بهینه‌یابی تکاملی چهارهدفه فازی و غیرفازی سبد سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران

محمدجواد سلیمی[1]
محمدتقی تقوی‌فرد[2]
میرفیض فلاح شمس[3]
هادی خواجه‌زاده دزفولی[4]

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۰/۳۰ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۲/۰۷

چکیده

در انتخاب پرتفوی بهینه، باید معیارهای مختلفی را در نظر گرفت که قسمتی آنها بر اساس ماهیت بهینه‌سازی تعیین می‌شود و قسمتی نیز بر اساس خواست سرمایه‌گذار مشخص می‌گردد. لذا در این مقاله، مدل‌هایی مبتنی بر برنامه‌ریزی چندهدفه طراحی و در محیط نرم‌افزار متلب حل شده است. این مدل‌ها به گونه‌ای طراحی شده که هم طبیعت چندهدفۀ انتخاب پرتفو، هم ملاحظات مورد نظر سرمایه‌گذار و هم ماهیت غیرقطعی بازدهی آتی دارایی‌ها را نیز در نظر بگیرد. پس از طراحی مدل‌ها در دو وضعیت فازی و غیرفازی، به دلیل ماهیت NP-HARD آنها، از الگوریتم اختصاصی طراحی شده NSGA-II برای حل استفاده شده است. پس از حل مدل‌ها، بهترین پرتفو از جبهۀ پارتوی تشکیل شده، بر اساس نسبت سورتینو، استخراج شده و پرتفوهایی که با این روش بدست آمده، بر اساس نسبت ترینر مقایسه گردیدند. نتایج آزمون‌های آماری به صراحت نشان می‌دهد که مدل های ارائه شده قدرت بالایی در انتخاب پرتفوی با بازدهی بالا و ریسک متعادل دارند. همچنین نتایج بیانگر آن است که در میان مدل های طراحی شده، استفاده از منطق فازی در مدلهای چهارهدفه، نسبت به وضعیتی که از منطق فازی در طراحی و استفاده از این مدلها استفاده نشود، نتایج مطلوب‌تری را ایجاد را می‌نماید.

واژه‌های کلیدی: تئوری مدرن پرتفوی، تئوری فرامدرن پرتفوی، مدلسازی مالی، انتخاب سبد بهینه، الگوریتم بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه، منطق فازی.

۱- استادیار گروه حسابداری دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) J_salimi@yahoo.com
۲- دانشیار گروه مدیریت صنعتی دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران. Dr.taghavifard@gmail.com
۳- دانشیار گروه مدیریت مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران، ایران. fallahsahms@gmail.com
۴- دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه علامه طباطبائی hkhdez@gmail.com

۱- مقدمه

مدل‌های بهینه‌سازی برای تخصیص دارایی‌های ریسکی، مشمول تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان است. تئوری مدرن انتخاب پرتفو بر اساس مدل میانگین-واریانس توسط هری مارکویتز در سال ۱۹۵۲ ارائه شد. از آن زمان بیشتر نویسندگان تلاش نموده‌اند تا راه‌حل‌های بهینه‌ای برای مسأله انتخاب پرتفو با استفاده از موازنه بین دو معیار انجام دهند: بیشینه‌سازی بازده و کمینه‌سازی مقدار ریسک سرمایه‌گذاری. بر این اساس دو تئوری متفاوت، یعنی تئوری مدرن پرتفوی و تئوری فرامدرن پرتفوی شکل گرفته‌است. تحلیل مارکویتز از ریسک، هنگامی کاربردپذیر و قابل استفاده است که بازده‌ها دارای توزیع نرمال بوده و یا تابع مطلوبیت برای حداکثرشدن درجه دوم باشد. هرچند می‌توان گفت که متداول‌ترین معیار بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، سنجش میانگین و واریانس است ولی ابزارهای دیگری نیز توسط محققان مورد بررسی قرار گرفته است. از آنجایی که در چندمعیاره بودن طبیعت بهینه‌سازی انتخاب پرتفوی تردیدی وجود ندارد، لذا استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی چندهدفه، توجهات بسیاری را برای حل این نوع از مسائل به خود معطوف نموده است[4].

مهمترین هدف این مقاله حل مسأله مدل انتخاب پرتفوی به صورت بهینه‌سازی همزمان چهار هدفه است. لذا دو مدل بهینه‌سازی چهارهدفه فازی و غیرفازی طراحی گردید و با توجه به ماهیت سخت چندجمله‌ای مدل‌های مذکور، جهت حل مسأله، از الگوریتم اختصاصی طراحی شده ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب NSGA-II استفاده شد و عملگرهای جهش و تقاطع متناسب با ساختار مدل طراحی گردید. نویسندگان به دنبال آن هستند تا مدل‌هایی را طراحی نمایند که هم عمگرهای با گشتاورهای بالاتر همچون ریسک نامطلوب، چولگی و کشیدگی را برای بهینه‌یابی مدنظر قرار دهند و هم ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذاران را همزمان در انتخاب و تشکیل و انتخاب سبد سهام دخیل نمایند. از سوی دیگر نویسندگان می‌کوشند تا به این نتیجه برسند که آیا استفاده از منطق فازی و فازی در نظر گرفتن عمگرهای مختلفی مانند بازدهی، نیم‌واریانس، چولگی و کشیدگی و استفاده از تئوری امکانی[1] اثری در انتخاب مجموعه‌ای از بهترین پرتفوی‌های ممکن که دارای بیشترین بازدهی و کمترین ریسک هستند دارد و آیا مدلسازی و حل انجام شده در وضعیت فازی بهتر از وضعیت غیرفازی است یا خیر.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

مورال و همکاران [۹] یک استراتژی هیبریدی با ترکیب الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ریزی کوادراتیک برای انتخاب پرتفوی بهینه ارائه دادند. برای حل مدل میانگین– واریانس با محدودیت

کاردینالیتی، چیام و همکاران[۱۰] یک مدل سفارش محور به همراه عملگرهای مختلف و روش‌هایی برای در نظر گرفتن محدودیت‌ها ارائه دادند. اسکولپادونکت و همکاران[۱۱] در سال ۲۰۰۹ عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌یابی چندهدفه تکاملی مختلف را در حل مساله دو هدفه ریسک و بازده (با وجود محدودیت) مورد ارزیابی قرار داده‌اند. آناگنوستوپولوس و همکاران[۱۲] یک الگوریتم تکاملی سه هدفه به منظور یافتن جبهۀ پارتو بهینه در حالتی که کمینه‌سازی کاردینالیتی به عنوان تابع هدف به مدل میانگین – واریانس افزوده شده است، ارائه دادند. ماتاکسیتیس و همکاران[۱۳]، در پژوهشی به این نتیجه رسیدند که برآوردهای سنتی درآمدها، به طور چشمگیری درآمدها را غیرواقعی (بیشتر از واقعیت) نشان می‌دهند. هیولینگ و همکاران[۱۴]، در پژوهشی تحت عنوان «پرتفوی چند دوره‌ای مارکویتز بر مبنای میانگین-واریانس با احتمال خروج از وابستگی ایالتی» به بررسی مسائل افق زمانی محتمل جهت محاسبه پرتفوی بر مبنای میانگین-واریانس دوره‌های چندگانه پرداخته‌اند. به طوری که فرض می‌شود افق زمانی به طور تصادفی و بر مبنای ریسک دارایی‌های عاید شده‌ای که بازار تعیین می‌کند، انتخاب شده اند. با بررسی مرزهای مؤثر ارائه شده توسط تحلیل‌های اعدادی این موضوع مطالعه شده و عدم وابستگی افق زمانی محتمل(غیرقطعی) به معیارهای بازار اثبات می‌شود. آنگنوس و مامانیز[۱۵] در سال ۲۰۱۴، سه نمونه جبهه پارتو جدید را برای بدست آوردن جبهه پارتو بهینه در صورتی که اهداف جدیدی به مدل میانگین-واریانس اضافه شود، را بدست آورده‌اند. سبوریدو و همکاران[8] (۲۰۱۶) نشان دادند که الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) طراحی شده توسط خودشان از سایر مدل‌های بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه همزمان، قابل اتکاتر است.

درخشان، گل‌مکانی و حنفی‌زاده[3] نیز از مدل مارکویتز استفاده کردند و الگوریتم ترکیب‌یافته بهینه‌یابی اجتماع مورچگان را به منظور بهینه‌سازی بکار بردند. نتایج نشان داد که روش ارائه شده نتایج بهتری نسبت به سایر روش‌ها مانند PSA و P-ACO به دنبال دارد. پوراحمدی و نجفی[۵] بهینه‌سازی تک‌دوره‌ای را به بهینه‌سازی پویا و چند دوره‌ای ارتقا داده و ضمن در نظر گرفتن هزینه معاملات کارایی به این نتیجه رسیدند مدل چند دوره‌ای در بلندمدت عملکرد بهتری نسبت به مدل تک دوره‌ای دارد.

همایی‌فر و روغنیان[6] مدل میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی را با برنامه‌ریزی آرمانی مدل‌سازی نمودند و در نهایت مدل پویای ارائه شده را با مدل قطعی مقایسه نمودند و به این نتیجه رسیدند با مدل ارائه شده به پاسخ‌های کاراتر و کاربردی‌تری دست پیدا می‌کنند. کاظمی و همکاران[۴] با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، مسأله بهینه‌سازی سبد سهام را با در نظر گرفتن

ارزش در معرض خطر برروی کارایی متقاطع به کار گرفته‌اند. نتایج نشان داد معیار شارپ عملکرد بهتری برای روش پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌ها نشان داد.

۳- روش شناسی پژوهش

در این پژوهش قصد داریم که ابتدا براساس محدودیت‌های موجود در بازار سرمایه کشور و خواست سرمایه‌گذار به طراحی مدلی چهار هدفه با اهداف بیشینه‌سازی بازدهی، چولگی مثبت و کشیدگی و کمینه نمودن ریسک نامطلوب در دو حالت فازی و غیر فازی مبادرت ورزیم. پس از آن سعی خواهیم کرد با استفاده از داده‌های واقعی بورس اوراق بهادار تهران به حل مدل های مذکور مبادرت ورزیم. از آنجا که مدل های طراحی شده از لحاظ پیچدگی محاسباتی NP-HARD می باشند، لذا لازم است که به طراحی اختصاصی NSGAII متناسب با ویژگی‌های مورد نظر سرمایه‌گذار، در محیط نرم‌افزار متلب مبادرت نمود. در ادامه مدل های طراحی شده و الگوریتم اختصاصی طراحی شده بیان خواهند شد. شرح این فعالیت‌ها در ادامه درج شده است و ابتدا به بیان و تشریح مدل‌سازی‌های صورت پذیرفته در دو حالت غیرفازی(ساده) و فازی می‌پردازیم.

۳-۱- مدل سازی

۳-۱-۱- مدل غیرفازی

تصور کنید که $X=\{1,2,\dots,n\}$ مجموعه اوراق بهادار موردنظر برای سرمایه‌گذاری باشد بطوری که میانگیـــن مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x\in X$ برابر با متغیر تصادفی P_x و با میانگین داده شده $\mu_x=E\{P_x\}$ باشد و $W(P_X)$ نیز نیم‌واریانس داده‌ها و $S(P_X)$ چولگی و $K(P_X)$ کشیـــدگی باشد $j=1,2,\dots,n$ و $X=(x_j)$ مبلغ سرمایه‌گذاری شده در پرتفوی (متغیرهای تصمیم) می‌باشد. در این صورت مدل غیرفازی به صورت زیر است:

$$\max E(P_x) \quad (۱)$$

$$\min W(P_x) \quad (۲)$$

$$\max S(P_x) \quad (۳)$$

$$\max K(P_x) \quad (۴)$$

St

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۵)$$

$$k_l \le c(x) \le k_u \qquad (۶)$$

$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \qquad (۷)$$

$$for\ i = 1, 2, \dots, n$$

که هدف (۱) خواهان بیشینه‌سازی بازدهی پرتفو، هدف (۲) کمینه نمودن نیم‌واریانس نامطلوب هر سهم، هدف (۳) بیشینه نمودن چولگی داده‌ها و هدف (۴) نیز بیشینه نمودن کشیدگی می‌باشد. عبارت (۵) محدودیت بودجه را در نظر گرفته، عبارت (۶) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی را تعیین و در آخر عبارت (۷) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم را تعیین می‌کند.

۳-۱-۲- مدل فازی

تصور کنید که $X = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه اوراق بهادار مورد نظر برای سرمایه‌گذاری باشد به طوری که میانگین فازی مربوط به هر کدام از این اوراق بهادار $x \in X$ برابر با متغیر تصادفی $\tilde{P}_X$ و با میانگین فازی داده شده $\mu_x = E\{\tilde{P}_x\}$ باشد و $W(\tilde{P}_x)$ نیز نیم‌واریانس فازی داده‌ها و $S(\tilde{P}_x)$ چولگی فازی و $K(\tilde{P}_x)$ کشیدگی فازی باشد

$$\max E(\tilde{P}_x) \qquad (۸)$$

$$\min W(\tilde{P}_x) \qquad (۹)$$

$$\max S(\tilde{P}_x) \qquad (۱۰)$$

$$\max K(\tilde{P}_x) \qquad (۱۱)$$

St

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۱۲)$$

$$k_l \le c(x) \le k_u \qquad (۱۳)$$

$$0 \le l_i \le x_i \le u_i \qquad (۱۴)$$

$$for\ i = 1،2، \dots ،n$$

که هدف (۸) بیشینه‌سازی بازدهی فازی پرتفو، هدف (۹) کمینه‌سازی نیم‌واریانس نامطلوب فازی، هدف (۱۰) بیشینه نمودن چولگی فازی و هدف (۱۱) بیشینه نمودن کشیدگی فازی را دنبال می‌کند و در نظر دارد. عبارت (۱۲) محدودیت بودجه، عبارت (۱۳) حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفوی و در نهایت عبارت (۱۴) کف و سقف میزان سرمایه‌گذاری در پرتفوی را تعیین می‌کند.

برای بهینه‌سازی پرتفو به روش فازی سه روش تئوری مجموعه فازی (گوپتا، مهلاوات و ساکسنا (۲۰۰۸))، تئوری امکانی(کارلسون، فولر و ماجلندر(۲۰۰۲) و جانگ،وانگ و چن (۲۰۰۷))و تئوری اعتباری(هوانگ(۲۰۰۶)، کواین، لی و جی(۲۰۰۹)) مورد استفاده قرار می‌گیرد که در این پژوهش از روش تئوری امکانی کارلسون، فولر و ماجلندر(۲۰۰۲) و اعداد LR فازی جهت حل برنامه ریزی چهارهدفه فازی استفاده می شود[۱۷].

عدد فازی Q یک عدد فازی از نوع LR است اگر تابع عضویتش به شکل زیر باشد:

$$\mu_Q(y) = \begin{cases} L\left(\dfrac{A-y}{s_A}\right) & \text{if} \quad -\infty < y \le A, \\ 1 & \text{if} \quad A \le y \le B, \\ R\left(\dfrac{y-B}{s_B}\right) & \text{if} \quad B \le y < +\infty, \end{cases} \tag{۱۵}$$

که A و B به شکل A≤B است که به ترتیب نشان‌دهنده حد پایین و بالای Q می‌باشند. یعنی اینکه $[A, B] = \{y|\mu_Q(y) = 1\}$ که S_A و S_B به ترتیب مرز چپ و راست Q می‌باشند؛ که $L, R : [0, +\infty) \to [0, 1]$ توابع مرجع(رفرنس) هستند که صعودی نمی‌باشند و $\lim_{t\to\infty} L(t) = \lim_{t\to\infty} R(t) = 0$ از این رو برای پرتفوی **x** ، توابع $L_\pi(t) = 1 - t^\pi$ و $R_\rho(t) = 1 - t^\rho$ را حدود چپ و راست عدد فازی Q در نظر گرفته می‌شود که در آن π و ρ شکل[1] مثبت پارامترها به ترتیب برای هر $t = 1, \dots, T$ هستند. بنابراین عدد فازی LR به صورت: $Q=\{(p_l, p_u, c, d)_{L_\pi R_\rho}\}$ است که $[p_u , p_l]$ هسته عدد محسوب شده و c و d حد چپ و راست عدد می‌باشند. لذا در این مقاله اعداد LR فازی برای تخمین بازده غیرقطعی پرتفوی **x** در نظر گرفته می‌شوند و به صورت مستقیم توزیع احتمال بازده، بجای توزیع احتمال تجمعی تک‌تک دارایی‌هایی که **x** را می‌سازند، تخمین زده می‌شود.

برای قطعی‌سازی (دفازی کردن) بازده(میانگین)، ریسک نامطلوب(نیم واریانس)، چولگی و کشیدگی، از فرمول‌هایی که در ادامه می‌آید، استفاده می‌شود:

(۱۶) میانگین فازی
$$\overline{E}\,(Q) = \frac{P_u + P_l}{2} + \frac{d}{2}\frac{\rho}{\rho+1} - \frac{c}{2}\frac{\pi}{\pi+1}$$

(۱۷) ریسک نامطلوب فازی

$$w(Q) = p_u + p_l + d\frac{\rho}{\rho+1} + c\frac{\pi}{\pi+1}$$

(۱۸) چولگی فازی

$$\begin{aligned}\mu_3(Q) = {} & \frac{1}{4}(d\frac{\rho}{\rho+1} - c\frac{\pi}{\pi+1})^3 + \frac{1}{2}\left(d^3\frac{\rho}{\rho+3} - c^3\frac{\pi}{\pi+3}\right) + \frac{3(p_u - p_l)}{4} \\ & \times\left[d^2\left(\frac{\rho}{\rho+2} - \frac{\rho^2}{(\rho+1)^2}\right) - c^2(\frac{\pi}{\pi+2} - \frac{\pi^2}{\pi+1^2})\right] \\ & - \frac{3}{4}\left(d^2\frac{\rho}{\rho+2} + c^2\frac{\pi}{\pi+2}\right)(d\frac{\rho}{\rho+1} - c\frac{\pi}{\pi+1})\end{aligned}$$

(۱۹) کشیدگی فازی

$$\begin{aligned}K(\tilde{x}) = {} & -\left[\frac{1}{4}(l_s(\tilde{x}) + l_c(\tilde{x})\right]^5\left(\frac{|\propto -\beta|}{5\propto\beta}\right) + \max(\frac{(\frac{|\propto -\beta|}{4} - \frac{1}{2}l_c(\tilde{x}))^5}{10\propto\cup\beta}, 0) \\ & + \frac{(\frac{|\propto -\beta|}{4} + \frac{1}{2}l_c(\tilde{x}))^5}{10\propto\cup\beta}\frac{|\propto - \beta|}{2\propto\beta}\left[\frac{1}{2}(l_s(\tilde{x})\right. \\ & \left. - \frac{(\propto +\beta)}{4}\right]\left[\frac{1}{4}(l_s(\tilde{x}) + l_c(\tilde{x}))\right]^4 - \frac{(\frac{|\propto -\beta|}{4} + \frac{1}{2}l_c(\tilde{x}))^5}{10\propto\cap\beta}\end{aligned}$$

۳-۲- بهینه‌سازی تکاملی چند هدفه

در دو دهه گذشته کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه در حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه بسیار فراگیر شده است و هم‌اکنون یکی از زمینه‌های بسیار فعال تحقیقات است[7]. برای حل این نوع مسائل بهینه‌یابی، الگوریتم‌های متعددی توسعه یافته‌اند که اغلب آنها مبتنی بر مفهوم جبهه پارتو هستند. در چنین مسائلی، نیازمند بهینه‌سازی همزمان چندین هدف و دستیابی به چندین معیار متضاد هستیم. بر خلاف بهینه‌سازی تک هدفه که در آن جواب بهینه واحد جستجو می‌شود، در مسائل چند هدفه، به دلیل توازن بین اهداف متضاد، جواب بهینه واحدی وجود ندارد و باید چندین جواب بهینه که مجموعه نامغلوب نامیده می‌شوند را جستجو کرد. بدان معنا که اگرچه نمی‌توان یک نقطه بهینه را همزمان برای تمامی توابع هدف بدست آورد که بتواند تمام توابع هدف را بهینه نماید، اما می‌توان مجموعه‌ای از پاسخ‌ها را به گونه‌ای پیدا نمود که در فضای جستجو از پاسخ‌های دیگر بهتر باشند و این مجموعه پاسخ‌های بهینه پارتو و نقاط دیگر فضای جستجو را مجموعه پاسخ‌های مغلوب می‌نامند[۲]. بعبارت دیگر، به زبان ریاضی، مسائل بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه نوعی مسأله برنامه‌ریزی ریاضیاتی با برداری به ارزش توابع هدف است که با $\mathbf{f(x)} = (f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_n(\mathbf{x}))^T$ برای هر بردار تصمیم $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_N)^T$ تعریف می‌شود که $fj(x)$ تابعی با ارزش واقعی برای مجموعه ممکن $S \subseteq R^N$ برای هر $j = 1, \ldots, n$ است. در نتیجه،

فضای تصمیم از R^N به R^n است و مسأله بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه می‌تواند به شرح زیر شروع شود:

Optimize: $\{f_1(x), \ldots, f_n(\mathbf{x})\}$
s.t. $x \in S$.

در فضای معیار، برخی از توابع هدف می‌بایست بیشینه شوند ($j \in J_1$) در حالی‌که دیگر اهداف می‌بایست کمینه شوند ($j \in J_2$) در حالیکه J_1 و J_2 بدین صورت شناخته می‌شوند: $J1 \cup J2 = \{1, \ldots, n\}$ و $J1 \cap J2 = \emptyset$. گفته می‌شود $\mathbf{x} \in S$ بهینه پارتو یا حل کاراست اگر هیچ $\mathbf{x}' \in S$ وجود نداشته باشد که $f_J(x') \geq f_J(x)$ لذا برای هر $j \in J_1$ و $f_J(x') \leq f_J(x)$ برای هر $j \in J_2$. مجموعه تمامی حل‌های بهینه پارتو $\mathbf{x} \in S$ (در فضای تصمیم) مجموعه بهینه پارتو نامیده می‌شود که با E نشان داده می‌شود و مجموعه بردارهای هدف مرتبط آنها $\mathbf{f(x)}$ (در فضای معیار) جبهه پارتو نامیده می‌شود، با f(E) نشان داده می‌شود. علاوه بر این، در خصوص دو بردار هدف $z, z' \in R^n$ گفته می‌شود که z' بر z غلبه کرده است اگر و فقط اگر $z_j \leq z'_j$ به ازای هر $j \in J_1$ و $z'_j \leq z_j$ به ازای هر $j \in J2$. اگر z' و z هیچکدام بر دیگری غلبه نکند، گفته می‌شود که z' و z نامغلوب هستند[۱۶].

الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب یکی از الگوهای شاخص و پرکاربرد در زمینه بهینه‌سازی چندهدفه است. در این مدل برای ارزیابی میزان برازندگی و انجام تقاطع از تلفیق چند مفهوم رویکرد سریع مرتب‌سازی نامغلوب، تخصیص فاصله ازدحام و عمگر انتخاب مسابقه‌ای ازدحام استفاده شده است. برای ارزیابی برازندگی جواب‌ها از رویکرد سریع مرتب‌سازی نامغلوب استفاده می‌کند. روال این کار به این صورت است که در ابتدا جمعیت حاضر مجموعه جواب‌هایی که تمام جواب‌های حاصل را مغلوب می‌کنند، مشخص می‌کند و آنها را جبهه ۱ می‌نامد. مجدداً همین عمل را برای مجموعه سایر جواب‌ها انجام می‌دهد و مجموعه جواب‌های غالب را جبهه ۲ می‌نامند. همین رویه را ادامه می‌دهد که کل جمیعت را جبهه‌بندی نماید. مشخص است که هر چه شماره جبهه کوچکتر باشد جواب بهتر است. در مرحله بعد، برای عملگر تقاطع از مفهوم انتخاب مسابقه‌ای ازدحام استفاده می‌شود. در واقع دو جواب به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و بین آن دو مسابقه برقرار می‌گردد. هر کدام که شماره جبهه کوچکتری داشت، جواب بهتر است.در موارد که دو جواب انتخابی در یک جبهه هستند، از مفهوم تخصیص فاصله ازدحام استفاده می‌شود[۲].

۳-۲-۱- الگوریتم اختصاصی طراحی شده

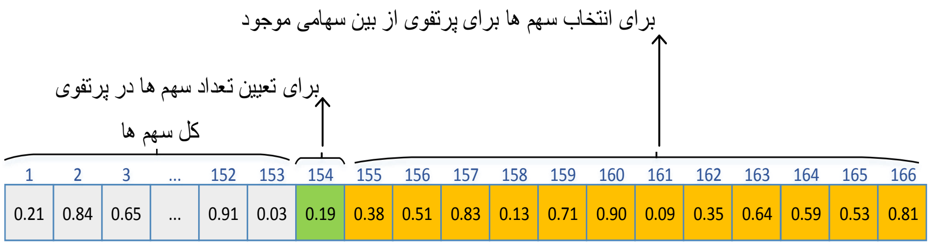
شبه‌کد الگوریتم در شکل زیر نشان داده شده است.

Begin
Create initial population as pop randomly
Create crossover population and mutation population (pop_c , pop_m)
Do crossover and mutation
Merge pop_c , pop_m and make a new population
Make fronts of non-dominated solutions and calculate crowding distance
Update pop by replacing population with pop_size selected solutions according to fronts and
crowding distance
If terminate criteria met stop running.
End

شکل ۱- شبه کد الگوریتم NSGA-II

- **ساختار کروموزوم طراحی شده**

بطور واضح ایجاد ساختاری مناسب برای کروموزوم در الگوریتم ژنتیک چندهدفه می‌تواند تاثیر بسزایی در کیفیت و کارایی این الگوریتم داشته باشد. در واقع یک ساختار مناسب برای کروموزوم می‌تواند منجر به جستجو در فضای کامل جواب شود و بدین ترتیب جواب حاصل از الگوریتم جواب بهتری خواهد بود. آنچه که این استفاده از الگوریتم فراابتکاری را در این مسأله دشوار می‌کند دو مرحله‌ای بودن حل مدل مسأله می‌باشد، بدین معنی که در ابتدا باید تعداد سهم‌های موجود در هر پورتفوی تعیین شود و سپس میزان سرمایه‌گذاری در سهم‌های موجود در آن پورتفوی تعیین گردد. کروموزوم طراحی شده در این مقاله مشکل مذکور را حل کرده و با ایجاد ساختاری یکسان برای تمام کروموزوم‌ها مسأله را حل می‌کند. شکل زیر مثالی از کروموزوم طراحی شده را نشان می‌دهد.



شکل ۲- ساختار کروموزوم طراحی شده

ساختار طراحی شده از سه بخش اصلی تشکیل شده است. در قسمت اول کروموزوم، کل شرکت‌های موجود در مسأله که به تعداد ۱۵۳ عدد می‌باشد، در نظر گرفته شده است و قسمت دوم از یک سلول تشکیل شده است که با رنگ سبز نشان داده شده است و برای تعیین تعداد سهم‌های موجود در هر پرتفوی می‌باشد و قسمت سوم شامل سلول‌های نارنجی رنگ می‌باشد که برای انتخاب سهم‌ها برای پرتفوی مورد نظر می‌باشد. به تمامی این سلول‌ها عددتصادفی بین ۰ و ۱ تخصیص داده می‌شود و سپس با تابعی که تعریف شده است، این مقادیر به مقادیر اصلی متغیرهای مسأله تبدیل می‌شوند. در ابتدا با استفاده از عدد موجود در سلول ۱۵۴ با استفاده از بازه‌بندی‌های صورت گرفته بین ۰ و ۱ و اینکه در کدام بازه قرار دارد تعداد سهم‌های موجود در پرتفوی تعیین می‌شود و سپس به همین روش و با تابعی که تعریف شده است، اعداد موجود در سلول‌های نارنجی رنگ سهم‌هایی را که باید از بین ۱۵۳ سهم موجود انتخاب شوند را تعیین می‌کنند و در این مرحله پرتفوی مشخصی ایجاد شده است که اعداد موجود در آن بین ۰ و ۱ می‌باشند. حال برای تعیین میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم هرکدام از این اعداد تقسیم بر مجموع کل اعداد موجود در پرتفوی می‌شوند تا بدین ترتیب درصد سرمایه‌گذاری در هر سهم تعیین شود و طبیعتاً مجموع این درصدها برابر یک خواهد بود. در انتها با استفاده از مقادیر متغیرها و داده‌های مسأله توابع هدف مدل محاسبه می‌شوند.

از ویژگی‌های بارز کروموزوم تعریف شده می‌توان بدین مسأله اشاره کرد که تمام محدودیت‌های مسأله در ساختار ایجاد شده رعایت می‌شوند و هیچ جواب نشدنی تولید نخواهد شد. بنابراین می‌توان اطمینان حاصل کرد که جواب نهایی مسأله شدنی خواهد بود.

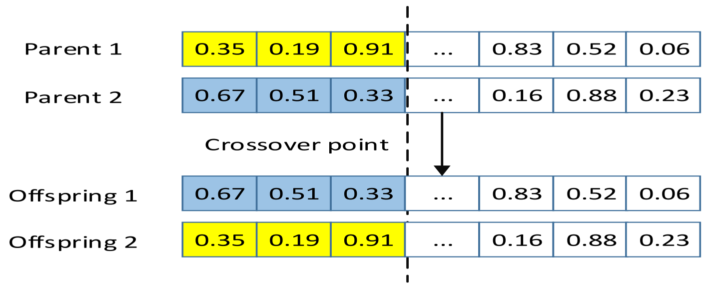
- **عملگرهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه**

فرایند جستجو در الگوریتم ژنتیک چندهدفه به وسیله دو عملگر جهش و تولید مثل (تقاطع) انجام می‌شود. عملگر تولید مثل به منظور استخراج جواب‌های بهتر استفاده می‌شود در حالی که عملگر جهش به منظور کاوش در فضای جواب وسیع‌تر استفاده می‌شود. در این رساله از این دو عملگر برای حفاظت از شدنی بودن جواب و یافتن جواب‌های بهتر استفاده شده است[۲].

- **عملگر تولید مثل**

به طور معمول این عملگر از دو کروموزوم برای ایجاد ایجاد یک کروموزوم با مشخصه‌های جدید استفاده می‌کند که کروموزوم‌های انتخاب شده را والدین و کروموزوم جدید ایجاد شده را فرزند می‌نامند. چندین نوع از این عملگر در الگوریتم ژنتیک چندهدفه استفاده می‌شود که شامل تولید

مثل تک برش، تولید مثل دو برش و تولید مثل یونیفرم می‌باشد. در این رساله از عملگر تولید مثل تک برش برای یافتن جواب‌های بهتر استفاده می‌شود. برای انتخاب والدین از روش چرخ رولت استفاده می‌شود. شکل زیر نمونه‌ای از تولیدمثل تک برش را نشان می‌دهد.

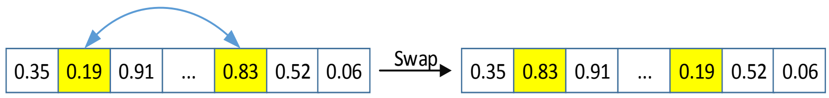


شکل ۳- نمونه‌ای از تولید مثل تک برش

- **عملگر جهش**

انواع مختلفی از عملگر جهش وجود دارد که در الگوریتم ژنتیک چندهدفه استفاده می‌شود. مواردی مانند جانشینی[2]، الحاق[3]، معکوس‌ساز[4] استفاده می‌شوند. در این مقاله تمامی این متدها مورد استفاده قرار گرفته است. در ابتدا یک کروموزوم با استفاده از روش چرخ رولت انتخاب می-شود. اعداد ۱ تا ۳ به ترتیب به عملگرهای جهش تخصیص داده می‌شود سپس عددی تصادفی صحیح بین بازه [1,3]

تولید می‌شود که این عدد تعیین می‌کند از کدام عملگر استفاده شود. نمونه‌ای از عملگر جانشینی در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل ۴- نمونه‌ای از عملگر جانشینی جهت جهش

- **فاصله ازدحامی**

برای بدست آوردن تخمینی از چگالی جواب‌های موجود در کنار یک جواب خاص، میانگین فاصله‌ای از دو جواب واقع در طرفین آن جواب برای هر تابع هدف جداگانه محاسبه می‌شود. مقدار عددی که از محاسبه فضای مربعی (در مسائل دوهدفه) اطراف جواب j با بکار بردن نزدیکترین همسایه‌های آن بدست می‌آید، فاصله ازدحامی نامیده می‌شود که از رابطه زیر حساب می‌شود.

$$d_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(j-1) - f_i(j+1)}{f_i^{max} - f_i^{min}} \qquad (۲۰)$$

به طور کلی فاصله ازدحامی جواب‌ها در فضای جواب مسائل چند هدفه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

گام اول: در هر جبهه، جواب‌ها بر اساس یکی از توابع هدف دلخواه به صورت نزولی مرتب می‌شوند، فرض می‌شود که تعداد توابع هدف مسأله و تعداد جواب‌ها در هر جبهه برابر باشد.

گام دوم: فاصله ازدحامی نقاط اول و آخر لیست برابر بی‌نهایت می‌شود (دلیل این امر آن است که در کنار این نقاط، نقاط دیگری وجود ندارد که آن را پوشش دهد).

۴- نتایج حل مدل های ارائه شده

همانگونه که اشاره شد مدل‌های طراحی شده در بخش قبل از لحاظ پیچیدگی محاسباتی-NP HARD هستند. لذا یک الگوریتم اختصاصی NSGAII در محیط متلب کدنویسی شد. پس از آن:

۱) از میان ۳۵ صنعت فهرست شده در بورس اوراق بهادار تهران، بدون در نظر گرفتن صنایعی مانند بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، بیمه و صندوق بازنشستگی و سایر واسطه‌گری‌های مالی (که خصوصیات نامتعارف ساختار سرمایه و شیوه متفاوت گزارشگری آنها می‌تواند باعث انحراف داده‌ها شود)، صنایعی که بیشتر در معرض توجه بازیگران بازار قرار داشته و شامل حداقل ۱۰ شرکت فعال و حائز شرایط لازم به شرح زیر هستند، به عنوان نمونه آماری تحقیق انتخاب شد:

- الف) قبل از سال ۱۳۸۴ در بورس اوراق بهادار تهران پذیرفته شده باشند و سال مالی آنها منتهی به ۲۹ اسفند باشد.
- ب) سهام آنها در بازه ۱۳۸۴-۱۳۹۴ و در هر فصل حداقل به مدت یک هفته کاری معامله شده باشد.
- ج) در بازه زمانی فوق، صورت‌های مالی آنها در سامانه کدال منتشر شده باشد.

که در نهایت با در نظر گرفتن ملاحظات بالا ۱۵۳ سهم انتخاب گردید.

۲) سپس بازده‌های روزانه هر کدام از شرکت‌ها از سایت TSETMC و نرم افزار ره آورد نوین استخراج گردید و بازده ماهانه، نیم‌واریانس منفی (ریسک نامطلوب) چولگی و کشیدگی هر یک از شرکت‌ها محاسبه شد.

۳) بازده فازی، نیم‌واریانس فازی، چولگی فازی و کشیدگی فازی محاسبه گردید

۴) ملاحظات مدنظر سرمایه‌گذار در میزان سرمایه‌گذاری در هر شرکت (حداکثر ۶۰ درصد کل آورده اولیه) و تعداد اعضای پرتفوی(بین ۴ تا ۹ سهم) دخیل گردید.

۵) الگوریتم NSGA-II در محیط نرم‌افزار متلب کدنویسی شد و پس از انجام طراحی آزمایشات به روش تاگوچی۵ اندازه جمعیت۶ برابر ۱۵۰، تکرار۷ برابر ۱۰۰، نرخ تولیدمثل۸ ۸۵ درصد و نرخ جهش۹ ۱۵ درصد تعیین شد. پس از آن هر کدام از دو مدل ده بار اجرا شد و پرتفوهای غیرمغلوب تعیین گردید.

۶) با استفاده از نسبت سورتینو، از میان پرتفوهای غیرمغلوب، بهترین پرتفوی انتخاب گردید(پیوست ۱).

۷) برای مقایسه بین پرتفوهای استخراج شده، از نسبت ترینر با استفاده از داده‌های واقعی سال ۱۳۹۵ استفاده شد که خلاصه نتایج آن در جدول شماره ۱ آمده است(پیوست ۱).

جدول شماره ۱- خلاصه نتایج نسبت ترینر پرتفوهای استخراج شده، از با استفاده از داده‌های واقعی سال ۱۳۹۵

	اجرای اول	اجرای دوم	اجرای سوم	اجرای چهارم	اجرای پنجم	اجرای ششم	اجرای هفتم	اجرای هشتم	اجرای نهم	اجرای دهم
بازده پرتفو معمولی	1.67	21.67	30.23	18.01	32.53	20.00	6.32	11.20	3.42	12.50
ترینر پرتفو معمولی	(0.03)	(12.72)	0.05	1.94	(345.57)	(109.05)	7.43	(17.74)	(76.72)	(21.43)
بازده پرتفو فازی	17.63	61.63	23.86	(14.40)	30.64	103.75	14.46	15.38	(24.30)	68.96
ترینر پرتفو فازی	44.29	18.76	41.03	85.39	39.33	29.70	45.12	29.63	35.10	57.90

۸) سپس برای مقایسه عملکرد دو مدل در دو وضعیت فازی و غیرفازی از آزمون آماری T-Student استفاده شد. هدف از انجام این آزمون، تعیین معنی‌داری یا عدم معنی‌داری اختلاف بین دو معیار بازده و نسبت ترینر در دو وضعیت مختلف فازی و غیرفازی است. رابطه ۲۰ نحوه محاسبه این آماره را نشان می‌دهد[۱]:

$$t_{n-1} = \frac{\mu_d}{s_d/\sqrt{n}} \qquad (۲۱)$$

در رابطه (۲۰)، μ_d نشان‌دهنده میانگین اختلاف دو نمونه، s_d نشان دهنده انحراف معیار اختلاف و n حجم نمونه را نشان می‌دهد این آماره دارای توزیع t-student با درجه آزادی $n-1$

است. با استفاده از تابع $ttest$ در نرم‌افزار متلب این آزمون انجام شد و نتایج این آزمون در جدول **۲**-شماره (۲) برای سطح اطمینان ۹۵ درصد آورده شده است.

جدول ۲- آزمون t برای مقایسه مدل‌های چهارهدفه

ردیف	مورد مقایسه	مقدار آماره	مقدار بحرانی	Pvalue	فرض مورد قبول
۱	بازده مدل های فازی و غیرفازی	-4.45	۲,۲۶۲	0.00159	H۱
2	نسبت ترینر مدل های فازی و غیر فازی	-2.297	۲,۲۶۲	0.0472	H۱

هنگامی‌که فرض H1 موردقبول است، بدین معناست که بین دو مدل اختلاف معنی‌داری وجود دارد. لذا با توجه به آماره آزمون t می‌توان نتیجه گرفت که مدل چهار هدفه فازی عملکرد بهتری نسبت به مدل چهار هدفه غیرفازی دارد.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله مدل‌های بهینه چهارهدفه در دو حالت فازی و غیرفازی طراحی گردید. مدل‌های مذکور، مدل‌هایی چندهدفه هستند که در آن سعی می‌شود، هم‌زمان اهداف چهارگانه حداکثرسازی بازدهی، چولگی مثبت و کشیدگی و کمینه‌سازی ریسک نامطلوب مورد توجه قرار گیرند و در عین حال برخی از خواسته‌ها و محدودیت‌های سرمایه‌گذار همچون مقدار بودجه، سقف و کف سرمایه‌گذاری در هر سهم و حداقل و حداکثر تعداد سهام موجود در پرتفو، در مسأله دخیل شوند. این موضوع سبب نزدیکی بیشتر مدل‌ها با واقعیت و نظر تصمیم‌گیرنده می‌شود. با این حال از آنجا که مدل‌های معرفی شده از لحاظ پیچیدگی محاسباتی از نوع NP- HARD می‌باشند جهت حل آنها نیازمند بهره‌گیری از الگوریتم‌های تکاملی چند هدفه هستیم. از این رو به صورت اختصاصی الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب NSGAII طراحی شد و در محیط نرم افزار کدنویسی گردید. پس از جمع‌آوری اطلاعات مورد نیاز از بازار بورس اوراق بهادار تهران، مدل‌ها در دو حالت فازی (مبتنی بر تئوری امکانی) و غیرفازی حل شدند. نتایج حل مدل‌ها نشان‌دهنده کیفیت مدل‌های ارائه از منظر کسب بازده مطلوب درعین داشتن ریسک منفی محدود می‌باشد. علاوه بر این، در میان مدل‌های طراحی شده نتایج حاصل از مدل چهارهدفه فازی به جهت درنظر گرفتن عدم قطعیت ناشی از بازده دارایی‌ها، بر مدل چهارهدفه غیرفازی، مرجح است که آزمون‌های آماری نیز تفاوت معنادار تفاوت نتایج حاصل را اثبات می‌نمایند.

فهرست منابع

۱) آذر، عادل و مؤمنی منصور، آمار و کاربردهای آن در مدیریت ، چاپ انتشارات سمت، ۱۳۸۲
۲) خواجه‌زاده دزفولی، مهدی،تحقیق در عملیات پیشرفته «ویژه رشته مدیریت صنعتی کد رشته ۲۱۶۴» دکتری، چاپ اول، مدرسان شریف، ۱۳۹۵
۳) درخشان مجتبی ، گل‌مکانی حمیدرضا ، حنفی‌زاده پیام، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت، جلد ۲۳، شماره ۳ (۸-۱۳۹۱)
۴) نجفی امیرعباس ؛ پوراحمدی زهرا ، بهینه‌سازی پویای سبد سرمایه‌گذاری با توجه به هزینه معاملات، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۶، شماره ۲۴، پاییز ۱۳۹۴، صفحه 172-152
۵) کاظمی میان گسکری مینا ، یاکیده کیخسرو ، قلی‌زاده محمدحسن ، بهینه‌یابی سبد سهام (کاربرد مدل ارزش درمعرض ریسک بر روی کارایی متقاطع)، فصلنامه علمی-پژوهشی راهبرد مدیریت مالی، مقاله ۷، دوره ۵، شماره ۲ - شماره پیاپی ۱۷، تابستان ۱۳۹۶، صفحه 183-159
۶) همایی‌فر ساغر ، روغنیان عماد، به کارگیری الگوهای بهینه سازی پایدار و برنامه‌ریزی آرمانی در مساله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، مقاله ۹، دوره ۷، شماره ۲۸، پاییز ۱۳۹۵، صفحه 167-153
7) C.A.C. Coello, G.B.Lamont, D.A.V. Veldhuizen, Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems, 2nd ed., Springer, New York, US, 2007.
8) Rubén a Saborido, Ana B.Ruiz, José D.Bermúdez, Enriqueta Vercher, Mariano Luque, Evolutionary Muli-Objective Optimization Algorithm for fuzzy portfolio selection, Applied Soft Computing (39), 2016
9) R.Moral-Escudero, R.Ruiz-Torrubiano, A.Suarez , Selection of optimal investment portfolio with cardinality constraints, in: IEEE Congress on Evolutionary computation, 2006, pp. 2382-2388
10) S.C.Chiam, K.C.Tan, A.A.Mamum, Evolutionary milti-objective portfolio optimization in practical context , Int.J. Auom. Comput. 05(1) (2008) 67-80
11) P.Skolpadungket, k.Sahat, N.Harnpornchai, portfolio optimization using multi-objective jenetic algorithm, in: IEEE Congress on Evolutionary computation , 2007, pp.516-523
12) K.P.Anagnostopoulos, G.Mamanis, A Portfolio optimization model with three objectives and discrete virables, comput.Oper. Res.37 (7) (2010)1285-1297
13) K.Metaxiotis , K.Liagkouras , Multiobjectve evolutionary algorithms for portfolio management : a comprehensive literature review, Expert Syst. Appl. 39(14) (2012) 11685-11698
14) Huiling, W., Yang, Zeng., Haixiang Yao., (2013), Multi-period Markowitz's mean–variance portfolio selection with state-dependent exit probability, Economic Modelling, Vol 36, PP 69-74.

15) K.P.Anagnostopoulos, G.Mamanis, the mean –variance cardinality constrained portfolio optimization problem, an experimental evaluation of five multiobjective evolutionary algorithms, Expert Syst. App. 38(11) (2011) 14208-12417
16) Ruben Saborido, Ana B Ruiz, Joze D Bermudez, Enriqueta Vercher, Evolutionary multi-objective optimization algorithms for fuzzy portfolio selection, Applied Soft Computing, Volume 39, Pages 1-310 (February 2016)
17) Zhongfeng Qin, Mean-variance model for portfolio optimization problem in the simultaneous present of random and uncertain reruns, European journal of operational research , 245(2015), 480-488

یادداشت‌ها

[1] Shape