فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی و هشتم/ بهار ۱۳۹۸

ارزیابی تاثیر نوسان تصادفی بر ریسک عملیاتی پوشش اختیار خرید اروپایی: کاربرد مدل‌های مارکوف سوئیچینگ و استاندارد بلک شولز

محمود زرینی[1]
سید پرویز جلیلی کامجو[2]
راضیه گودرزی[3]

تاریخ دریافت مقاله :۹۷/۰۵/۰۳ تاریخ پذیرش مقاله :۹۷/۱۰/۰۱

چکیده

ریسک عملیاتی دارای تعریف عمومی نیست و برای هر شرکت تعریف واحد و خاصی دارد که بستگی به صنعت و بازار فعالیت شرکت دارد. هدف این پژوهش ارزیابی تاثیر نوسان تصادفی بر ریسک عملیاتی پوشش اختیار خرید اروپایی بر روی شاخص S&P500 است. به این منظور این پژوهش به مقایسه اندازه ریسک عملیاتی در مدل‌های مارکوف سوئیچنگ و استاندارد بلک شولز با استفاده از روش اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر Var خواهد پرداخت. مقادیر نوسان‌پذیری ضمنی برای سه سطح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد برای مقادیر مختلف قیمت اختیار خرید K، سررسیدهای مختلف T، نرخ بهره‌های متفاوت r، برای هر دو مدل با استفاده از اطلاعات اختیار خرید شاخص S&P500 محاسبه گردید. نتایج پژوهش نشان داد که به دلیل وجود گامای بالاتر و نوسان تصادفی ریسک عملیاتی پوشش اختیار معامله در مدل مارکوف سوئیچینگ نسبت به مدل استاندارد بلک شولز با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر پوشش op Var در سه سطح ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد بیشتر است. نتایج در حالت کلی نشان می‌دهد که OP VaR با $|K-S|$، T رابطه معکوس دارد. همچنین دو برابر کردن زمان سررسید تحدب OP VaR را نسبت به قیمت توافقی کاهش داده است. در نهایت نتایج نشان می‌دهد که نرخ بهره اثر نامتقارن بر روی OP VaR داشته است همان‌گونه که از شکل مشخص است برای $K < S$ با افزایش نرخ بهره OP VaR کاهش یافته و برای $K > S$ افزایش نرخ بهره موجب کاهش OP VaR شده‌است.

کلمات کلیدی

ریسک عملیاتی، اختیار خرید اروپایی، مدل مارکوف سوئیچنگ، مدل استاندارد بلک شولز
طبقه‌بندی: G12, G12, P43, B26 :JEL.

[1] استادیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت ا... بروجردی، بروجرد، ایران، (نویسنده مسئول)
dr_mzarrini@yahoo.com
[2] استادیار گروه اقتصاد، دانشگاه آیت ا... بروجردی، بروجرد، ایران، Parviz.jalili@gmail.com
[3] دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی مالی، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت ا... بروجردی، بروجرد، ایران،
goodarzir71@gmail.com

مقدمه

یکی از مسائل مورد توجه در اقتصاد مالی، بحث سنجش و مدیریت ریسک‌ها در نمونه‌های مختلف همچون شرکت‌ها، نهادها و سبدهای سرمایه‌گذاری است (رفعت‌نشان و پیری، ۱۳۹۴). در سال ۱۹۷۲ -۱۹۷۰ پس از ورشکستگی چندین بانک در آمریکا بحث ریسک عملیاتی مطرح شد، که ریسک عملیاتی ناشی از احتمال وقوع بیش از یک نتیجه و عدم اطمینان از نتیجه نهایی ناشی از عملکرد شرکت است (میترا، ۲۰۱۳). سرمایه‌گذاران همیشه به دنبال سنجش انواع مختلف ریسک در سبدهای سرمایه‌گذاری هستند تا اقدامات لازم و مؤثر را به منظور کنترل و کاهش آن انجام دهند. هر پرتفوی یا سبد سرمایه‌گذاری شامل سهام، اوراق قرضه و مشتقات مالی مانند اختیار معامله، در معرض ریسک‌های مختلفی همچون ریسک بازار، اعتباری، نقدینگی و ریسک عملیاتی قرار دارند. البته با توجه به موارد فوق، مطالعات و پژوهش‌ها در حوزه ریسک عملیاتی نسبت به دیگر ریسک‌ها کمتر انجام گرفته است. ریسک عملیاتی یک مفهوم گسترده و عمیق است و تعریف و واحد اندازه‌گیری یکسانی از آن ارایه نشده است (سیدی، ۱۳۹۶) و شرکت‌ها معمولا تعریف مخصوص به خود یا صنعت مرتبط را ارایه می‌دهند (loader, 2002). کمیته بازل ریسک عملیاتی را به این شکل تعریف می‌کند: ریسک ناشی از زیان که می‌تواند به دلیل نامناسب بودن یا شکست فرآیندها، افراد و سیستم‌های داخلی یا حوادث خارجی که بر عملکرد درونی شرکت تأثیر می گذارد، را تحت مخاطره قرار دهد (ژو و همکاران، ۲۰۱۸). ریسک عملیاتی عموماً ناشی از اشتباهات انسانی یا اتفاقات و خطای تکنیکی تعریف می‌شود. این ریسک شامل تقلب (موقعیتی که معامله‌گرها اطلاعات غلط می‌دهند)، اشتباهات مدیریتی و کاستی کنترل می‌شود (barakat, 2018). خطای تکنیکی ممکن است ناشی از نقص در اطلاعات، پردازش معاملات، سیستم‌های جابه‌جایی یا به‌طور کلی هر مشکل دیگری که در سطح سازمان روی می‌دهد، باشد (کرمی و عمرانی، ۱۳۸۹). ریسک‌های عملیاتی ممکن است منجر به ریسک‌های اعتباری و بازار شوند (رفعت‌نشان و پیری، ۱۳۹۴). نوسان ارزش شرکت می‌تواند معیاری برای اندازه‌گیری ریسک عملیاتی باشد (وانگ، ۲۰۱۳). سه روش برای اندازه گیری ریسک عملیاتی وجود دارد: ۱- روش شاخص پایه ۲- روش استاندارد کردن(SA) ۳- روش اندازه گیری پیشرفته(AMA). یکی از زمینه‌های ریسک عملیاتی که ارزیابی نشده است، تحلیل ریسک عملیاتی پوشش اختیارها است. پوشش اختیار برای محدود کردن ریسک موقعیت‌های (خرید یا فروش) مالی است. در کنار سنجش و مدیریت انواع ریسک، قیمت‌گذاری و پوشش اختیار معامله مهم‌ترین موضوع اقتصاد مالی است. سئوال اصلی این پژوهش

این است که آیا نوسان تصادفی می‌تواند عاملی باشد که منجر شود، ریسک عملیاتی پوشش اختیار معامله در مدل مارکوف سوئیچینگ رژیم نسبت به مدل استاندارد بلک شولز بیشتر باشد؟

بلک شولز و مرتون (۱۹۷۳) مدلی را تحت عنوان مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله را با دو فرض اساسی کامل و بدون آربیتراژ بودن بازار ارائه دادند. مرتون (۱۹۷۶) مدل پرش انتشار را با استفاده از فرآیند پواسون ارائه داد. در مدل پرش انتشار به دلیل وجود منبع اضافی تصادفی، بحث ناکامل بودن بازار مطرح شد بعد از ارائه مدل بلک شولز و گسترش آن توسط مرتون همچنان مطالعات گسترده و وسیعی به منظور بهبود و تعیین ارزش مناسب اختیار معامله صورت گرفته است. مدل بلک- شولز بر فرضیه‌هایی استوار است که آن را در درآمدهای دارایی‌ها و نوسانات ضمنی بازار ناتوان کرده است. به همین دلیل استدلال‌های زیادی به توسعه‌ی مدل‌های جانشین معطوف شده و فعالیت‌هایی زیادی در این زمینه انجام شده است. در مدل بلک- شولز قیمت دارایی پایه از فرآیند حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کند که در آن نوسانات و جابجایی قیمت دارایی ثابت فرض شده است، لذا به همین دلیل نمی‌تواند رفتار دینامیک یا تصادفی در تغییرات قیمت را پیش‌بینی یا توضیح دهد در مقابل پژوهش‌های اخیر بر روی مدل‌های غیرخطی نوسانات تصادفی متمرکز بوده است. این پژوهش، ریسک عملیاتی پوشش اختیار خرید اروپایی را در مدل بلک شولز با مدل‌های تلاطم تصادفی رژیم سوئیچینگ مقایسه خواهد نمود.

سیدی (۱۳۹۶) در بورس تهران نشان داد که تقویت شاخص‌های حاکمیت شرکتی می‌تواند ریسک عملیاتی شرکت را کاهش دهد. رفعت‌نشان و پیری (۱۳۹۴) در دوره ۱۳۸۳-۱۳۹۵ در بورس تهران نشان دادند که ریسک عملیاتی در شرکت‌های بورسی منجر به افزایش محافظه‌کاری شرطی می‌گردد. نوسان ارزش شرکت به عنوان متغیر اندازه‌گیری ریسک عملیاتی استفاده شده است.

سوان میترا(*2010b*) با استفاده از رژیم سوئِیچینگ به قیمت گذاری نوسانات تصادفی اختیارات پرداخت و یک روش عمومی رژیم سوئِیچینگ قیمت گذاری اختیارات، در طول دوره زمانی کوتاه مدت پیشنهاد کرد *[4]*. سوان میترا و جی (*2010*) در پژوهشی باعنوان اندازه‌های ریسک در مالی کمّی، مهم‌ترین اندازه‌های ریسک سبد در ریاضیات مالی را باز بینی کرد و اندازه‌های ریسک را با یک تسلسل زمانی مهیا کرد و بر اندازه‌های ریسکی که کمتر رایج هستند (مثل نسبت ترینر) تحقیق کرد*[7]* . ژو و همکاران (۲۰۱۸) ریسک عملیاتی را با استفاده از مدل وابستگی دوگانه که هم فراوانی وابستگی و هم شدت وابستگی را نشان می‌دهد، طبق

استانداردهای بازل در بانک‌های تجاری چین محاسبه کردند. برکت و همکاران (۲۰۱۸) به ارزیابی شهرت نهاد مالی و ریسک عملیاتی با در نظر گرفتن نقش رسانه‌ها پرداختند و نشان دادند که اخبار غیرمنتظره بد منجر به افزایش ریسک عملیاتی شرکت می‌گردد.

مشتقات مالی به منظور پوشش و مدیریت ریسک در بازارهای مالی نقش بسیار مهمی ایفا می‌کنند. مشتقات مالی نوعی از ابزارهای مالی هستند که ارزش آن‌ها وابسته به متغیر اقتصادی از قبیل دارایی پایه است. دارایی پایه می‌تواند نفت خام، طلا، ارز، سهام و حتی یک مشتقه‌ی مالی دیگر باشد. به طور کلی مشتقات مالی به چهار دسته تقسیم می‌شوند: پیمان‌های آتی، قراردادهای آتی، قراردادهای اختیار معامله و قراردادهای تاخت (جان هال). درمیان مشتقات مالی قراردادهای اختیار معامله دارای اهمیت بیشتری است و در بازارهای مالی بیشتر به‌کار می‌روند. بنابراین، قیمت‌گذاری این قراردادها یکی از مسائل اساسی در ریاضیات مالی است. یک اختیار معامله به دارنده آن این حق (و نه الزام) را می‌دهد که یک دارایی را با قیمت توافقی معین، در زمان مشخصی از آینده خرید یا فروش کند. هر اختیار معامله دارای یک تاریخ سررسید و قیمت توافقی است. اختیار معامله هنگامی اعمال می‌شود که دارنده آن تصمیم به خرید یا فروش دارایی پایه بگیرد. صادر کننده اختیار معامله طرف مقابل قرارداد است. دارنده (صادر کننده) اصطلاحاً دارای موقعیت خرید یا فروش قرارداد اختیار معامله است[۴]. در حالت کلی دو نوع اختیار معامله وجود دارد که نوع اولی آن‌ها، اختیارات استاندارد و نوع دوم آن‌ها، اختیارات وابسته به مسیر نام می‌گیرند. اختیارات معامله استاندارد شامل اختیارات اروپایی و آمریکایی هستند و همچنین برای اختیارات وابسته به مسیر می‌توان به اختیارات مانعی، آسیایی و لوک بک اشاره کرد که از این بین به معرفی اختیارات استاندارد پرداخته می‌شود.

اختیار اروپایی

یک اختیار خرید (فروش) اروپایی به دارنده آن حق خرید و فروش دارایی پایه را با قیمت اولیه S در زمان سرسیدT، برای یک قیمت توافقی K می‌دهد. اگر قیمت اختیار خرید (فروش) با c (p) نشان داده شود، بازده اختیار خرید در زمان T به صورت زیر است:

$$c = \max(S_T - K, 0). \qquad (۱)$$

اگر $S_T < K$ اختیار خرید فایده‌ای ندارد و در نتیجه دارنده آن را اعمال نخواهد کرد. بازده اختیار فروش به شکل زیر نشان داده می‌شود:

$$p = \max(K - S_T, 0). \qquad (۲)$$

اگر $S_T > K$، اختیار فروش فایده‌ای ندارد و دارنده، حق خود را اعمال نخواهد کرد. رابطه‌ی بین اختیار خرید و فروش به شکل زیر بیان می‌شود (جان هال) :

$$C + Ke^{-rt} = P + S. \qquad (۳)$$

مدل قیمت‌گذاری اختیار بلک شولز

آغاز نظریه ریاضیات مالی از سال ۱۹۰۰، زمانی که لویس بشیلیر ریاضیدان فرانسوی مدل خود را برای توصیف قیمت یک دارایی در بورس فرانسه ارائه داد، بود. او مدل را این‌گونه تعریف کرد که قیمت دارایی S از فرآیند زیر تبعیت می‌کرد:

$$S_t = S_0 + \sigma \, dW_t. \qquad (۴)$$

که در آن W_t حرکت براونی است. با این حال مدل او نقص‌های زیادی داشت، برای مثال، قیمت سهام منفی بود. یک مدل مناسب‌تر توسطساملسون (۱۹۶۵) پیشنهاد شد که در آن قیمت سهام به صورت لگاریتمی از حرکت براونی تبعیت می‌کرد[۸]. فیشر بلک، میرن شولز و مرتون (۱۹۷۳) گام بزرگی در قیمت‌گذاری اوراق اختیار معامله برداشتند و مدلی را تحت عنوان مدل بلک- شولز برای قیمت‌گذاری این اوراق دادند که تأثیر زیادی در نحوه‌ی قیمت‌گذاری و پوشش ریسک اختیار معامله داشت و رونق زیادی را در تجارت اختیارات ایجاد کرد. بی‌تردید این مدل پایه و اساس شکل‌گیری بسیاری از مدل‌های مالی در حال حاضر است. این مدل باعث شد که جایزه نوبل اقتصاد در سال ۱۹۹۷ به بلک و شولز تعلق گیرد. البته این مدل مانند هر مدلی دارای فرضیاتی در مورد بازار است که در بعضی شرایط این مفروضات نقض می‌شوند در این مدل فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود (تهرانی ۱۳۹۷):

۱) قیمت سهام از توزیع لگ نرمال پیروی می‌کند.
۲) هیچ گونه مالیات یا هزینه معاملاتی وجود ندارد.
۳) سود تقسیمی در طول عمر اختیار وجود ندارد.
۴) هیچ گونه فرصت آربیتراژگری وجود ندارد.
۵) نرخ بهره بدون ریسک ثابت است.
۶) هیچ گونه محدودیتی برای معاملات وجود ندارد.

روش‌شناسی تحقیق

معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی بلک شولز

در مدل بلک شولز قیمت سهام از حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کند (میترا ۲۰۱۳)، یعنی:

$$\delta S_t = \mu S\, \delta t + \sigma S\, \delta W_t \qquad (۵)$$

که در آن μ بازده مورد انتظار، σ نماد تلاطم، S قیمت سهام و δW_t هم از فرآیند وینر تبعیت می‌کند .ارزش یک اختیار به قیمت سهام و زمان بستگی دارد و این به این معنی است که:

$$C = C(t, S) \qquad (۶)$$

فرمول ایتو را برای C که تابعی از t و S هست را به فرم زیر می‌نویسیم برای بررسی جزئیات اثبات به [۴] رجوع کنید

$$dC = \sigma S \frac{\partial C}{\partial S_t} dW + \left(\mu S_t \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} + \frac{\partial C}{\partial t}\right) dt \qquad (۷)$$

برای اثبات معادله بلک شولز با اتخاذ یک موقعیت فروش برای مشتقه (مثلا اختیار معامله به ارزش C) و موقعیت خرید تعداد Δ، یک پرتفوی مناسب به ارزش Π تشکیل دهیم، داریم:

$$\Pi_t = -C + \Delta S_t \quad \Rightarrow \quad d\Pi = -dC + \Delta dS_t \qquad (۸)$$

با جای‌گذاری داریم:

$$d\Pi_t = \sigma S \frac{\partial C}{\partial S_t} dW_t + \left(\mu S \frac{\partial C}{\partial S_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2} + \frac{\partial C}{\partial t}\right) dt - \Delta(\mu S_t \delta t + \sigma S_t \delta W_t)$$
$$= \sigma S_t \left(\frac{\partial C}{\partial S_t} - \Delta\right) dW_t + \left(\mu S \frac{\partial C}{\partial S_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2} + \frac{\partial C}{\partial t} - \mu \Delta S_t\right) dt \qquad (۹)$$

حال برای اینکه پرتفوی بدون ریسک باشد، یعنی بخش تصادفی نداشته باشد باید قرار داد:

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S_t} \qquad (۱۰)$$

با انتخاب دلتای فوق $d\Pi$ به فرم زیر در می‌آید:

$$d\Pi_t = \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2}\right) dt \qquad (۱۱)$$

از طرفی :

$$d\Pi_t = r\Pi_t dt \qquad (۱۲)$$

که درآن r ،نرخ بهره بدون ریسک است، با اعمال این رابطه در معادله قبل رابطه زیر به دست می‌آید:

$$r\Pi_t dt = \left(\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2}\right) dt \qquad (۱۳)$$

در نتیجه معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی بلک شولز به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + rS\frac{\partial C}{\partial S_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S_t^2} - rC = 0 \qquad (۱۴)$$

جواب تحلیلی معادله بلک شولز برای یک اختیار خرید اروپایی به فرم زیر است:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2) \qquad (۱۵)$$

همچنین از رابطه برابری اختیار خرید و فروش می‌توان این معادله را به فرم زیر برای یک اختیار فروش اروپایی نوشت:

$$P = Ke^{-r\tau}N(-d_2) - SN(-d_1) \qquad (۱۶)$$

که در آن d_1 و d_2 عبارتند از:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \quad , \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \qquad (۱۷)$$

مسئله قیمت‌گذاری اختیار با رژیم سوئیچینگ

مدل بلک شولز بر فرضیاتی استوار است که محدودیت‌هایی در بازار ایجاد می‌کند یکی از این محدودیت‌ها مدل دارایی پایه بوده که در آن تغییرپذیری و جابجایی ثابت فرض شده است به همین دلیل نمی‌تواند رفتار دینامیک یا تصادفی بازار را توضیح دهد این محدودیت را با استفاده از فرآیند تصادفی مارکوف چند حالته رفع می‌شود و یک مدل قابل قبول برای دارایی پایه با استفاده از رژیم‌های اقتصادی پیشنهاد می‌شود. یک زنجیر ماکوف این خاصیت پایه را دارد که فرآیند آن تنها به مقدار مشاهده شده پیشین وابسته است و از دیگر عوامل گذشته مستقل است. چندین مزیت مهم در استفاده از مدل‌های مارکوف وجود دارد یکی از این مزایا این است که در اغلب فرآیندها به دلیل عدم وابستگی بین وضعیت کنونی و تاریخ گذشته آن به راحتی می‌توان تابع چگالی الحاقی را تعبیر نمود. بنابراین، ماتریس انتقال برای این فرآیند بعد از چندین نقطه‌ی زمانی دست یافتنی خواهد شد. با اعمال این احتمالات شرطی انتقال می‌توان چگالی احتمال یک فرآیند با زنجیره مارکوف پنهان را به صورت صریح به دست آورد. در پژوهش داون (۲۰۰۲) یک مدل سوئیچینگ مارکوف برای قیمت‌گذاری اختیارات در یک آهنگ زمانی گسسته مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده است که مدل سوئیچینگ مارکوف می‌تواند رژیم های نوسان‌پذیری را توضیح دهد[۳]. اکنون دلایل زیر برای انتخاب رژیم‌های متفاوت برای نوسان‌پذیر ی مطرح می‌گردد (میتزا، ۲۰۱۳):

۱) رژیم‌های نوسان‌پذیر فاکتورهای ذاتی مهمی در اقتصاد هستند آنچه که در این فرآیند مشاهده می‌شود تغییرات متفاوت در نرخ بازده دارایی‌های مالی در طی بازه‌های زمانی معین است. معمولا چندین رژیم برای تغییرات نوسان‌پذیری در نظر گرفته و نشان داده می‌شود که نوسان‌پذیری بالاتر به تغییرات بزرگ‌تر در ارزش دارایی‌ها منجر می‌شود لذا در نظر گرفتن بیش از یک رژیم برای نوسان‌پذیری واقعیت بهتری از اقتصاد را نشان می‌دهد.

۲) در یک بازار، میانگین و واریانس قیمت بازار یا نرخ بازده به‌طور معمول وابسته به زمان است بنابراین در کار مدل‌سازی مالی ایده‌ی خوبی نخواهد بود که همیشه نرخ ثابتی برای انتشار فرض شود لذا بایستی حداقل تعداد قابل توجهی از رژیم‌های انتشار در نظر گرفته شوند تا رفتار واقعی یک بازار مالی قابل پیش‌بینی یا توضیح باشد.

۳) در یک اقتصاد معمولا دو چرخه کسب و کار متمایز وجود دارد یعنی انبساط و انقباض در چرخه انبساط سرمایه گذار انتظار بازده بالاتری از دارایی دارد از سوی دیگر در طی یک دوره انقباض اقتصادی نرخ بازده سرمایه‌ها کاهش می‌آید همچنین ریسک بازار سنجیده می‌شود لذا مهم است که نوسان‌پذیری را برای دوره‌های مختلف چرخه کسب و کار در نظر بگیریم که در این صورت فرض می‌شود که سوئیچینگ بین این دو نوع دوره کسب و کار در فضای مارکوف است.

به‌کار گیری یک فرآیند سوئیچینگ مارکوف در مدل دارایی پایه به شکل زیر است:

بازار مالی را در نظر بگیرید که در آن M وضعیت اقتصادی مطرح باشد لذا در این بازار نوسان‌پذیری و جابجایی دارایی پایه می‌توانند مقادیر مختلف در رژیم‌های متفاوت اختیار کنند برای توصیف و مدل کردن این بازار زنجیر مارکوف زمان پیوسته ε_t با تعداد M وضعیت را در نظر می‌گیریم پس مدل دارایی پایه در این بازار به صورت زیر تعمیم پیدا می‌کنیم:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_{\varepsilon_t} dt + \sigma_{\varepsilon_t} dW_t \qquad 0 < t < T \qquad (۱۸)$$

به آن مدل رژیم سوئیچینگ مارکوف گفته می‌شود که در آن dW_t فرآیند براونی استاندارد، S_t دارایی پایه، σ_{ε_t} نوسان‌پذیری دارایی پایه و μ_{ε_t} جابجایی نرخ بهره‌ی بدون ریسک است. همچنین σ_{ε_t} و μ_{ε_t} به زنجیر مارکوف ε_t بستگی داشته که می‌توانند مقادیر مختلف در رژیم‌های متفاوت اختیار کنند (میترا، ۲۰۱۳).

مدل اختیارات تحت دارایی پایه با مدل رژیم سوئیچینگ مارکوف

می‌خواهیم سبدی از بازار سهام و بازار اختیارات که دارایی پایه آن از مدل رژیم سوئیچینگ مارکوف تبعیت می‌کند را مدل‌سازی کنیم. برای این منظور فرض کنید $u_k = u_k(S_t, t)$ قیمت

یک برگه‌ی اختیار به ازای رژیم $k(k = 1,2,\dots,M)$ باشد. اکنون، بنابر اصل ریسک خنثی، لم ایتو، قضیه‌ی فایمن-کاتس و یک سری محاسبات سنگین ریاضی می‌توان نشان داد که قیمت این برگه در معادلات دیفرانسیل جزیی زیر صدق می‌کند:

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_k^2 S^2 \frac{\partial^2 u_k}{\partial S^2} + r_k S \frac{\partial u_k}{\partial S} - r_k u_k + \sum_{j=1}^{M} q_{kj}\left(u_j - u_k\right) = 0 \quad k = 1,2,\dots,M \qquad (۱۹)$$

که در آن q_{kj} درایه‌های ماتریس وضعیت مارکوف است. بدین ترتیب یک برگه اختیار با M رژیم با M معادله دیفرانسیل جزیی مدل می‌شود، همچنین مدل فوق فقط در عبارت $\sum_{j=1}^{M} q_{kj}\left(u_j - u_k\right)$ با مدل استاندارد بلک شولز متفاوت است و اگر دارایی پایه با یک رژیم مدل شود یعنی M=1 آنگاه این معادله همان معادله بلک شولز است[۲]. هدف ما در این پژوهش مقایسه ریسک عملیاتی پوشش اختیار خرید اروپایی در این مدل و در مدل بلک شولز است. مدل ریسک عملیاتی پوشش اختیار خرید اروپایی در پژوهش میترا (۲۰۱۳) به صورت زیر مدل شده است[۷]:

$$\mathrm{OP\ VaR} = \phi_{0,\vartheta}^{-1}\left(\frac{\varsigma}{2} + 0/5\right). \qquad (۲۰)$$

جایی که $\vartheta = \gamma'\sigma S^2\sqrt{\delta t}$ و ς سطح چارک برای VaR مثلا ۰/۹۹، ۰/۹۵ = ς است. Γ طبق رابطه $\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S_0\sigma\sqrt{T-t}}$. با فرض دانستن σ مشخص می‌شود. می‌توان σ را از داده تجربی S&P 500 تخمین زد. که این بحث قبلا در پژوهشی توسط میترا (۲۰۱۰) انجام شده و معادل $\sigma = \%\ 12/8$ برای مدل بلک شولز و برای مدل رژیم سوئیچینگ ۱۱/۶٪ تخمین زده شده است[۶]. نرخ بهره برای تاریخ اعلام اختیار انتخاب شده (۲۹/۴/۲۰۰۳) روی وب سایت فدرال رزرو در دسترس است $r = \%\ 1/26$ یافت شده است. بازه‌های پوشش اختیار می‌تواند برای یک رده از زمان (مثلا روزانه یا هفتگی) انتخاب شود اما در اینجا با توجه به مقاله لئون (۱۹۶۱) روزانه در نظر گرفته شده است. برای مشخص کردن $OP\ VaR$ به γ' نیاز است که بر حسب تخمینی از γ است برای تخمین γ داده عملیاتی نیاز است هرچند می‌توان γ' را از داده‌هایی تخمین زد که به آسانی در دسترس است اما در این پژوهش از مدل زیر می‌توان γ' و γ را تخمین زد این مدل دلالت دارد که نوسان‌پذیری ضمنی اختیار درون یک پرتفو پوششی می‌تواند منسوب به ریسک عملیاتی شود. بنابراین می‌توان نوسان‌پذیری ضمنی را برابر $\hat{\sigma}$ قرار داد و با استفاده از رابطه $\hat{\sigma}^2 = \sigma^2(1+\chi)$، χ را تخمین زد. اگر رابطه به کار برده شود در این صورت می‌توان γ' را همانند زیر تخمین زد:

$$\gamma' = \frac{\chi}{\frac{2}{\sigma}\sqrt{\frac{2}{\pi\delta t}}} \qquad (۲۱)$$

در این پژوهش از داده‌های اختیار خرید پوشش شاخص S&P500 در سطوح مختلف پارامترهای K و T و فاصله اطمینان استفاده خواهد شد. دلیل استفاده از اختیار شاخص S&P500 این است که این نوع اختیار از مشهورترین و مفیدتر اختیارها به دلیل بیشترین معاملات و تکرار معاملات به منظور ارزیابی پوشش ریسک اختیارها هستند.

فرضیه پژوهش

۱) ریسک عملیاتی پوشش اختیار معامله در مدل مارکوف سوئیچینگ رژیم نسبت به مدل استاندارد بلک شولز بیشتر است.

۲) ارزش در معرض خطر پوشش اختیارات با قیمت توافقی رابطه معکوس دارد.

۳) افزایش زمان سررسید اختیارات منجر به کاهش ارزش در معرض خطر پوشش اختیارات می‌گردد.

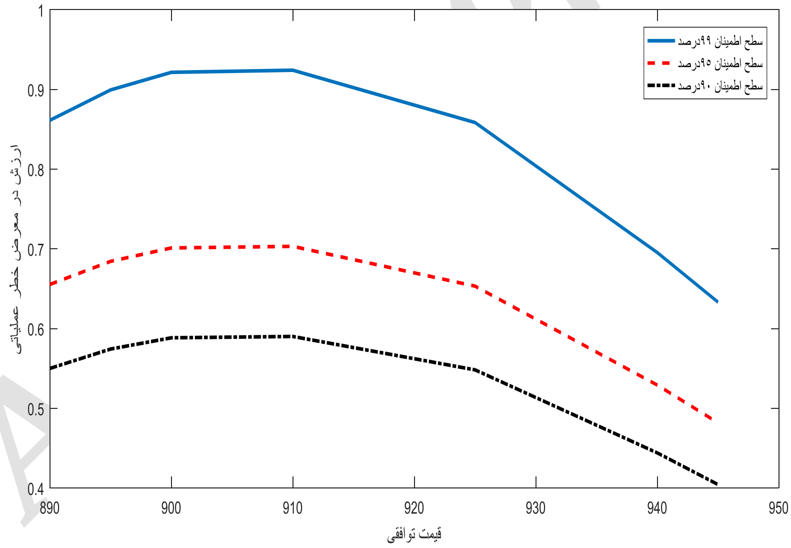
۴) نرخ بهره دارای تاثیر نامتقارن بر ارزش در معرض خطر پوشش اختیارات است.

یافته‌های پژوهش

جدول (۱) نشان می‌دهد که برای ۱۲ قیمت توافقی مختلف و ۱۲ سررسید مختلف، در سه طح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۵ درصد در مدل بلک- شولز با استفاده از داده‌های شاخص S%P 500 نوسان‌پذیری ضمنی و ارزش در معرض خطر اختیارات محاسبه شده است. همانطور که جدول ۱ نشان می‌دهد هنگامی که T افزایش می‌یابد OP VaR کاهش می‌یابد. برای مثال اختیار با قیمت ۴۳/۲ دلار در مقایسه با اختیار معامله با قیمت ۳۶/۶ دلار که هر دو دارای نوسان‌پذیری ضمنی و قیمت توافقی یکسان هستند OP VaR پایین‌تری دارد این مطلب مورد انتظار است زیرا در جدول ۱ می‌توان دید که اختیار معامله با قیمت ۴۳/۲ دلار دارای گامای پایین‌تری است در نتیجه OP VaR کاهش می‌یابد همان‌طور که در این فصل توضیح داده شد Γ نرخ تغییر Δ (تعداد سهام مورد نیاز برای پوشش پرتفوی به ارزش $V(t)$) است و یک گامای پایین‌تر تعداد معاملات پایین‌تر را ایجاد خواهد کرد و در نتیجه ریسک عملیاتی کمتری دارد.

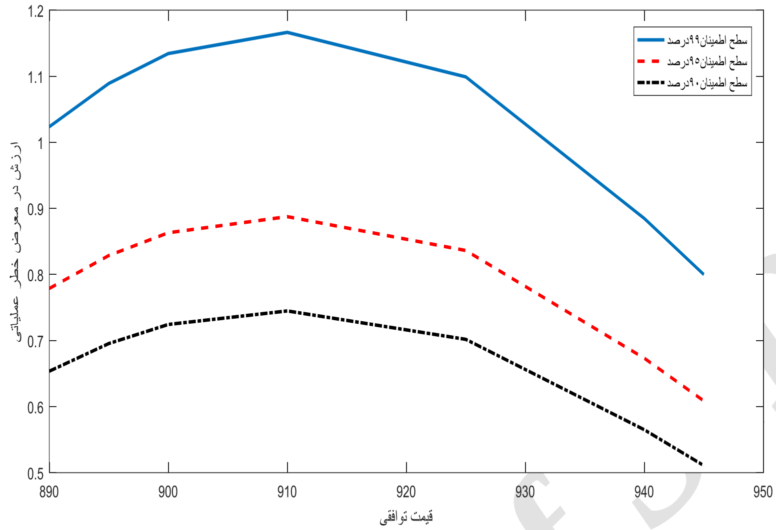
جدول۱: برای اختیارات شاخص S&P 500 برای K و T متفاوت

Op VaR			Γ	γ'	نوسان‌پذیری ضمنی (درصد)	زمان سررسید (سال)	قیمت توافقی	قیمت اختیار
٪۹۰	٪۹۵	٪۹۹						
۰/۵۵۰۰	۰/۶۵۵۳	۰/۸۶۱۳	۰/۰۰۷۲	۰/۰۰۶۲	۱۹/۷۶	۰/۱۴	۸۹۰	۴۳/۳
۰/۵۷۴۳	۰/۶۸۴۳	۰/۸۹۹۴	۰/۰۰۷۷	۰/۰۰۶۰	۱۹/۵۹	۰/۱۴	۸۹۵	۳۹/۹
۰/۵۸۸۴	۰/۷۰۱۱	۰/۹۲۱۴	۰/۰۰۸۲	۰/۰۰۵۸	۱۹/۳۹	۰/۱۴	۹۰۰	۳۶/۶
۰/۵۹۰۱	۰/۷۰۳۱	۰/۹۲۴۱	۰/۰۰۸۹	۰/۰۰۵۵	۱۸/۹۹	۰/۱۴	۹۱۰	۳۰/۴
۰/۵۴۸۲	۰/۶۵۳۲	۰/۸۵۸۴	۰/۰۰۹۰	۰/۰۰۵۰	۱۸/۵۴	۰/۱۴	۹۲۵	۲۲/۴
۰/۴۴۴۰	۰/۵۲۹۱	۰/۶۹۵۳	۰/۰۰۸۲	۰/۰۰۴۵	۱۸/۰۱	۰/۱۴	۹۴۰	۱۵/۷
۰/۴۰۴۳	۰/۴۸۱۷	۰/۶۳۲۱	۰/۰۰۷۷	۰/۰۰۴۴	۱۷/۸۵	۰/۱۴	۹۴۵	۱۳/۸
۰/۴۴۲۷	۰/۵۲۷۳	۰/۷۰۳۳	۰/۰۰۶۸	۰/۰۰۵۹	۱۸/۸۳	۰/۲۱	۹۰۰	۴۳/۲
۰/۴۴۲۷	۰/۵۰۴۰	۰/۶۹۲۰	۰/۰۰۷۴	۰/۰۰۵۲	۱۸/۳۰	۰/۲۱	۹۲۵	۲۹/۱
۰/۳۲۰۰	۰/۳۸۱۳	۰/۵۰۱۳	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۵۶	۱۸/۵۸	۰/۳۸	۹۰۰	۵۴/۴
۰/۳۱۷۳	۰/۳۷۸۰	۰/۴۹۷۳	۰/۰۰۵۵	۰/۰۰۵۲	۱۸/۳۲	۰/۳۸	۹۲۵	۴۰/۸
۰/۲۲۵۳	۰/۲۶۸۷	۰/۳۵۲۷	۰/۰۰۴۳	۰/۰۰۴۷	۱۷/۸۲	۰/۶۳	۹۲۵	۵۲/۹



شکل ۱: OP VaR برای اختیارات مدل استاندارد بلک شولز با $\mathrm{T} = ۰/۱۴$

و اگر در این حالت با استفاده از رژیم سوئیچینگ این مدل را برآورد کنیم نمودار مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۲: OP VaR برای اختیارات مدل مارکوف سوئیچینگ با T =۰/۱۴

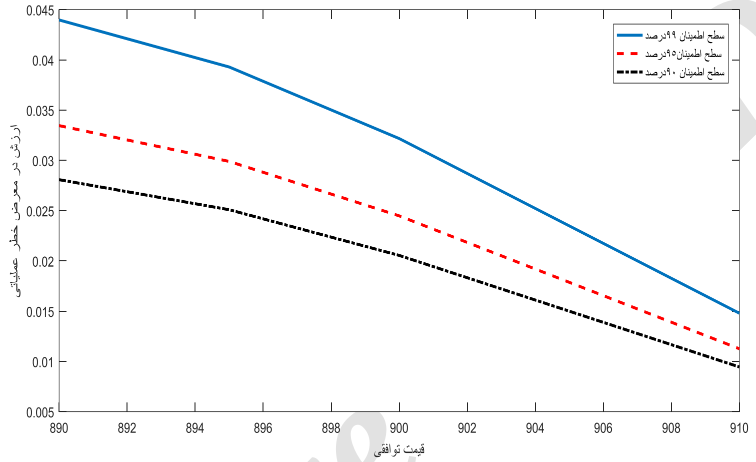
در جدول (۲) هدف ارزیابی تاثیر زمان سررسید را بر روی نوسان‌پذیری مدل بلک شولز است. همانطور که نتایج جدول (۱) نشان داد یک گامای پایین‌تر تعداد معاملات پایین‌تر را ایجاد خواهد کرد و در نتیجه ریسک عملیاتی کمتری دارد برای توضیح این نتیجه زمان سررسید در هر اختیار معامله در جدول ۲ دو برابر شده است و نتایج در شکل ۳ و۴ رسم شده است در تمام موارد به نظر می‌رسد اگر زمان سررسید دو برابر شود OP VaR کاهش می‌یابد این نتیجه خود را در شکل ۳ و۴ به خوبی نشان داده است.

جدول ۲: برای اختیارات شاخص S&P 500 با زمان سررسید دو برابر شده

قیمت اختیار	قیمت توافقی	زمان سررسید (سال)	نوسان‌پذیری ضمنی (درصد)	γ'	Γ	Op VaR ٪۹۹	Op VaR ٪۹۵	Op VaR ٪۹۰
۴۳/۳	۸۹۰	۰/۲۷	13/37	۰/۰۰۶۲	۰/۰۰۵۶	۰/۰۴۴۰	۰/۰۳۳۵	۰/۰۲۸۱
۳۹/۹	۸۹۵	۰/۲۷	13/29	۰/۰۰۶۰	۰/۰۰۵۸	۰/۰۳۹۳	۰/۰۲۹۹	۰/۰۲۵۱
۳۶/۶	۹۰۰	۰/۲۷	13/19	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۶۰	۰/۰۳۲۲	۰/۰۲۴۵	۰/۰۲۰۵
۳۰/۴	۹۱۰	۰/۲۷	12/97	۰/۰۰۵۵	۰/۰۰۶۳	۰/۰۱۴۸	۰/۰۱۱۳	۰/۰۰۹۴
۲۲/۴	۹۲۵	۰/۲۷	12/73	۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۶۴	۰/۵۷۴۰	۰/۴۳۶۷	۰/۳۶۶۷
۱۵/۷	۹۴۰	۰/۲۷	12/41	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۶۲	۰/۴۹۷۳	۰/۳۷۸۷	۰/۳۱۷۳
۱۳/۸	۹۴۵	۰/۲۷	12/32	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۶۰	۰/۴۶۸۷	۰/۳۵۶۷	۰/۲۹۹۳
۴۳/۲	۹۰۰	۰/۴۳	۱3/81 13/20 13/۵۵	۰/۰۰۵۹	۰/۰۰۴۹	۰/۵۰۲۰	۰/۳۸۲۰	۰/۳۲۰۷

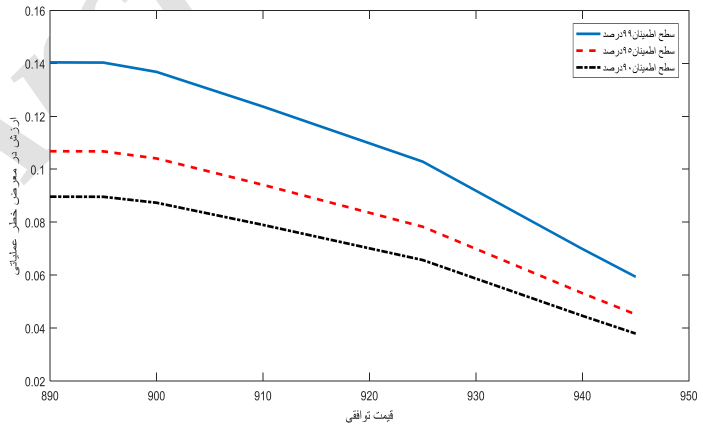
۰/۲۹۹۳	۰/۳۵۶۷	۰/۴۶۸۷	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۵۲	13/56	۰/۴۳	۹۲۵	۲۹/۱
۰/۲۲۸۷	۰/۲۷۲۷	۰/۳۵۸۰	۰/۰۰۳۷	۰/۰۰۵۶	12/81	۰/۷۷	۹۰۰	۵۴/۴
۰/۲۲۴۰	۰/۲۶۶۷	۰/۳۵۰۷	۰/۰۰۳۹	۰/۰۰۵۲		۰/۷۷	۹۲۵	۴۰/۸
۰/۱۵۸۰	۰/۱۸۸۷	۰/۲۴۸۰	۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۴۷		۱/۲۷	۹۲۵	۵۲/۹

و نمودار آن به صورت زیر است:



شکل ۳: OP VaR برای زمان سررسیدهای متفاوت در مدل استاندارد بلک شولز

که این نمودار در صورتی که از نوسان مدل رژیم سوئیچینگ استفاده شود به صورت زیر است:



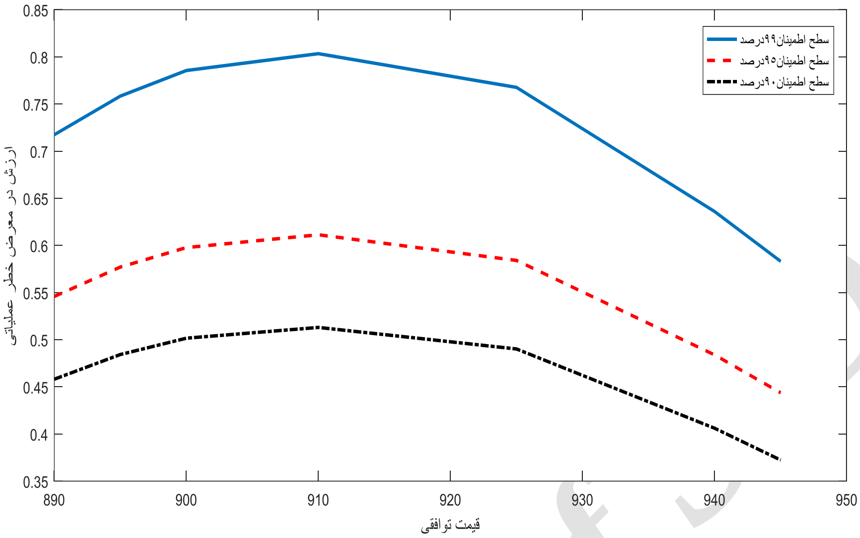
شکل ۴: OP VaR برای زمان سررسیدهای متفاوت در مدل مارکوف سوئیچینگ

در شکل ۳و۴ دیده می‌شود که دو برابر کردن زمان سررسید تحدب OP VaR را نسبت به قیمت توافقی کاهش داده است. حال برای دیدن تاثیر نرخ بهره آن را دو برابر کرده و برای مدل بلک شولز به صورت جدول (۳) برآورد می‌شود. به این ترتیب برای توضیح اثر نرخ بهره بر OP VaR در جدول ۳ نرخ بهره دو برابر شده است و نتایج در شکل ۵و۶ برای $\mathrm{T} = ۰/۱۴$ رسم شده است به نظر می‌رسد که نرخ بهره اثر نامتقارن بر روی OP VaR داشته است همان‌گونه که از شکل مشخص است برای $\mathrm{K} < \mathrm{S}$ با افزایش نرخ بهره OP VaR کاهش یافته و برای $\mathrm{K} > \mathrm{S}$ افزایش نرخ بهره موجب کاهش OP VaR شده‌است.

جدول ۳: برای اختیارات شاخص S&P 500 با نرخ بهره ۲/۵ درصد

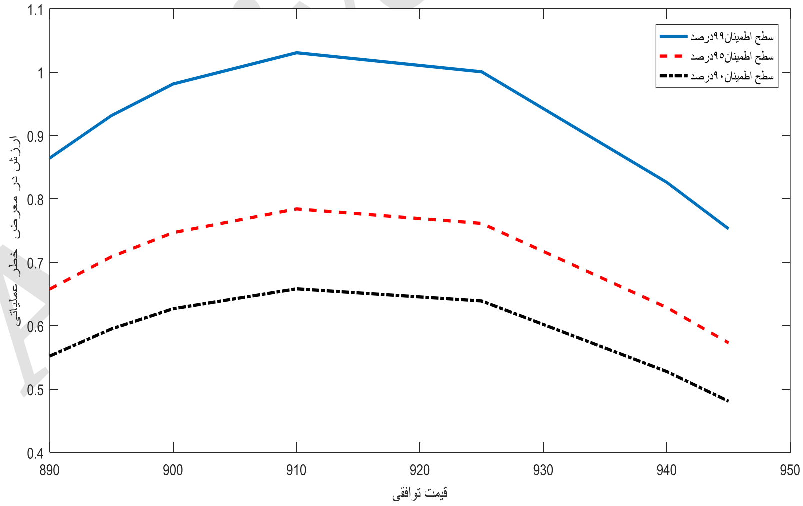
قیمت اختیار	قیمت توافقی	زمان سررسید (سال)	نوسان‌پذیری ضمنی (درصد)	γ'	Γ	Op VaR		
						٪۹۹	٪۹۵	٪۹۰
۴۳/۳	۸۹۰	۰/۱۴	۱۸/۹۰	۰/۰۰۶۲	۰/۰۰۷۰	۰/۷۱۷۴	۰/۵۴۵۹	۰/۴۵۸۱
۳۹/۹	۸۹۵	۰/۱۴	۱۸/۷۹	۰/۰۰۶۰	۰/۰۰۷۶	۰/۷۵۸۴	۰/۵۷۷۱	۰/۴۸۴۳
۳۶/۶	۹۰۰	۰/۱۴	۱۸/۶۵	۰/۰۰۵۸	۰/۰۰۸۱	۰/۷۸۵۵	۰/۵۹۷۷	۰/۵۰۱۶
۳۰/۴	۹۱۰	۰/۱۴	۱۸/۳۵	۰/۰۰۵۵	۰/۰۰۸۸	۰/۸۰۳۴	۰/۶۱۱۳	۰/۵۱۳۱
۲۲/۴	۹۲۵	۰/۱۴	۱۸/۰۰	۰/۰۰۵۰	۰/۰۰۹۱	۰/۷۶۷۶	۰/۵۸۴۱	۰/۴۹۰۲
۱۵/۷	۹۴۰	۰/۱۴	۱۷/۵۶	۰/۰۰۴۵	۰/۰۰۸۳	۰/۶۳۵۹	۰/۴۸۳۹	۰/۴۰۱۶
۱۳/۸	۹۴۵	۰/۱۴	۱۷/۴۲	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۷۹	۰/۵۸۳۱	۰/۴۴۳۷	۰/۳۷۲۳
۴۳/۲	۹۰۰	۰/۲۱	۱۸/۸۱	۰/۰۰۵۹	۰/۰۰۶۶	۰/۶۷۹۳	۰/۵۱۶۷	۰/۴۳۴۰
۲۹/۱	۹۲۵	۰/۲۱	۱۸/۲۰	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۷۳	۰/۶۶۲۷	۰/۵۰۴۰	۰/۴۲۳۳
۵۴/۴	۹۰۰	۰/۳۸	۱۸/۵۵	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۵۰	۰/۴۹۰۰	۰/۳۷۲۷	۰/۳۱۲۷
۴۰/۸	۹۲۵	۰/۳۸	۱۸/۲۲	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۵۵	۰/۴۹۶۰	۰/۳۷۷۳	۰/۳۱۶۷
۵۲/۹	۹۲۵	۰/۶۳	۱۷/۸۱	۰/۰۰۴۷	۰/۰۰۴۲	۰/۳۵۰۰	۰/۲۶۶۷	۰/۲۲۴۰

و نمودار آن به صورت زیر است:



شکل ۵: OP VaR برای نرخ بهره دوبرابر شده در مدل استاندارد بلک شولز

و برای مدل رژیم سوئیچینگ نمودار آن به صورت زیر است:



شکل ۶: OP VaR برای نرخ بهره دوبرابر شده در مدل مارکوف سوئیچینگ

در هر سه حالت مقادیر مختلف قیمت اختیار خرید، سررسیدهای مختلف، نرخ بهره‌های متفاوت با استفاده از اطلاعات اختیار خرید شاخص S&P500 مشاهده می‌شود که ریسک عملیاتی در مدلی که نوسان آن با روش رژیم سوئیچینگ برآورد شده بود بیشتر است.

نتیجه‌گیری و بحث

نتایج عددی OP VaR در سطوح مختلف اطمینان و در گستره‌ی متفاوتی از پارامترهای مختلف اختیارمعامله ارائه شد. نتایج OP VaR رضایت‌بخش است زیرا مقادیر OP VaR برای داده‌های تجربی از اختیار معامله نسبتاً کوچک محاسبه شده است. عملی شدن این کار باید برای مؤسسات مالی که اختیار معامله را ارائه می‌دهند و ریسک‌های مرتبط آن را پوشش می‌دهند امکان‌پذیر باشد این نشان می‌دهد که این مدل، یک مدل مداوم برای تخمین زیان‌ها و ریسک عملیاتی است. با این حال باید توجه داشت که یک قرارداد اختیار معامله به طور نرمال شامل ۱۰۰ سهم است و اختیارات عموماً بر پایه‌ی یک اهرم مثلا ۱۰درصد مبادله می‌شوند. از این‌رو می‌تواند ۱۰۰۰ سهم در تنها یک قرارداد محاسبه شود و در نتیجه ریسک عملیاتی یک زیان قابل توجه را در هر قرار داد نشان می‌دهد. نتایج در حالت کلی نشان می‌دهد که OP VaR با کاهش $|K-S|$ افزایش می‌یابد، که در آن $S = ۹۱۷$ برای داده اختیار در نظر گرفته شده است. البته این از تغیرات گاما قابل درک است؛ گاما، زمانی که $|K-S|$ کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد و این تایید کننده‌ی نتایج ارایه شده جدول‌ها است.

از آنجایی که $\vartheta = \gamma' \sigma S^2 \sqrt{\delta t}$، OP VaR با Γ تناسب دارد و بنابراین OP VaR در اختیارات به قیمت $K = S$ در اطراف قله نمودار قرار دارد اگر چه γ' با افزایش گاما کاهش می‌یابد (و در نتیجه باید OP VaR کاهش یابد) اما مقدار گاما تاثیر بیشتری بر روی OP VaR دارد.

در جدول ۱ هنگامی که T افزایش می‌یابد OP VaR کاهش می‌یابد. برای مثال اختیار با قیمت ۴۳/۲ دلار در مقایسه با اختیار معامله با قیمت ۳۶/۶ دلار که هر دو دارای نوسان‌پذیری ضمنی و قیمت توافقی یکسان هستند OP VaR پایین‌تری دارد این مطلب مورد انتظار است زیرا در جدول ۱ می‌توان دید که اختیار معامله با قیمت ۴۳/۲ دلار دارای گامای پایین‌تری است در نتیجه OP VaR کاهش می‌یابد همان‌طور که در این فصل توضیح داده شد Γ نرخ تغییر Δ (تعداد سهام مورد نیاز برای پوشش پرتفو به ارزش $(V(t))$ است و یک گامای پایین‌تر تعداد معاملات پایین‌تر را ایجاد خواهد کرد و در نتیجه ریسک عملیاتی کمتری دارد برای توضیح این نتیجه زمان سررسید در هر اختیار معامله در جدول ۲ دو برابر شده است و نتایج در شکل ۳ و۴ رسم شده است در تمام موارد به نظر

می‌رسد اگر زمان سررسید دو برابر شود OP VaR کاهش می‌یابد این نتیجه خود را در شکل ۳ و ۴ به خوبی نشان داده است. همچنین در شکل ۳ و ۴ دیده می‌شود که دو برابر کردن زمان سررسید تحدب OP VaR را نسبت به قیمت توافقی کاهش داده است.

برای توضیح اثر نرخ بهره بر OP VaR در جدول ۳ نرخ بهره دو برابر شده است و نتایج در شکل ۵ و ۶ برای $T = ۰/۱۴$ رسم شده است به نظر می‌رسد که نرخ بهره اثر نامتقارن بر روی OP VaR داشته است همان‌گونه که از شکل مشخص است برای $K < S$ با افزایش نرخ بهره OP VaR کاهش یافته و برای $K > S$ افزایش نرخ بهره موجب کاهش OP VaR شده‌است. در این پژوهش، ریسک عملیاتی پوشش اختیار خرید اروپایی در دو مدل استاندارد بلک شولز و مارکوف سوئیچینگ مورد مقایسه قرار گرفت و نتایج توسط نمودارهای ترسیم شده به وسیله نرم‌افزار Matlab نشان داده شد و مشخص شد که ریسک عملیاتی پوشش اختیار معامله در مدل مارکوف سوئیچینگ نسبت به مدل استاندارد بیشتر است که به دلیل داشتن گامای بالاتر و نوسان تصادفی مدل مارکوف سوئیچینگ است.

فهرست منابع

۱) تهرانی رضا و نوربخش عسگری (۱۳۹۷) ، مدیریت سرمایه‌گذاری، چارلز پی. جونز، انتشارات نگاه دانش.

۲) رفعت‌نشان جلیل و پیری پرویز (۱۳۹۴)، بررسی رابطه بیم میزان ریسک عملیاتی با محافظه‌کاری غیرشرطی در بین شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه اقتصاد و مالیات، دوره ۲ (پیاپی ۳) شماره ۱. ۳۹-۵۸.

۳) سیاح سجاد و صالح‌آبادی علی (۱۳۸۴)، مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، جان هال، انتشارات رایانه تدبیر پرداز.

۴) سیدی حامد (۱۳۹۶)، بررسی رابطه بین حاکمیت شرکتی با ریسک عملیاتی در ش پذیرفته های شرکت ده در بورس اوراق تهران بهادار، دومین کنفرانس مدیریت بر مبنای هوشمندی، دانشگاه تهران.

۵) نیسی عبدالساده، مدل‌سازی اختیارات آمریکایی با مدل رژیم سوئیچینگ و مشتقات نفت، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران سال شانزدهم شماره ۴۷، تابستان ۱۳۹۰، صفحات۱۸۵-۲۰۴.

6) Barakat, A., Ashby, S., Fenn, P. & Bryce, C. (2018), "Operational Risk and Reputation in Financial Institutions: Does Media Tone Make a Difference?", Journal of Banking, and Finance, doi: https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2018.10.007.

7) Buffington, J. and R. J. Elliott (2002), "American Options With Regime Switching", International Journal of Theoretical and Applied, Finance, vol. 5, pp. 497-51

8) Duan, Jin-Chuan, Ivilina, Popova and Peter, Ritchken (2002), "Option Pricing under Regime Switching", Quantitative Finance, vol. 2, pp. 1-17.

9) Hull J. (2003), "Options, Futures and other Derivatives", Pearson Education Inc, Fifth Edition.

10) Leone, F., Nelson, L., Nottingham, R., (1961), "The folded normal distribution", Techno metrics, Vol. 3. JSTOR, pp. 543–550.

11) Loader, D., (2002), "Controls, Procedures, and Risk", Butterworth-Heinemann.

12) Mitra, S., (2010), "Regime switching stochastic volatility option pricing", International Journal of Financial Markets and Derivatives, Vol. 1, pp: 213-242.

13) Mitra, S., (2011), "Energy-based assets: modeling, option pricing and delta hedging with transaction costs", International Journal of Sustainable Economy, vol. 3. Inderscience, pp. 20-43.

14) Mitra, S., (2013), "Operational risk of option hedging". International Journal of Economic Modeling, pp: 194-203.

15) Samuelson, P, (1965), "Rational theory of warrant pricing", Industrial Management Review, 6, 13–31.

16) Xu, C, Zheng, C, Wang, D, Ji, D & Wang, N. (2018), " Double correlation model for operational risk: Evidence from Chinese commercial banks", https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.10.031.