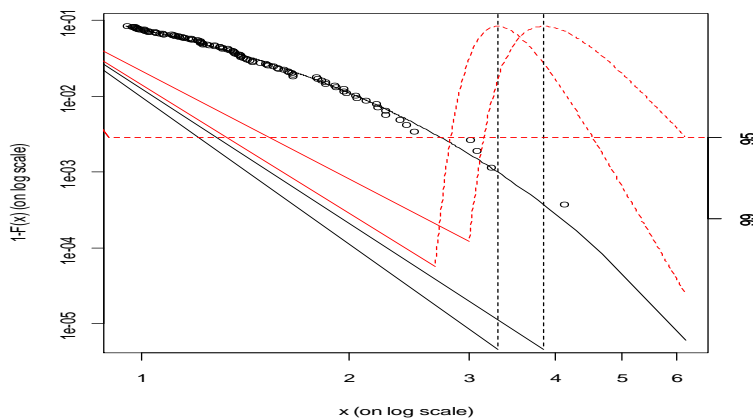
شکل ۱۶- مینیمم بازده داده‌ها: رسم باقیمانده‌های مدل GPD (استانه ۰,۹۵) توسط Q-Q و رسم پراکندگی‌های باقیمانده‌ها



شکل ۱۷- مینیمم بازده: رسم باقیمانده های مدل GPD (استانه ۰,۹۲) توسط Q-Q و رسم پراکندگی های باقیمانده ها



شکل ۱۸: مینیمم بازده داده ها: رسم باقیمانده های مدل GPD (استانه ۰,۸۵) توسط Q-Q و رسم پراکندگی های باقیمانده ها



شکل ۱۹- دم تخمین زده توسط مدل GPD با استانه ۰,۹۵ و نمایش شماتیک VAR (از سمت چپ منحنی اول) و ES (از سمت چپ منحنی دوم)

جدول شماره ۴- نقاط تخمین VAR و ES

	کران بالا	نقطه تخمین	کران پایین
$VAR_{0/01}$	۴,۵۳۰۴۰۲	۳,۲۹۷۲۰۷	۲,۸۲۹۲۴۵
$ES_{0/01}$	۶,۱۹۶۱۱۸	۳,۸۵۲۹۳۴	۳,۱۵۵۴۴۵

۵- نتیجه گیری و بحث

محاسبات VAR و ES ممکن است به علت خصوصیات دم پهن و فشارهای بالای زیان‌های سنگین تخمین نادرستی از ریسک را داشته باشد. از این رو، روش‌های محاسبه معمول VAR و ES دارای دو مشکل در این زمینه می‌باشند؛ نخست، بیشتر روش‌ها از توزیع‌های نرمال برای تحلیل خود استفاده می‌کنند که تخمین پایینی از ریسک را به سبب کوانتیل‌های بالا و به دلیل پدیده دم پهن، نشان می‌دهد (بعضی از مطالعات برای حل کردن چنین مشکلی سعی کردند از توزیع‌های مناسب‌تری (شبه توزیع Student-t) استفاده کنند). دوم، روش‌های محاسبه معمول VAR و ES از همه‌ی داده‌های سری برای تخمین بکار می‌برند. هر چند به علت اینکه بیشتر مشاهدات در مرکز هستند، توزیع تخمین زده شده به مشاهدات مرکزی گرایش دارد، در صورتی که مشاهدات مقادیر حدی به دلیل کمیاب بودنشان، نادیده گرفته می‌شود. بطوری که این مشاهدات برای سرمایه‌گذاران و مدیران ریسک از اهمیت بسیاری برخوردار است. تکنیک‌های مقادیر حدی امکان تمرکز بر رفتار مشاهدات مقدار حدی را به پژوهش‌گر خواهد داد که در این راستا، عموماً دو روش ماکسیمم بلاک‌ها و مقادیر فراتر از آستانه برای تعیین داده‌های مقادیر حدی وجود دارد.

پژوهش حاضر به بررسی این دو روش (ماکسیمم بلاک‌ها و مدل GPD) پرداخته و با انتخاب مدل برتر، VAR و ES را تخمین زده است. پیش از تخمین مدل‌ها، در تجزیه تحلیل مقدماتی یافته‌ها که با استفاده از آماره‌های توزیع تجربی، تابع اضافی میانگین و رسم Q-Q انجام شد، وجود رفتار دم پارتو و دم پهن داده‌ها نمایان گردید. برای تخمین مقدار آستانه بهینه، از تابع اضافی میانگین و رسم Hill استفاده شد که آماره‌های مذکور برای بازده مثبت و منفی، به ترتیب مقدار آستانه را در حدود ۱,۲۰ و ۰,۹۵ برای مدل GPD تهیه نمودند. از مقایسه باقیمانده‌های مدل‌های تخمین زده شده مقدار حدی کلاسیک (EVT) و مدل GPD استنباط بر عملکرد مطلوب GPD محاسبه شده نسبت به مقدار حدی بلاک که حساسیت زیادی به انتخاب طول دوره دارد، حاصل شد. فلذا برای تخمین VAR و ES برای موقعیت معاملاتی بلندمدت از مدل GPD تخمین زده شده که کارایی بهتری را به نمایش گذاشت، استفاده گردید. مقادیر VAR و ES به ترتیب نشان از مقادیر ۳,۲۹۷۲۰۷ و ۳,۸۵۲۹۳۴ در کوانتیل ۰.۱٪ و در فاصله اطمینان ۰,۹۵ تخمین زده شده می‌باشند. با توجه به هدف و نتایج بدست آمده و با مقایسه با مطالعاتی چون زمانی و دیگران (۱۳۹۲) و فلاح پور و یار احمدی (۱۳۹۱) که بیشتر بر مقایسه و کارایی VAR مبتنی بر مدل‌های EVT (بلاک‌ها و GPD) با دیگر روش‌های محاسبه VAR تاکید داشته‌اند، پژوهش حاضر تمرکز و تاکید خود را بر روی شناسایی دم پهن و تخمین درست مقادیر آستانه GPD و همچنین دلایل کاربرد مدل GPD در برابر EVT (بلاک‌ها) با استفاده

نمودارهای متعدد، مرتبط و باقیمانده های برازش شده، انجام داده است. بعلاوه در مطالعه حاضر مدل ES را که در مطالعاتی داخلی اشاره ای به آن نشده است، تخمین و محاسبه شده است. از سویی در باب مقایسه نتایج با مطالعات خارجی می توان پژوهش انجام شده را در راستای مطالعه گنجی و همکاران^{۵۶} (۲۰۰۱) و گیلی و کلزی (۲۰۰۶) دانست که یافته های آنان نشان داد که EVT ابزار مفیدی برای ارزیابی اندازه وقایع مقدار حدی خواهد بود و روش مقادیر GPD نسبت به روش ماکسیمم بلاکها بهتر عمل می کند. در نهایت یافته ها مدل نشان می دهد که کاربرد VAR و ES نباید بر مدیریت ریسک مالی مسلط شود؛ به عبارتی دیگر، وابستگی بر مقیاس ریسک منفرد، به جهت نادیده گرفتن اطلاعات ریسک پرتفوی مشکل ایجاد می کند. بنابراین برای در برگرفتن اطلاعات نادیده شده توسط VAR و ES، ضروری است که جنبه های گوناگون توزیع زیان/سود مانند دم پهن بررسی شود و امید است با توجه به مزایای VAR و ES محاسبه شده توسط مقدار حدی نسبت به مدل های مبتنی بر توزیع نرمال، تمام مدیران ریسک و نهادهای مالی ترغیب به این نکته شوند که تئوری مقدار حدی در توسعه مزیت سیستم های مدیریت ریسک برای آینده، نقش مهمی را بازی خواهد کرد.

فهرست منابع

- * پویان فر، احمد، بیٹی، سعید، حبیبی، علی، (۱۳۹۳)، تخمین حد آستانهای کارا برای مدل سازی و تخمین سرمایه پوششی ریسک عملیاتی بانکها، فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۱۸، صص ۱۳۳-۱۰۵
- * زمانی، شیوا، اسلامی بیدگلی، سعید، کاظمی، معین، (۱۳۹۲)، محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین، فصلنامه علمی پژوهشی بورس اوراق بهادار، سال ششم، شماره ۲۱، صص ۱۳۶-۱۱۵
- * سجاد، رسول، گرجی، مهسا، (۱۳۹۱)، رابطه بین برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از روش باز نمونه گیری بوت استرپ (مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران)، مطالعات اقتصادی کاربردی، دوره ۱، شماره ۱، ۱۳۷-۱۶۴
- * فلاح پور، سعید، یاراحمدی، مهدی، (۱۳۹۱)، برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار حدی در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۱۳، صص ۱۲۲-۱۰۳
- * Assaf, A, (2009), Extreme observations and risk assessment in the equity markets of MENA region: tail measures and Value-at-Risk, International review of financial analysis, pp. 109-116.
- * Andjelic, G., Milosev, I., Djakovic, V. (2010), Extreme value theory in emerging markets, Economics Annals, Vol Iv, No. 185, pp. 63-105
- * Artzner, P, F Delbaen, J M Eber and D Heath, (1997), Thinking coherently, Risk, Vol 10, No 11, pp 68-71.
- * Artzner, P, F Delbaen, J M Eber and D Heath, (1999), Coherent measures of risk, Mathematical Finance, Vol 9, No 3, pp 203-28.

- * Balkema, A. & de Haan, L. (1974), Residual life time at great age, *Annals of Probability*, Vol. 2, pp. 792-804.
- * Basel, (1996), Overview of the Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risk. Basel Committee on Banking Supervision, Basel.
- * cerbi, C. and Tasche, D. (2002), On the coherence of expected shortfall, *Journal of Banking and Finance*, 26, 1487-1503.
- * Da Silva, L. C. Andre, and Beatriz V. de Melo Mendez, (2003), Value-at-Risk and Extreme Returns in Asian Stock Markets, *International Journal of Business*, Vol. 8, No. 1, pp. 17-40.
- * Gençay, R., and F. Selçuk, (2004), Extreme Value Theory and Value-at-Risk: Relative Performance in Emerging Markets, *International Journal of Forecasting*, Vol. 20, pp. 287-303.
- * Gençay, R., F. Selçuk and A. Ulugülyagci, (2003), EVIM: A Software Package for Extreme Value Analysis in MATLAB, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2001, Vol. 5(3), pp. 213–239
- * Gençay, R., F. Selçuk and A. Ulugülyagci, (2003), High volatility, thick tails and extreme value theory in value-at-risk estimation, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 33, pp. 337–356
- * Gilli, M. & Kellezi, E. (2006), An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk, *Computational Economics*, pp. 1-23.
- * Gnedenko, B. V. (1943), Sur la distribution limite du terme maximum of d'une serie Aleatorie, *Annals of Mathematics*, Vol. 44, pp. 423-453.
- * Jenkinson, A. F. (1955), the frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 81, pp. 158-171.
- * Jondeau, E., and Rockinger, M., (2003), Testing for differences in the tails of stock market returns, *Journal of Empirical Finance*, Vol. 10, pp. 559-581.
- * Kittiakarakasakun, J. Tse, Y. (2011), Modeling the fat tails in Asian stock markets, *International Review of Economics and Finance*, Vol. 20, pp. 430–440
- * Maghyereh, A. & Al-Zoubi, H. (2006), Value-at-Risk under extreme values: the relative performance in MENA emerging stock markets, *international journal of managerial finance*, pp. 154-172.
- * Marinelli, C., d'Addona, S., and Rachev S.T., (2006), A comparison of some uniVARIate models for Value-at-Risk and expected shortfall, *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, forthcoming
- * McNeil, A. (1997), estimating the tails of loss severity distributions using extreme value theory, *ASTIN Bulletin* 27, 117–137
- * McNeil, A. J., and Frey, R., (2000), Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach, *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, pp. 271–300
- * Nuti, M.D. (2009), The impact of the global crisis on transition economies, *Economic Annals*, Vol. 54, No. 181, pp. 7-20.
- * Pickands, J. (1975), Statistical inference using extreme order statistics, *The Annals of Statistics*, Vol. 3, pp. 119-131.
- * Tsay, R. S. (1999), Extreme value analysis of financial data, working paper, Graduate School of Business, University of Chicago.
- * Tsay, R. S. (2010), *Analysis of Financial Time Series*, 3rd Edition, John Wiley & Sons.
- * Wongchotiwat, N., (2004), Estimating Value-at-Risk Using Extreme value theory, Independent Study of Master Science in Finance, Thammasat University.

- * Yamai, Y. and Yoshiba, T. (2002), Comparative analyses of expected shortfall and value at risk: Their estimation error, decomposition, and optimization. Monetary and Economic Studies, 87-122.
- * Zikovic, S.(2008), Friends and Foes: A story of value at risk and Expected Tail Loss, 14th Dubrovnik Economic Conference

یادداشت‌ها

¹. Value at Risk

². Extreme

³. Committee on the Global Financial System

^۴ محققین برای غلبه بر این مشکل نگرش شبیه سازی تاریخی را بکار بردند. این نگرش ناپارامتریک از لحاظ اجرا ساده و دارای چندین مزیت می باشد. روش شبیه سازی تاریخی، به جای برآورد پارامترهای تابع چگالی، مستقیماً از خود داده های تاریخی برای محاسبه ی ارزش در معرض ریسک استفاده می شود. از این رو، روش مذکور وجود دم پهن را بدون داشتن فرضی درباره ی توزیع احتمال زیانها می پذیرد. از سوی دیگر، این روش ایراد خاص خود را دارد و در صورتی مناسب خواهد بود که بازده دارای توزیع یکنواخت و مستقل باشند. این فرض با وجود تغییر واریانس در طول زمان نقص می شود و منجر به ارائه یک تخمین بی ثبات از VAR خواهد شد که این موضوع توسط هندریکس (۱۹۹۶) و مک نیل و فری (۱۹۹۸) ثابت شده است (رسول و گرجی، ۱۳۹۱).

⁵. Artzner et al

⁶. Expected Shortfall

⁷. Yamai and Yoshiba

⁸. Extreme Value Theory

⁹. Basel Committee

¹⁰. Coherent risk measure

¹¹. Acerbi and Tasche

¹². Artzner

¹³. McNeil

¹⁴. Generalized Pareto distribution

¹⁵. Da Silva and Mendez

¹⁶. Jondeau and Rockinger

¹⁷. Gençay and Selçuk

¹⁸. Kittiakarasakun and Tse

¹⁹. Yamai and Toshiano

²⁰. Assaf

²¹. Maghyereh and Zoubi

²². Harmantzis et al

²³. Marinelli et al

²⁴. Gilli and Këllezli

²⁵. Block Maxima

²⁶. Peak Over Threshold

²⁷. Wongchotiawat

²⁸. Risk Metrics

²⁹. Thailand market index

³⁰. McNeil and Frey

^{۳۱} در پژوهش حاضر ما از دوره های ۲۱، ۶۳ و ۱۲۶ روز به جای ماهانه، فصلی و شش ماهه استفاده نمودیم.

^{۳۲} برای تخمین مقدار حدی چه از طریق ماکسیمم بلاکها و چه از لحاظ مقادیر فراتر از آستانه، داده ها صعودی یا نزولی دسته بندی می شوند. برای مثال اگر I_T مجموعه بازده روزانه باشد $\{r_1, \dots, r_n\}$ ، مینیمم بازده مجموعه داده های ما r_1 می باشد (کوچکترین مرتبه آماره) و

از آن طرف ماکسیمم داده ها ($I_{(n)}$) برابر با بزرگترین مرتبه آماره در میان داده ها خواهد بود. بطوریکه برای محاسبه VAR بواسطه

موقعیت های بلندمدت از خصوصیات مینیمم داده ها و برای موقعیت های معاملاتی کوتاه مدت از خصوصیات ماکسیمم داده ها استفاده می شود.

خصوصیات ماکسیم داده ها از طریق ضرب منفی در مینیمم داده‌ها بدست می‌آید و از لحاظ ریاضی چنین بیان می‌شوند:
 $r_i^c = -r_i^c$ که $r_{(n)}^c = -\min_{1 \leq j \leq n} \{-r_j\} = -r_{(1)}^c$. بالا نویس c نشانه تغییر می‌باشد.
^{۳۳} رخ دادن پیشامد $\{r \leq \eta\}$ پیرو فرایند Poisson است.

- ³⁴. Shape parameter
- ³⁵. Tail index
- ³⁶. Gumbel family
- ³⁷. Cumulative Distribution Function
- ³⁸. Frechet family
- ³⁹. Weibull family
- ⁴⁰. Gnedenko

^{۴۱} برای مطالعه جامع رفتار تنوری مقدار حدی به مقاله‌ی زیر مراجعه شود:

Tsay, R. S. (1999), "Extreme value analysis of financial data," working paper, Graduate School of Business, University of Chicago.

- ⁴². Generalized Pareto distribution
- ⁴³. Conditional excess distribution function
- ⁴⁴. Expected Loss
- ⁴⁵. mean excess function
- ⁴⁶. Jarque-Bera
- ⁴⁷. Box-Pierce
- ⁴⁸. Lagrange multiplier
- ⁴⁹. Empirical Distribution Function
- ⁵⁰. Mean Excess Function
- ⁵¹. Pickands
- ⁵². Blakema & de Haan

^{۴۲} رسم تمام مشاهدات اضافی میانگین نمونه، منجر به نادرستی نمودار خواهد شد.

- ⁵⁴. Minimal Returns
- ⁵⁵. Maximal Returns
- ⁵⁶. Gençay et al.