Arshive of SID

مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌وپنجم / تابستان ۱۳۹۷

پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از رویکرد ترکیبی الگوریتم-های فراابتکاری، هوش مصنوعی و معادله پارامتریک موجک

علیرضا سارنج[۱]
مجید قدس[۲]
رضا تهرانی[۳]

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۹/۱۱ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۱۲

چکیده

موضوع شناخت و بررسی رفتار قیمت سهام، همواره یکی از موضوع‌های مهم و موردتوجه محافل علمی و سرمایه‌گذاری بوده است. در سالیان گذشته مدل‌های گوناگونی برای پیش‌بینی با استفاده از شبکه عصبی و مدل‌های ترکیبی پیشنهاد شده‌اند که از مدل‌های سنتی عملکرد بهتری داشتند. در این پژوهش یک مدل ترکیبی از شبکه عصبی و تبدیل موجک پیشنهادشده است که از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی تابع پایه تبدیل موجک با هدف حداکثر نمایی کارایی این تبدیل، استفاده‌شده است. داده‌های مورداستفاده برای این پژوهش داده‌های روزانه از تاریخ ۱۳۹۱/۰۲/۰۲ تا تاریخ ۱۳۹۶/۰۱/۳۰ است. نتایج این پژوهش نشان داد که با این روش می‌توان تابع پایه‌ای متناسب با ویژگی‌های ذاتی سری زمانی برای پیش‌بینی یافت که خطای پیش‌بینی در این مدل نسبت به مدل شبکه عصبی و مدل ترکیبی شبکه عصبی و تبدیل موجک کاهش یابد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار، الگوریتم‌های فراابتکاری، شبکه‌های عصبی، تبدیل موجک.

۱- استادیار، گروه حسابداری و مدیریت مالی، پردیس فارابی، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول) alisaranj@ut.ac.ir
۲- MBA، پردیس فارابی، دانشگاه تهران
۳- استادتمام، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران

www.SID.ir

Arshive of SID

۱- مقدمه

امروزه کسانی پیروز هستند که می‌توانند آینده را و یا حداقل بخشی از اطلاعات آینده را که بر اساس آن می‌توان تصمیم‌گیری کرد را پیش‌بینی کنند. برای پیش‌بینی آنچه در آینده اتفاق خواهد افتاد ما معمولاً متکی به اطلاعاتی هستیم که از رویدادهای گذشته به‌دست‌آمده است، در این روش اطلاعات تاریخی موردبررسی قرار می‌گیرند تا یک مدل عملی برای روندهای آینده به دست آید. در اکثر روش‌های پیش‌بینی فرض بر این است که ارتباط بین متغیرها در آینده نیز به همان شکل ادامه خواهد داشت [۳۹].

برخی پدیده‌ها دارای ماهیت پیچیده‌ای هستند که یافتن یک مدل ریاضی برای مدل کردن رابطه غیرخطی بین عناصر ورودی و خروجی را، دشوار می‌سازد. یکی از این متغیرها که بسیار موردتوجه برای پیش‌بینی است شاخص بورس اوراق بهادار است. متأسفانه بازار سهام ذاتاً پویا، غیرخطی، پیچیده، غیر پارامتریک و آشوبی است [۳۶]. به‌علاوه تغییرات در بازار سهام تحت تأثیر عوامل کلان اقتصادی زیادی مانند رویدادهای سیاسی، سیاست‌های شرکتی، موقعیت‌های کلان اقتصادی، شاخص قیمت کالا، نرخ بهره بانکی، نرخ تبادل ارز، انتظارات سرمایه‌گذاران و حرکات سایر بازارهای سهام قرار دارد. به‌طورکلی در خصوص پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی سه مکتب اساسی مطرح هستند. مکتب اول که معتقد هستند هیچ سرمایه‌گذاری با استفاده از داده‌های تاریخی و فعلی نمی‌تواند سودی بیشتر از نرخ متوسط بازار به دست آورد و نظریات گشت تصادفی[۱] و بازار مالی کارا[۲] مربوط به این مکتب هستند [۲۹]؛ که البته این فرضیات با استفاده از مستندات فراوانی مغلوب گشته‌اند [۳۷]. مکتب دوم دیدگاه بنیادی است. این مکتب تحلیل گران را تشویق می‌کند تا به مطالعه و بررسی عمیق متغیرهای گوناگون اقتصاد کلان بپردازند و به دنبال موقعیت‌های مالی و نتایج تغییرات صنعتی باشند تا بتوانند روابطی که ممکن است بین این‌ها و بازار سهام باشد را دریابند و تصمیم‌گیری‌های خود را بر اساس آن انجام دهند [۲۵]. مکتب سوم به دنبال توسعه مدل‌هایی است که بتوان با آن داده‌های مالی را پیش‌بینی کرد که استفاده از تکنیک‌های هوش مصنوعی[۳] در آن بسیار موردتوجه است.

سیستم‌های هوش مصنوعی مانند شبکه عصبی مصنوعی[۴] (ANN)، سیستم‌های استنتاج فازی[۵] (FIS) و سیستم‌های تطبیقی استنتاج عصبی-فازی[۶] (ANFIS) برای مدل کردن مسائل دشوار زیادی در علوم مهندسی به‌کاربرده شده‌اند [۳۴]. در این میان محبوبیت شبکه‌های عصبی به دلیل توانایی‌های ذاتی آن‌ها در تخمین روابط غیرخطی با دقت بالا، رو به افزایش است. معمولاً مدل‌هایی که از شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی بهره می‌برند از داده‌های تاریخی و فعلی استفاده می‌کنند.

www.SID.ir

Arshive of SID

در سال‌های اخیر تبدیل موجک به‌عنوان یک ابزار قدرتمند برای استخراج ویژگی از سری زمانی در حوزه‌های مختلف مورداستفاده قرارگرفته است. تبدیل موجک این قابلیت را دارد که اطلاعات مهم پنهان در سری زمانی و اطلاعات تأثیرگذار اما موقتی را از سری زمانی استخراج کند. انتخاب تابع پایه (موجک مادر) مناسب برای اعمال تبدیل موجک بر سری زمانی همواره به‌عنوان مسئله‌ای مهم و تأثیرگذار در پژوهش‌ها مطرح بوده است زیرا که کارایی و عملکرد مناسب تبدیل موجک متأثر از انتخاب مناسب تابع پایه آن خواهد بود. در این پژوهش مدلی برای انتخاب مناسب تابع پایه تبدیل موجک متناسب با هر سری زمانی ارائه شده است. برای پیش‌بینی سری زمانی شاخص بورس اوراق بهادار ابتدا یک پردازش اولیه با استفاده از تبدیل موجک بر روی سری زمانی انجام‌شده و با استفاده از شبکه عصبی و وقفه‌های مناسب، به پیش‌بینی سری زمانی پرداخته‌شده است. ایده اصلی برای این پژوهش، این است که بتوان تبدیل موجکی را بر روی سری زمانی اعمال کرد که منجر به بهترین عملکرد در پیش‌بینی سری زمانی گردد. در بخش‌های بعد مبانی نظری این پژوهش بیان‌شده و مدل به‌کاربرده شده تشریح شده است. در ادامه نتایج شبیه‌سازی این مدل ارائه‌شده و نتایج آن با مدل شبکه عصبی مقایسه شده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

مدل‌های پیش‌بینی به دو دسته کلی مدل‌های آماری و مدل‌های هوش مصنوعی تقسیم می‌گردند. مدل‌های آماری شامل ARIMA[۷] جهت مدل‌سازی معادله میانگین و خانواده GARCH[۸] برای مدل‌سازی معادله واریانس است. لازمه این مدل‌ها وجود رابطه خطی (به استثنا مدل GARCH)، توزیع نرمال و مانا بودن داده‌هاست که معمولاً این شرایط در بازارهای مالی مهیا نیست.

خالوزاده و همکاران (۱۳۸۲) با استفاده از اطلاعات سری زمانی قیمت و بازده سهام چند شرکت در بازار بورس تهران، به پیش‌بینی قیمت سهام و نیز ارائه مدلی بهینه برای این منظور پرداختند. آن‌ها نتایج روش‌های پیش‌بینی بر اساس مدل‌های خطی، مدل‌های غیرخطی، مدل شبکه عصبی و مدل پیشنهادی خود را ارائه کرده و بیان کردند که قیمت و بازده سهام از نگاشت‌های پیچیده غیرخطی و آشوبگرانه به وجود آمده است و اساساً استفاده از انواع مختلف روش‌های خطی صحیح نیست. همچنین استفاده از روش‌های غیرخطی شبکه‌های عصبی به‌خودی‌خود و به شکل متعارف بهبود قابل‌ملاحظه‌ای را به دنبال ندارد و پیشنهاد دادند برای پیش‌بینی‌های بلندمدت‌تر از شبکه عصبی با بردار خروجی شامل چندین مؤلفه استفاده گردد به‌طوری‌که هریک از مؤلفه‌ها یکی از روزهایی است که باید پیش‌بینی گردد [۳]. گوئرسن[۹] و

www.SID.ir

Arshive of SID

همکاران (۲۰۱۱) به بررسی چند مدل از شبکه‌های عصبی و کارایی پیش‌بینی آن‌ها در بازار سرمایه پرداختند. آن‌ها شبکه عصبی پرسپترون چندلایه، شبکه عصبی پویا و مدل‌های ترکیبی را موردبررسی قرار داده و بیان کردند که یک پرسپترون چندلایه کلاسیک عملکرد بهتری از سایر روش‌ها در پیش‌بینی دارد [۱۸]. عادل آذر و همکاران (۱۳۸۵) سه رویکرد پیش‌بینی را موردبررسی قرار دادند. اول پیش‌بینی شاخص قیمت سهام با رویکرد روش‌های کلاسیک، دوم رویکرد هوش مصنوعی و سوم رویکرد ترکیبی. رویکرد سوم درواقع ترکیبی از ARIMA، شبکه‌های عصبی و شبکه‌های عصبی فازی است. نتایج آن‌ها نشان داد عملکرد روش‌های هوش مصنوعی از روش‌های کلاسیک و عملکرد مدل ترکیبی از عملکرد روش‌های هوش مصنوعی به‌تنهایی بهتر است [۱]. هدایتی مقدم و همکاران (۲۰۱۶) در پژوهش خود به پیش‌بینی شاخص نزدک[۱۰] با استفاده از شبکه عصبی پرداختند و بیان کردند که نتایج آن‌ها نشان‌دهنده این است که توانایی پیش‌بینی شبکه عصبی برای ۴ روز پیش رو و ۹ روز پیش رو تفاوت چندانی ندارد [۲۷].

نظریه موجک‌ها توانایی تجزیه‌ی سری‌های زمانی به مقیاس‌های مختلف را دارد و برای تشخیص سیکل‌ها در سری‌های زمانی با تغییرات ناگهانی در مقایسه با روش‌های دیگر بهتر عمل می‌کند.

عباسی نژاد و همکاران (۱۳۸۴) در مقاله‌ی "تحلیل سیکل‌های تجاری ایران با استفاده از نظریه موجک" [۷] و شایگانی و همکاران (۱۳۹۲) در مقاله‌ی "بررسی تقارن ادوار تجاری با رویکرد آنالیز موجک" [۶] از توانایی موجک برای تجزیه سری زمانی به مقیاس‌های مختلف استفاده کردند و با استفاده از آن به بررسی و تحلیل سیکل‌های تجاری پرداختند. چن[۱۱] و همکاران (۲۰۰۶) مدلی را با عنوان شبکه عصبی موجکی خطی محلی[۱۲] معرفی کردند و با استفاده از آن به پیش‌بینی سری زمانی پرداخته و نشان دادند که با استفاده از این مدل می‌توان به کارایی بیشتری نسبت به شبکه عصبی موجکی دست‌یافت [۱۲]. جمازی[۱۳] و آلویی[۱۴] (۲۰۱۱) اقدام به پیش‌بینی قیمت نفت با استفاده از تبدیل موجک و شبکه عصبی نمودند. آن‌ها بیان نمودند با توجه به شوک‌های موجود در قیمت نفت که ناشی از عواملی مانند جریان‌های سیاسی، جنگ و یا سایر مسائل است پیش‌بینی قیمت نفت با مشکلاتی روبه‌رو بوده که این موضوع موجب اخلال و کاهش دقت پیش‌بینی شبکه عصبی می‌شود. لذا ابتدا با استفاده از تبدیل موجک به نویز زدایی داده‌ها پرداخته و سپس با استفاده از شبکه عصبی اقدام به پیش‌بینی قیمت نفت نمودند و نتایج را با نتایج حاصل از پیش‌بینی شبکه عصبی با استفاده از داده‌های اولیه مورد مقایسه قراردادند. نتایج نشان داد که شبکه عصبی با داده‌های نویز زدایی شده در مقایسه با شبکه عصبی با داده‌های اولیه دارای عملکرد بهتری است [۱۹]. بهرادمهر (۱۳۸۸) با استفاده از تبدیل موجک و شبکه عصبی به پیش‌بینی سری

www.SID.ir

Arshive of SID

زمانی قیمت نفت خام پرداخته است. در این پژوهش برای تجزیه سری زمانی از تابع موجک مادر دابشیز[15] (اشاره‌ای به نوع دقیق موجک مورداستفاده نشده است) استفاده شده است. در این مدل ابتدا بر روی داده‌ها یک تبدیل موجک باهدف کاهش نویز اعمال کرده و سپس با به‌کارگیری داده‌های نویز زدایی شده به پیش‌بینی پرداخته و بیان کرده است که این روش دقیق‌تر بوده و خطای آن ۱۱ درصد کمتر از حالت استفاده از داده‌های اولیه است [۲]. آداموفیسکی و همکاران (۲۰۱۰) نیز ابتدا سری زمانی را با استفاده از تبدیل موجک تا ۸ مرحله تجزیه کرده و تمامی مؤلفه‌ها را به‌عنوان ورودی شبکه عصبی قرار داده و از آن برای پیش‌بینی ۱ روز پیش رو و ۳ روز پیش رو استفاده کردند. آن‌ها بیان کردند که عملکرد شبکه عصبی در ترکیب با تبدیل موجک در هر دو حالت بهتر از شبکه عصبی است اما عملکرد در حالت یک روز پیش رو بسیار بهتر است و استفاده از تمامی مؤلفه‌های حاصل از تجزیه موجک (علی‌رغم افزایش پیچیدگی سیستم) منجر به‌دقت بسیار بالا در پیش‌بینی شده است [۹]. مینگ مینگ[16] و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از یک مدل خاص از شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک به پیش‌بینی قیمت نفت خام پرداختند. آن‌ها در کنار سری زمانی قیمت نفت خام، قیمت طلا را نیز در نظر گرفتند و بیان کردند در هر مقیاس از سری زمانی تجزیه‌شده اطلاعاتی نهفته است که می‌تواند در پیش‌بینی دخیل باشد. به همین دلیل در این مدل ابتدا تجزیه سری زمانی به‌وسیله موجک مادر دابشیز صورت گرفته و سپس هر مؤلفه تجزیه‌شده به شکل مستقل توسط یک شبکه عصبی پیش‌بینی می‌شود. سپس تمامی مؤلفه‌های مستقل پیش‌بینی‌شده به‌عنوان ورودی به یک شبکه عصبی دیگر داده می‌شود تا قیمت نهایی نفت خام را تخمین بزند و درنهایت بیان کردند که این مدل می‌تواند قیمت نفت خام را با دقت بسیار بالایی تخمین بزند [۲۶]. رامانا[17] و همکاران (۲۰۱۳) با استفاده از توابع موجک مادر دابشیز و مورلت سری زمانی را تجزیه کرده و بیان کردند که نتایج آن‌ها نشان‌دهنده این است که به کار بردن تبدیل موجک بر روی داده‌ها قبل از پیش‌بینی به‌وسیله شبکه عصبی منجر به افزایش دقت پیش‌بینی شده است [۳۱]. راعی و همکاران (۱۳۹۳) با استفاده از تبدیل موجک و شبکه عصبی مدلی ارائه داده و بیان کردند که پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده از این مدل، دقیق‌تر بوده و با خطای کمتری همراه خواهد بود. در مدل آن‌ها از خاصیت هموارسازی تبدیل موجک برای کاهش سطح نویز داده‌ها استفاده شده و از شبکه عصبی برای پیش‌بینی استفاده شده است. آن‌ها تجزیه موجک تا سطح دو و توابع موجک مادر هار و دابشیز را مورداستفاده قرار دادند و خطای پیش‌بینی مدل‌های آریما، شبکه عصبی و شبکه عصبی موجکی را مقایسه کرده و بیان کردند که استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک (برای نویز زدایی سری زمانی) موجب بهبود عملکرد می‌شود [۴]. فلاح‌پور و همکاران (۱۳۹۳) نیز با استفاده از تابع موجک مادر دابشیز ۵ سری

www.SID.ir

Arshive of SID

زمانی شاخص بورس اوراق بهادار تهران را تا ۵ مرحله تجزیه کردند. آن‌ها بیان کردند که نتایج آن‌ها نشان‌دهنده این است که خطای شبکه عصبی و تبدیل موجک در پیش‌بینی شاخص سهام کمتر از شبکه عصبی بدون استفاده از تبدیل موجک است [۸]. همچنین راعی و همکاران (۱۳۹۴) به پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک پرداختند. نوآوری آن‌ها در این پژوهش استفاده از مقدار آستانه[۱۸] برای تبدیل موجک است. مقدار آستانه مقداری است که تعیین می‌کند کدام بخش از اطلاعات در سری زمانی حذف شود و کدام بخش باقی بماند. آن‌ها برای یافتن بهترین تابع موجک مادر توابع دابشیز ۱ تا ۵، سیملت ۲ تا ۵ و کویفلت ۱ تا ۵ را مورد آزمایش قرار دادند و بیان کردند که کمترین خطا مربوط به دابشیز ۱ است و نتایج حاصل از پیش‌بینی با استفاده از داده‌های تجزیه‌شده و داده‌های اولیه توسط شبکه عصبی را مقایسه کرده و نتیجه گرفتند که استفاده از تجزیه موجک موجب افزایش دقت در پیش‌بینی سری زمانی شده است [۵]. تیکسریا جونیور[۱۹] و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده از موجک مادر دابشیز ۳۸ (دلیل انتخاب این موجک بیان نشده است) به تجزیه سری زمانی پرداخته و تمامی مؤلفه‌های تجزیه موجک را به‌عنوان ورودی شبکه عصبی قرار دادند و درنهایت نتایج را باحالت پیش‌بینی بدون استفاده از شبکه عصبی مقایسه کردند و بیان کردند که استفاده از تبدیل موجک موجب کاهش خطای پیش‌بینی شده است [۳۸]. چیت‌ساز و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده از شبکه عصبی موجکی به پیش‌بینی سری زمانی پرداختند. در این مقاله برای آموزش شبکه عصبی موجکی، یک مدل بهبودیافته از الگوریتم کلونال[۲۰] را به‌کاربرده و از تابع موجک مادر مورلت برای تجزیه سری زمانی استفاده کردند و نتایج را با مدل‌های گوناگون مقایسه کرده و مدعی شدند که مدل آن‌ها عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها دارد [۱۳]. خاندلوال[۲۱] و همکاران (۲۰۱۵) در پژوهش خود به پیش‌بینی سری زمانی با استفاده از یک مدل ترکیبی از شبکه عصبی، ARIMA و تبدیل موجک پرداختند. آن‌ها ابتدا سری زمانی را با استفاده از توابع موجک مادر دابشیز ۱، ۲ و ۴ به دو بخش فرکانس بالا و فرکانس پایین تقسیم کردند و بیان کردند که بخش فرکانس بالا که جزئیات را در بردارد دارای رفتار خطی بوده و از ARIMA برای پیش‌بینی این بخش می‌توان استفاده کرد و بخش فرکانس پایین که روندهای کلی را در بردارد دارای رفتار غیرخطی بوده و شبکه عصبی برای پیش‌بینی آن عملکرد بهتری دارد. هر دو بخش را به شکل مجزا پیش‌بینی کرده و مقادیر به‌دست‌آمده را با عکس تبدیل موجک بازسازی کرده تا به مقادیر پیش‌بینی‌شده سری زمانی به دست آید. آن‌ها بیان کردند که نتایج آزمون آن‌ها با استفاده از ۴ سری زمانی واقعی نشان‌دهنده این است که این مدل از مدل ARIMA و شبکه عصبی عملکرد بهتری دارد [۲۲].

www.SID.ir

Arshive of SID

دوکور[۲۲] و همکاران (۲۰۱۶) نشان دادند که با استفاده از پیش‌پردازش تبدیل موجک در پیش‌بینی سری زمانی با استفاده از شبکه عصبی، می‌توان بخش‌هایی را که بار اطلاعاتی کمتری برای پیش‌بینی دارند را حذف کرده و از پیچیدگی محاسباتی کاست؛ بدون آنکه بر روی دقت پیش‌بینی تأثیر منفی بگذارد. آن‌ها در این پژوهش از موجک مادر کلاه مکزیکی استفاده کردند [۱۶]. دیگزیت[۲۳] و همکاران (۲۰۱۶) با استفاده از شبکه عصبی موجکی نشان دادند که با به‌کارگیری این مدل می‌توان مشکل پیش‌بینی تغییرات شدید و ناگهانی در سری زمانی را حل کرد [۱۵]. رانا[۲۴] و همکاران (۲۰۱۶) در مقاله‌ای قابل‌توجه به پیش‌بینی سری زمانی تقاضای برق در استرالیا و اسپانیا پرداختند. آن‌ها برای تجزیه سری زمانی از روش تبدیل بسته موجک بهترین مبنا[۲۵] استفاده کردند. برای تجزیه توابع موجک مادر دابشیز ۲ تا ۶ را مورد آزمون قرار داده و از این میان موجک مادر دابشیز ۴ را که بهترین نتایج را به دست داد انتخاب کردند. سپس هر جز حاصل از تجزیه موجک را جداگانه با استفاده از شبکه عصبی پیش‌بینی کرده و نتایج را باهم ترکیب کردند. آن‌ها نتایج خود را با چندین مدل متفاوت مقایسه کردند و مدعی شدند که عملکرد آن‌ها از تمامی آن مدل‌ها بهتر است [۳۲]. چاندار[۲۶] و همکاران (۲۰۱۶) پنج دسته داده متفاوت را با استفاده از موجک مادر هار تا دو مرحله تجزیه کردند و بیان کردند که این مدل از مدل‌های معمول دقت بالاتری دارد. همچنین نشان دادند که دقت پیش‌بینی این مدل از پیش‌بینی بدون استفاده از شبکه عصبی بیشتر است [۱۰].

اما همواره انتخاب یک تابع پایه (موجک مادر) برای تبدیل موجک مسئله مهمی بوده است زیرا که شکل تابع پایه تعیین می‌کند که چه بخشی از داده‌ها را جزئیات[۲۷] و چه بخشی از داده‌ها را تقریب[۲۸] اطلاعات تشکیل داده است. در کاربردهای نویز زدایی از تبدیل موجک، بخش جزئیات را حذف کرده و با تقریب اصلی به پردازش اطلاعات می‌پردازند. در سایر کاربردها که از هردو مؤلفه استفاده می‌شود نیز این تقسیم‌بندی در عملکرد بسیار تأثیرگذار است. در تمامی پژوهش‌های پیشین توجهی به انتخاب تابع پایه مناسب نشده است و صرفاً یکی از موجک‌های شناخته‌شده مورداستفاده قرار گرفته است و یا چند تابع پایه در دسترس را مورد آزمون قرار داده و هر تابعی که منجر به بهترین عملکرد شد آن را به‌عنوان تابع پایه انتخاب کرده‌اند.

نکته قابل‌توجه دیگر این است که همان تعداد محدودی از توابع پایه‌ای که در تمامی پژوهش-های ذکرشده مورداستفاده قرارگرفته‌اند تنها بخش کوچکی از خانواده موجک‌های مادر متعامد هستند که همگی باید شرایط و محدودیت‌های بسیاری را احراز کنند تا بتوانند قابلیت‌های خاصی را برای پردازش ایجاد کنند [۱۴]. به‌طور مثال اگر یک سیگنال را با استفاده از موجک‌های مادر متعامد تجزیه کنیم با داشتن مؤلفه‌های تجزیه‌شده به‌سادگی می‌توان سیگنال اصلی را از روی این

www.SID.ir

Arshive of SID

مؤلفه‌ها بازسازی نمود اما اگر موجک مورداستفاده این شرایط را نداشته باشد با داشتن مؤلفه‌های تجزیه‌شده سیگنال اصلی قابل‌بازسازی نبوده و یا بازسازی با محاسبات بسیار پیچیده‌ای همراه خواهد بود. به همین دلیل این موجک‌ها در کاربردهایی مانند پردازش تصویر که بازسازی سیگنال اصلی بسیار مهم است کاربرد فراوانی دارند؛ اما در کاربرد پیش‌بینی سری‌های زمانی پس از تجزیه، مؤلفه‌ای که دارای تغییرات سریع است را به‌طور کامل حذف کرده و با استفاده از مؤلفه‌ای که روندهای کلی را در بر دارد پیش‌بینی انجام می‌شود و نیازی به بازسازی سری زمانی اصلی نخواهد بود. با به‌کارگیری موجک‌های متعامد تنها یکسری محدودیت‌هایی پذیرفته می‌شوند که مزیتی ایجاد نکرده و تنها کارایی تبدیل را کاهش می‌دهند.

اوسار[۲۹] و همکاران (۲۰۰۰) نیز بیان کردند که محدودیت‌هایی که موجک‌های متعامد باید آن‌ها را ارضا کنند آن‌ها را برای کاربردهای تخمین تابع و مدل‌سازی فرآیند نامناسب می‌کند [۲۸]. همچنین گائو[۳۰] و همکاران (۲۰۰۱) بیان کردند که در کاربردهای تخمین تابع، استفاده از موجک-های غیر متعامد مناسب‌تر است [۱۷].

در این پژوهش به‌منظور دست یافتن به بهترین تابع پایه از یک معادله پارامتریک استفاده‌شده است. الگوریتم بهینه‌سازی متناسب با سری زمانی داده‌شده، پارامترهای معادله را طوری تنظیم می‌کند که تابع پایه بهترین کارایی را در پیش‌بینی سری زمانی داشته باشد، به‌عبارت‌دیگر خطای پیش‌بینی شبکه عصبی با استفاده از خروجی تبدیل موجک کمترین مقدار را داشته باشد. بدین ترتیب با استفاده از این مدل متناسب با هر کاربردی تابع پایه‌ای به دست می‌آید که بهترین عملکرد را داراست.

شبکه عصبی مصنوعی

شبکه‌های عصبی یکی از متداول‌ترین فنون داده‌کاوی در طبقه‌بندی و پیش‌بینی در حوزه مالی بوده و می‌تواند برای پیش‌بینی هر سری زمانی مالی استفاده شود. یکی از مزایای شبکه‌های عصبی، کاربرد وسیع آن‌ها در زمینه‌های مختلف مسائل مالی بوده و ابزارهایی که از شبکه عصبی حمایت می‌کنند، تحت هر محیطی یافت می‌شوند. بازنمایی مختلف داده‌ها در شبکه‌های عصبی می‌تواند نتایج مختلفی را تولید نماید. بنابراین تنظیم داده‌ها نقش مهمی در استفاده از آن‌ها دارد [۲۳]. شبکه عصبی عبارت از یک سیستم ورودی-خروجی است که پردازش اطلاعات توسط لایه‌های پنهان انجام می‌گیرد؛ بنابراین هر سیستم خروجی با سازه شبکه عصبی دارای اجزای زیر است:

لایه ورودی: شامل بردار متغیرهای مستقل

لایه‌های پنهان: شامل توابع عملگر، نورون‌های پردازش کننده داده‌های ورودی

www.SID.ir

Arshive of SID

لایه خروجی: شامل برآورد (پیش‌بینی) بردار متغیر هدف (هدف)

در ادبیات شبکه عصبی به‌جای اصطلاح تخمین ضرایب از اصطلاح یادگیری یا آموزش برای پیدا کردن ارزش وزن‌های شبکه استفاده می‌شود. هدف کمینه کردن مجموع مربعات خطا یعنی اختلاف میان ارزش‌های خروجی واقعی و خروجی برازش شده از شبکه عصبی است. به همین دلیل داده‌ها را به سه دسته تقسیم می‌کنند. دسته اول داده‌ها را برای آموزش شبکه به کار می‌برند و از دسته دوم برای اعتبارسنجی آموزش استفاده می‌کنند. درصورتی‌که شبکه عصبی به اهداف تعیین‌شده در اعتبارسنجی برسد از دسته سوم داده‌ها برای محاسبه عملکرد شبکه عصبی استفاده کرده و با آن خطای شبکه را به دست می‌آورند.

شبکه عصبی چندلایه با الگوریتم پیش‌خور یکی از معروف‌ترین شبکه‌های عصبی است که در بیش از نیمی از تحقیقات انجام‌گرفته در بازارهای مالی و اقتصاد استفاده‌شده است [۳۴]. این نوع شبکه عصبی از نورون‌هایی در چند لایه تشکیل‌شده است، که معمولاً با الگوریتم پیش‌خور به هم مرتبط هستند. در بیشتر موارد، یک تابع سیگموید[۳۱] به‌عنوان تابع انتقال به کار می‌رود. این تابع مشتق پیوسته دارد و اجازه می‌دهد قاعده پس‌انتشار استفاده شود و مشتق آن نیز به‌سادگی محاسبه می‌شود.

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \qquad (۱)$$

$$y' = y(1-y) \qquad (۲)$$

برای آموزش شبکه‌های عصبی روش‌های گوناگونی می‌توان استفاده کرد که مشهورترین آن‌ها الگوریتم پس‌انتشار[۳۲] یا BPA است و یک نوع آموزش نظارت‌شده بوده که خطا را به حداقل (میزان مطلوب) می‌رساند [۲۱]. در این فرآیند یادگیری، یک بردار وزن اولیه تنظیم می‌شود.

$$w_i(\mathrm{k}+1) = w_i(\mathrm{k}) + \mu(\mathrm{T}_i - O_i)\,\mathrm{f}'(\mathrm{w}_i \mathrm{x}_i)\,\mathrm{x}_i \qquad (۳)$$

W_i ماتریس وزن نورون i ام است، x_i ورودی نورون i ام است، O_i خروجی واقعی نورون i ام، T_i خروجی هدف است. مقادیر خروجی O_i با مقدار هدف مقایسه می‌شوند تا تابع خطای پیش‌تعریف شده محاسبه شود. شبکه عصبی با تعیین کردن وزن‌های بین نورون‌ها فرآیند یادگیری با هدف کاهش میانگین مربع خطا را که به شکل زیر تعریف می‌شود را انجام می‌دهد.

$$E = \frac{1}{2}(T_i - O_i)^2 = \frac{1}{2}[\mathrm{T}_i - \mathrm{f}(\mathrm{w}_i \mathrm{x}_i)]^2 \qquad (۴)$$

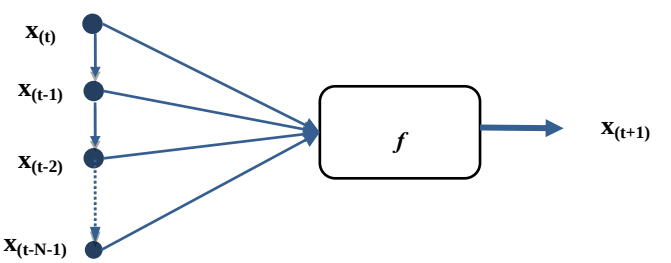
www.SID.ir

Arshive of SID

این الگوریتم وزن‌های بین نورون‌ها را با هدف کاهش خطا تغییر می‌دهد. با تکرار این فرآیند این وزن‌ها به مقدار مطلوبی که خطا را کمتر از حد تعیین‌شده می‌رساند همگرا می‌شوند. فرآیند آموزش زمانی پایان می‌یابد که خطا به میزان مطلوب تعیین‌شده برسد. برای تغییر مناسب وزن‌ها می‌توان از روش‌های مختلف استفاده کرد. یکی از پرکاربردترین روش‌ها روش گرادیان نزولی نامیده می‌شود [۲۴]. همان‌طور که می‌دانیم جهت بردار گرادیان جهت حداکثر افزایش را نشان می‌دهد و با حرکت در جهت عکس آن می‌توان به بیشترین میزان کاهش در بردار دست‌یافت. با تکرار این فرآیند وزن‌ها در جهت حداقل کردن خطا حرکت خواهند کرد. مشکلی که در گرادیان نزولی وجود دارد این است که تضمینی برای به دست آوردن مینیمم مطلق وجود ندارد و ممکن است در دام مینیمم‌های محلی قرار گیرد.

۲-۱- پیش‌بینی با استفاده از شبکه‌های عصبی

برای پیش‌بینی سری زمانی مبتنی بر داده‌های تاریخی در این پژوهش از روش تکراری[۳۳] استفاده شده است که این روش به‌این‌ترتیب است که مدل را برای پیش‌بینی ۱ روز پیش‌رو آموزش می‌دهیم و سپس از مقادیر پیش‌بینی شده برای روز بعد استفاده می‌کنیم و این کار را تا رسیدن به افق زمانی موردنظر x(t+d) انجام می‌دهیم. در روش تکراری از یک مدل برای پیش‌بینی تمامی افق‌های زمانی پیش رو استفاده می‌کنیم. مشکل اساسی این حالت این است که هر خطایی در روزهای ابتدایی پیش‌بینی، به‌تمامی روزهای بعد نیز منتشر می‌شود. داده‌های مورداستفاده برای آموزش مدل، داده‌های N روز گذشته همان سری زمانی هستند. در **Error! Reference source not found.** ۱، f بیان‌کننده رابطه غیرخطی بین مقادیر N روز قبل و مقدار روز بعد است و در این پژوهش شبکه عصبی به‌عنوان یک تقریب زننده عمومی به دنبال بهترین تقریب این رابطه است. مقدار d معمولاً برابر یک است به این معنی که ما به دنبال تخمین مقدار بعدی x هستیم. **Error! Reference source not found.** ۱ نمودار کلی پیش‌بینی یک روز پیش رو را نشان می‌دهد.



شکل ۱- مدل کلی پیش‌بینی یک روز پیش رو

www.SID.ir

Arshive of SID

۲-۲- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک به‌عنوان الگوریتم جست‌وجوی مبتنی بر احتمالات شناخته‌شده است و می‌تواند برای حل بهینه‌سازی مسائل متنوعی به کار گرفته شود [۳۳]. نظریه‌های این الگوریتم توسط هالند[۳۴] توسعه داده‌شده است که بر مبنای انتخاب طبیعی طراحی شده است. نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک حاکی از توانایی این روش در بهینه‌سازی فرایندها با مدل‌های پیچیده، همراه با شروط محدودکننده زیاد است. تکامل، یک فرایند بهینه‌سازی مبتنی بر تغییرات تصادفی تدریجی نمونه‌های مختلف در یک جمعیت و انتخاب بهترین آن‌هاست. با مدل‌سازی این فرآیند یک تکنیک بهینه‌سازی آماری حاصل می‌شود که امروزه در مسائل پیچیده مختلف و به‌خصوص مسائل طراحی، کارایی خود را نشان داده است. در این الگوریتم اثر کدهای ژنتیکی در ترکیب و انتقال اطلاعات و همچنین فرایند انتخاب طبیعی بر اساس سازگاری با محیط‌زیست مدل شده است.

انتقال از یک مرحله تولید به مرحله بعدی شامل مراحل زیر است.

۱) تولید نسل اولیه: در این مرحله کروموزوم‌های جمعیت اولیه به‌صورت تصادفی تولید می‌شوند.

۲) تعیین مقادیر برازندگی[۳۵]: در مرحله دوم، مقادیر برازندگی هر یک از دنباله‌های جمعیت جاری محاسبه می‌شود.

۳) انتخاب[۳۶]: این سازوکار عبارت از انتخاب دنباله‌های جمعیت جاری برای تولید جمعیت والدین و تعیین نسل بعد بر مبنای مقدار به‌دست‌آمده از عدد برازندگی دنباله‌ها است. این سازوکار مانند انتخاب طبیعی عمل کرده و دنباله‌ها با برازندگی بالاتر را به‌عنوان والد انتخاب می‌کنند تا ویژگی‌های برتر به نسل‌های بعد انتقال پیدا کنند.

۴) ترکیب[۳۷] و جهش: ادغام دو دنباله را ترکیب می‌نامند. این عملگر به‌منظور تولید فرزند از والدین انتخاب‌شده در مرحله‌ی قبل استفاده می‌شود. ترکیب دنباله‌ها برای ایجاد دنباله‌های جدید باعث جلوگیری از همگرایی زودرس و بررسی همه‌جانبه فضای جواب می‌شود. همچنین عمل جهش برای مدل کردن اثرات محیطی یا تصادفی است که معمولاً برای خارج شدن از نقاط کمینه محلی مورداستفاده قرار می‌گیرد.

در الگوریتم ژنتیک جمعیتی از نقاط تولید و به‌صورت متناوب اصلاح می‌شود. در هر مرحله تولید، مقدار تابع هدف برای کلیه دنباله‌های موجود به دست می‌آید. بر اساس مقادیر به‌دست‌آمده تابع هدف در جمعیت دنباله‌ها، به هر دنباله یک عدد برازندگی نسبت داده می‌شود. این عدد برازندگی احتمال انتخاب را برای هر دنباله تعیین خواهد کرد. بر اساس این احتمال انتخاب، مجموعه‌ای از دنباله‌ها انتخاب‌شده و با اعمال عملگرهای ژنتیکی ترکیب و جهش بر آن‌ها دنباله‌های

www.SID.ir

Arshive of SID

جدید تولید می‌شوند. این دنباله‌های جدید متناسب با برازششان جایگزین دنباله‌هایی از جمعیت اولیه می‌شوند تا تعداد جمعیت دنباله‌ها در تکرارهای محاسباتی مختلف ثابت باشند. سازوکارهای تصادفی که بر انتخاب و حذف دنباله‌ها عمل می‌کنند به‌گونه‌ای است که دنباله‌هایی که عدد برازندگی بیشتری دارند، احتمال بیشتری برای ترکیب و تولید دنباله‌های جدید داشته و در مرحله جایگزینی نسبت به دیگر دنباله‌ها مقاوم‌تر هستند. بدین لحاظ جمعیت دنباله‌ها در یک رقابت بر اساس تابع هدف در جمعیت دنباله‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین بهترین دنباله‌های هر نسل به نسل بعد انتقال می‌یابد.

۲-۳- تبدیل موجک

این تبدیل یک نوع تبدیل مکان - فرکانس است که ضرایب در آن هر دو اطلاعات مکان و فرکانس را شامل می‌شوند و برخلاف تبدیل فوریه است که در آن ضرایب فرکانسی اطلاعات مکان را از دست می‌دهند. نکته قابل‌توجه اینکه سری‌های زمانی اقتصادی و مالی نیاز به پیروی از یک رابطه یکسان به‌عنوان تابعی از افق زمانی ندارند؛ بنابراین یک تبدیل که فرآیند را به چند افق زمانی تجزیه کند آن را به شکلی درمی‌آورد که دوره‌های تکرار (چرخه‌ها)[۳۸]، گروه‌ها و طبقات نوسان پذیر و ساختارهای جهش و ویژگی‌های عمومی و موضعی پویایی فرآیند متفاوت می‌شود. موجک‌ها توابع ریاضی هستند که داده‌ها را به اجزا فرکانسی تفکیک کرده و هر جز را با نمایش[۳۹] متناسب با مقیاس آن جز مطالعه می‌کنند [۳۵]. البته در اقتصاد و اقتصادسنجی تحلیل سری‌های زمانی بیشتر در حوزه زمان به‌جای حوزه فرکانس انجام می‌شود درحالی‌که در رشته‌هایی مانند برق تحلیل در حوزه فرکانس مرسوم است [۱۱]. خروجی تبدیل موجک دارای یک بخش فرکانس بالا[۴۰] (تغییرات سریع) و یک بخش فرکانس پایین[۴۱] است. می‌توان تبدیل موجک را دوباره بر بخش فرکانس پایین اعمال کرده و تغییرات فرکانس بالا و پایین را در این بخش نیز تفکیک کرد؛ یعنی سیگنال اصلی را می‌توان با مجموعه‌ای از موجک‌ها که دارای مقیاس‌های مختلف هستند توصیف کرد.

$$\phi_{j,k}(\mathrm{t}) = S^{-\frac{j}{2}}\phi\left(\frac{t - S^j k}{S^j}\right) \quad (۵)$$

$$\psi_{j,k}(\mathrm{t}) = S^{-\frac{j}{2}}\psi\left(\frac{t - S^j k}{S^j}\right) \quad (۶)$$

www.SID.ir

Arshive of SID

همان‌طور که ملاحظه می‌شود پارامتر مقیاس S نقش تحلیل موجک را از تحلیل فوریه متمایز می‌سازد [۲۰]. تغییر j نمایش را تغییر داده و می‌تواند تحلیل را از کلی به موضعی و برعکس تغییر دهد. انتگرال بخش فرکانس بالا برابر صفر بوده و انتگرال بخش فرکانس پایین برابر یک است. توابع پایه ψ و ϕ می‌توانند اشکال مختلف ازجمله هار[۴۲]، دابشیز[۴۳]، کلاه مکزیکی[۴۴]، مورلت[۴۵] و... داشته باشند. تبدیل موجک یک تابع مانند f می‌تواند به‌وسیله معادله زیر نمایش داده شود.

$$W_{\psi} f(\mathrm{j},\mathrm{k}) = 2^{\frac{-j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathrm{t}) \psi \left(2^{\frac{-j}{2}} t - k \right) dt \qquad (۷)$$

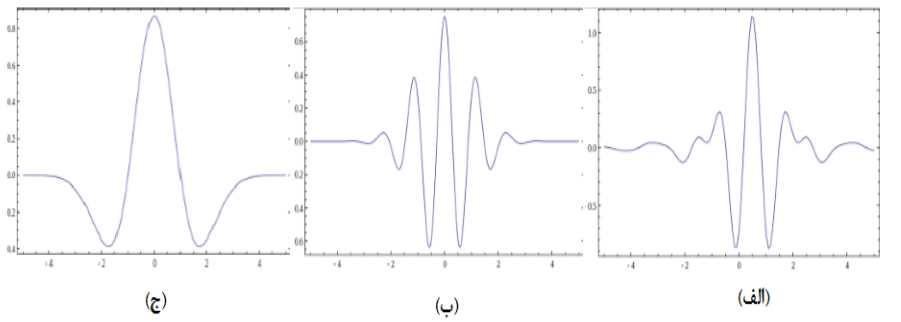
حال می‌توان رابطه‌ای بین سری‌های زمانی و نمایش موجک آن برقرار نمود. هر سری مانند $y(\mathrm{t})$ به‌صورت زیر قابل‌نمایش است:

$$y(\mathrm{t}) = \sum_k S_{j,k} \phi_{j,k}(\mathrm{t}) + \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(\mathrm{t}) + \sum_k d_{j-1,k} \psi_{j-1,k} + \ldots + \sum_k d_{1,k} \psi_{1,k}(\mathrm{t}) \qquad (۸)$$

که در عبارت فوق $j=1,2,\ldots,j$ حداکثر مقیاس موردنظر است. در حقیقت در تبدیل موجک نیز مانند تبدیل فوریه یک تابع سری زمانی به‌صورت مجموعه‌ای از جملات با توابع پایه موجک بیان می‌شود با این تفاوت که توابع موجک مانند سینوس و کسینوس نبوده و دربرگیرنده پارامتر مقیاس هستند. تنوع زیاد در خانواده‌های موجک تنوع زیاد در مقالات منتشرشده از آن را سبب شده و هر یک از نویسندگان صرفاً به علت استفاده از توابع پایه متمایز و به‌کارگیری روش‌های مشابه الگوریتم جدیدی را ارائه کرده‌اند. معمولاً قسمت انتخاب تابع پایه در کارهای گذشته جزو قسمت‌های ثابت روش‌های پیشنهادی بوده و الگوریتم‌های تطبیقی پیشنهادشده در این قسمت وارد عمل نشده‌اند. از همین رو در این پژوهش روش پیشنهادی انتخاب تابع پایه درست را مدنظر قرار داده تا بتواند از ظرفیت موجود در هر سری زمانی متناسب با ماهیت آن استفاده کند. همان‌طور که مشخص است انتخاب توابع موجک ثابت، تضمینی در بهینه بودن فضای فرکانسی انتخاب‌شده (تابع پایه) نخواهد داد. برای مثال شکل (۲) توابع پایه سه تبدیل موجک میر[۴۶]، مورلت[۴۷] و کلاه مکزیکی[۴۸] را نشان می‌دهد.

www.SID.ir

Arshive of SID



شکل (۲) ساختار موجک مادر برای تبدیلات موجک (الف) میر (ب) مورلت (ج) کلاه مکزیکی

ساختار و شکل‌های متفاوت این توابع پایه، ویژگی‌های منحصربه‌فرد مخصوص به خود را از سری زمانی استخراج می‌کند. متناسب بااینکه اطلاعات ما در سری زمانی به چه شکلی قرارگرفته باشند شکل تابع پایه می‌تواند کیفیت اطلاعات استخراج‌شده از سری را تحت تأثیر قرار دهد. پس اگر بتوان تابع پایه مادری از موجک را یافت که پارامترهای تعیین‌کننده آن را بتوان به‌گونه‌ای تعیین کرد که تطابق موردنظر همیشه وجود داشته باشد نگرانی ما رفع خواهد شد.

ژانگ[۴۹] و همکاران (۱۹۹۶) روشی را برای پیاده‌سازی یک موجک مادر تطبیق‌پذیر ارائه می‌دهند. این موجک مادر $\psi(t)$ از ترکیب خطی چندین تابع گوسی ضرب شده در یک تابع مختلط نوسانی به دست می‌آید.

$$\psi(\mathrm{t}) = \sum_{p=1}^{N} B_p h_p(\mathrm{t}) \qquad (۹)$$

$$h_p(\mathrm{t}) = \mathrm{g}\left(\frac{t-u_p}{s_p}\right)\exp(\mathrm{j}\,2\pi f_p\,\mathrm{t} + \mathrm{j}\,2\pi l_p\,\mathrm{t}^2) \qquad (۱۰)$$

$$g(\mathrm{t}) = \pi^{-14}\exp(-t^2/2) \qquad (۱۱)$$

که در آن B_p ضریب ترکیب خطی توابع پایه، S_p انحراف معیار تابع گوسی، t مقدار جابه‌جایی، f_P ضریب تغییرات برحسب t و l_P ضریب تغییرات برحسب t^2 است که پارامترهای موجک مادر پایه ما را تشکیل می‌دهند. برای داشتن ویژگی‌های مطلوب موجک مادر پایه، بعد از محاسبه $\psi(t)$ مقدار متوسط آن را صفر می‌کنند. پارامترهای کنترلی این موجک مادر B_P، S_P، f_P و l_P

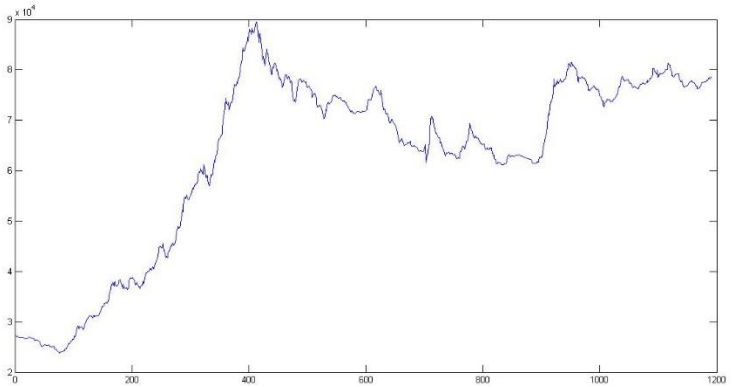
www.SID.ir

Arshive of SID

است که تغییر در مقدار آن‌ها تغییر در شکل موجک را در پی خواهد داشت. بدین ترتیب می‌توان به کارایی بالاتری از موجک دست‌یافت [۴۰].

۳- روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش کاربردی بوده، مبتنی بر پژوهش‌های میدانی است؛ یعنی بر مبنای اطلاعات شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران فرضیه پژوهش مورد آزمون قرار گرفته است. سری زمانی موردبررسی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از تاریخ ۱۳۹۱/۰۲/۲ تا تاریخ ۱۳۹۶/۰۱/۳۰ بوده و تحلیل داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار متلب ۲۰۱۴ صورت پذیرفته است. شکل (۳) نمودار شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در این بازه را نشان می‌دهد.



شکل ۳- شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از ۱۳۹۱/۰۲/۲ تا ۱۳۹۶/۰۱/۳۰

همان‌طور که گفته شد با تغییر پارامترهای رابطه (۹) می‌توان به تابع پایه مادر با اشکال متفاوت دست‌یافت. برای دست یافتن به مناسب‌ترین شکل تابع پایه از الگوریتم ژنتیک استفاده‌شده است. بدین ترتیب که پارامترهای تابع پایه که در بخش قبل بیان شد به‌عنوان ژن‌های یک کروموزوم در نظر گرفته می‌شوند. شکل (۴) کروموزوم و هر یک از ژن‌های آن را برای محاسبه نشان می‌دهد.

b_1	b_2	b_3	u_1	u_2	u_3	s_1	s_2	s_3	f_1	f_2	f_3	l_1	l_2	l_3

شکل ۴- متغیرهای تشکیل‌دهنده کروموزوم در الگوریتم بهینه‌سازی

www.SID.ir

Arshive of SID

هدف کمینه کردن خطای پیش‌بینی است بنابراین تابع هزینه در الگوریتم ژنتیک، خطای پیش‌بینی در نظر گرفته‌شده است. با شروع فرآیند بهینه‌سازی ابتدا مقادیر تصادفی به این ژن‌ها نسبت داده می‌شود و از این مقادیر برای تشکیل موجک مادر استفاده‌شده و با استفاده از این تابع پایه تبدیل موجک سری زمانی (در اینجا شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران) محاسبه می‌شود. داده‌های ورودی شبکه عصبی با ایجاد وقفه در تبدیل موجک سری زمانی ایجاد می‌شوند. انتخاب وقفه‌ها متناسب با سری زمانی باید تعیین شود. در این مقاله با آزمون‌وخطا، ۴ روز به‌عنوان وقفه مناسب به‌دست‌آمده است. با اعمال وقفه مناسب در سری زمانی داده‌های ورودی شبکه عصبی آماده‌شده و شبکه عصبی با استفاده از ۷۰ درصد داده‌ها آموزش دیده و با استفاده از ۱۵ درصد داده‌ها اعتبار سنجی می‌شود. پس از پایان آموزش با استفاده از ۱۵ درصد باقی‌مانده داده‌ها خطای تست شبکه عصبی محاسبه می‌شود و این خطا به‌عنوان هزینه این کروموزوم در نظر گرفته می‌شود. برای ارزیابی خطای شبکه عصبی از معیار مجموع مربعات خطا و ریشه مجموع مربعات خطا استفاده شده است.

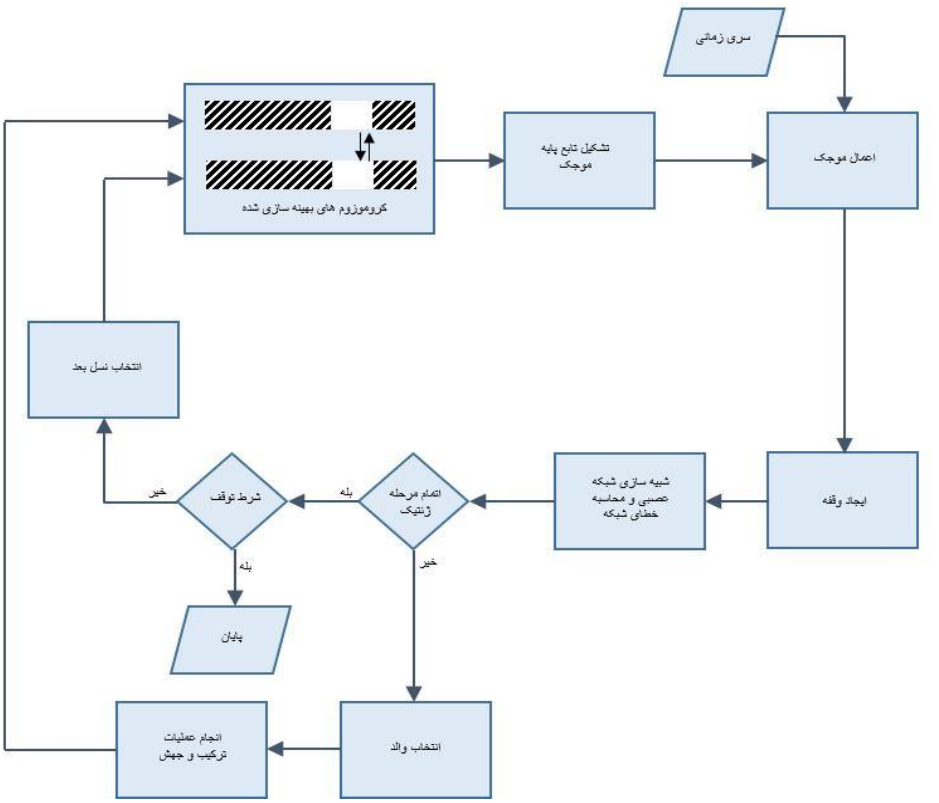
$$MSE = \sum_{t=1}^{n} \frac{(y_t - \hat{y}_t)^2}{n} \qquad (۱۲)$$

$$RMSE = \sqrt{\sum_{t=1}^{n} \frac{(y_t - \hat{y}_t)^2}{n}} \qquad (۱۳)$$

این فرآیند برای تمامی کروموزوم‌های یک مرحله[۵۰] انجام می‌شود. با انجام ترکیب و جهش در هر مرحله و طی شدن تکرارهای متوالی از الگوریتم ژنتیک، مقادیر ژن‌ها در کروموزوم به سمتی میل خواهند کرد که خطای پیش‌بینی را کاهش دهند؛ یعنی تابع پایه‌ای به دست خواهد آمد که پس از اعمال تبدیل موجک بر روی سری زمانی، پیش‌بینی شبکه عصبی با استفاده از این داده‌ها با خطای حداقل همراه باشد. فلوچارت الگوریتم پیشنهادی در شکل (۵) نشان داده‌شده است.

www.SID.ir

Arshive of SID



شکل ۵- فلوچارت الگوریتم پیشنهادی

۴- فرضیه‌های پژوهشی

فرضیه‌های پژوهشی در این پژوهش عبارت‌اند از:

فرضیه اول: دقت و توانایی مدل شبکه عصبی مصنوعی و تبدیل موجک در پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران از شبکه عصبی به‌تنهایی بیشتر است.

فرضیه دوم: دقت و توانایی مدل شبکه عصبی مصنوعی و تبدیل موجک بهینه‌سازی شده در پیش-بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران از مدل شبکه عصبی مصنوعی و تبدیل موجک بیشتر است.

۵- یافته‌های پژوهش

برای نشان دادن عملکرد مدل پیشنهادی، خطای پیش‌بینی با استفاده از شبکه عصبی، شبکه عصبی و داده‌های پردازش‌شده با تبدیل موجک (مانند آنچه در پژوهش‌های پیشین انجام گرفته

www.SID.ir

Arshive of SID

است) و مدل پیشنهادی مورد مقایسه قرارگرفته‌اند. باید توجه داشت که در هر یک از این حالت‌ها، بهترین ساختار شبکه عصبی یعنی مناسب‌ترین تعداد نورون در لایه میانی را مورداستفاده قرار داد. همچنین باید بررسی کرد که بهترین وقفه‌های مناسب در هر حالت چند روز هستند و آن‌ها را به شبکه اعمال کرد.

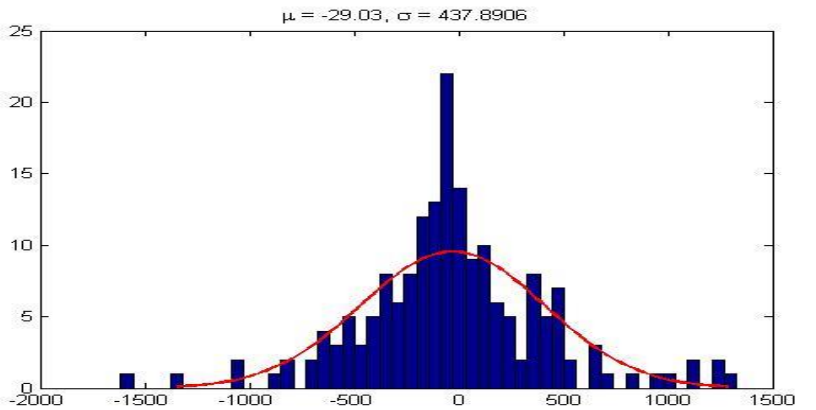
نکته بسیار مهم دیگر این است که در همه ساختارها از شبکه عصبی پرسپترون چندلایه استفاده‌شده و برای سنجش عملکرد شبکه از بخشی از داده‌ها به‌عنوان داده تست استفاده‌شده است. این داده‌های تست به شکل تصادفی انتخاب می‌شوند و این می‌تواند باعث شود که در هر بار اجرای برنامه RMSE مقدار کمی تغییر کند. به همین دلیل هر ساختار را ۱۰۰ بار اجرا کرده و برای گزارش خطای هر حالت میانگین خطای ۱۰۰ بار اجرای برنامه ارائه شده است تا نتایج پژوهش قابلیت اتکا و تعمیم دهی[۵۱] داشته باشد. میانگین خطاها در جدول (۱) گزارش شده است.

برای حالتی که از داده‌های اولیه (بدون استفاده از تبدیل موجک) برای پیش‌بینی استفاده‌شده است، شبکه عصبی پرسپترون با ۱۶ نورون در لایه پنهان و وقفه‌های ۵ روز بهترین عملکرد را داشته است. نمودار هیستوگرام خطای آن در شکل (۶) (الف) نشان داده‌شده است.

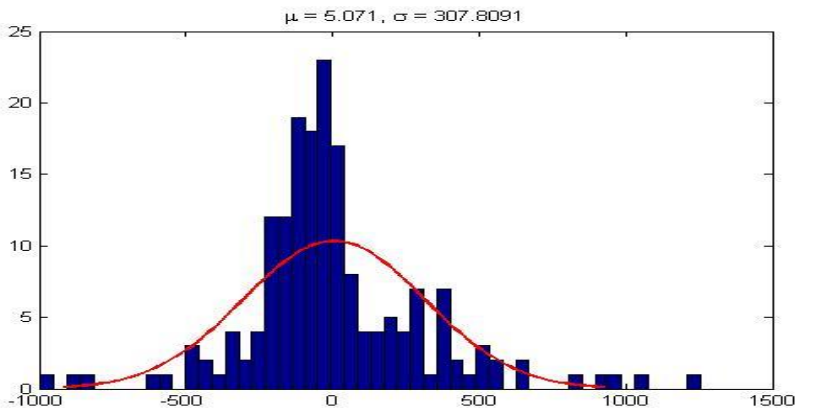
در حالت دوم، با استفاده از توابع متعامد، تبدیل موجک بر روی سری زمانی اعمال شده و با استفاده از سری زمانی پردازش‌شده ورودی‌های شبکه عصبی تعیین‌شده‌اند. همان‌طور که بیان شد راعی و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهش خود از تابع پایه دابشیز ۱ [۵] و فلاح‌پور و همکاران (۱۳۹۳) از تابع پایه دابشیز ۵ به‌عنوان تابع پایه استفاده کردند [۸]. برای تعیین موجک مادر مناسب، توابع پایه دابشیز ۱ تا ۵ مورد آزمون قرار گرفته و درنهایت موجک مادر دابشیز ۳ که بهترین عملکرد را داشت انتخاب شده است. در اینجا شاهد هستیم که اگرچه سری زمانی مورداستفاده در دو پژوهش ذکرشده و این پژوهش هر سه مربوط به شاخص بورس اوراق بهادار تهران هستند و در بازه‌های زمانی مختلف مورد آزمایش قرارگرفته‌اند اما در هر پژوهش موجک مادر متفاوتی بهترین عملکرد را نشان داده است. به‌علاوه در پژوهش‌ها نمی‌توان تمامی موجک‌ها را مورد آزمون قرار داد و تنها بخش کوچکی از موجک‌های مادر متعامد مورد آزمون قرار می‌گیرند. اگر موجک‌های دیگر نیز بررسی شوند ممکن است نتایج متفاوتی رقم بخورد. این موضوع خود اهمیت یافتن موجک مناسب برای هر سری زمانی را نشان می‌دهد. در این ساختار از شبکه عصبی با ۱۸ نورون در لایه پنهان و وقفه‌های ۷ روز استفاده‌شده است. شاهد هستیم که در این حالت خطای شبکه عصبی نسبت به حالت قبل کاهش‌یافته است. نمودار هیستوگرام خطای آن در شکل (۶) (ب) نشان داده‌شده است.

www.SID.ir

Arshive of SID



شکل ۶- (الف) نمودار هیستوگرام خطای پیش‌بینی با استفاده از شبکه عصبی و داده‌های اولیه

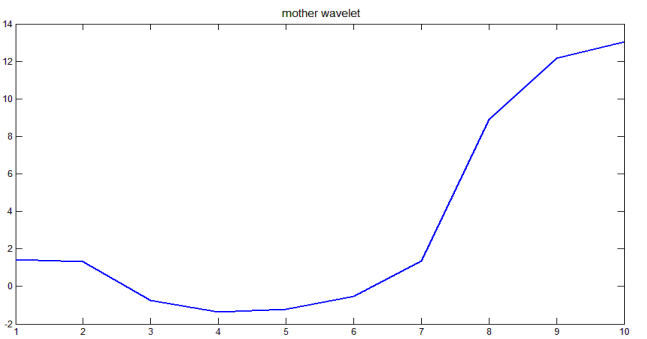


شکل ۶- (ب) نمودار هیستوگرام خطای پیش‌بینی با استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک

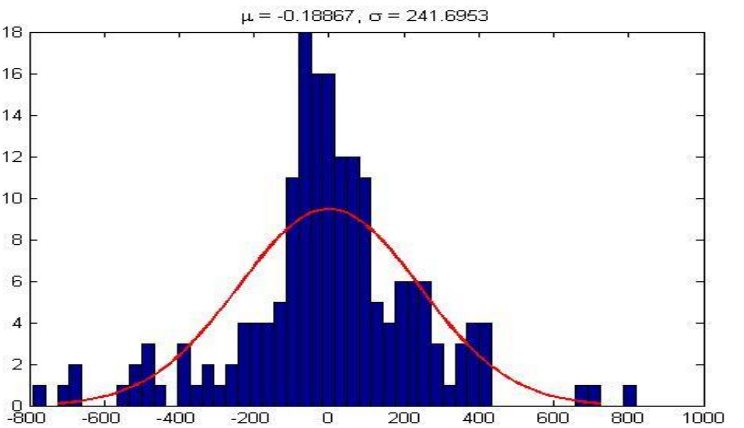
همان‌طور که بیان شد در این پژوهش به‌جای در نظر گرفتن یک تابع پایه مشخص در تبدیل موجک از رابطه (۹) استفاده‌شده است و تعیین مقدار پارامترهای آن به‌وسیله الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک انجام‌شده است. شبکه عصبی که در این ساختار بهترین عملکرد را داشته است شامل ۱۶ نورون در لایه پنهان بوده و وقفه‌های به‌کاربرده شده برای این کار ۴ روز است. شکل (۷) تابع پایه‌ای که بهترین عملکرد را برای این سری زمانی داشت نشان می‌دهد و در شکل (۸) هیستوگرام خطای این ساختار نشان داده‌شده است.

www.SID.ir

Arshive of SID



شکل ۷- موجک مادر به‌دست‌آمده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک



شکل ۸- نمودار هیستوگرام خطای پیش‌بینی با استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک تطبیق‌پذیر

نمودار هیستوگرام خطا در این حالت متمرکزتر از حالت‌های قبل است. مقادیر RMSE برای داده‌های آموزش، اعتبارسنجی و تست برای این سه ساختار در جدول (۱) ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تبدیل موجک موجب افزایش دقت پیش‌بینی شده است و ازاین‌جهت نتایج پژوهش‌های پیشین را تائید می‌کند. همچنین خطای استفاده از موجکی متناسب با سری زمانی از حالتی که از موجک دابشیز ۳ استفاده شده است کمتر است. علت این امر این است که با اعمال تبدیل موجک بر روی سری زمانی بخشی از داده‌ها که دارای تغییرات سریع (فرکانس بالا) هستند از بخشی که دارای تغییرات نرم بوده و روند کلی را در خود جای داده است

www.SID.ir

Arshive of SID

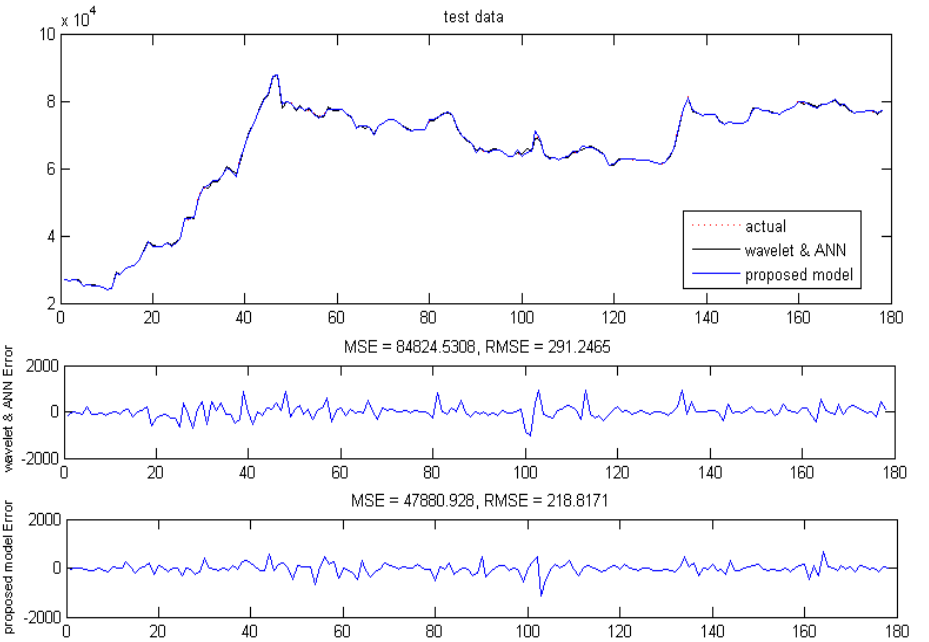
(فرکانس پایین) جدا می‌شوند. از پیش این آگاهی وجود دارد که بخش فرکانس بالا کـه دربردارنـده تغییرات سریع است درواقع نویز بوده و بار اطلاعاتی برای پیش‌بینی ندارد و با حذف این بخش و بـا استفاده از روند اصلی پیش‌بینی انجام می‌شود. تبدیل موجک تعیـین مـی‌کنـد کـه چـه بخشـی از داده‌ها نویز و چه بخشی دارای روند اصلی برای پیش‌بینی اسـت. اگـر تبـدیل موجـک نتوانـد تمـام نویزها را از داده‌های ورودی حذف کند این نویزها موجب انحراف شبکه عصبی مـی‌شـوند و خطـای پیش‌بینی را افزایش می‌دهند و اگر علاوه بر نویز بخشی از اطلاعات را حذف کند منجر می‌شود کـه اطلاعات مفید جهت پیش‌بینی از دسترس شبکه عصبی خارج شده و شبکه نتواند به کارایی کامـل در پیش‌بینی دست پیدا کند. موجک مادر تعیین می‌کند که کـدام بخـش از اطلاعـات را تغییـرات سریع (نویز) و کدام بخش را روند اصلی سری زمانی تشکیل داده است. با به‌کارگیری مدل ارائه‌شده در این پژوهش الگوریتم ژنتیک با استفاده داده‌های سری زمـانی، مـوجکی را شـکل مـی‌دهـد کـه بهترین عملکرد را در تجزیه سری زمانی داشته باشد. نویزهای سری زمانی به شکل مناسبی حـذف شده و شبکه عصبی با داشتن روند کلی سری زمانی به شکل کارایی به پیش‌بینـی مقـادیر روز بعـد می‌پردازد. شکل (۹) خطای پیش‌بینی داده‌های تست را برای حالت استفاده از موجـک دابشـیز ۳ و برای مدل پیشنهادی نشان می‌دهد.

جدول ۱- نتایج شبیه‌سازی شبکه عصبی، شبکه عصبی موجکی و شبکه عصبی موجکی تطبیق‌پذیر

	آموزش		اعتبارسنجی		تست	
	MSE	RMSE	MSE	RMSE	MSE	RMSE
شبکه عصبی	۱۸۹۴۰۶/۹۳۱	۴۳۵/۲۰۹۱	۱۶۹۹۳۷/۹۰۸	۴۱۲/۲۳۵۳	۱۹۱۵۱۳/۶۶۷	۴۳۷/۶۲۲۷
شبکه عصبی و تبدیل موجک	۴۳۱۳۲/۷۲۲۷	۲۰۷/۶۸۴۲	۷۸۹۸۵/۳۷۷۷	۲۸۱/۰۴۳۴	۹۴۲۳۶/۸۵۱۱	۳۰۶/۹۸۰۲
شبکه عصبی و تبدیل موجک تطبیق‌پذیر	۵۹۴۱۷/۵۵۶۷	۲۴۳/۷۵۷۲	۶۰۰۹۱/۷۸۵۲	۲۴۵/۱۳۶۳	۵۸۰۸۸/۴۵۵۴	۲۴۱/۰۱۵

www.SID.ir

Arshive of SID



شکل (۹) خطای پیش‌بینی داده‌های تست برای شبکه عصبی و موجک دابشیز ۳ (نمودار دوم) و خطای پیش‌بینی با استفاده از مدل پیشنهادی(نمودار سوم)

۶- نتیجه‌گیری و بحث

پژوهش حاضر می‌کوشد تا شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را پیش‌بینی کند. پژوهش‌های قبلی نشان دادند، شبکه‌های عصبی مصنوعی پتانسیل بالایی برای پیش‌بینی دارند. همچنین تبدیل موجک می‌تواند تا حد زیادی خطای پیش‌بینی شاخص سهام را کاهش دهد. با توجه به اینکه شاخص بورس از عوامل کلان اقتصادی زیادی مانند رویدادهای سیاسی، شرایط اقتصاد عمومی، نرخ‌های بانکی، انتظارات سرمایه‌گذاران و عوامل روانی سرمایه‌گذاران تأثیر می‌پذیرد، پیش‌بینی مستقیم با استفاده از داده‌های اولیه و بدون پیش‌پردازش اغلب با خطاهای بزرگی همراه است. استفاده از تبدیل موجک موجب می‌شود که بخشی از داده‌ها که حاوی اطلاعات ارزشمند برای پیش‌بینی روز بعد نیستند و موجب افزایش خطای پیش‌بینی می‌شوند تا حدود زیادی حذف‌شده و خطای پیش‌بینی کاهش یابد.

در این پژوهش با ارائه مدلی متفاوت که دارای انعطاف‌پذیری بیشتری است، نشان داده شد که می‌توان پیش‌بینی یک سری زمانی (در این پژوهش شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران) را با

www.SID.ir

Arshive of SID

خطای کمتری نسبت به سایر روش‌ها انجام داد. در مدل ارائه‌شده به‌جای استفاده از توابع موجک متعامد از یک معادله پارامتریک استفاده شد که پارامترهای آن به‌وسیله الگوریتم ژنتیک به شکلی تعیین می‌شوند که پیش‌بینی سری زمانی با کمترین خطا همراه باشد. با استفاده از این معادله دو مزیت مهم به دست می‌آید. اول اینکه این مشکل را که نمی‌توان تمام موجک‌ها را مورد آزمون قرار داده حل شده و دوم اینکه از محدودیت‌های مربوط به موجک‌های متعامد که موجب کاهش کارایی موجک می‌شوند رها شده و موجکی که بهترین عملکرد متناسب با سری زمانی را دارد و پیش‌بینی با این موجک با کمترین خطا همراه است به دست می‌آید. بدین ترتیب موجک مادر متناسب با هر سری زمانی شکلی متفاوتی داشته و بخش نامناسب داده‌ها با هوشمندی بیشتری حذف شده و خطای پیش‌بینی کاهش می‌یابد. نتایج عملکرد مدل پیشنهادی با مدلی که در آن از موجک دابشیز ۳ استفاده شده بود مقایسه شده و نتایج برتری مدل پیشنهادی را نشان دادند.

در پژوهش‌های آتی می‌توان از شبکه‌های عصبی متفاوت که ممکن است عملکرد بهتری داشته باشند مانند رگرسیون بردار پشتیبان استفاده کرد و عملکرد آن را موردبررسی قرار داد. همچنین از تبدیل موجک به‌عنوان یک تابع فعال‌سازی در شبکه‌های (RBF) استفاده کرد و به مقایسه عملکرد آن با سایر روش‌ها پرداخت.

www.SID.ir

Arshive of SID

فهرست منابع

* آذر عادل، افسر امیر، احمدی پرویز. مقایسه روش‌های کلاسیک و هوش مصنوعی در پیش‌بینی شاخص قیمت سهام و طراحی مدل ترکیبی، مدرس علوم انسانی. (۱۳۸۵). ۱۰ (۴): ۱-۱۶.
* بهرادمهر نفیسه. پیش‌بینی قیمت نفت خام با استفاده از هموارسازی موجک و شبکه عصبی مصنوعی، فصلنامه مطالعات انرژی. (۱۳۸۷). (۱۸):۸۱-۹۸.
* خالوزاده حمید، خاکی علی. ارزیابی روش‌های پیش‌بینی قیمت سهام و ارائه مدلی غیرخطی بر اساس شبکه‌های مصنوعی، مجله تحقیقات اقتصادی. (۱۳۸۲). ۳۸ (۲): ۴۳-۸۵.
* راعی رضا، محمودی‌آذر میثم. پیش‌بینی بازده آتی بازار سهام با استفاده از مدل‌های آریما، شبکه عصبی و نویززدایی موجک، مدیریت دارایی و تأمین مالی. (۱۳۹۳). ۲ (۲): ۱-۱۶.
* راعی رضا، محمدی شاپور، فندرسکی حنظله. پیش‌بینی شاخص قیمت بورس با استفاده از شبکه عصبی و تبدیل موجک، مدیریت دارائی و تأمین مالی. (۱۳۹۴). ۳ (۱): ۵۵-۷۴.
* شایگانی بیتا، ابوالحسنی اصغر، سلامی امیر بهداد، خوچیانی رامین. بررسی تقارن ادوار تجاری با رویکرد آنالیز موجک، فصلنامه تحقیقات مدل‌سازی اقتصادی. (۱۳۹۲). (۱۷): ۱۷۱-۱۹۵.
* عباسی نژاد حسین، محمدی شاپور. تحلیل سیکل‌های تجاری ایران با استفاده از نظریه موجک-ها، مجله تحقیقات اقتصادی. (۱۳۸۴). ۴۱ (۴): ۱-۲۰.
* فلاح‌پور سعید، علی‌پور ریکنده جواد. پیش‌بینی شاخص سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی موجکی در بورس اوراق بهادار تهران، راهبرد مدیریت مالی. (۱۳۹۳). ۲ (۴): ۱۵-۳۱.
* Adamowski, Jan, & Sun, Karen. (2010). Development of a coupled wavelet transform and neural network method for flow forecasting of non-perennial rivers in semi-arid watersheds. Journal of Hydrology, 390(1), 85-91.
* Chandar, S. Kumar, Sumathi, M. & Sivanandam, S. N. (2016). Prediction of Stock Market Price using Hybrid of Wavelet Transform and Artificial Neural Network. Indian Journal Of Science and Technology, 9.
* Chatfield, C. (1984). The Analysis of Time series: An Introduction (Fourth Edition ed.): Chapman & Hall.
* Chen, Yuehui, Yang, Bo, & Dong, Jiwen. (2006). time series prediction using a local linear wavelet neural network. neurocomputing, 69, 449-465.
* Chitsaz, Hamed, Amjady, Nima, & Zareipour, Hamidreza. (2015). Wind power forecast using wavelet neural network trained by improved Clonal selection algorithm. Energy conversion and Management, 89, 588-598.
* Daubechies, Ingrid. (1992). Ten lectures on wavelets, vol. 61 of CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics: SIAM, Philadelphia, Pa, USA.
* Dixit, Pradnya, & Londhe, Shreenivas. (2016). Prediction of Extreme Wave Height using Neuro Wavelet Technique. Applied Ocean Research(58), 241-252.

www.SID.ir

Arshive of SID

* Doucoure, Boubacar, Agbossou, Kodjo, & cardenas, Alben. (2016). Time Series Prediction using Artificial Neural Network and Multi-resolution Analysis: Application to Wind Speed Data. Renewable Energy, 92, 202-211.
* Gao, Rong, & Tsoukalas, Lefteri H. (2001). Neural-wavelet methodology for load forecasting. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 31(1), 149-157.
* Guresen, Erkam, Kayakutlu, Gulgun, & U.Daim, TUgrul. (2011). Using artificial neural network models in stock market index prediction. Expert systems with application, 38, 10389-10397.
* Jammazi, Rania, & Aloui, Chaker. (2011). Crude oil price forcasting: experimental evidence from wavelet decomposition and neural network modeling. energy economics, 1-14.
* Jensen, M. J. (1999). Using Wavelets to Obtain a Consistent Ordinary least squares Estimator of the Long-memory Parameter. journal of forcast, 18.
* Kamarthi, S.V., & Pittner. (1999). Accelerating neural network training using weight extrapolation. neural network, 12, 1285-1299.
* Khandelwal, Ina, Adhikari, Ratnadip, & Verma, Ghanshyam. (2015). time series forecasting using Hybrid ARIMA and ANN Models based on DWT Decomposition. Paper presented at the International Conference on Intelligent Computing, Communication & Convergence, Odisha, India.
* Kutsurlis, Jason. (1998). Forcasting financial markets using neural network: an analysis of methods and accuracy. (Msc).
* Lippmann, R.P. (1987). An introduction to computing with neural nets. IEEE Mag, 3, 4-22.
* Majhi, Ritanjah, Panda, Ganapati, Sahoo, Gadadhar, Dash, Pradipta K, & Das, Debi Prasad. (2007). Stock market prediction of S&P 500 and DJIA using bacterial foraging optimization technique. Paper presented at the Evolutionary Computation, 2007. CEC 2007. IEEE Congress on.
* Mingming, Tang, & Jinliang, Zhang. (2012). A multiple adaptive wavelet recurrent neural network model to analyze crude oil prices. Journal of Economics and Business, 64(4), 275-286.
* Moghaddam, Amin Hedayati, Moghaddam, Moein Hedayati, & Esfandyari, Morteza. (2016). Stock market index prediction using artificial neural network. Journal of Economics, Finance and Administrative Science, 21(41), 89-93.
* Oussar, Yacine, & Dreyfus, Gérard. (2000). Initialization by selection for wavelet network training. neurocomputing, 34(1), 131-143.
* Peters, Edgar E. (1996). Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility (Vol. 1): John Wiley & Sons.
* Quah, Tong-Seng, & Srinivasan, Bobby. (1999). Improving returns on stock investment through neural network selection. Expert Systems with Applications, 17(4), 295-301.
* Ramana, R Venkata, Krishna, B, Kumar, SR, & Pandey, NG. (2013). Monthly rainfall prediction using wavelet neural network analysis. Water resources management, 27(10), 3697-3711.

www.SID.ir

Arshive of SID

* Rana, Mashud, & Koprinska, Irena. (2016). Forecasting electricity load with advanced wavelet neural networks. neurocomputing, 182, 118-132.
* Reeves, C. R. (1993). Modern Heuristic Techniques For Combinatorial Problems. Blackwell Scientific.
* Srimivasan, Ravichandran, Chan, Vidhya, Ramakirishnan, & Krishnan. (2002). Exponentiated back propagation algorithm for multilayer feed forward neural network. Paper presented at the neural information processing.
* Strang, Gilbert. (1993). Wavelet transforms versus Fourier transforms. Bulletin of the American Mathematical Society, 28(2), 288-305.
* Tan, Tuan Zea, Quek, Chai, & Ng, Geok See. (2005). Brain-inspired genetic complementary learning for stock market prediction. Paper presented at the Evolutionary Computation, 2005. The 2005 IEEE Congress on.
* Taylor, S. (1986). Modeling Financial Time Series John Wiley & Sons. Great Britain.
* Teixeira Júnior, Luiz Albino, Souza, Rafael Morais de, Menezes, Moisés Lima de, Cassiano, Keila Mara, Pessanha, José Francisco Moreira, & Souza, Reinaldo Castro. (2015). Artificial neural network and wavelet decomposition in the forecast of global horizontal solar radiation. Pesquisa Operacional, 35(1), 73-90.
* Tsang, P.M, Kwok, p, Choy, S.O, kwan, R, Ng, S.C, Mak, J, . . . Wong, T.L. (2007). Design and implementation of NN5 for Hong Kong stock price forcasting. Engineering Application of Artificial Intelligence, 20, 453-461.
* Zhang, Xiao-Ping, Tian, Li-Sheng, & Peng, Ying-Ning. (1996). Design of a kind of Chirp-like Mother Wavelet by Neural network. Paper presented at the 3rd confrence on signal processing

یادداشت‌ها

[1] Random walk hypothesis
[2] Efficient market hypothesis
[3] Artificial intelligence
[4] Artificial neural network
[5] Fuzzy inference system
[6] Adaptive neuro-fuzzy inference system
[7] Autoregressive integrated moving average
[8] Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity
[9] Guresen
[10] NASDAQ
[11] Chen
[12] local linear wavelet neural network
[13] Jammazi
[14] Aloui
[15] Daubechies
[16] Mingming
[17] Ramana
[18] threshold
[19] Teixeira junior
[20] Clonal selection algorithm

www.SID.ir

Arshive of SID

[21] Khandelwal
[22] Doucoure
[23] Dixit
[24] Rana
[25] Best-basis Wavelet Packet Transform
[26] Chandar
[27] detail
[28] approximation
[29] Oussar
[30] Gao
[31] Sigmoid Function
[32] Back propagation Algorithm
[33] iterative
[34] Holland
[35] evaluate
[36] selection
[37] crossover
[38] cycles
[39] Resolution
[40] detail
[41] approximation
[42] Haar
[43] Daubechies
[44] Mexican hat
[45] Morlet
[46] Mayer
[47] Morlet
[48] Mexican hat
[49] Zhang
[50] iteration
[51] generalization

www.SID.ir