



بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ با معیار ریسک ریزش مورد

انتظار

سعید فلاح پور^۱

سپهر آصفی^۲

سیما فلاح تفتی^۳

محمد رضا باقری کاظم آباد^۴

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۱۲/۲۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۲/۰۴

چکیده:

انتخاب سبد سهام از مهم‌ترین تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاران نهادی است. اولین بار در سال ۱۹۵۰ مارکوویتز با معرفی مدل میانگین-واریانس به وارد کردن معیار ریسک به تصمیم‌گیری درباره انتخاب سبد سهام پرداخت. این اقدام منجر به شکل‌گیری شاخه‌ای پرکاربرد به نام بهینه‌سازی سبد سهام شد. بهینه‌سازی سبد سهام با افزودن محدودیت‌های واقعی شکل پیچیده‌تری به خود گرفت؛ بطوریکه با افزایش تعداد دارایی‌ها یا محدودیت‌ها، تبدیل به مسئله‌ای ان‌پی-سخت می‌شود که حل آن با روش‌های مبتنی بر مشتق‌گیری ممکن نیست؛ بنابراین بایست از روش‌های عددی یا فراابتکاری بهره جست. هدف این پژوهش، بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم فراابتکاری نهنگ است. این روش با الهام از روش زندگی نهنگ‌ها در سال ۲۰۱۶ معرفی شد. این پژوهش با استفاده از بازده‌های سهام شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورس اوراق بهادار تهران، به بهینه‌سازی این سبد با الگوریتم نهنگ پرداخته و ضمن مقایسه آن با دو الگوریتم فراابتکاری دیگر، مزایای آن در بهینه‌سازی سبد سهام را بررسی می‌کند.

کلمات کلیدی:

الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ، بهینه‌سازی سبد سهام، ریزش مورد انتظار

۱- استادیار گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران sfallahpour@gmail.com

۲- کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
sepehrasefi@ut.ac.ir

۳- کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران sima.fallah@gmail.com

۴- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده صنایع دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
baqeri.mohammadreza@gmail.com

۱- مقدمه :

به‌طور معمول سرمایه‌گذاران به نگهداری چندین اوراق بهادار در قالب سبد سرمایه‌گذاری اقدام می‌کنند. تا قبل از مدل مارکوویتز که در سال ۱۹۵۲ ارائه شد، سرمایه‌گذاران تنها در پی بیشینه کردن بازدهی خود بودند؛ اما مارکوویتز که به موسس نظریه مدرن سبد سهام شهرت دارد، برای اولین بار معیار ریسک را نیز وارد مساله تصمیم‌گیری درباره سبد سهام نمود. مطابق مدل میانگین-واریانس مارکوویتز تنوع‌بخشی به سهام نگهداری شده توسط سرمایه‌گذار سبب کاهش ریسک او می‌شود. وی همچنین مفهوم مرز کارا را معرفی نمود که به معنای مجموعه سبدهای متشکل از یک سری دارایی است که در ازای سطحی مشخص از بازدهی، کمترین ریسک را دارند [۱۱].

امروزه می‌دانیم که مدل مارکوویتز یک سری محدودیت‌ها دارد که استفاده از آن در واقعیت را با مشکل روبرو می‌کند. برای مثال این مدل فرض می‌کند که بازده مورد انتظار دارایی‌ها دارای توزیع نرمال است، که به وسیله دو پارامتر میانگین و واریانس به‌طور کامل بیان می‌شود؛ در حالیکه این فرض در دنیای واقع در بسیاری از اوقات نادرست است [۴]. یکی دیگر از مشکلات این مدل نادیده گرفتن محدودیت‌هایی از قبیل حداقل سرمایه‌گذاری در یک دارایی یا تعداد دارایی‌های موجود در سبد سهام است [۲۰]. از سوی دیگر مساله انتخاب سبد سهام در دنیای واقع شامل هزینه‌های تراکنش یا حداقل میزان معاملات است که آن را به یک مساله ریاضیاتی پیچیده بدل می‌کند [۱۵]. موضوع دیگری که در رابطه با مدل مارکوویتز وجود دارد، تعداد دارایی‌ها است. هنگامی که دارایی‌ها از حد معینی بیشتر شوند، این مدل با پیچیدگی‌های محاسباتی زیادی همراه بوده و با روش‌های مرسوم ریاضی قابل حل نیست [۵]. بنابراین طی سال‌های اخیر پژوهشگران بسیاری سعی در حل این مدل با روش‌های ابتکاری و فراابتکاری داشته‌اند. در ادامه موج گسترده روش‌های فراابتکاری‌ای که از طبیعت الهام می‌گیرند، پژوهش حاضر به حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام با کمک الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ^۱ می‌پردازد. این الگوریتم که در سال ۲۰۱۶ توسط میرجلیلی و لوویس پیشنهاد شده است، از رفتار جمعی نهنگ‌ها تقلید کرده و از استراتژی شبکه حباب برای شکار الهام گرفته است. طبق بررسی‌های این پژوهشگران، الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ، نسبت به روش‌های قدیمی عملکرد قوی‌تری داشته و با الگوریتم‌های فراابتکاری جدید قابلیت رقابت خوبی دارد [۱۷]. در ادامه ابتدا به پیشینه پژوهش پرداخته شده و سپس مدل الگوریتم تشریح می‌شود. در قسمت بعدی روش تحقیق توضیح داده شده و در پایان یافته‌های پژوهش و نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش :

سرمایه‌گذاران در دنیای واقعی ممکن است مایل به افزودن محدودیت‌هایی از قبیل تعداد دارایی‌های موجود در سبد سهام، میزان سرمایه‌گذاری در هر دارایی، یا احتساب هزینه‌های تراکنش باشند [۱۰]. اما این محدودیت‌ها سبب می‌شوند مساله بهینه‌سازی سبد سهام به مساله ان‌پی-سخت بدل شود که حل آن به کمک روش‌های مرسوم ریاضی دشوار بوده و نیاز به استفاده از روش‌های ابتکاری (غیر دقیق) دارد [۲۰]. از اولین تحقیقات انجام شده در این زمینه می‌توان به تحقیق چنگ و همکاران در سال ۲۰۰۰ اشاره کرد. آنان نشان دادند که در حضور محدودیت‌های کاردینالیته، در مرز کارا ناپیوستگی به وجود خواهد آمد و در نتیجه از سه الگوریتم ابتکاری ژنتیک، جست‌وجوی ممنوعه و شبیه‌سازی تبریدی برای یافتن مرز کارا استفاده کردند [۱۱]. از آن پس پژوهش‌های متعدد خارجی و داخلی به استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام و یافتن مرز کارا پرداخته‌اند، که در اینجا به چند مورد از آنها اشاره می‌کنیم.

دریگز و نیکل در سال ۲۰۰۳ یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر شبیه‌سازی تبریدی را برای بهینه‌سازی در شاخص DAX30 کشور آلمان به کار گرفتند [۱۳]. از الگوریتم ژنتیک و اشکال مختلف آن نیز در پژوهش‌ها استفاده فراوانی شده است، مثلاً مورال-اسکودرو و همکاران از الگوریتم ژنتیک با دو عملگر ترکیب برای یافتن سبد بهینه استفاده کردند [۱۸]. استریخرت و تاناکا-یاماواکی برای یافتن سبد بهینه، الگوریتم تکاملی چند هدفه را با جست‌وجوی محلی برنامه‌ریزی کوادراتیک آمیختند [۱۹]. برانک و همکاران در سال ۲۰۰۹ از الگوریتم تکاملی چند هدفه به همراه الگوریتم خط بحرانی مارکوویتز بهره بردند [۹]. کورا نیز در سال ۲۰۰۹ روشی براساس الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات را پیاده می‌کند که در آن هر ذره نشان‌دهنده یک سبد است [۱۲]. در سال ۲۰۱۰ آناگنوستوپولوس و مینیس از سه الگوریتم تکاملی چند هدفه، با نام‌های الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب، الگوریتم تکاملی مبتنی بر قوت پارتو، و الگوریتم انتخاب مبتنی بر شکل‌دهی پارتو، برای حل دو مساله بهینه‌سازی سبد با ۲۰۰ و ۳۰۰ دارایی استفاده کردند [۶]. وودساید اوریخی و همکاران در سال ۲۰۱۱ مجدداً از الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک، جست‌وجوی ممنوعه و شبیه‌سازی تبریدی برای یافتن مرز کارا با محدودیت کاردینالیته استفاده کردند [۲۰]. تفاوت کار این محققان با کار چنگ و همکاران در سال ۲۰۰۰ در این بود که آنها یک مرحله به عنوان بهینه‌سازی زیرمجموعه‌ها به این سه الگوریتم افزودند. نتایج وودساید اوریخی و همکاران نشان می‌دهد که الگوریتم‌های ابتکاری براساس بهینه‌سازی زیرمجموعه‌ها به راه‌حل‌های باکیفیت تری می‌انجامد. در سال ۲۰۱۳ کائو و چنگ با استفاده از الگوریتم ابتکاری کاوش باکتریایی به بهینه‌سازی پرتفوی با

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

محدودیت کاردینالیتی و کران‌دار بودن پرداختند [۱۴]. این الگوریتم یک تکنیک هوش ازدحامی جدید است که در مقایسه با الگوریتم‌های موجود به نتایج خوبی دست یافت. بابایی و همکاران در سال ۲۰۱۵ از دو نوع الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه (MOPSO) برای بهینه‌سازی پرتفوی استفاده کردند [۸]. آنان این مساله را به شکل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط چندهدفه با محدودیت کاردینالیتی فرموله کرده و از معیار ارزش در معرض ریسک برای سنجش ریسک استفاده کردند. این محققان با مقایسه الگوریتم‌های ازدحام ذرات چند هدفه، ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب II و الگوریتم تکاملی مبتنی بر قوت پارتو ۲ دریافتند که یکی از MOPSOهای پیشنهادی شاخص‌های عملکردی بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد. الگوریتم‌های تکاملی همچنان در ادبیات تحقیق در حال گسترش است؛ برای مثال مگوانی و تاکور در سال ۲۰۱۷ رویه ایجاد کاندیدا و مکانیزم تعمیری را به الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه می‌افزایند که سبب می‌شود این الگوریتم‌ها بتوانند محدودیت‌های بیشتری از قبیل کاردینالیتی، بودجه، کف و سقف مقادیر و حجم ثابت انباشته را در مساله اعمال کنند [۱۶].

در میان پژوهش‌های داخلی می‌توان به کار تقوی‌فرد و همکاران اشاره کرد که در سال ۱۳۸۶ به یافتن مرز کارا در مدل مارکویتز در حالت وجود محدودیت عدد صحیح با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند [۲]. آنان این روش را بر روی داده‌های سهام داخلی و خارجی پیاده کرده و بدین نتیجه رسیدند که الگوریتم ژنتیک در هر دو مورد کارایی مناسبی دارد. همچنین راعی، محمدی و علی‌بیگی از الگوریتم جست‌وجوی هارمونی برای به دست آوردن مرز کارا در بورس ایران، به کمک مدل میانگین-نیم‌واریانس استفاده کردند [۳]. الهی و همکاران برای بهینه‌سازی سبد سهام از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی شکار بهره بردند [۱]. در میان مقالات جدیدتر، می‌توان به محمدی و همکاران اشاره کرد که الگوریتم جست‌وجوی ارگانسیم‌های هم‌زیست را به منظور بهینه‌سازی سبد سهام به کار گرفتند [۵].

در پژوهش حاضر برای اولین بار از الگوریتم فراابتکاری نهنگ که از طبیعت الهام گرفته است، برای حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام و یافتن مرز کارا استفاده خواهد شد. نتایج عملکردی این روش با دو الگوریتم فراابتکاری دیگر، یعنی الگوریتم رقابت استعماری^۳ و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۴ مقایسه خواهد شد.

الگوریتم رقابت استعماری که از فرآیندهای اجتماعی-سیاسی بشر الهام گرفته است، در دسته الگوریتم‌های تکاملی جا می‌گیرد. مجموعه جواب‌های اولیه در الگوریتم رقابت استعماری «کشورها» هستند که به دو دسته مستعمره و استعمارگر تقسیم می‌شوند. کشورهای استعمارگر با جذب مستعمره‌ها به سمت خود، تشکیل امپراتوری می‌دهند. امپراتوری‌ها با هم به رقابت می‌پردازند که در این صحنه هر

امپراتوری که قادر به تقویت خود و جذب تعداد بیشتری مستعمره نباشد، شکست خورده و حذف خواهد شد. در طی روند این الگوریتم جواب‌ها (کشورها) به تدریج بهبود می‌یابند تا جواب بهینه (امپراتوری برتر) حاصل گردد.

الگوریتم ازدحام ذرات نیز یک الگوریتم تکاملی است که از رفتار اجتماعی حیوانات الهام گرفته است. این الگوریتم با یک جمعیت تصادفی اولیه، که تعداد مشخصی از ذرات هستند، آغاز می‌شود. برای هر ذره، وضعیت و سرعت به ترتیب با یک بردار مکان و یک بردار سرعت، نشان داده می‌شوند. این ذرات، مکرراً در فضای n بعدی مسئله حرکت می‌کنند تا گزینه‌های ممکن جدید را جست‌وجو کنند. در هر بار تکرار، همه ذرات در فضای n بعدی مسئله حرکت می‌کنند تا بالاخره نقطه بهینه کلی پیدا شود.

۳- روش‌شناسی تحقیق:

در این بخش ابتدا مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی سبد سهام و مفاهیم ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار، و به کارگیری آنها در مدل مارکوویتز شرح داده می‌شود. سپس مدل ریاضیاتی مربوط به محاصره کردن شکار، عملیات تشکیل شبکه حلقوی حساب و جست‌وجو برای شکار مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ ارائه می‌گردد.

ساده‌ترین شکل مدل بهینه‌سازی سبد سهام دارای دو تابع هدف، یکی بیشینه کردن بازده سبد و دیگری کمینه کردن ریسک آن است و به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Max } \mu_p = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad \text{رابطه (۲)}$$

S.t:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$0 \leq w_i \leq 1 \quad i = 1.2.3. \dots .N \quad \text{رابطه (۴)}$$

بهبودسازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

که در آن w_i وزن سهم i در سبد، μ_i بازده سهم i ، و $\sigma_{i,j}$ کوواریانس بین دو سهم i و j است. همچنین محدودیت اول سبب می‌شود جمع هزینه‌های انجام شده روی سهم‌های مختلف برابر با کل سرمایه باشد.

اما در پژوهش حاضر بایستی این مدل تک‌هدفه شود. بدین منظور محدودیت $\mu_p = w^T \mu \geq \mu_{p_0}$ را با روش تابع جریمه حذف می‌کنیم و مدل تک‌هدفه زیر را به دست می‌آوریم:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{i,j} \cdot \left[1 + \beta \max \left(0, \left(1 - \frac{\mu_p}{\mu_{p_0}} \right) \right) \right] \quad (\text{رابطه } 5)$$

S.t:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (\text{رابطه } 6)$$

$$w_i \geq 0 \quad i=1,2,3, \dots, N \quad (\text{رابطه } 7)$$

در این پژوهش از معیار ریزش مورد انتظار برای سنجش ریسک استفاده می‌کنیم. قبل از تشریح ریزش مورد انتظار، مفهوم ارزش در معرض ریسک (VaR°) بررسی می‌شود. اگر داشته باشیم $\square \in [0, 1]$ و r یک مقدار مرجع باشد، ارزش در معرض ریسک در سطح α یا VaR_α برای ارزش خالص X با توزیع آماری P برابر است با مقدار منفی چندک q_α^+ برای X/r ، یعنی [7]:

$$\text{VaR}_\alpha(X) = -\inf\{x | P[X \leq x \cdot r] > \alpha\} \quad (\text{رابطه } 8)$$

در ادبیات تحقیق مشاهده می‌شود که معیار VaR علیرغم مزایایی از قبیل سادگی در فهم، دارای یک سری معایب نیز هست. برای مثال این معیار زیرجمع‌پذیر نیست، یعنی VaR سببی متشکل از دارایی‌های مختلف، از مجموع VaR دارایی‌های تکی کمتر نیست [7]. همین امر سبب می‌شود ارزش در معرض ریسک از انسجام برخوردار نباشد. بنابراین معیاری به نام ریزش مورد انتظار (ESF) یا ارزش در

معرض ریسک مشروط تعریف شود که میانگین زیان سبد در حالتی است که زیان بیشتر از VaR شده باشد. ریزش مورد انتظار در حالت توزیع نرمال از طریق زیر محاسبه می‌شود [۲۱]:

$$ES = \frac{e^{\frac{z_a^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \delta_p - \bar{r}_p \quad \text{رابطه ۹}$$

که در آن δ_p انحراف معیار سبد و \bar{r}_p میانگین بازدهی سبد است.

حال با استفاده از این معیار، می‌توان مدل بهینه‌سازی سبد سهام را به شکل نوشت:

$$\text{Min } \frac{e^{\frac{z_a^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \delta_p - \bar{r}_p \cdot \left[1 + \beta \max \left(0, 1 - \frac{\mu_p}{\mu_{p_0}} \right) \right] \quad \text{رابطه ۱۰}$$

S.t:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$0 \leq w_i \leq 1 \quad i=1,2,3, \dots, N \quad \text{رابطه ۱۲}$$

در این بخش وارد بحث الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ شده و روش کار آن را توضیح می‌دهیم.

محاصره شکار :

نهنگ‌های گوژپشت قادر به شناسایی محل طعمه و محاصره آن هستند. از آنجا که محل طراحی بهینه در فضای جست‌وجو شناخته شده نیست، الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ فرض می‌کند که بهترین راه حل کاندید فعلی، طعمه هدف یا نزدیک به بهینه است. پس از آنکه بهترین عامل جست‌وجو تعریف شد، سایر عوامل تلاش می‌کنند مکان خود را به سمت بهترین عامل تغییر دهند. این رفتار با معادلات زیر نشان داده می‌شود [۱۷]:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)| \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

که در آن t تکرار فعلی، \vec{A} و \vec{C} بردارهای ضرب، \vec{X}^* بردار مکان بهترین راه حل تاکنون و \vec{X} بردار مکان است. باید توجه داشت که در هر تکرار الگوریتم، اگر جواب بهتری وجود داشت، \vec{X}^* باید به‌روز شود.

بردارهای \vec{A} و \vec{C} به شکل زیر به دست می‌آیند [۱۷]:

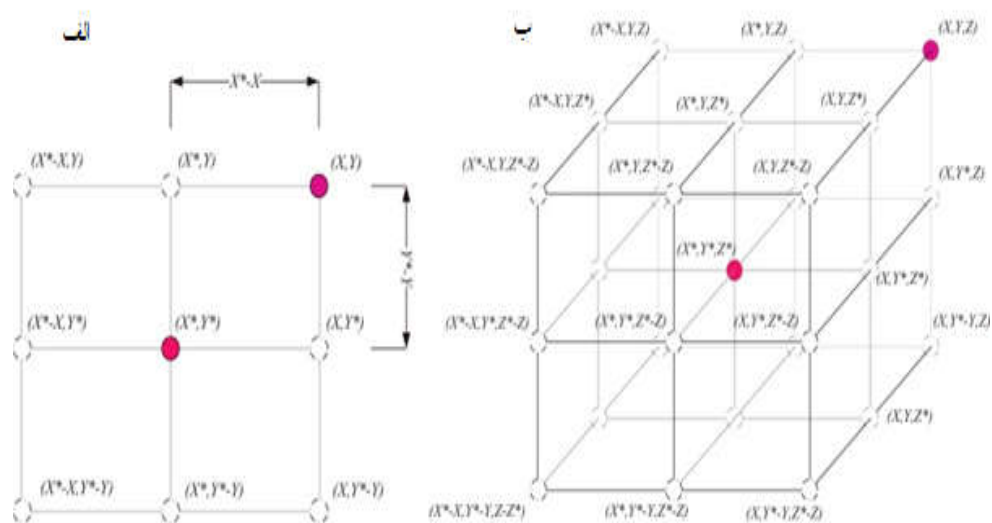
بهبودسازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری زهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r} - \vec{a} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

که در آن \vec{a} در طی تکرارها به طور خطی از ۲ به ۰ کاهش می یابد (هم در فاز شناسایی و هم در فاز استعمار) و \vec{r} برداری تصادفی در فاصله [0,1] است.

تصویر الف منطق نهفته در رابطه ۱۴ را برای یک مساله دو بعدی نشان می دهد. مکان (X,Y) یک عامل جست و جو می تواند با توجه به بهترین مکان فعلی (X*,Y*) به روز شود. مناطق مختلف پیرامون بهترین عامل می تواند با تنظیم مقدار بردارهای \vec{A} و \vec{C} و با توجه به موقعیت فعلی به دست آید. همچنین در تصویر ب موقعیت تغییر یافته امکان پذیر برای یک عامل جست و جو در فضای سه بعدی نشان داده شده است [۱۷]. باید توجه داشت که با تعریف بردار تصادفی \vec{r} دستیابی به هر موقعیتی در فضای جست و جوی واقع شده میان نقاط کلیدی امکان پذیر است. بنابراین رابطه ۱۴ به هر عامل جست و جو امکان تغییر موقعیت خود در منطقه بهترین راه حل فعلی را داده و محاصره طعمه را شبیه سازی می کند [۱۷].



شکل ۱. بردارهای مکان دوبعدی و سه بعدی و مکان امکان پذیر بعدی آنها

همین مفهوم می‌تواند به فضای n بعدی نیز بسط داده شود و عوامل جست‌وجو در قالب ابرمکعب‌هایی در اطراف بهترین راه حل حرکت کنند. همانطور که پیشتر توضیح داده شد، نهنگ‌ها با استراتژی شبکه حباب به طعمه حمله می‌کنند.

روش حمله شبکه حباب (فاز استعمار):

برای مدل‌سازی رفتار حبابی نهنگ‌ها دو روش زیر طراحی شده است:

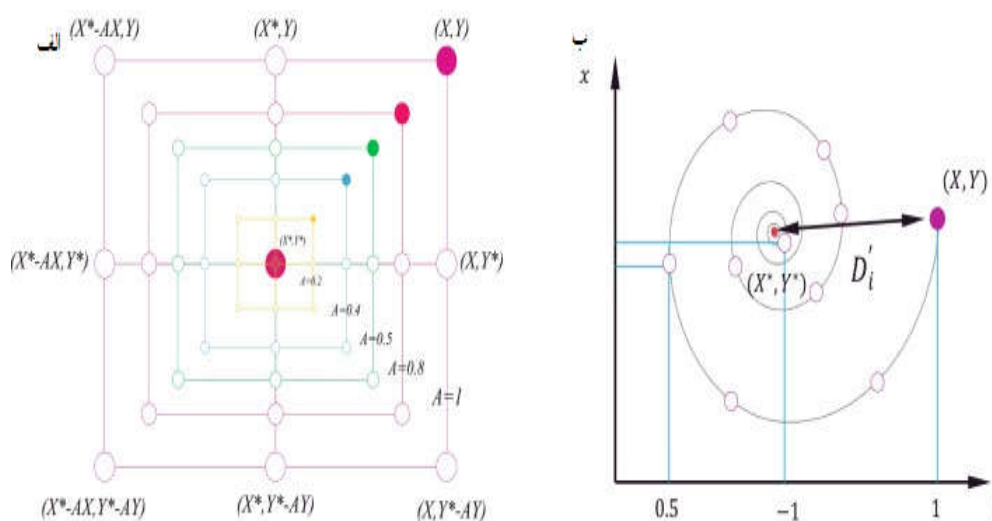
مکانیزم محاصره کوچک شونده: این رفتار با افزایش مقدار \vec{a} در رابطه ۱۵ به دست می‌آید. توجه شود که بازه نوسان \vec{A} نیز با \vec{a} کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر \vec{A} مقداری تصادفی بین $[-a, a]$ است. که در آن a در طی تکرارها از ۲ تا ۰ کاهش می‌یابد. با قرار دادن مقدار تصادفی \vec{A} در بازه $[-1, 1]$ مکان جدید یک عامل جست‌وجو می‌تواند در هر جایی بین مکان اولیه آن و مکان بهترین عامل فعلی قرار گیرد. تصویر ۲ الف مکان‌های ممکن از (X, Y) تا (X^*, Y^*) را که با داشتن $0 \leq A \leq 1$ در فضای ۲ بعدی حاصل می‌شود، نشان می‌دهد [۱۷].

موقعیت به‌روز شدن مارپیچی: همانطور در که تصویر ۲ دیده می‌شود، این روش ابتدا فاصله بین نهنگی که در مکان (X, Y) قرار دارد و طعمه که در مکان (X^*, Y^*) قرار دارد را محاسبه می‌کند. سپس یک معادله مارپیچی بین مکان نهنگ و طعمه ایجاد می‌شود تا حرکت حلقوی نهنگ را به شکل زیر نشان دهد [۱۷]:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{D} \cdot e^{b \cdot t} \cdot \cos(2\pi L) + \vec{X}^*(t) \quad \text{رابطه ۱۷}$$

که در آن $\vec{D} = |\vec{X}^*(t) - \vec{X}(t)|$ و فاصله میان آمین نهنگ از طعمه (بهترین راه حل تاکنون) را نشان می‌دهد. همچنین b ثابتی برای تعریف شکل مارپیچ لگاریتمی و L عددی تصادفی در بازه $[-1, 1]$ است.

بهینه‌سازی سید سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد



شکل ۲. مکانیزم جست‌وجوی شبکه حباب پیاده شده در WOA.

الف) مکانیزم محاصره کوچک شونده و ب) موقعیت به‌روز شدن مارپیچی

بایستی توجه داشت که نهنگ‌ها در اطراف طعمه در یک دایره کوچک شونده و یک مسیر مارپیچی شنا می‌کنند. برای مدل‌سازی این دو حرکت همزمان فرض می‌کنیم که با احتمالی برابر با ۵۰ درصد مکانیزم محاصره کوچک شونده یا مدل مارپیچی برای به‌روزرسانی مکان نهنگ‌ها در طی بهینه‌سازی انتخاب می‌شود. مدل ریاضی به شکل زیر خواهد بود [۱۷]:

$$\vec{X}(t+1) = \begin{cases} \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D} & \text{if } p < 0.5 \\ \vec{D} \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi L) + \vec{X}^*(t) & \text{if } p \geq 0.5 \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

که در آن p عددی تصادفی در بازه $[0,1]$ است.

علاوه بر روش شبکه حباب، نهنگ‌ها به شکل تصادفی به دنبال طعمه می‌گردند. مدل این روش در ادامه آمده است.

جست‌وجوی طعمه (فاز شناسایی):

برای جست‌وجوی طعمه (شناسایی)، روشی مشابه قبل بر اساس تغییر بردار \vec{A} می‌تواند به کار گرفته شود. در واقع نهنگ‌ها بر اساس موقعیت یکدیگر به جست‌وجوی تصادفی می‌پردازند. بنابراین ما از \vec{A} با مقادیر تصادفی بزرگ‌تر از ۱ یا کمتر از -۱ برای وادار کردن عامل جست‌وجو به حرکت دور از نهنگ

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

بهترین راه‌حل برای به‌روزرسانی موقعیت عوامل جست‌وجو انتخاب می‌گردد. بسته به مقدار p این الگوریتم قادر به تغییر بین حرکت مارپیچی و مدور است. در نهایت الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ با ارضای محدودیت مربوط به پایان الگوریتم به اتمام می‌رسد [۱۷].

از دید نظری WOA را می‌توان یک الگوریتم بهینه‌سازی سراسری تلقی کرد زیرا دارای قابلیت جست‌وجو/استعمار است. همچنین مکانیزم ابرمکعب فضای جست‌وجویی را در ناحیه بهترین راه‌حل تعریف نموده و به سایر عوامل جست‌وجو اجازه می‌دهد بهترین حالت فعلی در آن منطقه را استعمار کنند. تغییر بردار جست‌وجوی A به این الگوریتم اجازه می‌دهد که به راحتی میان جست‌وجو و استعمار جابجا شود؛ با کاهش A برخی از تکرارها به جست‌وجو و سایر آنها به استعمار می‌پردازند. نکته قابل توجه آن است که WOA تنها شامل دو پارامتر داخلی اصلی (A و C) است که باید تنظیم شوند [۱۷].

۴- فرضیه‌های پژوهش :

برای بررسی مزایای بالقوه الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ نسبت به دو الگوریتم رقابت استعماری و ازدحام ذرات، به آزمودن دو فرضیه ذیل می‌پردازیم:

۱- پرتفوی‌های ارائه شده مبتنی بر الگوریتم نهنگ دارای ضرایب شارپ بالاتری در مقایسه با الگوریتم‌های رقابت استعماری و ازدحام ذرات هستند.

۲- پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ در مقایسه با دو الگوریتم دیگر در تعداد تکرار کمتری به جواب بهینه دست پیدا می‌کند.

۵- یافته‌های پژوهش :

برای بررسی عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ و اثبات فرضیه‌های قسمت قبل از معیار ریزش مورد انتظار برای سنجش ریسک استفاده می‌شود. به همین منظور عملکرد الگوریتم مذکور با الگوریتم‌های فراابتکاری ازدحام ذرات و رقابت استعماری مقایسه شده و مزایای احتمالی آن برشمرده می‌شود. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، قیمت‌های روزانه شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورسی بازار اوراق بهادار تهران از ابتدای مهر ۱۳۹۱ تا پایان شهریور ۱۳۹۶ می‌باشند. لازم به ذکر است که تعدادی از شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورسی که پس از مهر ۱۳۹۱ عرضه عمومی شده‌اند، در پرتفولیوهای بهینه لحاظ نشده‌اند. در جدول ۱ شرکت‌های موجود در این شاخص به همراه میانگین و واریانس بازدهی آنها ارائه شده است. جدول فوق با بهره‌گیری از قیمت‌های روزانه سهام هر یک از شرکت‌ها از تاریخ ۱۳۹۱/۷/۱ تا ۱۳۹۶/۶/۳۱ ایجاد شده است.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره سی و هفتم / زمستان ۱۳۹۷

جدول ۱. آماره‌های توصیفی شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورسی

ردیف	نماد	میانگین بازدهی‌ها	انحراف معیار بازدهی‌ها	ردیف	نماد	میانگین بازدهی‌ها	انحراف معیار بازدهی‌ها
۱	اخیر	۰/۰۰۰۵	۰/۰۱۵۴	۲۲	شپنا	۰/۰۰۰۵	۰/۰۵۶۹
۲	البرز	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۸۶	۲۳	شتران	۰/۰۰۵۴	۰/۱۵۲۳
۳	بترانس	۰/۰۰۱۸	۰/۰۲۲۴	۲۴	شخارک	۰/۰۰۱۴	۰/۰۱۴۴
۴	پارسان	۰/۰۰۰۶	۰/۰۲۸۸	۲۵	فاذر	۰/۰۰۱۴	۰/۰۲۶۰
۵	پکرمان	۰/۰۰۱۶	۰/۰۲۷۶	۲۶	فاراک	۰/۰۰۱۶	۰/۰۲۴۶
۶	ثاژن	۰/۰۰۰۶	۰/۰۳۸۳	۲۷	فباهنر	۰/۰۰۲۲	۰/۰۲۸۵
۷	خاور	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۶۶	۲۸	فخاس	۰	۰/۰۱۸۴
۸	خبهن	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۳۷	۲۹	فملی	۰/۰۰۰۵	۰/۰۱۷۴
۹	خپارس	۰/۰۰۱۵	۰/۰۳۰۳	۳۰	فنوال	۰/۰۰۱۷	۰/۰۳۱۵
۱۰	خزامیا	۰/۰۰۰۸	۰/۰۳۰۶	۳۱	فولاد	۰/۰۰۰۹	۰/۰۱۷۱
۱۱	خسپا	۰/۰۰۱۱	۰/۰۲۹۸	۳۲	کسرا	۰/۰۰۱۲	۰/۰۲۳۷
۱۲	خکاوه	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۲۰	۳۳	کماسه	۰/۰۰۱۹	۰/۰۲۹۲
۱۳	خودرو	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۶۸	۳۴	واتی	۰/۰۰۱۶	۰/۰۳۰۶
۱۴	دجابر	۰/۰۰۱۸	۰/۰۱۷۳	۳۵	وامید	۰/۰۰۰۸	۰/۰۱۱۲
۱۵	دعبید	۰/۰۰۳۰	۰/۰۲۲۴	۳۶	وبانک	۰/۰۰۱۶	۰/۰۱۷۳
۱۶	رتاپ	۰/۰۰۱۰	۰/۰۱۶۴	۳۷	وبملت	۰/۰۰۰۲	۰/۰۲۶۳
۱۷	رمپنا	۰/۰۰۱۴	۰/۰۱۹۶	۳۸	وبیمه	۰/۰۰۰۷	۰/۰۲۴۱
۱۸	شاراک	۰/۰۰۰۱	۰/۰۳۶۲	۳۹	وتجارت	۰/۰۰۰۴	۰/۰۲۱۰
۱۹	شبندر	۰/۰۰۱۱	۰/۰۳۴۲	۴۰	وساپا	۰/۰۰۰۶	۰/۰۲۹۵
۲۰	شپاکسا	۰/۰۰۰۹	۰/۰۶۰۵	۴۱	ولسپا	۰/۰۰۰۹	۰/۰۲۳۴
۲۱	شپلی	۰/۰۰۱۵	۰/۰۳۷۸	۴۲	ومعادن	۰/۰۰۰۸	۰/۰۱۸۴

پیش از ادامه بحث پیرامون اثبات فرضیه‌ها لازم است که پارامترهای مرتبط با هر یک از سه الگوریتم

مورد استفاده در این پژوهش تعریف شوند. این امر در جدول ۲ تحقق یافته است.

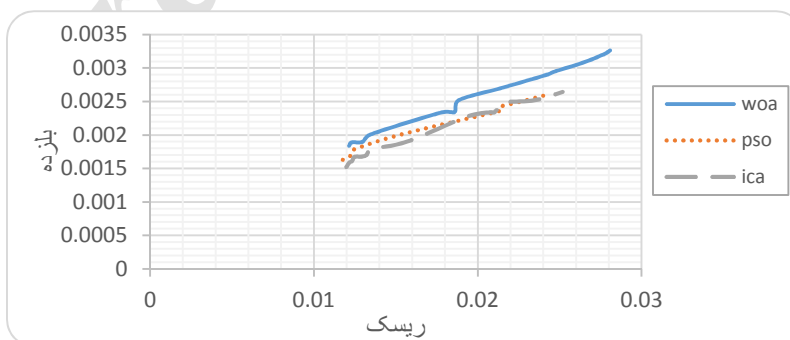
بهینه‌سازی سبب سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

جدول ۲. تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری

الگوریتم رقابت استعماری (ICA)	الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ (WOA)
اندازه جمعیت (nPop)	اندازه جمعیت (nPop)
۴۰	۴۰
حداکثر تعداد تکرار (Max It)	حداکثر تعداد تکرار (Max It)
۳۰۰	۳۰۰
تعداد امپراطوری (nEmp)	ضریب شکل مارپیچ (b)
۵	۱
ضریب تشبیه (β)	الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)
۰/۹	
ضریب هزینه میانگین کلنی‌ها (ζ)	اندازه جمعیت (nPop)
۰/۱	۴۰
ضریب فشار انتخاب (α)	حداکثر تعداد تکرار (Max It)
۱	۳۰۰
احتمال وقوع انقلاب (pRevolution)	ضریب کنترل سرعت (W)
۰/۱	۱
شدت وقوع انقلاب (μ)	ضریب یادگیری فردی (C_1)
۰/۰۵	۲
تعداد امپراطوری (nEmp)	ضریب یادگیری اجتماعی (C_2)
۵	۲

۵-۱- مقایسه مرزهای کارا :

در ابتدا برای مقایسه عملکرد پرتفوی ارائه شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ با سایر پرتفوی‌ها، مرزهای کارای هر یک از سه الگوریتم در نمودار ۱ نشان داده شده‌اند. مرز کارای مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ بالای هر دو الگوریتم تجمعی ذرات و رقابت استعماری قرار دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌های فوق‌الذکر دارای ارجحیت است، چرا که در یک سطح مشخص از ریسک بازده بالاتری دارد. در جدول ۳ نیز ریسک، بازده و نسبت شارپ هر یک از پرتفوی‌ها ارائه شده است.



نمودار ۱. مرزهای کارای مبتنی بر الگوریتم‌های بهینه‌سازی نهنگ، ازدحام ذرات و رقابت استعماری

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره سی و هفتم / زمستان ۱۳۹۷

جدول ۳. ریسک، بازده و نسبت شارپ پرتفوی‌های بهینه

WOA			ICA			PSO			الگوریتم
شارپ	بازده	ریسک	شارپ	بازده	ریسک	شارپ	بازده	ریسک	ردیف
۰/۱۰۰	۰/۰۰۳	۰/۰۲۸	۰/۰۹۰	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۰/۰۹۰	۰/۰۰۳	۰/۰۲۴	۱
۰/۱۰۰	۰/۰۰۳	۰/۰۲۶	۰/۰۹۰	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	۰/۰۹۰	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	۲
۰/۱۰۱	۰/۰۰۳	۰/۰۲۸	۰/۰۹۲	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	۰/۰۹۰	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	۳
۰/۱۰۲	۰/۰۰۳	۰/۰۲۵	۰/۰۹۳	۰/۰۰۲	۰/۰۱۶	۰/۰۹۱	۰/۰۰۳	۰/۰۲۳	۴
۰/۱۰۲	۰/۰۰۳	۰/۰۲۴	۰/۰۹۴	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	۰/۰۹۲	۰/۰۰۲	۰/۰۲۲	۵
۰/۱۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۱۹	۰/۰۹۴	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۰/۰۹۳	۰/۰۰۲	۰/۰۲۱	۶
۰/۱۰۵	۰/۰۰۳	۰/۰۲۲	۰/۰۹۵	۰/۰۰۲	۰/۰۱۹	۰/۱۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۷
۰/۱۰۷	۰/۰۰۲	۰/۰۱۸	۰/۰۹۵	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۰/۱۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۸
۰/۱۱۰	۰/۰۰۳	۰/۰۱۹	۰/۰۹۶	۰/۰۰۲	۰/۰۱۳	۰/۱۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۹
۰/۱۱۲	۰/۰۰۲	۰/۰۱۳	۰/۰۹۶	۰/۰۰۲	۰/۰۱۳	۰/۱۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۱۵	۱۰
۰/۱۱۵	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۰/۰۹۷	۰/۰۰۲	۰/۰۱۳	۰/۱۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۱۱
۰/۱۱۷	۰/۰۰۲	۰/۰۱۳	۰/۰۹۹	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۰/۱۰۶	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۱۲
۰/۱۱۸	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۰/۱۰۰	۰/۰۰۲	۰/۰۱۴	۰/۱۰۸	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲	۱۳
۰/۱۰۷			۰/۰۹۵			۰/۰۹۸			میانگین
۰/۰۰۶			۰/۰۰۳			۰/۰۰۷			انحراف معیار

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

۵-۲- آزمون‌های زوجی :

در ادامه برای تایید نتیجه بخش پیشین می‌توان از آزمون زوجی استفاده کرد. در همین راستا ابتدا پرتفوی‌های موجود بر مرز کارای حاصل از دو روش ازدحام ذرات و الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ مورد آزمون قرار گرفته می‌شود. با توجه به نتایج جدول ۴ چون **p-value** از ۰/۰۵ کمتر است، فرضیه برابری میانگین‌ها رد می‌شود و می‌توان به این نتیجه دست یافت که پرتفوی‌های ارائه شده به کمک روش بهینه‌سازی نهنگ، نسبت شارپ بالاتری دارد.

	اختلافات زوجی			آماره t	درجه آزادی	ارزش بحرانی
	میانگین	انحراف معیار	خطای معیار			
woa - pso	۰/۰۰۹۰۲	۰/۰۰۵۹۸	۰/۰۰۱۶۶	۵/۴۳۶	۱۲	۰/۰۰

سپس به مقایسه عملکرد پرتفوی‌های حاصل از دو الگوریتم رقابت استعماری و الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ پرداخته و مانند آزمون پیشین با توجه به **p-value** جدول ۵ این نتیجه حاصل می‌شود که الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ دارای نسبت شارپ بیشتری می‌باشد.

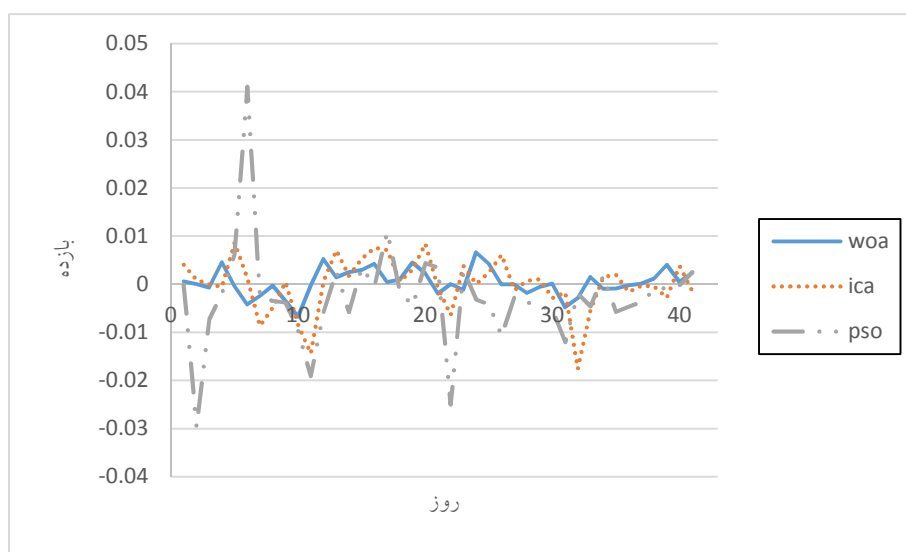
	اختلافات زوجی			آماره t	درجه آزادی	ارزش بحرانی
	میانگین	انحراف معیار	خطای معیار			
woa - ica	۰/۰۱۱۰۷	۰/۰۶۵۵۰	۰/۰۰۱۶۴	۶/۷۵۷	۱۵	۰/۰۰

۵-۳- آزمون خارج از نمونه :

در این بخش با استفاده از پرتفوی‌های بهینه هر یک از سه الگوریتم به بررسی عملکرد آن‌ها در بازه زمانی ۱۳۹۶/۷/۱ الی ۱۳۹۳/۹/۳۰ پرداخته می‌شود. با توجه به نمودار ۲ می‌توان دریافت که پرتفوی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ در مقایسه با الگوریتم‌های مشابه نوسان کمتری در بازه زمانی مد نظر داشته است و سرمایه‌گذاران با ریسک‌گریزی بالا می‌توانند با استفاده از این الگوریتم زیان کمتری را متحمل شوند. هنگامی که بازدهی‌های حاصل از این الگوریتم با الگوریتم رقابت استعماری در این بازه زمانی مقایسه می‌شود این نتیجه حاصل می‌شود که در نیمی از این بازه الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ در

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره سی و هفتم / زمستان ۱۳۹۷

مقایسه با الگوریتم رقابت استعماری بازدهی بهتری ارائه می‌کند. هم چنین در مقایسه با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات این نتیجه حاصل می‌شود که در ۶۰٪ بازه زمانی، الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ بازده بالاتری دارد. این نتایج مزایای استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ را در مقایسه با الگوریتم‌های رقابت استعماری و ازدحام ذرات نمایان می‌سازد.

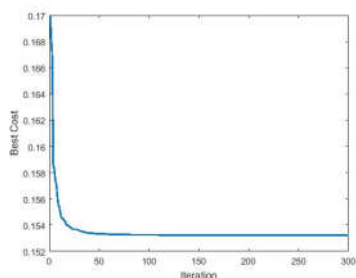


نمودار ۲. مقایسه بازده‌های تجمعی الگوریتم‌ها

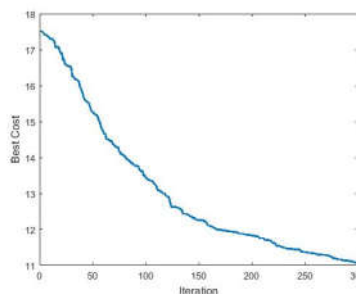
۴-۵- روند همگرایی به جواب بهینه :

یکی از ویژگی‌های مهم در الگوریتم‌های فراابتکاری روند همگرایی به سمت جواب بهینه است. الگوریتم‌هایی که زودتر همگرا می‌شوند نسبت به سایر الگوریتم‌ها زودتر از نقاط بهینه موضعی خارج شده و به سمت نقطه بهینه کلی حرکت می‌کنند؛ بنابراین سریع‌تر به جواب بهینه خواهند رسید. شکل‌های ۴ الی ۶ روند همگرایی این سه الگوریتم را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ مقدار تنزیل جواب اولیه در مقایسه با دو روش دیگر بیشتر است. به همین جهت در تعداد تکرار کمتری به جواب بهینه مسئله می‌رسد.

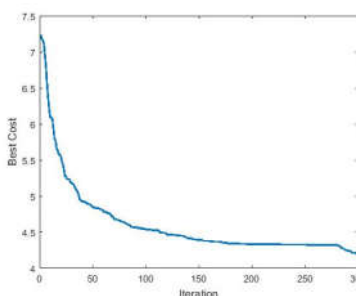
بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری نهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد



شکل ۴. روند همگرایی در الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ (WOA)



شکل ۵. روند همگرایی در الگوریتم رقابت استعماری (ICA)



شکل ۶. روند همگرایی در الگوریتم تجمعی ذرات (PSO)

۶- نتیجه گیری و پیشنهادها :

این پژوهش به بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ پرداخته است. این الگوریتم فراابتکاری با بهره‌مندی از روابط میان نهنگ‌ها می‌تواند در عین سادگی با دقت زیاد جواب بهینه را پیدا کند. به همین جهت با مرور ادبیات در زمینه الگوریتم‌های فراابتکاری و همینطور کاربرد آن‌ها در

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره سی و هفتم / زمستان ۱۳۹۷

بهینه‌سازی سبد سهام، به توضیح عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ پرداخته شد. در همین راستا برای ارزیابی کارایی این الگوریتم در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری از بازده‌های سهام شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای مهر ۱۳۹۱ تا انتهای شهریور ۱۳۹۶ استفاده شد. پرتفلیوها بر اساس معیار ریسک ریزش مورد انتظار بهینه شده‌اند. در ابتدا مرزهای کارای سه الگوریتم با هم مقایسه شده است. همان طور که در بخش ۴-۱ ملاحظه گردید پرتفوی‌های ارائه شده توسط الگوریتم فراابتکاری نهنگ در سطح مشخصی از ریسک بازده بیشتری دارند و این روش می‌تواند عایدی بیشتری را در مقایسه با الگوریتم‌های مشابه نصیب سرمایه‌گذاران کند. سپس آزمون‌های زوجی به کمک پرتفوی‌های قرار گرفته بر مرزهای کارا صورت گرفت. با توجه به مقادیر بسیار ناچیز **p-value** می‌توان استنباط کرد برای یافتن پرتفوی بهینه، الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ در مقایسه با الگوریتم‌های رقابت استعماری و تجمعی ذرات، عملکرد بهتری دارد. همچنین این الگوریتم نسبت به روش‌های آزموده شده در این پژوهش می‌تواند سریع‌تر به سمت جواب بهینه حرکت کند. این موضوع از آن جهت حائز اهمیت است که در صورت اضافه کردن محدودیت‌های بیشتر و پیچیده‌تر شدن مسئله، به کمک این الگوریتم می‌توان زودتر به جواب رسید.

در انتها، به عنوان موضوع پیشنهادی برای پژوهش‌های آتی، می‌توان با افزودن سایر محدودیت‌ها از جمله قید بر نقدشوندگی سهام، در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی، میزان بودجه و غیره، مدل مذکور را جامعیت بخشیده و به این ترتیب پرتفوی‌های بهینه را به واقعیت نزدیک‌تر کرد. همچنین می‌توان از این الگوریتم در سایر زمینه‌های رشته مالی مانند پیش‌بینی شاخص و پیش‌بینی قیمت سهام استفاده کرد.

۷- فهرست منابع :

- ۱) الهی مرتضی، یوسفی محسن، زارع مهرجردی یحیی. بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین-واریانس و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی شکار. فصلنامه تحقیقات مالی. ۱۳۹۳ دوره ۱۶ شماره ۱: ۳۷-۵۶.
- ۲) تقوی‌فرد محمدتقی، منصوری طاهّا، خوش‌طینت محسن. ارائه یک الگوریتم فراابتکاری جهت انتخاب سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های عدد صحیح. فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی. ۱۳۸۶ دوره ۷ شماره ۴: ۴۹-۶۹.
- ۳) راعی رضا، محمدی شاپور، علی‌بیگی هدایت. بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین-نیم‌واریانس و با استفاده از روش جست‌وجوی هارمونی. فصلنامه پژوهش‌های مدیریت در ایران. ۱۳۹۰ دوره ۱۵ شماره ۳: ۱۰۵-۱۲۸.
- ۴) عباسی ابراهیم، تیمورپور بابک، برجسته ملکی منوچهر. کاربرد ارزش در معرض ریسک (VaR) در تشکیل سبد سهام بهینه در بورس اوراق بهادار تهران. مجله تحقیقات اقتصادی. ۱۳۸۸ دوره ۴۴ شماره ۸۷: ۹۱-۱۱۴.
- ۵) محمدی عمران، محمدی سید عرفان، رامتین‌نیا شاهین. بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست. مجله تحقیقات مالی. ۱۳۹۵ دوره ۱۸ شماره ۲: ۳۶۹-۳۹۰.
- 6) Anagnostopoulos, K. P.; Mamanis, G. (2010). A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables, Computers and Operations Research, Volume 37, Pages 1285-1297.
- 7) Artzner, P.; Delbaen, F.; Eber, J. M.; Heath, D. (1999). Coherent measures of risk, Mathematical Finance, Volume 9, Pages 203-228.
- 8) Babaei, S.; Sepehri, M. M.; Babaei, E. (2015). Multi-objective portfolio optimization considering the dependence structure of asset returns, European Journal of Operational Research, Volume 244, Pages 525-539.
- 9) Branke, J.; Scheckenbach, B.; Stein, M.; Deb, K.; Schmeck, H. (2009). Portfolio optimization with an envelope-based multi-objective evolutionary algorithm, European Journal of Operational Research, Volume 199, Pages 684-693.

- 10) Cesarone, F.; Scozzari, A.; Tardella, F. (2009). Efficient algorithms for mean-variance portfolio optimization with hard real-world constraints, *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, Volume 72, Pages 37-56.
- 11) Chang, T. J.; Meade, N.; Beasley, J. E; Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization, *Computers & Operations Research*, Volume 27, Pages 1271-1302.
- 12) Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization, *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Volume 10, Pages 2396-2406.
- 13) Derigs, U.; Nickel, N. H. (2003). Meta-heuristic based decision support for portfolio optimization with a case study on tracking error minimization impassive portfolio management, *OR Spectrum*, Volume 25, Pages 345-378.
- 14) Kao, Y.; Cheng, H. T. (2013). Bacterial foraging optimization approach to portfolio optimization, *Computational Economics*, Volume 42, Pages 453-470.
- 15) Kellerer, H.; Mansini, R.; Speranza, G. (2000). Selecting portfolios with fixed costs and minimum transaction lots, *Annals of Operations Research*, Volume 99, Pages 287-304.
- 16) Meghwani, S. S.; Thakur, M. (2017). Multi-criteria algorithms for portfolio optimization under practical constraints, *Swarm and Evolutionary Computation*, Volume 37, Pages 104-125.
- 17) Mirjalili, S. A.; Lewis, A. (2016). The Whale Optimization Algorithm, *Advances in Engineering Software*, Volume 95, Pages 51-67.
- 18) Moral-Escudero, R.; Ruiz-Torrubiano, R.; Suarez, A. (2006). Selection of optimal investment Portfolios with cardinality constraints. *Proceedings of the 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Pages 2382-2388.
- 19) Streichert, F.; Tanaka-Yamawaki, M. (2006). The effect of local search on the constrained portfolio selection problem. *Proceedings of the 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Pages 2368–2374.
- 20) Woodside-Oriakhi, M.; Lucas, C.; Beasley, J. E. (2011). Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier, *European Journal of Operational Research*, Volume 213, Pages 538-550.

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم فراابتکاری زهنگ. / فلاح پور، آصفی، فلاح تفتی، باقری کاظم آباد

21) Yamai, Y.; Yoshida, T. (2016). On the validity of Value-at-Risk: comparative analyses with expected shortfall, Monetary and Economic Studies, Volume 20, Pages 57-85.

Archive of SID

- ۱ Whale Optimization Algorithm
- ۲ Multi-Objective Particle Swarm Optimization
- ۳ Imperialist Competitive Algorithm (ICA)
- ۴ Particles Swarm Optimization (PSO)
- ۵ Value at Risk
- ۶ Expected Shortfall

Archive of SID