



## انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: الویت‌های ریسک‌گریزی نسبی ثابت و

### اثر نقدینگی

محمد فیروزدهقان<sup>۱</sup>

هادی سعیدی<sup>۲</sup>

شعبان محمدی<sup>۳</sup>

قاسم الهی<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۰۴/۲۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۸/۱۲

#### چکیده

پژوهش حاضر روش انتخاب پرتفوی جدید را ارائه می‌دهد. در این چارچوب سرمایه‌گذار با الویت‌های ریسک‌گریزی نسبی ثابت، دو هدف افزایش مطلوبیت مورد انتظار و کاهش عدم نقدینگی مورد انتظار پرتفوی را دنبال می‌کند. مطلوبیت ریسک‌گریزی نسبی ثابت با استفاده از نوسان واقعی پرتفوی، عدم تقارن واقعی، کشیدگی واقعی نمودارها و عدم نقدینگی پرتفوی با استفاده از نرخ عدم نقدینگی اندازه‌گیری شد. از این رو امکان انتخاب مستقیم گزینه‌های مورد نظر سرمایه‌گذار در فضای دوبعدی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار فراهم می‌گردد. این پژوهش با استفاده از داده‌های فرکانس بالا روی مجموعه‌ای شامل ۴۰ سهم از بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۵ با استفاده از نرم‌افزار متلب تجزیه و تحلیل شد و روش‌های تجدید زمان برای همزمانی معاملات روزانه مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به بازده عملکرد پرتفوی و نقدینگی مورد انتظار نسبت به حداقل واریانس و پرتفوی وزنی یکسان، قدرت پوشش این مدل مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد در سطوح ناسازگار متفاوت ریسک، مطلوبیت نقدینگی پرتفوی مورد انتظار کاملاً رقابتی بوده و از نظر سودمندی، نقدینگی و مطلوبیت مورد انتظار، نسبت به معیار پایه، متناسب به نظر می‌رسد.

#### کلمات کلیدی

انتخاب پرتفوی، داده‌های فرکانس بالا، الویت‌های ریسک‌گریزی نسبی ثابت.

۱ کارشناس ارشد حسابداری، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران. [m.firouzdehghan@gmail.com](mailto:m.firouzdehghan@gmail.com)

۲ استادیار گروه حسابداری، واحد شیروان، دانشگاه آزاد اسلامی، شیروان، ایران. [saeedi260@gmail.com](mailto:saeedi260@gmail.com)

۳ کارشناس ارشد حسابداری، موسسه آموزش عالی حکیم نظامی قوچان، قوچان، ایران (نویسنده مسئول)

[Shaban1362@gmail.com](mailto:Shaban1362@gmail.com)

۴ استادیار گروه اقتصاد، واحد شیروان، دانشگاه آزاد اسلامی، شیروان، ایران. [elahi.ghasem@yahoo.com](mailto:elahi.ghasem@yahoo.com)

روش میانگین-واریانس متداول مارکوویتز (۱۹۵۲) حاکی از آن است که رویکرد بهینه و مطلوب عبارت است از تخصیص دارایی‌های سرمایه‌گذار با توجه به رابطه میان میانگین و واریانس بازده سرمایه پرتفوی. با این حال، پرتفوی با میانگین - واریانس کلاسیک، بسیار ناپایدار به نظر رسیده، چنانکه میزان پرتفوی، نسبت به مجموعه اطلاعات ورودی، از حساسیت بسیاری برخوردار است. علاوه بر این، عملکرد ضعیف این قبیل پرتفوی، در حدگسترده‌ای در بسیاری از مقالات به چشم می‌خورد (داروی و همکاران، ۲۰۱۰). در میان طیف گسترده‌ای از بررسی‌های تحقیقاتی در خصوص راه‌های ارتقاء ویژگی‌های مدل کلاسیک انتخاب پرتفوی، برخی از تحقیقات، عدم کارایی تلفیق بیش از دو گشتاور نخست توزیع برگشت سرمایه را مطرح می‌کنند (هاروی و همکاران، ۲۰۱۰). در سال‌های اخیر، امکان دسترسی به پایگاه‌های داده مالی فرکانس بالا، افزایش قابل توجهی داشته که در حوزه اقتصاد مالی و اقتصادسنجی مالی، زمینه‌های تحقیق و پژوهش جدیدی را فراهم آورده است. با این حال بر اساس کارهای پژوهشی شوورت و هس (۱۹۸۹)، پژوهشگرانی از قبیل آندرسن (۲۰۰۱) و برندورف و همکاران (۲۰۰۲)، برای تخمین واریانس به صورت مجموع مجذورات برگشت سرمایه، داده‌های صنعتی را که در فواصل زمانی بسیار کوتاه در یک روز نمونه‌گیری شده، مورد استفاده قرار می‌دهند. این رویکرد جدید که در این پژوهش با عنوان نوسان واقعی (تحقق‌یافته) شناخته شده بود، یک استدلال روشن دارد: با توجه به پیوستگی مسیر نمونه واریانس، با فراوانی نمونه‌گیری، دقت محاسبات واریانس نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر این، می‌توان چنین گفت که این سنجش نوسان بدون الگو و بدون خطا (به دلیل قابلیت مشاهده آن) سرانجام به تغییر درجه دوم می‌رسد. در این پژوهش، بررسی‌های متعدد کاربردی و مفیدی در خصوص نوسان واقعی ارائه شده است. در مقالاتی از قبیل بررسی‌های آندرسن (۲۰۰۶)، آریل وتیلور (۲۰۰۲) و کوپمن و همکاران (۲۰۰۵)، از نوسان واقعی در چهارچوب یک متغیری استفاده می‌شود. دودیکر مقالات از قبیل بررسی‌های آندرسن (۲۰۰۳)، فلمینگ و همکاران (۲۰۰۳)، برندورف و همکاران (۲۰۰۴)، لیو (۲۰۰۹) فان (۲۰۱۲) و هاش (۲۰۱۲)، این رویکرد تا موارد چندمتغیری نیز توسعه یافته است. متداول‌ترین پاسخ به وجود اختلال ساختار خرد، کاهش فراوانی نمونه‌گیری در سطح دلخواه به صورت ۵ دقیقه یا ۳۰ دقیقه هست. از دیگر پاسخ‌های احتمالی نیز استفاده از همه‌ی داده‌های فرکانس بالا موجود (در حد ثانیه و میلی‌ثانیه) و در نظر گرفتن اختلال ساختار خرد در محاسبه نوسان به طور ضمنی بوده است. در خصوص مشاهدات قیمت غیر هم‌زمان، برندورف و شپارد (۲۰۰۲)، ارزیابی هسته واقعی در موارد چند متغیری را پیشنهاد

کرده که با امتیاز یک ارزیاب همیشه مثبت، برای بررسی داده‌های غیرهمزمان، بسیار مناسب به نظر می‌رسد. امکان توسعه و گسترش این روش‌ها، برای نوسان واقعی با بهره و پتانسیل برابر تا گشتاور بیشتر وجود دارد. عدم تقارن واقعی به صورت حاصل جمع توان سوم بازده سرمایه مطرح کرده، درحالی که آمایا و همکاران (۲۰۱۵) کشیدگی (در منحنی‌ها) واقعی را به صورت توان چهارم بازده سرمایه تعریف می‌کند. این پژوهشگران، همچنین اثرات منفی و مثبت معنادار عدم تقارن و کشیدگی را به ترتیب بر برگشت سرمایه سهام هفته‌ای مشاهده کرده‌اند. نقدینگی راه سهول دادوستد اوراق بهادار محسوب می‌شود. به طور کاملاً صریح می‌توان چنین گفت که نقدینگی با یک مفهوم اغفال کننده در سه بعد اصلی یک بازار روان موردنظر بوده که عبارت‌اند از عمق (امکان خریدوفروش زیاد صرف نظر از قیمت بازار فعلی)، توان (تعداد زیاد مشارکت در بازار) و جهندگی (اثرات قیمت ایجاد شده به واسطه دادوستد به صورت جزئی و ناپایدار). می‌توان نقدینگی را به عنوان کارکرد مستقیم هزینه‌های تجاری به صورت ضمنی و آشکار تعریف کرد. با این حال، تغییر کمی این هزینه‌ها، نه تنها به دلیل ابهامات مفهومی، بلکه در مواردی به دلیل عدم دسترسی به اطلاعات مربوط به یک کار ساده و بی‌اهمیت محسوب نمی‌شود. از این رو، مؤلفه‌های متعددی برای سنجش وانداده گیری نقدینگی وجود داشته که عبارت‌اند از پیشنهاد مزایده، حجم معاملات (دادوستد)، فروش کل، اندازه قیمت داده شده و اثر قیمت. گونیکو و همکاران (۲۰۰۹) با مقایسه و بررسی سنجش‌های مختلف نقدینگی، نسبت نقدینگی را به عنوان یکی از بهترین مؤلفه‌های نقدینگی، ضمن برخورداری از همبستگی قوی با دیگر سنجش‌های نقدینگی، مطرح می‌کند. در این پژوهش، ساختار اوراق بهادار با مطلوبیت نقدینگی مورد انتظار را مطرح می‌کنیم. با حل مسئله مطلوبیت - نقدینگی مورد انتظار (مطلوبیت-نقدینگی مورد انتظار)، سرمایه‌گذار قادر به تشخیص پرتفوی بهینه شده که حداکثر مطلوبیت پیش‌بینی شده را در میان همه گزینه‌ها با ایجاد سطح نقدینگی پیش‌بینی شده مشخص به دنبال دارد. در این پژوهش، سرمایه‌گذار را با مطلوبیت ریسک‌گریزی نسبی ثابت در نظر گرفته‌ایم (مخالفت ریسک نسبتاً ثابت). دلیل استفاده از این تابع مطلوبیت مشخص، اظهارات براندت مبنی به راین بوده که امتیاز مطلوبیت ریسک‌گریزی نسبی ثابت، تلفیق الوات‌ها در جهت گشتاورهای بیشتر در یک وضعیت صرفه‌جویی است. علاوه به راین، تابع مطلوبیت موردنظر از قابلیت تشخیص پیوسته دو برابر برخوردار بوده که امکان استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی مؤثر باهدف استفاده از گرادیان تحلیلی و تابع هدف هسین را فراهم می‌آورد. با این حال، نکته قابل توجه، قابلیت کاربرد این روش پیشنهادی برای انواع دیگر تابع مطلوبیت هست. در این تحقیق، توسعه مرتبه چهارم تیلور از مطلوبیت مورد انتظار را پیرامون برگشت سرمایه

## انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

پیش‌بینی شده پرتفوی، مورد استفاده قرار داده‌ایم. از این رو مطلوبیت پیش‌بینی شده، تابعی از برگشت سرمایه پیش‌بینی شده پرتفوی، واریانس، عدم تقارن و کشیدگی (در نمودارها) محسوب می‌شود. با استفاده از داده‌های معاملات طی یک روز، محاسبات روزانه گشتاور پرتفوی را به‌عنوان ورودی برای مدل بهینه‌سازی، با استفاده از یک ارزیاب واریانس واقعی پرتفوی، عدم تقارن واقعی و کشیدگی واقعی مورد استفاده قرار می‌دهیم. علاوه به راین، با در نظر گرفتن رابطه میان نقدینگی و رفتار قیمت ذخایر سهام، در ادامه‌ی بررسی‌های گونیکو و چپیانگ وزن، سطح عدم نقدینگی روزانه، با نسبت عدم نقدینگی روزانه اندازه‌گیری می‌شود. بطور خلاصه، در این پژوهش متدولوژی جدیدی برای انتخاب پرتفوی در فضای مطلوبیت-نقدینگی پیش‌بینی شده ارائه شده است. مدل مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار پیشنهادی، امکان شناسایی اوراق بهادار بهینه را برای سرمایه‌گذاران فراهم کرده که ضمن برخورداری از حداکثر مطلوبیت مورد انتظار، با گشتاورهای بالا محاسبه شده که در این میان، دست‌کم یک سطح مشخص مورد انتظار نقدینگی را در اختیار قرار می‌دهد. در این پژوهش، از داده‌های فرکانس بالا با استفاده از ارزیاب‌های واقعی، به‌عنوان ورودی‌های مدل بهینه‌سازی استفاده شده است. در موارد کاربرد تجربی، داده‌های طی روز را بر مبنای ۴۰ سهام بورس اوراق بهادار تهران طی ۷ سال مورد استفاده قرار می‌دهیم (از ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۵). در این نمونه، سرحد پاراتو EU/V را برای ریسک یک سرمایه‌گذار با مخالفت ریسک متوسط را محاسبه کرده ایم. مولفه سرحد پاراتو مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، یک رابطه مثبت میان سودمندی پیش‌بینی شده و عدم نقدینگی پیش‌بینی شده را نشان می‌دهد. در خارج از این نمونه نیز، محاسبه‌ی سه پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار مختلف (باتوجه به سه سطح عدم نقدینگی ارائه شده مختلف) صورت گرفته که در نهایت بازده آن با دوپرتفوی محک یعنی حداقل واریانس و پرتفوی یکسان، مقایسه شده است. موجودی‌های اوراق بهادار بهینه مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار بسیار رقابتی بوده و در بیشتر موارد، به طور متناسب از معیار محک نیز فراتر هستند. این شرایط در خصوص مطلوبیت، نقدینگی و هم‌ارزی اطمینان در خارج از نمونه قابل مشاهده است. این شرایط در سطوح مختلف مخالفت ریسک وجود داشته که حاکی از قدرت بالای مدل پیشنهادی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار می‌باشد.

### **مبانی نظری و پیشینه پژوهش**

#### **ریسک**

ریسک در تعریف عام، احتمالی است که یک کنش یا کنش‌وری (بی‌کنشی) مشخص منجر به زیان یا برون‌دادها و پیامدهای ناخوشایند و ناخواسته گردد. تقریباً همه کوشش‌های بشری در بردارنده

درجاتی از ریسک است، با این همه برخی از آن‌ها ریسک‌های بیشتری را به همراه دارند. در ادبیات مالی ریسک را می‌توان به صورت رویدادهای غیرمنتظره که معمولاً به صورت تغییر در ارزش دارایی‌ها یا بدهی‌ها می‌باشد، تعریف کرد. بنگاه‌ها در معرض انواع مختلف ریسک قرار دارند که به‌طور کلی می‌توان به دو دسته «ریسک‌های تجاری» و «ریسک‌های غیر تجاری» تقسیم کرد. به فرایند کلی برآورد نمودن میزان ریسک و تصمیم‌گیری در خصوص قابل تحمل بودن ریسک، ارزیابی ریسک گفته می‌شود. به ریسک که میزان آن تا حد قابل تحمل توسط سازمان، با در نظر گرفتن الزامات قانونی و خط مشی ایمنی و بهداشت حرفه‌ای کاهش یافته باشد، ریسک قابل تحمل گویند. ارزیابی ریسک بطور سیستماتیک تعیین می‌کند چه خطراتی در محیط کار هستند و احتمال رخدادن خطر چقدر است و چه آسیبی و با چه شدتی ممکن است، بوجود آید که خود باعث می‌شود راه‌های کنترلی شناسایی می‌شوند و در نتیجه باعث کاهش ریسک و اثراتش می‌شود؛ لذا ارزیابی ریسک، اطلاعاتی را جهت ایجاد یک سیستم ایمن کار فراهم می‌کند

### ریسک‌گریزی و ریسک‌پذیری

یک تصمیم‌گیرنده، ریسک‌گریز است، اگر برای هر موقعیت بخت آزمایی  $F(0)$ ، شرط بندی تهایده ای که مقدار  $\int x dF(x)$  را با اطمینان نتیجه می‌دهد، حائل به خوبی خود  $F(0)$  باشد. همچنین، اگر تصمیم‌گیرنده همیشه (برای هر  $F(0)$ ) نسبت به این دو شرط بندی بی تفاوت باشد، می‌گوییم که وی ریسک‌خنثی است. اگر الگوی ترجیحات یک بازنمایی مطلوبیت انتظاری با تابع مطلوبیت برنولی  $U(0)$  را نتیجه بدهد، بطور مستقیم از تعریف ریسک‌گریزی نتیجه می‌شود که تصمیم‌گیرنده، ریسک‌گریز است، ار و فقط اگر برای هر  $F(0)$  داشته باشیم:  $\int x dF(x) \leq \int x dF(x)$ . نامساوی فوق به نامساوی ینسن معروف است و بازتعریفی از یک تابع مقعر است. از اینرو، در چارچوب نظریه مطلوبیت انتظاری، ریسک‌گریزی هم ارز با تقعر تابع  $U(0)$  است و ریسک‌گریزی اکید هم ارز با تقعر اکید  $U(0)$  است و این به خوبی مفهوم ریسک‌گریزی را بیان می‌کند. تقعر اکید به این معنی است که تابع مطلوبیت پول کاهشی است و از این رو، در سطحی از ثروت  $x$  مطلوبیت حاصل از واحدهای اضافی واحد پول کوچکتر از (قدرمطلق) کاهش مطلوبیت ناشی از دست دادن یک واحد پول است. سمت رشد اقتصادی بالاتر رهنمون سازد. شرکتها در محیط رقابتی، استراتژی‌های مختلفی را دنبال میکنند تا از این طریق سهم خود را در بازار افزایش داده و موانعی را برای ورود دیگران ایجاد نمایند. انتخاب هر استراتژی مستلزم پذیرش سطح متفاوتی از ریسک است و به گونه‌ای متفاوت بر ریسک اختصاصی شرکت تأثیر می‌گذارد. در حالی که انتخاب برخی استراتژیهای تجاری،

## انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

به دلیل افزایش سهم شرکت در بازار، آسیبپذیری شرکت در مقابل نوسانات کلان اقتصادی را کاهش داده و میتوانند منجر به کاهش ریسک سامانمند (ریسک بازار) شرکت گردند، از سوی دیگر قادر به افزایش ریسک اختصاصی شرکت نیز هستند

### داده های با فرکانس بالا

امروزه به دلیل توسعه برنامه ها و سیستم های ثبت کامپیوتری، نوع دیگری از داده های مالی قابل دسترس پژوهشگران است که این نوع داده ها را به عنوان داده های فرکانس بالا می‌شناسند (لیادینسکادس، ۲۰۱۲). داده ها با فرکانس بالا شامل ثبت قیمت های مشاهده شده در هر چند ثانیه یا دقیقه و ساعت است. در واقع با توسل به این نوع داده ها قادر به برآورد نوسانات بازده ها به صورت روزانه خواهیم بود و اعتبار بهتری را برای برآورد پراکندگی درجه دوم نسبت به داده های جمع آوری شده به صورت روزانه، ماهانه و ... دارد چراکه در این صورت قادر به در نظر گرفتن اثر گذر شبانه روز بر روی بازارها خواهیم بود به خصوص بازار ایران که تحت تأثیر اخبار و رویدادهای جهان است و تحلیل گران قادر به داشتن عکس العمل زودتری نسبت به روند تغییرات در بازارهای جهان و اثر آن نسبت به بازار ایران خواهند بود و علاوه بر این روزهای کاری بازار ایران با بازارهای جهانی متفاوت است. همچنین محاسبه پراکندگی درجه دوم برای داده ها با فرکانس بالا در ادبیات اقتصادسنجی و مالی نیز به عنوان نوسانات واقعی شناخته شده است که اصطلاح نوسانات واقعی بیانگر نوسانات اتفاق افتاده در گذشته است. اندازه گیری نوسانات واقعی بستگی به شرایط خاص دارد به عنوان مثال فردی می تواند نوسانات بازار سهام را در طی یک ماه با در نظر گرفتن انحراف معیار بازده های روزانه در آن ماه در نظر بگیرد و فرد دیگر نوسانات ساعت های خاص در تاریخ خاص توسط انحراف معیار بازده یک دقیقه ای را مدنظر بگیرد. علاوه بر این داده ها با فرکانس بالا امکان استفاده از طول دوره زمانی کوتاه تر مثلاً ۴ ماهه را برای تحلیلگران فراهم می کند.

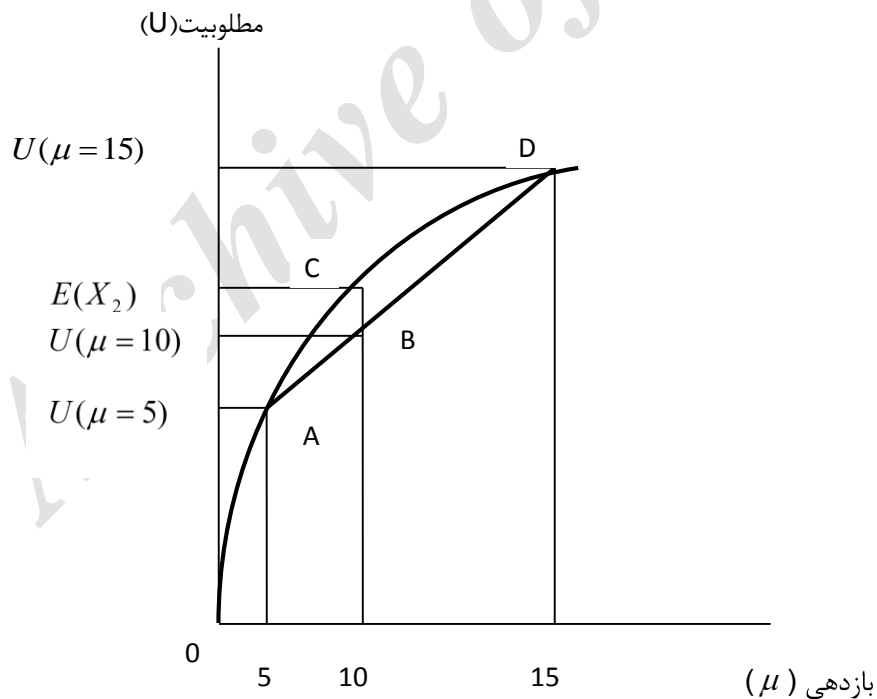
اگرچه در دهه های اخیر داده ها با فرکانس بالا مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است و اولین بار در سال ۱۹۹۷ تی.بایلی و ام.داکوروگنا مدل سازی نوسانات نرخ تبادل دلار آمریکا نسبت به دویچه مارک را با معرفی داده ها با فرکانس بالا انجام دادند و از مدل های HARCH 4 برای پیکربندی داده های خود استفاده نمودند اما باید به این نکته اشاره نمود که تجزیه و تحلیل خام این داده ها، خود دارای مشکلاتی نظیر گسسته بودن ماهیت قیمت های مشاهده شده، نامتقارن بودن اطلاعات بازار است که عدم توجه به آنان موجب به وجود آمدن اختلالات کوچک برای داده ها با فرکانس بالا خواهد شد و این اختلالات کوچک همانند تصاویر تاری است که به دلیل نامناسب بودن

شرایط جوی گرفته شده است (ساهالیا و جاکود، ۲۰۱۲). این نوع خطا از قیمت های مشاهده شده مستقل نیستند و به زمان وقوع بستگی دارند به عبارت دیگر ویژگی خطاها با گذر زمان تغییر پیدا می کند و در نتیجه عدم توجه به اختلالات کوچک تأثیر بسیار زیادی بر روی برآورد نوسانات واقعی می گذارد.

### مطلوبیت مورد انتظار

چهارچوب نظریه مطلوبیت انتظاری ون نیومن - مورگن اشتاین<sup>۱</sup> برای تصمیم گیری سرمایه گذار قابل استفاده خواهد بود. چنانچه سرمایه گذار با دو موقعیت  $X_1$  و  $X_2$  مواجه باشد که موقعیت  $X_1$  سرمایه گذاری در پروژه قطعی مثل خرید اوراق قرضه دولت که نرخ بازدهی قطعی ۱۰ درصد را بدنبال دارد و موقعیت  $X_2$  معرف پروژه تصادفی مثل تشکیل بازار ثانویه است که دارای تابع توزیع خاصی است. چنانچه فرض شود موقعیت  $X_2$  با احتمال ۵۰٪ دارای بازدهی ۰.۵٪ و با احتمال ۵۰٪ بازدهی ۱.۱۵٪ را ایجاد می کند برای فرد ریسک گریز تابع مطلوبیت بصورت ذیل است:

شکل ۱: مطلوبیت ناشی از انتخاب پروژه های قطعی و تصادفی



## انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

تابع مطلوبیت کل سرمایه گذار به صورت ذیل نوشته می شود:

$$U=f(\mu) \quad (1)$$

موقعیت  $X_1$  که معرف پروژه قطعی و سرمایه گذاری در اوراق قرضه دولت است بازدهی قطعی ۰.۰۵٪ را ایجاد نموده و بر اساس نمودار شماره (۱) مطلوبیت سرمایه گذار در اثر انتخاب این موقعیت برابر  $U(X_1)$  است که برابر فاصله  $oa$  می باشد. در مورد موقعیت تصادفی  $X_2$  مطلوبیت انتظاری باید محاسبه شود.

$$E(u)=\sum W_i U(X_i=a)$$
$$EU(X_2)=W_1*U(X_1=0/05)+W_2*U(X_2=0/15) \quad (2)$$

$$EU(X_2)=* .5U(X_1=0/05)+ .5*U(X_2=0/15) \quad (3)$$

مطلوبیت انتظاری انتخاب پروژه تصادفی  $X_2$  با استفاده از نمودار (۱) نقطه وسط پاره خط  $rs$  است که بر روی محور عمودی برابر فاصله  $ob$  می باشد. مبنای انتخاب مقایسه مطلوبیت پروژه قطعی  $X_1$  و مطلوبیت انتظاری موقعیت تصادفی  $X_2$  خواهد بود.

$$U(X_1) > EU(X_2) \quad \text{و یا} \quad oa > rs \quad (4)$$

سرمایه گذار ریسک گریز بر اساس مقایسه مطلوبیت دو موقعیت، موقعیت قطعی  $X_1$  را ترجیح می دهد. این تصمیم گیری با فرض ثابت بودن ریسک دو پروژه بوده است. چنانچه ریسک و بازدهی پروژه ها متفاوت باشد انتخاب پروژه بهینه بر اساس منحنی های مطلوبیت یکسان صورت می گیرد و این منحنی مکان هندسی ترکیب هایی از ریسک و بازدهی است که مطلوبیت مشابهی را بوجود می آورد. ارزیابی سرمایه گذاری بر اساس تابع مطلوبیت صورت می گیرد که خود تابعی از ریسک و بازدهی پروژه ها بوده و چنانچه یک و یا بیش از یک پروژه تصادفی بوده و بازدهی آن بطور قطعی قابل تعیین نباشد مطلوبیت انتظاری پروژه ها مبنای تصمیم گیری قرار می گیرد:

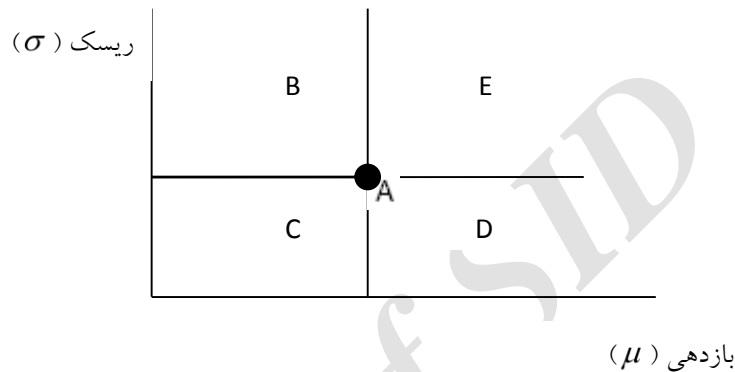
$$E(U)=E(f(\mu,\sigma)) \quad (5)$$

مطلوبیت انتظاری ارتباط مثبت با بازدهی و ارتباط منفی با ریسک دارد. چنانچه پروژه ای مثل  $A$  در نظر گرفته شود، در فضای ریسک و بازدهی وضعیت مقایسه ای آن با سایر پروژه ها در نمودار (4) نشان داده شده است. کلیه نقاطی که در فضای  $B$  قرار دارند نشانگر ریسک بیشتر و بازدهی کمتر بوده لذا دارای سطح مطلوبیت کمتری در مقایسه با نقطه  $A$  می باشد. نقاط واقع بر فضای  $C$  معرف پروژه های با ریسک و بازدهی کمتر بوده و لذا سطح مطلوبیت آنها قابل مقایسه با نقطه  $A$



نبوده لذا دارای وضعیت مبهم می باشند. نقاط واقع بر فضای D دارای ریسک کمتر و بازدهی بیشتر بوده لذا نسبت به نقطه A مرجح هستند. در فضای E پروژه هایی قرار دارند که دارای ریسک و بازدهی بیشتر بوده لذا در مقایسه با نقطه A دارای وضعیت مبهم می باشند.

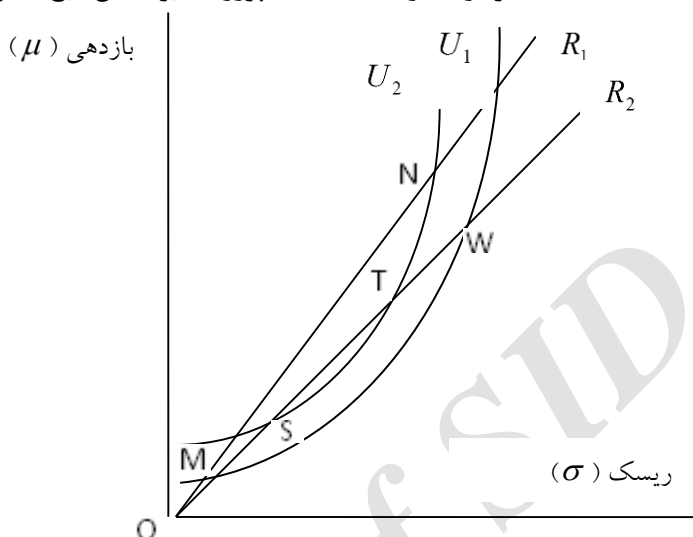
شکل ۴: مقایسه تطبیقی پروژه ها بر اساس ریسک و بازدهی



با استفاده از منحنی های بی تفاوتی وقتی بر روی منحنی خاص حرکت به سمت محور افقی ادامه می یابد، ریسک افزایش و بازدهی تقلیل می یابد و سطح رفاه ثابت باقی می ماند. بدیهی است منحنی هایی که در سطح بالاتری قرار می گیرند سطح رفاه اجتماعی بالاتری را نشان می دهند؛ مثلا  $U_1$  سطح مطلوبیت کمتری را در مقایسه با  $U_2$  نشان می دهد. مقایسه سطح رفاه ناشی از ایجاد بازار ثانویه دو نقطه واقع بر دو منحنی بی تفاوتی دشوار است در این موارد استفاده از شاخص ضریب تغییرات توصیه می شود که حاصل نسبت ریسک و بازدهی است. چنانچه شعاعی از مبدا مختصات به منحنی های مطلوبیت یکسان عبور داده شود در این صورت عکس شیب شعاع ضریب تغییرات را نشان خواهد داد. برای مثال اگر نقطه M وضعیت اولیه را نشان دهد و ریسک و بازدهی افزایش پیدا کند نقطه ای مثل W ایجاد می شود. نقطه W بر روی منحنی بی تفاوتی پایین تری واقع بوده و چون عکس شیب شعاع کاهش یافته است ضریب پراکندگی افزایش می یابد. بر اساس تحلیل سطح مطلوبیت نقطه M مرجح است زیرا سطح مطلوبیت نقاط واقع بر  $U_2$  بیشتر از  $U_1$  است. بر اساس تحلیل ضریب پراکندگی نقطه M مرجح است زیرا ضریب پراکندگی نقطه M کمتر از نقطه W است پس این نتایج همدیگر را تقویت می کنند. طبیعتاً در صورتیکه ضریب پراکندگی کمتر باشد سطح رفاه اجتماعی افزایش خواهد یافت. فرمول محاسبه این شاخص عبارتست از:

$$V = \sigma / \mu \quad (۶)$$

نمودار شماره (۵): مقایسه پروژه‌ها بر اساس تابع مطلوبیت



با استفاده از نمودار شماره (۵)، بر روی شعاع OR ضریب تغییرات یکسان است. مبانی تصمیم‌گیری فرد ریسک‌گریز برای انتخاب پروژه بهینه به صورت ذیل است: از میان دو موقعیت که بازدهی یکسان هستند پروژه‌ای انتخاب می‌شود که دارای ریسک کمتری باشد. از میان دو موقعیت که دارای ریسک یکسانی هستند پروژه‌ای که بازدهی بیشتری دارد انتخاب می‌شود. از میان دو موقعیت که دارای بازدهی و ریسک متفاوتی هستند بر اساس شاخص ضریب پراکندگی پروژه بهینه انتخاب می‌شود و آن پروژه‌ای است که دارای ضریب پراکندگی کمتری می‌باشد. تلفیق مقایسه ریسک و بازدهی (سطح مطلوبیت پروژه‌ها) و بکارگیری شاخص ضریب تغییرات نتایج ذیل را بدنبال دارد: الف) در صورت ثابت بودن سطح مطلوبیت پروژه‌ها (قرار داشتن پروژه‌ها بر روی منحنی بی تفاوتی خاص)، پروژه‌ای که دارای ضریب تغییرات کوچکتری است انتخاب می‌شود. ب) چنانچه ضریب تغییرات یکسان باشد پروژه‌ای انتخاب می‌شود که بر منحنی بی تفاوتی بالاتری قرار گیرد. ج) اگر دو پروژه دارای ضریب تغییرات متفاوت و سطح مطلوبیت متفاوت باشند پروژه دارای ضریب تغییرات کمتر و سطح مطلوبیت بالاتر انتخاب می‌شود.

#### انتخاب پرتفوی باگشتاورهای بالاتر

در این بخش، به منظور ارائه فرمول مسئله سرمایه‌گذار با گشتاور بیشتر، بررسی‌های بریتو و گروه تحقیقاتی‌اش را دنبال می‌کنیم. در ادامه چنین در نظر می‌گیریم که سرمایه‌گذار از سرمایه

مشخصی برای سرمایه گذاری در بازار سهام برخوردار است. این سرمایه گذار درصد افزایش سودمندی (مطلوبیت) پیش بینی شده در قالب رابطه ی  $\{u(r_{p,t+1})\}$   $E_t$  بوده که در آن  $r_{p,t+1}$  ، با بازده سرمایه موجودی اوراق بهادار در روز  $t+1$ ، در فضای ممکن  $x$  رانشان می دهد. از اینرو مسئله افزایش مطلوبیت استاندارد سرمایه گذار را می توان به شرح معادله زیر مطرح کرد: معادله ۱:

$$\text{MAX} E_t \{u(r_{p,t+1})\} = E_t \{U(\sum_{i=1}^N x_i r_{i,t+1})\}$$

$$x \in R^N$$

SUCH that  $x \in X$ ,

که در این رابطه،  $X$  عبارت است از بر در مقدار (وزن)  $N \times 1$  ، نشان دهنده بازده سرمایه سهام  $i$  بوده که  $i \in \{1, \dots, N\}$  در روز  $t+1$  می باشد و  $\sum_{i=1}^N x_i = 1$  ،  $x_i \geq 0$  ،  $i=1, \dots, n$  ،  $x \in X$  مجموعه چندوجهی بوده است. توجه داشته باشید که در این مجموعه عملی از فروش کوتاه مدت که در برخی بازارها به صورت کلی و یا در مواردی ممنوع بوده، صرف نظر شده است. با فرض اینکه سرمایه گذار از الوات ریسک گریزی نسبی ثابت برخوردار بوده، آنگاه معادله ۲:

$$U(r_{p,t+1}) = \left( \frac{(1+r_{p,t+1})^{1-y}}{1-y} \right)$$

که در این رابطه،  $\gamma$  ضریب مخالفت ریسک نسبی رانشان می دهد (ارزش بالاتر  $\gamma$ ، مخالفت ریسک بیشتر سرمایه گذار را نشان می دهد) آنگاه: معادله ۳:

$$v_t(r_{p,t+1}) = E_t \{r_{p,t+1} - E_t(r_{p,t+1})\}^2$$

$$s_t(r_{p,t+1}) = E_t \{r_{p,t+1} - E_t(r_{p,t+1})\}^3$$

$$k_t v_t(r_{p,t+1}) = E_t \{r_{p,t+1} - E_t(r_{p,t+1})\}^4$$

واریانس پرتفوی، عدم تقارن و برآمدگی نمودار را در روز  $t+1$  در نظر می گیریم. در ادامه عبارت مرتبه چهارم تیلور در خصوص مطلوبیت مورد انتظار به صورت رابطه  $\{u(r_{p,t+1})\}$   $E_t$  و برگشت سرمایه مورد انتظار پرتفوی در قالب رابطه  $E_t(r_{p,t+1})$  در معادلات زیر ارائه می گردد. با تعریف معادله ۴:

$$E_t \{u(r_{p,t+1})\} + \frac{1}{2!} u'' \{E_t \{u(r_{p,t+1})\}\} v_t(r_{p,t+1})$$

$$+ \frac{1}{3!} u''' \{E_t \{u(r_{p,t+1})\}\} s_t(r_{p,t+1})$$

$$+ \frac{1}{4!} u'''' \{E_t \{u(r_{p,t+1})\}\} k_t(r_{p,t+1})$$

معادله ۵

$$a = u\{E_t(r_{p,t+1})\}, \quad b = -\frac{u''\{E_t(r_{p,t+1})\}}{2}$$

$$c = \frac{u'''\{E_t(r_{p,t+1})\}}{6}, \quad d = -\frac{u''''\{E_t(r_{p,t+1})\}}{24}$$

معادله ۶

$$u[E_t(r_{p,t+1})] = \begin{cases} \frac{[1+E_t(r_{p,t+1})]^{1-y}}{1-y} & \text{if } y > 1, \\ \log[1 + E_t(r_{p,t+1})] & \text{if } y = 1, \end{cases}$$

$$u''[E_t(r_{p,t+1})] = \begin{cases} -y[1 + E_t(r_{p,t+1})]^{-(y+1)} & \text{if } y > 1 \\ -\frac{1}{[1+E_t(r_{p,t+1})]^2} & \text{if } y = 1, \end{cases}$$

$$u'''[E_t(r_{p,t+1})] = \begin{cases} y(y+1)[1 + E_t(r_{p,t+1})]^{-(y+2)} & \text{if } y > 1 \\ -\frac{2}{[1+E_t(r_{p,t+1})]^3} & \text{if } y = 1, \end{cases}$$

$$u''''[E_t(r_{p,t+1})] = \begin{cases} -y(y+1)(y+2)[1 + E_t(r_{p,t+1})]^{-(y+3)} & \text{if } y > 1 \\ -\frac{6}{[1+E_t(r_{p,t+1})]^4} & \text{if } y = 1, \end{cases}$$

در ادامه بازنویسی معادله ۴، به شرح زیر صورت می‌گیرد: معادله ۷:

$$E_t[u(r_{p,t+1})] \approx a(r_{p,t+1}) - b(r_{p,t+1})V_t(r_{p,t+1}) + c(r_{p,t+1})S_t(r_{p,t+1}) - d(r_{p,t+1})K_t(r_{p,t+1})$$

از اینرو مسئله سرمایه گذار باگشتاورهای بالاتر می‌توان به شرح رابطه ی زیر نشان داد:

معادله ۸

$$\max_{x \in \mathbb{R}^N} a(r_{p,t+1}) - b(r_{p,t+1})V_t(r_{p,t+1}) + c(r_{p,t+1})S_t(r_{p,t+1}) - d(r_{p,t+1})K_t(r_{p,t+1})$$

such that  $x \in X$ .

گشتاورهای بیشتر واقعی (تحقق یافته)

در حالیکه داده های قابل دسترس در خصوص معادلات حل روز فاقد اثرات تجاری غیرهمزمان بوده، در نتیجه خطاهای جدی احتمالی در گشتاور و گشتاور همزمان بازده سرمایه رابه دنبال خواهد

داشت. درچنین مواردی، به منظور همزمان کردن داده‌ها، از برخی روش‌ها استفاده می‌کنیم. یکی از راه‌های احتمالی، استفاده از روش تجدید زمان می‌باشد. با فرض رابطه‌ی  $i \in \{1, \dots, N\}$  برای هر موجودی سهام، و در اختیار داشتن مشاهدات قیمت روزانه همزمان  $k$  در روز  $t+1$ ، رابطه‌ی  $p_{t+1}(\frac{k}{K})$  رباتوجه به  $k \in \{1, \dots, K\}$  با مشاهدات قیمت خواهیم داشت. توجه داشته باشید که آخرین قیمت معامله شده در روز  $t+1$  در رابطه  $p_{t+1}(\frac{k}{K}) = p_{t+1}$  نشان داده می‌شود. در این شرایط، واریانس واقعی روزانه در روز  $t+1$  برای هر یک از سهام  $i$ ، به شرح رابطه زیر است:

معادله ۹

$$RV_{i,t+1}^k = \sum_{k=1}^k r_{i,t+\frac{k}{K}}^2$$

که در آن عبارت  $r_{i,t+\frac{k}{K}}$  عبارت است از برگشت سهام  $i$  در دوره روزانه  $k$ . برای هر جفت سهام  $i, j$ ، رباتوجه به  $i, j \in \{1, \dots, N\}$  کوواریانس واقعی روزانه در روز  $t+1$  و در قالب رابطه زیر نشان داده می‌شود:

معادله ۱۰:

$$RCOV_{i,j,t+1}^k = \sum_{k=1}^k r_{i,t+\frac{k}{K}} r_{j,t+\frac{k}{K}}$$

از اینرو واریانس واقعی پرتفوی روزانه را می‌توان به شرح رابطه زیر محاسبه کرد: معادله ۱۱:

$$R \Sigma(x) = x^T R M_2 x,$$

که در این رابطه،  $R M_2$  ماتریس کوواریانس واقعی را نشان می‌دهد. هرورودی  $C_{ij,t+1}$  ماتریس  $R M_2$  به شرح رابطه زیر است: معادله ۱۲:

$$C_{ij,t+1} = \sum_{k=1}^K r_{i,t+\frac{k}{K}} r_{j,t+\frac{k}{K}}$$

همچون رویکرد واریانس واقعی مورد نظر، عدم تقارن واقعی روزانه در روز  $t+1$ ، برای هر یک از ذخایر سهام جداگانه را می‌توان به شرح رابطه زیر تعریف کرد: معادله ۱۳:

$$RS_{i,t+1}^K = \sum_{k=1}^K r_{i,t+\frac{k}{K}}^3$$

ماتریس عدم تقارن واقعی را می‌توان به صورت ماتریس  $N^* N^2$  محاسبه نمود. بنابراین روش، عدم تقارن واقعی پرتفوی روزانه، در قالب رابطه زیر محاسبه می‌شود:

معادله ۱۴

$$R\Phi(x) = x^T RM_3(x \otimes x),$$

که در این رابطه  $RM_3$  عبارت است از ماتریس عدم تقارن همزمان واقعی و  $\otimes$  محصول کرونگر را نشان می‌دهد. ماتریس عدم تقارن همزمان واقعی متناسب با  $N$  ماتریس  $A_{ijl,t+1}$  بعد  $N^*N$  به شرح رابطه زیر است:

معادله ۱۵

$$RM_3 = [A_{1jl,t+1} \ A_{2jl,t+1} \ \dots \ A_{Njl,t+1}],$$

که در این معادله، هر مولفه  $a_{ijl,t+1}$  به شرح زیر است:

معادله ۱۶

$$a_{ijl,t+1} = \sum_{i=1}^k r_{i,t+\binom{k}{k}} r_{l,t+\binom{k}{k}}$$

در پایان، کشیدگی نمودار واقعی روزانه در روز  $t+1$ ، برای هر یک از سهام جداگانه  $i$  را می‌توان به شرح زیر تعریف کرد:

معادله ۱۷

$$RK_{i,t+1}^K = \sum_{k=1}^k r_{i,t+\binom{k}{k}}^4$$

برآمدگی نمودار واقعی موجد در اوراق بهادار روزانه را می‌توان با محاسبه ی ضرایب زیر بدست آورد:

معادله ۱۸

$$R\varphi(X) = X^T RM_4(X, X, X)$$

که در آن،  $RM_4$  ماتریس برآمدگی همزمان واقعی را نشان می‌دهد. ماتریس  $RM_4$  متناسب با  $N^2$  ماتریس  $B_{ijlm,t+1}$  بعد  $N^*N$  به شرح زیر است: معادله ۱۹:

$$B_{111M,t+1} B_{111M,t+1} RM_4 = \{B_{111M,t+1} B_{121M,t+1} \dots B_{211M,t+1}$$

که در آن، هر مولفه  $b_{ijlm,t+1}$  به شرح زیر می‌باشد معادله ۲۰:

$$b_{ijlm,t+1} = \sum_{k=1}^k r_{i,t} + \binom{k}{k} r_{j,t} + \binom{k}{k} r_{l,t} + \binom{k}{k} r_{m,t} + \binom{k}{k}.$$

چنانکه پیش‌تر نیز اشاره شد، برای محاسبه‌ی گشتاورهای واقعی در قالب ورودی‌های مسئله ۸، استفاده از داده‌های طی روز را پیشنهاد می‌کنیم.

معادله ۲۱

$$\begin{aligned} v_t(r_{p,t+1}) &\approx R\Sigma(x) = x^T R M_2 X \\ S_t(r_{p,t+1}) &\approx R\Phi(x) = x^T R M_3 (X\varphi X) \\ K_t(r_{p,t+1}) &\approx R\mathcal{A}(x) = x^T R M_4 (X\varphi X\varphi X) \end{aligned}$$

از اینرو، فرمول مسئله ۸ به شرح زیر ارائه می‌گردد معادله ۲۲:

$$\begin{aligned} \text{Max } a(x) - b(x) R\Sigma(x) + c(x) R\Phi(x) - d(x) R\mathcal{A}(x) \\ x \in R^N \end{aligned}$$

Such that  $x \in x$

توجه داشته باشید که در تخمین برگشت سرمایه روزانه،  $r_{i,t+1}$  هر یک از سهام  $i$  (باتوجه به  $N, \dots, 1$  و  $i \in \{1, \dots, N\}$ ، از داده‌های فرکانس بالا، فقط اولین و آخرین مشاهدات قیمت مورد نظر می‌باشد معادله ۲۳:

$$\begin{aligned} r_{i,t+1} &= \sum_{k=1}^k \left\{ \ln \left( p_{i,t+\left(\frac{k}{k}\right)} \right) - \ln \left( p_{i,t+\left(k-\frac{1}{k}\right)} \right) \right\} \\ &= \left\{ \ln \left( p_{i,t+\left(\frac{1}{k}\right)} \right) - \ln \left( p_{i,t} \right) \right\} - \left\{ \ln \left( p_{i,t+\left(\frac{2}{k}\right)} \right) - \ln \left( p_{i,t+\left(\frac{1}{k}\right)} \right) \right\} + \dots \\ &+ \left\{ \ln \left( p_{i,t+\left(\frac{k}{k}\right)} \right) - \ln \left( p_{i,t+\left(k-\frac{1}{k}\right)} \right) \right\} \\ &\{ \ln \left( p_{i,t+1} \right) - \ln \left( p_{i,t} \right) \} \end{aligned}$$

در ادامه، تخمین میانگین پرتفوی روزانه  $E_t(r_{p,t+1})$  در قالب رابطه زیر صورت گرفته:

معادله ۲۴

$$E_t(r_{p,t+1}) \approx \mu(x) = m^T x$$

که در این رابطه  $m$  بردار بعد از  $N*1$  رانشان داده که هر ورودی با میانگین برگشت سرمایه روزانه هر یک از ذخایر سهام  $i$  تناسب دارد.

#### مسئله مطلوبیت - نقدینگی (EVIL)

با ارجاع به بررسی‌های تحقیقاتی گونیکو، شیانگ و ژنگ، نسبت عدم نقدینگی یکی از بهترین مولفه‌ها برای سنجش و اندازه‌گیری نقدینگی ذخایر سهام محسوب شده و از همبستگی قوی با دیگر

انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

مقیاس های سنجش نقدینگی برخوردار است. نرخ عدم نقدینگی برای سهام  $i$  در روز  $t+1$  به صورت مولفه  $A_{i,t+1}$  با رابطه زیر بدست می آید

معادله ۲۵

$$A_{i,t+1} = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^k \frac{\{r_{i,t+\frac{k}{k}}\}}{v_{i,t+\frac{k}{k}}}$$

که در این رابطه،  $r_{i,t+\frac{k}{k}}$  برگشت سرمایه سهام  $i$  در دوره روزانه  $k$  رانشان داده و  $U_{i,t+\frac{k}{k}}$  با حجم معاملات در اروپا مطابقت دارد. در این پژوهش، ساختار پرتفوی کارآمد را مطرح می کنیم که در آن سرمایه‌گذار باتوجه به سطح نقدینگی مربوط به پرتفوی، مطلوبیت مورد انتظار را افزایش می‌دهد. از اینرو، ضمن توجه به مسئله ۲۲ و با استفاده از نرخ عدم نقدینگی به عنوان یک مقیاس سنجش نقدینگی، مسئله مطلوبیت - نقدینگی (Evil) مورد انتظار را به شرح زیر مطرح می کنیم

معادله ۲۶:

$$\begin{aligned} & \text{Max } a(x) - b(x) R \sum (x) + c(x) R \emptyset (x) - d(x) R \varphi(x) \\ & x \in R^N \\ & \min l^T x \leq l_{\text{target}} \\ & x \in x \end{aligned}$$

که در این رابطه  $i$  بردار بعد  $N \times 1$  با مولفه هایی برابر نرخ عدم نقدینگی مورد انتظار (باتوجه به معادله ۲۵) هر یک از سهام  $i \in \{1, \dots, N\}$  رانشان داده و  $I_{\text{target}}$  عبارت است از حد بالای عدم نقدینگی مشخص. تابع هدف مسئله EVIL اگر چه یک تابع غیر خطی پیوسته بوده، اما یک تابع یکنواخت محسوب شده و همه ی قیده‌های آن به صورت خطی هستند و فضای عملی آن فشرده است (یک فضای بسته و مرزی). با در نظر گرفتن این ویژگی ها، وجود یک مولفه پیشینه برای مسئله EVIL، با قضیه شناخته شده قابل تخمین می باشد. با حل مسئله ۲۶ با استفاده از هر نرم افزار بهینه سازی غیرخطی استاندارد برای بهینه سازی اجباری، تعیین مرز موثر EVIL برای مجموعه اوراق بهادار با حداکثر مطلوبیت مورد انتظار در میان همه ی موجودی های اوراق بهادار عملی که حداقل سطح معین نقدینگی مورد انتظار را در اختیار قرار داده، الزامی است.



### فرضیه پژوهش:

فرضیه ۱: در سطوح ناسازگار متفاوت ریسک، مطلوبیت نقدینگی پرتفوی مورد انتظار کاملاً رقابتی بوده و از نظر سودمندی، نقدینگی و مطلوبیت مورد انتظار، نسبت به معیار پایه، متناسب به نظر می‌رسد.

### روش شناسی تحقیق

در همه‌ی مراحل نمونه‌گیری، معامله‌ی این سهام در بورس سهام تهران انجام شده است. برای هر یک از این سهام، امکان دسترسی به داده‌های روزانه جمع‌آوری شده در طول هر یک از دوره‌های معامله از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۵ وجود دارد. این پایگاه داده از سوی بورس اوراق بهادار تهران قابل دسترسی و استفاده می‌باشد. در این فایل‌ها، برای هر یک از سهام، در میان دیگر اطلاعات مربوطه، فقط به تاریخ معاملات، قیمت معاملات سهام و تعداد اوراق بهادار معامله شده نیاز داریم. مشاهدات قیمت روزانه موجود، برای ۴۰ سهام مورد نظر به طور همزمان نبوده است. روش‌های تجدید زمان برای همزمانی معاملات روزانه مورد استفاده قرار گرفته که عبارتند از روش تجدید زمان جفتی و روش تجدید زمانی کلی. روش تجدید زمان جفتی، همزمان سازی معاملات یک جفت سهام به طور جداگانه رابعه‌ده داشته که امکان حفظ و نگهداری نقاط داده بیشتری را برای ما فراهم آورده (در مقایسه با روش تجدید زمان کلی) که با این حال، ماتریس کوواریانس حاصله از نوع ماتریس همیشه مثبت نیست. بطور کلی، روش تجدید زمان کلی، همزمان کردن همه‌ی ذخایر سهام باهم را برعهده داشته و براین اساس، ماتریس همیشه مثبت ماتریس بدست آمده تضمین می‌گردد. در این پژوهش برای تضمین ماتریس همیشه مثبت کوواریانس، روش تجدید زمان کلی را انتخاب می‌کنیم. این روش با برنامه‌ی Ctt قابل اجرا است. بطور خلاصه، این روش را می‌توان به شرح زیر تعریف کرد:  $T_1$  رانخستین دوره زمانی طی یک روز  $t+1$  در نظر می‌گیریم که در آن همه‌ی ذخایر سهام موجود، دست کم یکبار پس از بازگشایی بازار، قیمت خود را تغییر می‌دهند.  $T_2$  رانخستین دوره زمانی طی یک روز  $t+1$  در نظر می‌گیریم که در آن همه‌ی سهام موجود، از  $T_1$  دست کم یکبار قیمت خود را تغییر می‌دهند. این رویکرد امکان تعریف نشان زمان  $T_k$  با  $K \in \{1, \dots, K\}$  را تا مشخص شدن  $T_K$  با توجه به بسته شدن بازار فراهم می‌آورد. در ادامه برگشت سرمایه هر یک از ذخایر سهام  $\{1, \dots, N\}$   $i \in$  طی یک روز را در فواصل منظم محاسبه می‌کنیم که با این حال، وقفه‌های همزمان درالویت قرار دارند. معادله ۲۷:

$$r_{i,t+T_k} = \ln(p_{i,t+T_k}) - \ln(p_{i,t+T_{k-1}}), \text{ with } k = 2 \dots K.$$

### انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

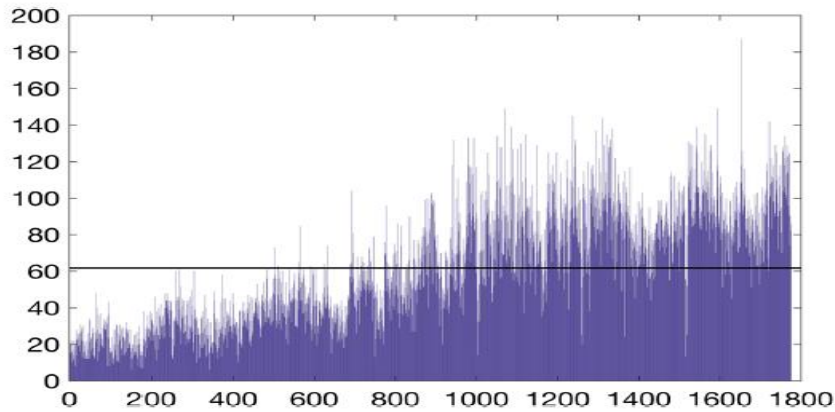
پس از حل مسئله معادلات غیرهمزمان، بطور میانگین در حدود ۶۱ مورد تغییر قیمت همزمان در هر روز را بدست آورده ایم که با میانگین مدت تقریبی ۸ دقیقه تناسب دارد (شکل ۱). براین اساس می بینیم که شدت معاملات، در شرایط ایمن تا حدود ۵ برابر افزایش می یابد. از این به بعد، ضمن محاسبه ی گشتاوردهای واقعی، می توان عدم وجود اختلال ریز ساختار را در نظر گرفت. این روش پیشنهادی با استفاده از نرم افزار MATLAB قابل اجرا می باشد. به طور قراردادی، نرم افزار متلب از دقت ۱۶ رقمی برخوردار بوده که وجود خطای گرد کردن نسبی را ضمن محاسبه ی گشتاور همزمان، به دنبال دارد. علاوه بر این، موقعیت تعداد کوواریانس واقعی، عدم تقارن همزمان واقعی و برآمدگی همزمان واقعی و ماتریس ها (در طول دوره نمونه گیری) محاسبه کرده و به بدست می آوریم. این نتایج حاکی از پایداری نسبی محاسبات گشتاورهای واقعی و گشتاور همزمان می باشد. باتوجه به مسئله مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار (مسئله ۲۶) به عنوان یک مسئله دومنظوره، می توان رابطه زیر را در نظر گرفت. معادله ۲۸:

$$\begin{aligned} & \text{Max } a(x) - b(x) R \sum(x) + c(x) R \phi(x) - d(x) R \varphi(x) \\ & x \in R^N \\ & \min \ /^T x. \\ & x \in R^N \\ & \text{such that } x \in x \end{aligned}$$

راه حل مسئله (۲۸)، به شکل مرز پاراتو در فضای مطلوبیت - غیرنقدینگی مورد انتظار ارائه شده که امکان تحلیل مستقیم روابط ضریب میان این دو بعد را فراهم می آورد. امکان حل مسئله (۲۸) با استفاده از یک الگوریتم چندمنظوره وجود دارد. با ارجاع به کارهای تحقیقاتی قبل و باتوجه به آنکه اولین هدف در قالب رابطه

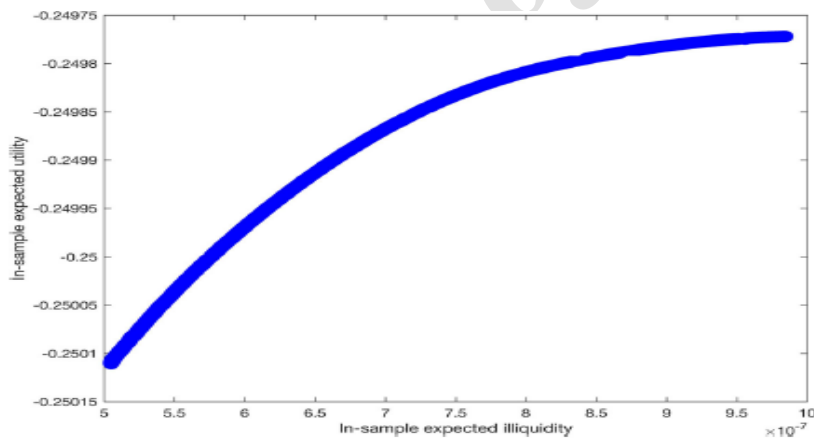
$$a(x) - b(x) R \sum(x) + c(x) R \phi(x) - d(x) R \varphi(x)$$

یک تابع غیر خطی بوده، یک حل کننده مسئله بدون مشتق را بر مبنای جستجوی چندگانه مستقیم مورد استفاده قرار می دهیم.



شکل ۱: میانگین تعداد تغییرات قیمت طی یک روز

این تصویر، میانگین (از ۴۰ سهام) تعداد تغییرات در مشاهدات قیمت روزانه برای هرروز را نشان می دهد. محور افقی، با تعداد روزهای معاملات تناسب دارد. در محور عمودی، میانگین تغییرات قیمت روزانه نشان داده شده است. خط افقی، میانگین (بر روی نمونه کلی) تعداد تغییرات قیمت در هرروز را نشان می دهد.

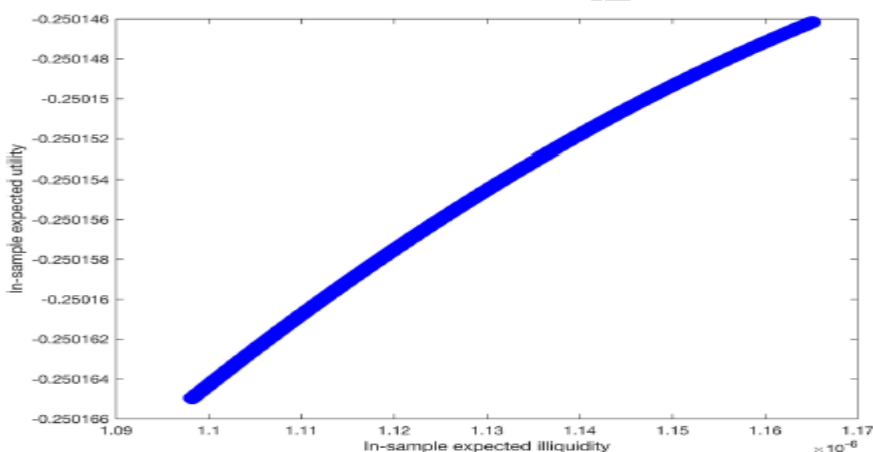


شکل ۲: مرز پاراتو مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار.

در این شکل، راه حل مسئله مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار دو منظوره ارائه شده است (مسئله ۲۸). محور عمودی، نخستین تابع هدف (مطلوبیت مورد انتظار) و محور افقی، دومین تابع هدف (غیرنقدینگی مورد انتظار) را نشان می دهد. این راه حل برای یک پارامتر مخالفت ریسک متوسط ( $Y=5$ ) ارائه شده است. با در نظر گرفتن دوره نمونه گیری معادل همه ی روزنه های زمانی موجود (۱۳۸۹ تا ۱۳۹۵)، حل کننده ی  $dms^3$  (نسخه ۳٪) را برای تعیین مرز پاراتوی مطلوبیت/نقدینگی

### انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

مورد انتظار مورد استفاده قرار می‌دهیم. شکل ۲، نمودار مرز پاراتوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار برای یک سرمایه‌گذار با پارامتر مخالفت ریسک نسبتاً ثابت معادل ۵ را نشان می‌دهد (به معادله ۲ مراجعه کنید). با توجه به تحلیل‌های صورت گرفته از شکل ۲، یک رابطه مثبت میان مطلوبیت مورد انتظار و عدم نقدینگی مورد انتظار مشاهده می‌شود. با اعمال قیده‌های پرتفوی مورد استفاده عملی (به عنوان مثال قیده‌های برگشت معاملات، شرایط خرید در قیده‌های آستانه، قیده‌های اساسی)، امکان بررسی آنها در مدل مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار وجود دارد. به عنوان مثال، در صورت اعمال قید گردش معاملات، یک مرز متفاوت مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار (شکل ۳) بدست می‌آید. با مقایسه مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار مرز پاراتور (شکل ۲) مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار مرز پاره تو با یک قید گردش معاملات (شکل ۳)، می‌توان چنین گفت که گنجاندن این قید، علیرغم حفظ برآمدگی در مولفه مرزی مورد نظر، موجب تضعیف دستیابی به دو هدف مورد نظر (مطلوبیت مورد انتظار و عدم نقدینگی مورد انتظار)، خواهد شد.



شکل ۳: مرز پاراتور مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار با یک قید گردش (جابه‌جایی).

این شکل، راه حل مسئله دومنظوره مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار (مسئله ۲۸) با در نظر گرفتن یک قید گردش (جابه‌جایی) را نشان می‌دهد. مجموعه اوراق بهادار مورد نظر از موجودی یکسان وزنی برخوردار بوده و حداقلی این قید ۵٪ می‌باشد. محور عمودی با اولین تابع هدف (مطلوبیت مورد انتظار) و محور افقی با دومین تابع هدف (عدم نقدینگی مورد انتظار) مطابقت دارد. این راه حل برای پارامتر مخالفت ریسک متوسط ( $Y=5$ ) در نظر گرفته شده است.

## یافته های پژوهش

### حساسیت پذیری نسبت به مخالفت ریسک

به منظور تحلیل قدرت کارآمدی مجموعه اوراق بهادار برفضای مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار ، در این بخش به مقایسه‌ی عملکرد این سه پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار بهینه با دو پرتفوی می پردازیم. سه پرتفوی بهینه مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار انتخاب شده عبارتند از :  $x_{l5}$  و  $x_{l10}$  و  $x_{l4}$  که هر یک از آنها با راه حل مسئله (۲۶) برای  $I_{target} = I_{10}$  و  $I_{target} = I_{90}$  مطابقت داشته و بطور کلی  $Y I_7$  امین درصد عدم نقدینگی مورد انتظار در همه ی ذخایر سهام را نشان می دهد. از اینرو، با این ساختار ، سطح کلی نقدینگی پرتفوی کارآمد بدست آمده، با افزایش درصدها، کاهش می‌یابد. در بررسی‌های تحقیقاتی صورت گرفته قبلی توسط بریتو و دمیگول، بازده مطلوب پرتفوی با حداقل واریانس مشخص  $X_{mv}$  و پرتفوی وزنی یکسان  $X_{ew}$  مشاهده شده است . در این تحقیق ، این دو پرتفوی رابه عنوان مولفه های محک مورد استفاده قرار می دهیم. مجموعه اوراق بهادار  $X_{mv}$  با راه حل مسئله درجه دوم مطابقت دارد: معادله ۲۹:

$$\text{Min } x^T M_2 x$$

$$\text{Such that } x \in X$$

که در این رابطه ،  $M_2$  ماتریس کوواریانس روزانه رانشان می دهد (که از برگشت سرمایه روزانه محاسبه شده است). مجموعه اوراق بهادار با حداقل واریانس  $X_{MV}$  در این پژوهش، مورد استفاده قرار می گیرد. توضیح عملکرد مطلوب مجموعه اوراق بهادار با حداقل واریانس به عدم وجود تخمین خطای برگشت سرمایه مورد انتظار در تعاریف مورد نظر وابسته بوده و این درحالیست که با صرف نظر کردن از فروش کوتاه مدت از این مسئله، کاهش تخریب ماتریس کوواریانس را خواهیم داشت. بادر نظر گرفتن مجموعه اوراق بهادار وزنی یکسان  $x_{ew}$ ، شرایطی مطرح شده که براساس آن رابطه زیر را داریم:

معادله ۳۰

$$x_i = \frac{1}{N}, i=1, \dots, N$$

در پژوهش دمیگول، پیش تر دیدیم که عملکرد پرتفوی وزنی یکسان در رابطه با مدل‌های بهینه‌سازی متعدد، مورد توجه قرار گرفته است. این نتایج حیرت آور به عدم وجود خطای محاسبات و سطح بالای تنوع نسبت داده می شود. چنانکه در این پژوهش نیز مشاهده می کنید، رویکرد نمونه غلتان را برای ارزیابی عملکرد مورد نظر بکاربرده ایم. این محاسبات را در محدوده ی ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۵ برای ارزیابی سنجش های عملکرد نمونه بکار رفته اند. نخستین دامنه زمانی محاسبات از

### انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

۱۳۸۹ تا ۱۳۹۴ بوده و سوم فروردین ۱۳۹۵، نخستین روز ارزیابی عملکرد نمونه محسوب می شود. در هر محدوده زمانی محاسبات، با استفاده از برگشت سرمایه روزانه و سه پرتفوی نمونه مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار یعنی  $XI_{10}$  و  $XI_{50}$  و  $XI_{90}$  که برای هر یک، سه سطح مختلف مخالفت ریسک ( $Y=1, Y=5, Y=10$ ) با استفاده از داده های طی روز را داریم، دو پرتفوی محک  $X_{MV}$  و  $X_{ew}$  را محاسبه می کنیم. هر پرتفوی، ثابت بوده و برگشت سرمایه روزانه آن در روز بعد مشاهده شده است. محدوده زمانی محاسبات، به یک روز تغییر کرده و برگشت سرمایه روزانه، برای روز بعد این دوره ارزیابی، محاسبه می گردد. تا اتمام روزهای معاملات باقی مانده در سال ۱۳۹۵، این فرآیند همچنان تکرار خواهد شد. جدول ۱، آمار توصیفی این نمونه را نشان می دهد. برگشت سرمایه همهی موجودی های اوراق بهادار، در حدی بالاتر از نمودار هنجار و شیب دار هستند. برای  $Y=1$ ،  $Y=5$ ، همهی موجودی های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، میانگین نمونه بالاتر از موجودی های اوراق بهادار محک را نشان می دهند (با انحراف معیار نمونه برابر بیشتر). نکته جالب توجه آنکه، پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار با نقدینگی بیشتر یعنی  $XI_{10}$  از میانگین بیشتر نسبت به پرتفوی محک، برای دو سطح مختلف مخالفت ریسک برخوردار است. ( $Y=1, Y=5$ ). با در نظر گرفتن سری های زمانی برگشت سرمایه روزانه نمونه، برای هر پرتفوی (دوپرتفوی محک و نه پرتفوی بهینه مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار)، به محاسبه بخش ارزیابی عملکرد پرداخته ایم. مطلوبیت نمونه به شرح زیر تعریف می شود: معادله ۳۱:

$$U = \int \frac{(1+\mu)^{1-y}}{1-y} \text{if } y > 1$$

$$\text{Log}(1+\mu) \text{if } y = 1$$

که در آن  $\mu$  با میانگین برگشت سرمایه نمونه مطابقت دارد. نقدینگی  $I$  به صورت میانگین نقدینگی

اوراق بهادار نمونه تعریف می شود. و هم ارزی اطمینان CE به شرح رابطه زیر است: معادله ۳۲

$$U(CE) = EU(r_{p,t+1}),$$

جدول ۱. آمار توصیفی نمونه

k	$\sum$	$\sigma$	$\mu$	
۳,۳۷۰۷	-۰,۰۴۰۷	۰,۰۰۶۸	۰,۰۰۰۷۲۷۴۶	$x_{mv}$
۳,۵۷۵۸	-۰,۱۱۸۱	۰,۰۰۶۴	۰,۰۰۰۶۹۹۷۹	$x_{ew}$
۴,۵۱۰۱	۰,۲۸۲۳	۰,۰۰۸۵	۰,۰۰۰۷۷۰۹۸	$EU/L$
۴,۵۵۳۳	۰,۲۳۵۰	۰,۰۰۸۴	۰,۰۰۰۷۵۴۰۲	$Y=1$
۴,۵۱۵۵	۰,۲۸۳۶	۰,۰۰۸۵	۰,۰۰۰۷۷۳۷۵	$X/10$
۳,۴۵۶۷	-۰,۰۲۸۱	۰,۰۰۷۵	۰,۰۰۰۷۴۲۸۰	$X/50$
۳,۴۵۴۵	-۰,۰۲۶۰	۰,۰۰۷۵	۰,۰۰۰۰۷۴۳۸۴	$X/90$
۳,۴۵۴۷	-۰,۰۲۵۸	۰,۰۰۷۵	۰,۰۰۰۰۷۴۴۱۱	$Y=5$
۳,۷۳۳۹	-۰,۲۳۳۷	۰,۰۰۷۳	۰,۰۰۰۷۰۰۵۲	$X/10$
۳,۷۲۸۹	-۰,۲۴۰۷	۰,۰۰۷۳	۰,۰۰۰۷۱۴۳۷	$Y=10$
۳,۷۳۴۲	-۰,۲۳۴۰	۰,۰۰۷۳	۰,۰۰۰۷۰۰۴۰	$X/50$
				$X/90$

این جدول میانگین ( $\mu$ )، انحراف معیار ( $\sigma$ )، عدم تقارن با نماد ( $\sum$ ) و برآمدگی نمودار ( $K$ ) نمونه‌ها برای هر پرتفوی را نشان می‌دهد. موجودی‌های اوراق بهادار محک  $X_{MV}$  و  $X_{ew}$  با عنوان حداقل واریانس و پرتفوی وزنی یکسان، با استفاده از داده‌های روزانه محاسبه می‌شود. سه پرتفوی  $XI_{10}$  و  $XI_{50}$  و  $XI_{90}$ ، درصد مطلوبیت بهینه مورد انتظار نقدینگی ۱۰ و ۵۰ و ۹۰ دامنه عدم نقدینگی در سراسر همه نمونه‌ها را نشان داده که با استفاده از داده‌های طی روز محاسبه می‌گردد. برای محاسبه‌ی موجودی‌های اوراق بهادار بهینه مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، سه سطح مختلف مخالفت ریسک  $Y=1, Y=5, Y=10$  را مورد توجه قرار می‌دهیم. که در این معادله  $EV(0)$  مطلوبیت مورد انتظار تعریف شده در معادله ۷ رانشان می‌دهد. هم ارزی اطمینان را می‌توان در قالب نسبت عدم ریسک سرمایه‌گذار باهدف صرف نظر کردن از اوراق بهادار ریسکی مشخص تعریف کرد. نتایج این سه بخش ارزیابی عملکرد را در جداول ۲ و ۳ مشاهده می‌کنید. هر سه پرتفوی بهینه

انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار ( $XI_{10}$  و  $XI_{50}$  و  $XI_{90}$ ) از سطح عدم نقدینگی به مراتب کمتری درمقایسه با پرتفوی محک ( $X_{MV}$  و  $X_{ew}$ ) برای سطوح مخالفت ریسک مورد نظر برخوردارند. برای توضیح این نتایج می‌توان چنین گفت که نقدینگی از ماهیت دائمی (پایدار) برخوردار بوده و از اینرو بیشتر ذخایر سهام نقدینه از حذواقعی، با نقدینگی بیشتری پیش بینی می‌شوند. این نتایج، قدرت پوشش مدل مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار در ایجاد پرتفویا نقدینگی پایا را نشان می‌دهد. پوشش مدل مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار در مطلوبیت بوده  $U$  منعکس شده است. برای  $Y=1$  و  $y=5$ ، همه‌ی موجودی‌های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار بطور موافق مطلوبیت قابل توجهی (در سطح معناداری ۵٪) درمقایسه با موجودی‌های اوراق بهادار محک را نشان می‌دهد. در صورت حساسیت بیشتر سرمایه گذار نسبت به ضرروزیان، با توجه به  $Y=10$ ، همه‌ی موجودی‌های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، درمقایسه با یکی از موجودی‌های اوراق بهادار محک (پرتفوی  $X_{mv}$ ) عملکرد تری داشته و درمقایسه با سایر موارد، عملکرد به مراتب بهتری دارند. (پرتفوی  $x_{ew}$ )

جدول ۲: ارزیابی عملکرد نمونه برداری  $y=1$

سنجش عملکرد	$\hat{U}$	$\hat{I}$	$\hat{CE}$
پرتفوی پایه			
$x_{mv}$	۷/۲۷۱۹	۳/۷۴۵۲	۷/۰۴۱۶
$x_{ew}$	۶/۹۹۵۵	۴/۷۸۱۹	۶/۷۹۰۰
مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار			
$X/10$	۷/۷۰۶۹	۲/۷۲۵۷	۷/۳۴۶۴
	$(0/0079)^{mv}(0/0024)^{ew}$	$(0/0000)^{mv}(0/0000)^{ew}$	$(0/0028)^{mv}(0/0017)^{ew}$
$X/50$	۷/۵۳۷۴	۲/۷۶۳۲	۷/۱۸۶۵
	$(0/0204)^{mv}(0/0021)^{ew}$	$(0/0000)^{mv}(0/0000)^{ew}$	$(0/0049)^{mv}(0/0191)^{ew}$
$X/90$	۷/۷۳۴۵	۲/۷۲۵۳	۷/۳۷۴۲
	$(0/0011)^{mv}(0/0045)^{ew}$	$(0/0000)^{mv}(0/0000)^{ew}$	$(0/0041)^{mv}(0/0054)^{ew}$

در این جدول، مطلوبیت ( $u$ )، عدم نقدینگی ( $I$ )، هم ارزی اطمینان ( $CE$ ) برای هر پرتفوی گزارش شده است. در پراتز، ارزش‌های  $P$  اختلاف میان عملکرد سنجش هر پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار و موجودی‌های اوراق بهادار را مشاهده می‌کنید که با  $mv$ ،  $ew$  به ترتیب نشان داده شده است. در این ارزش‌های  $p$ ، با توجه به متدولوژی کلاسیک پیشنهادی توسط افزون محاسبه شده



فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره سی و هشتم / بهار ۱۳۹۸

(۱۹۹۴). با این حال این الگو برای  $y=10$  مصداق نداشته و موجودی های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار بطور مشخص، از نظر برگشت سرمایه باهم ارزی اطمینان، نسبت به موجودی های اوراق بهادار از عملکرد به مراتب ضعیف تری برخوردارند.

جدول ۳: ارزیابی عملکرد نمونه برداری  $Y=5$

سنجش عملکرد	$\hat{U}$	$\hat{I}$	$\hat{CE}$
پرتفوی پایه			
$x_{mv}$	-۲/۲۴۹۲۷۳۹	۳/۷۴۵۲	۶/۱۰۹۵
$x_{ew}$	-۰/۲۴۹۳۰۱۴	۴/۷۸۱۹	۵/۹۵۷۴
مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار			
$X/10$	-۰/۲۴۹۲۵۸۶	۳/۱۵۹۴	۶/۰۱۹۲
	$(۰/۰۰۷۵)^{mv}(۰/۰۰۳۰)^{ew}$	$(۰/۰۰۰۰)^{mv}(۰/۰۰۰۰)^{ew}$	$(۰/۰۰۵۲۴)^{mv}(۰/۰۰۹۱۸)^{ew}$
$X/50$	-۰/۲۴۹۲۵۷۵	۳/۱۵۹۵	۰/۰۲۹۸
	$(۰/۰۰۵۱)^{mv}(۰/۰۰۰۰)^{ew}$	$(۰/۰۰۰۰)^{mv}(۰/۰۰۰۰)^{ew}$	$(۰/۰۰۵۹۹)^{mv}(۰/۰۰۳۵۳)^{ew}$
$X/90$	-۰/۲۴۹۲۵۷۳	۳/۱۵۹۶	۶/۰۳۲۵
	$(۰/۰۰۴۹)^{mv}(۰/۰۰۰۰)^{ew}$	$(۰/۰۰۰۰)^{mv}(۰/۰۰۰۰)^{ew}$	$(۰/۰۰۸۴۷)^{mv}(۰/۰۰۱۴۱)^{ew}$

این جدول به مطلوبیت نمونه (U)، عدم نقدینگی (I) و هم ارزی اطمینان (CE) برای هر پرتفوی را نشان می دهد. در پرتفوها، ارزش های P مختلف، میان سنجش عملکرد هر پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار و پرتفوی را مشاهده می کنید. بین سنجش عملکرد مربوطه از هر پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار و سنجش های محک یعنی پرتفوی MV و پرتفوی ew رابه ترتیب در اولین و دومین پرانتز مشاهده می کنید. ارزش های p باتوجه به متدولوژی ارائه شده برای رفع شارپ توسط لدویت وولف محاسبه می شوند.

انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

جدول ۴: ارزیابی عملکرد نمونه برای  $Y=10$

سنجش عملکرد	$\hat{U}$	$\hat{I}$	$\widehat{CE}$
پرتفوی پایه			
$x_{mv}$	-۰/۱۱۰۳۸۶۳	۳/۷۴۵۲	۴/۹۴۳۲
$x_{ew}$	-۰/۱۱۰۴۱۳۸	۴/۷۸۱۹	۴/۹۱۴۲
مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار			
$X/10$	-۰/۱۱۰۴۱۳۰	۳/۴۰۵۹	۴/۳۱۸۰
	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/۲۲۱۲)^{ew}$	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{ew}$	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{ew}$
$X/50$	-۰/۱۱۰۴۱۳۱	۳/۲۶۲۶	۴/۳۱۶۶
	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/۳۰۷۷)^{ew}$	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{ew}$	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{ew}$
$X/90$	-۰/۱۱۰۴۱۳۰	۳/۲۶۲۶	۴/۳۱۷۱
	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/۲۴۰۲)^{ew}$	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{ew}$	$(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{mv}(\cdot/\cdot\cdot\cdot\cdot)^{ew}$

در این جدول، مطلوبیت ( $u$ )، عدم نقدینگی ( $I$ )، هم ارزی اطمینان ( $CE$ ) برای هر پرتفوی گزارش شده است. در پرتفوی، ارزش‌های  $P$  اختلاف میان عملکرد سنجش هر پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار و موجودی‌های اوراق بهادار محک را مشاهده می‌کنید که با  $mv$  و  $ew$  به ترتیب نشان داده شده است. در این ارزش‌های  $p$ ، با توجه به متدولوژی کلاسیک پیشنهادی توسط افزون محاسبه شده است. نکته قابل توجه آنکه مولفه مطلوبیت و هم ارزی اطمینان، از این محاسبات مورد نظر قرار می‌گیرند. با توجه به آنکه در پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، مولفه نقدینگی مورد توجه قرار گرفته، عملکرد به مراتب ضعیف آن در مقایسه با موجودی‌های اوراق بهادار محک، چندان دور از انتظار نیست. (برخی از این مولفه‌ها عملکرد ضعیفی نشان می‌دهند). علاوه بر سه بخش عملکرد مطرح شده فوق، تصمیم‌گرفتم تا در تحلیل نمونه، نرخ شارپ و نرخ خالص شارپ را نیز بگنجانیم. بطور کلی در صورت استفاده از نرخ شارپ، با توجه به عدم توزیع نرمال برگشت سرمایه، توجه و دقت زیادی لازم است. (این نسبت برای مولفه‌های عدم تقارن یا برآمدگی نمودارها در نظر گرفته نمی‌شود). با این حال، از آنجا که نسبت شارپ یکی از مولفه‌های مورد نظر (در ارزیابی عملکرد نمونه بوده، سنجش‌های ارائه شده در این پژوهش و نرخ خالص شارپ، امکان تحلیل اثر هزینه‌های معاملات را برای ما فراهم آورده، بر آن شدید تا چگونگی رفتار پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار در این سنجش‌های ارزیابی عملکرد را در مقایسه با موجودی‌های اوراق بهادار، مورد بررسی قرار دهیم. نرخ شارپ نمونه  $S$  در قالب رابطه زیر تعریف می‌شود.

معادله ۳۳:

$$\hat{S} = \frac{\hat{\mu}}{\hat{\sigma}}$$

نرخ خالص شارپ نمونه  $S_{net}$  در قالب رابطه زیر نشان داده می شود (نرخ شارپ نمونه پس از هزینه‌های معاملات): معادله ۳۴:

$$\widehat{S}_{net} = \frac{\hat{\mu}_{tc}}{\hat{\sigma}_{tc}}$$

که در این رابطه  $\mu_{tc} = \mu - tc$  عبارت است از میانگین بازده سرمایه نمونه ( $\mu$ ) منهای هزینه‌های متناسب ( $tc$ ) و  $\sigma_{tc}$  عبارت است از انحراف معیار بازده سرمایه نمونه پس از هزینه‌های معاملات. هزینه‌های معاملات متناسب را برابر ۵۰ بر مبنای موقعیت‌ها در هر معامله در نظر می‌گیریم (که در این پژوهش، بطور متداول در نظر گرفته شده است). از اینرو هزینه‌های معامله همه‌ی سهام به شرح زیر تعریف می‌شود: معادله ۳۵:

$$tc = \sum_{t=1}^{\#periods} 0.5\% \sum_{i=1}^N \left( |x_{i,t+1} - x_{i,t}^h| \right),$$

جدول ۵: نسبت‌های شارپ نمونه و نرخ خالص شارپ تصحیح شده

سنجش عملکرد	نرخ shapre	نرخ شارپ خالص اصلاح شده
پرتفوی پایه		
$x_{mv}$	۰/۱۰۳۱۷۵	-۶/۹۳۸۹
$x_{ew}$	۰/۱۰۵۳۰۳	-۵/۱۵۱۶
مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار		
$Y=1$		
$X/10$	۰/۰۸۶۲۲۶	-۰/۷/۸۶۰۱
	$(۰/۲۷۱۳)^{mv}(۰/۳۲۱۹)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$X/50$	۰/۰۸۵۴۸۶	-۱/۱۹۵۴
	$(۰/۲۶۲۷)^{mv}(۰/۳۱۸۹)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$X/90$	۰/۰۸۶۵۶۸	-۸/۰۰۵۷
	$(۰/۲۵۹۱)^{mv}(۰/۳۲۹۱)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$Y=5$		

انتخاب پرتفوی با داده‌های فرکانس بالا: اولویت‌های ریسک.../دهقان، سعیدی، محمدی و الهی

$X/10$	۰/۰۹۵۲۲۰	-۲/۸۱۳۲
	$(۰/۲۸۵۵)^{mv}(۰/۵۴۳۵)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$X/50$	۰/۰۹۵۳۶۶	-۲/۸۱۲۶
	$(۰/۳۰۹۵)^{mv}(۰/۵۵۲۵)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$X/90$	۰/۰۹۵۴۰۲	-۲/۸۰۶۵
	$(۰/۲۹۳۳)^{mv}(۰/۵۵۵۹)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$Y=10$		
$X/10$	۰/۰۹۲۱۳۷	-۱/۶۱۳۵
	$(۰/۲۱۳۰)^{mv}(۰/۳۶۷۳)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$X/50$	۰/۰۹۴۰۷۳	-۲/۵۱۳۲
	$(۰/۲۶۴۹)^{mv}(۰/۴۴۵۳)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$
$X/90$	۰/۰۹۲۱۰۸	-۱/۶۰۹۵
	$(۰/۲۱۷۵)^{mv}(۰/۳۷۰۳)^{ew}$	$(۰/۰۰۱۰)^{mv}(۰/۰۰۱۰)^{ew}$

در این جدول، نرخ شارپ (s) و نرخ خالص شارپ (S<sub>net</sub>) برای هر یک از موجودی‌های اوراق بهادار، گزارش شده است. توجه داشته باشید که برای هر یک از نرخ‌های خالص شارپ، اعداد ارائه شده با نرخ‌های تصحیح شده می‌باشد. در این پرانتزها، ارزشهای p مختلف بین سنجش کلی مربوطه از هر پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار و سنجش‌های محک یعنی پرتفوی mv و پرتفوی ew را به ترتیب در اولین و دومین پرانتز مشاهده می‌کنید. ارزش‌های p با توجه به متدولوژی ارائه شده برای نرخ شارپ توسط لیدوت وولف محاسبه می‌شوند. که در این معادله  $x_{i,t}^h$  و  $x_{i,t+1}$  به ترتیب عبارتند از وزن‌های پرتفوی قبل و بعد از موازنه دوباره در روز t+1. از اینرو  $a_{i,t}^h$  را می‌توان به شرح زیر محاسبه کرد: معادله ۳۶:

$$x_{i,t}^h = x_{i,t-1} \frac{1 + r_{i,t}}{1 + r_{p,t}}$$

جدول ۵، نتایج این دو سنجش ارزیابی عملکرد اضافی دیگر بین نرخ شارپ (s) و نرخ خالص شارپ (S<sub>net</sub>) را نشان می‌دهد. در خصوص نرخ شارپ، می‌بینیم که برای سطح مخالفت ریسک متوسط (y=5)، امکان دستیابی پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار به بالاترین اعداد وجود دارد. با این حال، برای سطوح مختلف مخالفت ریسک، موجودی‌های اوراق بهادار محک در مقایسه با پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، همیشه عملکرد به مراتب بهتری را از خود نشان می‌دهند.

چنانچه درسنجش های مطلوبیت وهم ارزی اطمینان مشاهده می کنید، چندان جای شگفتی ندارد که در پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، نقدینگی وگشتاورهای بالاتر، محاسبه شوند. در محاسبه هزینه های معاملات (با محاسبه ی نرخ خالص شارپ)، می بینیم که همه ی موجودی های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار از دومعیار محک، پیشی ندارند. با توجه به برگشت سرمایه بیشتر پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار در مقایسه با معیارهای محک (جدول ۶)، این شرایط چندان دور از انتظار نیست. در این پژوهش  $x_{mv}$  و  $x_{ew}$ ، گردش به مراتب کمتری در مقایسه با دیگر استراتژیها را نشان می دهد.

جدول ۶: گردش پرتفوی

جایابی	
پرتفوی پایه	
$x_{mv}$	۰/۰۰۸۴۶۲
$x_{ew}$	۰/۰۰۶۷۴۷
مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار	
$\gamma=1$	
$X/10$	۰/۰۷۲۳۷۸
$X/50$	۰/۱۱۱۲۴۱
$X/90$	۰/۰۷۳۴۲۴
$\gamma=5$	
$X/10$	۰/۰۲۹۷۳۳
$X/50$	۰/۰۲۹۷۲۹
$X/90$	۰/۰۲۹۶۶۶
$\gamma=10$	
$X/10$	۰/۰۱۷۶۹۸
$X/50$	۰/۰۲۷۲۹۶
$X/90$	۰/۰۱۷۶۵۳

در این جدول، گردش پرتفوی برای هر یک از موجودی های اوراق بهادار گزارش شده است. گردش پرتفوی، باتوجه به معادله زیر محاسبه می شود:

$$\frac{1}{\#periods} \sum_{t=1}^{\#periods} \sum_{i=1}^N (|x_{i,t+1} - x_{i,t}^h|)$$

### نتیجه گیری و بحث

در این پژوهش، یک روش جدید برای انتخاب پرتفوی ارائه شده است. بر این اساس چنین مطرح می‌کنیم که سرمایه گذار می‌بایست پرتفوی خود را براساس معیار پیشینه سازی مطلوبیت و البته در زمان واحد، باتوجه به سطح مورد نظر نقدینگی، ایجاد کند. از اینرو، در این چهارچوب، سرمایه‌گذار در فضای مطلوبیت- نقدینگی مورد انتظار، گزینه مورد نظر خود را انتخاب می‌کند. با فرض برخورداری سرمایه‌گذار از الویت‌های ریسک گریزی نسبی ثابت، چگونگی تلفیق گشتاورهای بالاتر پرتفوی را با دقت نظر (عدم تقارن و برآمدگی نمودار) در تابع مطلوبیت مورد انتظار، نشان می‌دهیم. مدل مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار پیشنهادی، امکان شناسایی موجودی‌های اوراق بهاداری را برای سرمایه گذار فراهم آورده که از حداکثر مطلوبیت مورد انتظار در میان همه‌ی موارد ارائه شده در حداقل سطح مشخص نقدینگی مورد انتظار، برخوردار است. از اینرو سرمایه گذار قادر به تحلیل مستقیم رابطه موثر میان مطلوبیت مورد انتظار و نقدینگی مورد انتظار خواهد بود. در این پژوهش، داده‌های فرکانس بالا برای محاسبه‌ی ورودی‌های مدل بهینه سازی را مورد استفاده قرار می‌دهیم. نخست همزمان داده‌های معاملات با روش تجدید زمان کلی صورت گرفته و سپس گشتاورهای بالای روزانه، با استفاده از ارزیابی‌های واقعی، محاسبه می‌گردد. اندازه‌های نقدینگی روزانه نیز با استفاده از نرخ عدم نقدینگی در طی روز، محاسبه خواهد شد. در موارد کاربرد تجربی براساس سهام بورسی، رابطه مثبت میان مطلوبیت مورد انتظار و دوم نقدینگی مورد انتظار را نشان داده ایم. تحلیل عملکرد نمونه، برای سطوح مختلف مخالفت ریسک، قابلیت رقابت موجودی‌های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار با حداقل واریانس و موجودی‌های اوراق بهادار معادل را نشان می‌دهد. این دومعیار محک اگرچه از لحاظ نقدینگی کمتر بوده، اما در مواردی از نظر مطلوبیت و هم ارزی اطمینان، با عملکرد به مراتب بهتری همراه بوده و در همه‌ی موارد در خصوص نرخ شارپ، بهترین کالا را به خود اختصاص می‌دهند. این ویژگی حاکی از آنست که به منظور دستیابی به نقدینگی بالاتر، موجودی‌های اوراق بهادار مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار، نسبت به دیگر سنجش‌های عملکرد در الویت قرار می‌گیرند. در پایان، نتایج نرخ خالص شارپ، تمایل پرتفوی مطلوبیت/نقدینگی مورد انتظار برای نشان دادن گردش سرمایه بالاتر در مقایسه با دومعیار محک مورد نظر را به تصویر می‌کشد. در رویکرد پژوهشی درآینده، به بررسی اثر اطلاعات با استفاده از داده‌های فرکانس بالا در مقایسه با استفاده از داده‌های روزانه، علی‌الخصوص پس از بحران‌های مالی، نتایج ارزشمندی را به دنبال خواهد داشت. تصحیح

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره سی و هشتم / بهار ۱۳۹۸

محاسبات هزینه‌های معاملات و بررسی قدرت پوشش این مدل نسبت به دیگر توابع مطلوبیت نیز از دیگر معاملات است.

فهرست منابع

- 1) Ait-Sahalia Y, Brandt MW (2001) Variable selection for portfolio choice. *J Financ* 56:1297–1351.
- 2) Ait-Sahalia Y, Mykland PA, Zhang L (2005a) How often to sample a continuous-time process in the presence of market microstructure noise. *Rev Financ Stud* 18:351–416
- 3) Ait-Sahalia Y, Mykland PA, Zhang L (2005b) A tale of two time scales: determining integrated volatility with noisy high-frequency data. *J Am Stat Assoc* 100:1394–1411.
- 4) Amihud Y (2002) Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *J Financ Mark* 5:31–56.
- 5) Amihud Y, Mendelsen H (1986) Asset pricing and the bid-ask spread. *J Financ Econ* 17:223–249.
- 6) Andersen TG, Bollerslev T, Diebold FX, Ebens H (2001a) The distribution of realized stock return volatility. *J Financ Econ* 61:43–76.
- 7) Andersen TG, Bollerslev T, Diebold FX, Labys P (2001b) The distribution of realized exchange rate volatility. *J Am Stat Assoc* 96:42–55.
- 8) Andersen TG, Bollerslev T, Diebold FX, Labys P (2003) Modeling and forecasting realized volatility, *Econometrica* 71:579–625.
- 9) Andersen TG, Bollerslev T, Christoffersen PF, Diebold FX (2006) 15 Volatility and correlation forecasting, handbook of economic forecasting, vol 1. Elsevier, North-Holland, Amsterdam, pp 777–878
- 10) Areal NMPC, Taylor SJ (2002) The realized volatility of ftse-100 futures prices. *J Futur Mark* 22:627–648
- 11) Athayde GM, Flores RG (2004) Finding a maximum skewness portfolio—a general solution to three moments portfolio choice. *J Econ Dyn Control* 28:1335–1352
- 12) Barndorff-Nielsen OE, Shephard N (2002) Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models. *J R Stat Soc Ser B* 64:253–280
- 13) Barndorff-Nielsen OE, Shephard N (2004) Econometric analysis of realized covariation: high frequency based covariance, regression, and correlation in financial economics. *Econometrica* 72:885–925
- 14) Barndorff-Nielsen OE, Shephard N (2005) Variation, jumps market frictions and high frequency data in financial econometrics. Tech. rep., Oxford Financial Research Centre,
- 15) Bollerslev T (1986) Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *J Econ* 31:307–327



- 16) Brandt MW, Santa-Clara P, Valkanov R (2009) Parametric portfolio policies: exploiting characteristics in the cross-section of equity returns. *Rev Financ Stud* 22:3411–3447
- 17) Brennan MJ, Subrahmanyam A (1996) Market microstructure and asset pricing: on the compensation for illiquidity in stock returns. *J Financ Econ* 41:441–464
- 18) Brito RP, Sebastião H, Godinho P (forthcoming) Portfolio management with higher moments: the cardinality impact. *International transactions in operational research*, doi:10.1111/itor12404 (a preliminary
- 19) version of this article is available as Brito RP, Sebastião H, and Godinho P (2015) Portfolio management with higher moments: The cardinality impact, technical report 2015-15, GEMF, Faculty Of Economics, University Of Coimbra)
- 20) Chordia T, Roll R, Subrahmanyam A (2001) Market liquidity and trading activity. *J Financ* 56:501–530
- 21) Chunhachinda P, Dandapani K, Hamid S, Prakash AJ (1997) Portfolio selection and skewness: evidence from international stock markets. *J Bank Financ* 21:143–167
- 22) Datar VT, Naik NY, Radcliffe R (1998) Liquidity and stock returns: an alternative test. *J Financ Mark* 1:203–219
- 23) DeMiguel V, Garlappi L, Uppal R (2009) Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Rev Financ Stud* 22:1915–1953
- 24) Easley D, Hvidkjaer S, O'Hara M (2002) Is information risk a determinant of asset returns? *J Financ* 57:2185–2221.
- 25) Efron B, Tibshirani RJ (1994) An introduction to the bootstrap. Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability, Taylor & Francis
- 26) Engle RF (1982) Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica* 50:987–1008
- 27) Fan J, Li Y, Yu K (2012) Vast volatility matrix estimation using high-frequency data for portfolio selection. *J Am Stat Assoc* 107:412–428
- 28) Flemming J, Kirby C, Ostdiek B (2003) The economic value of volatility timing using “realized” volatility. *J Financ Econ* 67:473–509
- 29) Goyenko RY, Holden CW, Trzcinka CA (2009) Do liquidity measures measure liquidity? *J Financ Econ* 92:153–181
- 30) Hansen PR, Lunde A (2006) Realized variance and market microstructure noise. *J Bus Econ Stat* 24: 127–161
- 31) Harvey CR, Liechty JC, Liechty MW, Mueller P (2010) Portfolio selection with higher moments. *Quant Finan* 10:469–485
- 32) Hasbrouck J, Seppi DJ (2001) Common factors in prices, order flows, and liquidity. *J Financ Econ* 59:383–411

- 33) Hautsch N, Kyj LM, Oomen RCA (2012) A blocking and regularization approach to high-dimensional realized covariance estimation. *J Appl Econom* 27:625–645
- 34) Hsieh DA (1991) Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets. *J Financ* 46:1839–1877
- 35) Huberman G, Halka D (2001) Systematic liquidity. *J Financ Res* 24:161–178.
- 36) Israelsen CL (2005) A refinement to the شارپ ratio and information ratio. *J Asset Manag* 5:423–427
- 37) Jagannathan R, Ma T (2003) Risk reduction in large portfolios: why imposing the wrong constraints helps. *J Financ* 58:1651–1684
- 38) Koopman SJ, Jungbacker B, Hol E (2005) Forecasting daily variability of the s&p 100 stock index using historical, realized and implied volatility measurements. *J Empir Financ* 12:445–475
- 39) Ledoit O, Wolf M (2008) Robust performance hypothesis testing with the شارپ ratio. *J Empir Financ* 15:850–859
- 40) Liu Q (2009) On portfolio optimization: how and when do we benefit from high-frequency data? *J Appl Econom* 24:560–582
- 41) Maringer D, Parpas P (2009) Global optimization of higher order moments in portfolio selection. *J Glob Optim* 43:219–230.
- 42) Markowitz HM (1952) Portfolio selection. *J Financ* 7:77–91.
- 43) McAleer M, Medeiros M (2008) Realized volatility: a review. *Econ Rev* 27:10–45
- 44) Meddahi N, Mykland P, Shephard N (2011) Special issue on realized volatility. *J Econ* 160:1–288
- 45) Mencia J, Sentana E (2009) Multivariate location-scale mixtures of normals and mean-variance-skewness portfolio allocation. *J Econ* 153:105–121
- 46) Merton RC (1980) On estimating the expected return on the market: an exploratory investigation. *J Financ Econ* 8:323–361
- 47) Michaud RO (1989) The markowitz optimization enigma: is 'optimized' optimal? *Financ Anal J* 4:31–42
- 48) Nelson DB (1991) Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica* 59:347–370
- 49) Neuberger A (2012) Realized skewness. *Rev Financ Stud* 25:3423–3455.
- 50) Pastor L, Stambaugh RF (2003) Liquidity risk and expected stock returns. *J Polit Econ* 111:642–685
- 51) Schwert GW (1989) Why does stock market volatility change over time? *J Financ* 44:1115–1153
- 52) Taylor SJ (1986) *Modelling financial time series*. Wiley, Chichester.

<sup>1</sup> Von Neumann – Morgenstern Utility Function

<sup>۲</sup> در صورت منفی بودن صورت کسر، به منظور دستیابی به یک رتبه هیچ پرتفوی، این نسبت را تصحیح می کنیم. در این مقاله، روش پیشنهادی توسط اسراییلین مورد استفاده قرار گرفته است.